CHUYÊN ĐỀ 8.1

CON LẮC LÒ XO TREO THẲNG ĐỨNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

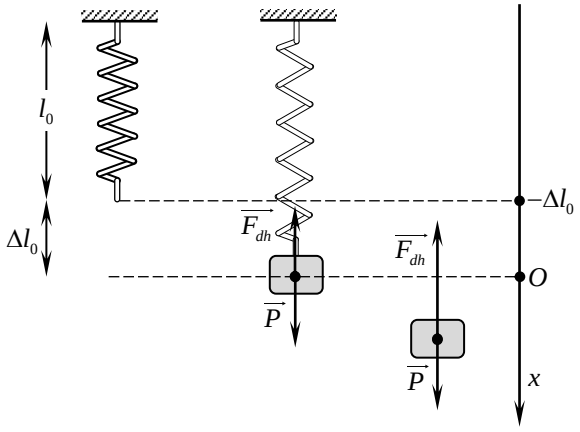
Khi nghiên cứu về dao động điều hòa, ngoài mô hình con lắc lò xo nằm ngang như đã đề cập ở các chuyên đề trước, một mô hình dao động điều hòa khác hay gặp trong giải toán Vật Lý là con lắc lò xo treo thẳng đứng – hệ gồm vật nhỏ khối lượng m gắn vào đầu một lò xo có độ cứng k treo thẳng đứng.

- vị trí cân bằng của vật là vị trí lực đàn hồi cân bằng với trọng lực $P = F_{dh}$

  → tại vị trí này lò xo đã bị dãn một đoạn $\boxed{\Delta l_0 = \frac{mg}{k}}$.

- kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi thả nhẹ, ta thấy vật dao động trên một đoạn thẳng quanh vị trí cân bằng.

1. Dao động điều hòa của con lắc lò xo treo thẳng đứng về phương diện động lực học



Chọn trục Ox song song với trục của lò xo, chiều dương là chiều tăng độ dài của lò xo. Gốc tọa độ tại vị trí cân bằng.

→ Trong quá trình dao động của con lắc lực tác dụng vào vật là tổng hợp lực giữa lực đàn hồi của lò xo và trọng lực của vật nặng.

Hợp lực này luôn hướng về vị trí cân bằng của vật nên ta gọi hợp lực trong trường hợp này là lực **kéo về**

$$F_{kv} = F_{dh} + P = -k\left(\Delta l_0 + x\right) + P = -kx \underbrace{-k\Delta l_0 + P}_{0} = -kx$$

Phương trình động lực học cho chuyển động của con lắc

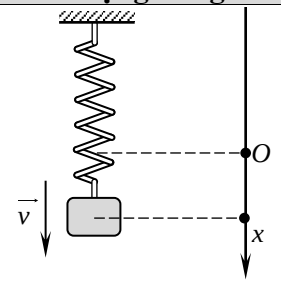
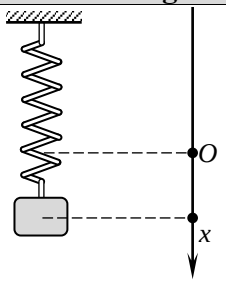
$$F_{kv} = ma \leftrightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0, \text{ ta đặt } \omega^2 = \frac{k}{m} \text{ hay } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$$

$$\rightarrow x'' + \omega^2 x = 0\,(*)$$

→ Phương trình (*) cho nghiệm có dạng $x = A\cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$, vậy dao động của con lắc lò xo treo thẳng đứng là dao động điều hòa.

2. Dao động điều hòa của con lắc lò xo về phương diện năng lượng

Cơ năng của con lắc là tổng động năng của vật m và thế của vật – được xác định bằng tổng thế năng đàn hồi và thế năng trọng trường của vật nặng, mốc thế năng được chọn tại vị trí cân bằng.

Động năng	Thế năng
	

$E_d = \frac{1}{2}mv^2$	$E_t = (E_t)_{dh} + (E_t)_{hd} = \frac{1}{2}kx^2$
Cơ năng	
$E = E_d + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ hay $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$	

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP ĐIỂN HÌNH

Dạng 1: Lực đàn hồi trong dao động của con lắc lò xo treo thẳng đứng

✡ Phương pháp giải:

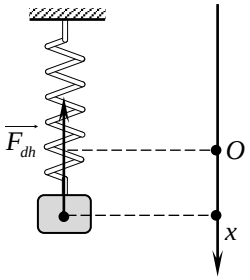
Định nghĩa về lực đàn hồi

- Lực đàn hồi của lò xo là lực được sinh ra khi lò xo bị biến dạng, lực này có xu hướng kéo vật trở về vị trí lò xo *không biến dạng*.
- Độ lớn của lực đàn hồi tuân theo định luật Húc, theo đó $|F_{dh}| = k|l - l_0| = k|\Delta l|$.

Tọa độ hóa biểu thức lực đàn hồi

Trong khảo sát bài toán con lắc lò xo treo thẳng đứng, hệ trục tọa độ được chọn thường có đặc điểm sau:

- gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng của con lắc.
- chiều dương của trục tọa độ hướng thẳng đứng xuống dưới.

Biểu thức lực đàn hồi theo tọa độ	Biểu diễn lực
Độ lớn $\|F_{dh}\| = k\|\Delta l_0 + x\|$ (1) Chiều: ○ khi $x > -\Delta l_0$ thì $(\Delta l_0 + x) > 0$ lực đàn hồi hướng lên. ○ khi $x = -\Delta l_0$ thì $(\Delta l_0 + x) = 0 \rightarrow F_{dh} = 0$. ○ khi $x < -\Delta l_0$ thì $(\Delta l_0 + x) < 0$ lực đàn hồi hướng xuống. → Biểu thức đại số biểu diễn độ lớn, chiều của lực đàn hồi là $\boxed{F_{dh} = -k(\Delta l_0 + x)}$ Dấu trừ (–) cho biết chiều của lực đàn hồi ngược với chiều dương của trục Ox.	

Chú ý: Từ (1) chúng ta nhận thấy rằng:

- $|F_{dh}|_{max} = k(\Delta l_0 + A)$ khi $x = +A$.
- nếu $A \geq \Delta l_0$ thì $|F_{dh}|_{\min} = 0$ tại $x = -\Delta l_0$.
- nếu $A < \Delta l_0$ thì $|F_{dh}|_{\min} = k(\Delta l_0 - A)$ tại $x = -A$.

✡ Ví dụ minh họa:

🕮 Ví dụ 1: (BXD – 2020) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm lò xo có độ cứng $k = 100$ N/m, vật nặng khối lượng $m = 200$ g. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa với biên độ $A = 2$ cm. Lấy $g = 10$ m/s^2. Lực đàn hồi tác dụng lên con lắc trong quá trình dao dao động có độ lớn nhỏ nhất bằng

A. 0,1 N. **B.** 0,2 N. **C.** 0,4 N. **D.** 0 N.

✎ Hướng dẫn: Chọn D.

Ta có:

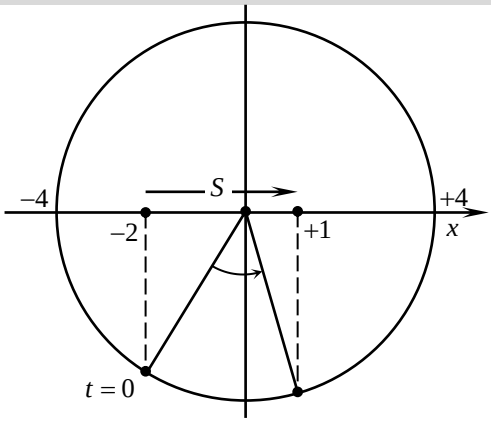
- $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{(200.10^{-3}).(10)}{(100)} = 2$ cm.

- $A = \Delta l_0 \rightarrow |F_{dh}|_{\min} = 0$.

Ví dụ 2: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ có khối lượng $m = 100\,\text{g}$ và lò xo khối lượng không đáng kể. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống. Biết con lắc dao động theo phương trình $x = 4\cos\left(10t - \frac{2\pi}{3}\right)$ cm. Lấy $g = 10\,\text{m/s}^2$. Độ lớn lực đàn hồi tác dụng vào vật tại thời điểm vật đi được quãng đường $S = 3\,\text{cm}$ kể từ $t = 0$ là

A. 0,9 N. **B.** 1,1 N. **C.** 1,6 N. **D.** 2 N.

Hướng dẫn: Chọn B.



Ta có:

- $t = 0$ thì $x = -2$ cm theo chiều dương → sau khi đi được quãng đường $S = 3$ cm vật đi vị trí có li độ $x = +1$ cm.
- $F = -k\left(\Delta l_0 + x\right) = -m\omega^2\left(\frac{g}{\omega^2} + x\right) = -\left(100.10^{-3}\right).(10)^2\left[\frac{(10)}{(10)^2} + \left(1.10^{-2}\right)\right] = -1{,}1\,\text{N}.$

Dạng 2: Lực phục hồi (kéo về) trong dao động của con lắc lò xo

Phương pháp giải:

Định nghĩa về lực phục hồi

- Là hợp lực tác dụng lên vật dao động có xu hướng kéo vật trở về vị trí cân bằng.
- Biểu thức

$$\boxed{F_{kv} = ma = m\left(-\omega^2 x\right) = -kx} \quad (**)$$

Từ (**), ta thấy rằng

- F_{kv} cùng pha với gia tốc.
- F_{kv} ngược pha với li độ.

Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: (Quốc gia – 2017) Con lắc lò xo đang dao động điều hòa. Lực kéo về tác dụng lên vật nhỏ của con lắc có độ lớn tỉ lệ thuận với

A. độ lớn vận tốc của vật. **B.** độ lớn li độ của vật.

C. biên độ dao động của con lắc. **D.** chiều dài lò xo của con lắc.

Hướng dẫn : Chọn B.

Lực kéo về tác dụng lên con lắc có độ lớn tỉ lệ với độ lớn li độ.

Ví dụ 2: (Quốc gia – 2017) Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ và lò xo nhẹ có độ cứng k, dao động điều hòa dọc theo trục Ox quanh vị trí cân bằng O. Biểu thức của lực kéo về tác dụng lên vật theo li độ x là

A. $F = -\frac{1}{2}kx$. **B.** $F = \frac{1}{2}kx^2$. **C.** $F = kx$. **D.** $F = -kx$.

Hướng dẫn: Chọn D.

Ta có:

- $F=-kx$.

Ví dụ 3: (BXD – 2018) Một con lắc lò xo có độ cứng k đang dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang, gọi x và F lần lượt là li độ và lực kéo về tác dụng lên vật. Tại thời điểm t_1 ta xác định được hai giá trị x_1, F_1; tại thời điểm $t_2=t_1+0,25T$ ta xác định được hai giá trị x_2 và F_2. Độ cứng k của lò xo được xác định bởi biểu thức

A. $k=\frac{F_1}{x_1}+\frac{F_2}{x_2}$. **B.** $k=\sqrt{\frac{F_1^2-F_2^2}{x_2^2-x_1^2}}$. **C.** $k=\sqrt{\frac{F_1^2+F_2^2}{x_2^2+x_1^2}}$. **D.** $k=\frac{F_1}{x_2}-\frac{F_2}{x_1}$.

Hướng dẫn: Chọn B.

Ta có:

- $\Delta t=\frac{T}{4}$, mặc khác tại cùng một thời điểm thì F luôn ngược pha với $x\rightarrow F_2$ vuông pha với x_1 và F_1 vuông pha với x_2.
- $\begin{cases}\left(\frac{x_1}{A}\right)^2+\left(\frac{F_2}{kA}\right)^2=1\\ \left(\frac{x_2}{A}\right)^2+\left(\frac{F_1}{kA}\right)^2=1\end{cases}\rightarrow k=\sqrt{\frac{F_1^2-F_2^2}{x_2^2-x_1^2}}$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

I. Chinh phục lý thuyết

Câu 1: Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, biết rằng tại vị trí cân bằng lò xo đã một đoạn Δl_0. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường g. Chu kì dao động của con lắc là

A. $T=2\pi\sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$. **B.** $T=\sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$. **C.** $T=2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$. **D.** $T=\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$.

Hướng dẫn: Chọn C.

Ta có:

- $T=2\pi\sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}}$.

Câu 2: (BXD – 2019) Con lắc lò xo gồm vật nặng khối lượng m và lò xo có độ cứng k. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường g. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật nặng, chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới. Khi vật đi qua vị trí có li độ x lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng có biểu thức

A. $F_{dh}=-kx$. **B.** $F_{dh}=-k\left(\frac{mg}{k}-x\right)$. **C.** $F_{dh}=-k\left(\frac{mg}{k}+x\right)$. **D.** $F_{dh}=-mx$.

Hướng dẫn: Chọn C.

Ta có:

- $F_{dh}=-k\left(\frac{mg}{k}+x\right)$.

Câu 3: (BXD – 2019) Con lắc lò xo gồm vật nặng khối lượng m và lò xo có độ cứng k. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường g với biên độ A. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật nặng, chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới. Lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng có độ lớn cực đại là

A. $F_{dhmax}=kA$. **B.** $F_{dhmax}=mg$. **C.** $F_{dhmax}=mg+kA$. **D.** $F_{dhmax}=mg-kA$.

Hướng dẫn: Chọn C.

Ta có:

- $F_{dhmax} = k\left(\Delta l_0 + A\right) = k\left(\frac{mg}{k} + A\right) = mg + kA$.

Câu 4: (BXD – 2019) Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo, lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng có phương dọc theo trục của lò xo và có chiều hướng về

A. vị trí cân bằng. **B.** vị trí biên âm.
C. vị trí lò xo không biến dạng. **D.** vị trí biên dương.

Hướng dẫn: Chọn C.

Lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng của con lắc dao động điều hòa có chiều luôn hướng về vị trí lò xo không biến dạng.

Câu 5: (BXD – 2019) Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo treo thẳng thì

A. trọng lực của vật nặng đóng vai trò là lực kéo về.
B. lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng đóng vai trò là lực kéo về.
C. hợp lực giữa trọng lực và lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng đóng vai trò là lực kéo về.
D. tùy vào vị trí của con lắc mà lực kéo về có thể là trọng lực hoặc lực đàn hồi tác dụng lên vật đóng vai trò là lực kéo về.

Hướng dẫn: Chọn C.

Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo treo thẳng thì hợp lực giữa trọng lực và lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng đóng vai trò là lực kéo về.

Câu 6: (BXD – 2019) Con lắc lò xo treo thẳng đứng, tại vị trí cân bằng lò xo giãn một đoạn Δl_0. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa với biên độ A. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới. Trong quá trình dao động của vật, lực đàn hồi tác dụng lên vật sẽ đổi chiều tại vị trí có li độ

A. $x = 0$. **B.** $x = -A$. **C.** $x = +A$. **D.** $x = -\Delta l_0$.

Hướng dẫn: Chọn D.

Lực đàn hồi tác dụng lên vật nặng sẽ đổi chiều tại vị trí lò xo không biến dạng $\rightarrow x = -\Delta l_0$.

Câu 7: (BXD – 2020) Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo thì lực phục hồi luôn

A. hướng về vị trí biên dương. **B.** hướng về vị trí cân bằng.
C. hướng về vị trí biên âm. **D.** hướng về vị trí lò xo không biến dạng.

Hướng dẫn: Chọn B.

Lực phục hồi luôn hướng về vị trí cân bằng của lò xo.

Câu 8: (BXD – 2020) Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo thì lực phục hồi luôn

A. hướng về vị trí biên dương. **B.** hướng về vị trí cân bằng.
C. hướng về vị trí biên âm. **D.** hướng về vị trí lò xo không biến dạng.

Hướng dẫn: Chọn B.

Lực phục hồi luôn hướng về vị trí cân bằng của lò xo.

Câu 9: (BXD – 2020) Trong dao động điều hòa của con lắc lò xo thì lực phục hồi đổi chiều khi con lắc đi qua

A. hướng về vị trí biên dương. **B.** hướng về vị trí cân bằng.
C. hướng về vị trí biên âm. **D.** hướng về vị trí lò xo không biến dạng.

Hướng dẫn: Chọn B.

Lực phục hồi đổi chiều khi con lắc đi qua vị trí cân bằng.

Câu 10: (BXD – 2020) Một con lắc lò xo dao động điều hòa với tần số ω. Tại thời điểm vật có li độ x thì lực kéo về tác dụng lên vật là f. Khối lượng của vật được xác định bởi

A. $m = \frac{f}{x}$. **B.** $m = -\frac{f}{x}$. **C.** $m = -\frac{f}{\omega^2 x}$. **D.** $m = \frac{f}{\omega^2 x}$.

Hướng dẫn: Chọn C.

Ta có:

- $m = -\frac{f}{\omega^2 x}$.

II. Bài tập vận dụng

Câu 1: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo gồm vật nặng khối lượng $m=100\,\text{g}$ dao động điều hòa với phương trình $x=10\cos\left(5\pi t-\frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$ theo phương thẳng đứng, t được tính bằng giây. Gốc tọa độ được chọn tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống. Lấy $g=10=\pi^2\ \text{m/s}^2$. Lực đàn hồi tác dụng lên vật tại thời điểm $t=1\text{s}$ là

A. 1 N. **B.** –2 N. **C.** 0,25 N. **D.** 0,5 N.

Hướng dẫn: Chọn C.

Ta có:

- $\Delta l_0=\frac{g}{\omega^2}=\frac{(10)}{(2\pi)^2}=4\,\text{cm}.$
- $t=1\text{s}\rightarrow x=-5\,\text{cm}$
- $F_{dh}=-k\left(\Delta l_0+x\right)=-m\omega^2\left(\Delta l_0+x\right)=-\left(100.10^{03}\right).(5\pi)^2(4-5).10^{-2}=0,25\,\text{N}.$

Câu 2: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang trơn nhẵn với biên độ $A=10\,\text{cm}$, chu kì $T=0,5\,\text{s}$. Biết khối lượng của vật nặng $m=250\,\text{g}$. Lấy $\pi^2=10$. Lực đàn hồi cực đại tác dụng lên vật nặng có giá trị bằng

A. 3 N. **B.** 2 N. **C.** 4 N. **D.** 5 N.

Hướng dẫn: Chọn C.

Ta có:

- $F_{max}=m\omega^2A=\left(250.10^{-3}\right).\left(\frac{2\pi}{0,5}\right)^2.0,1^2=4\ \text{N}.$

Câu 3: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang. Trong quá trình dao động lực đàn hồi cực đại tác dụng lên vật có độ lớn là 2 N, gia tốc cực đại của vật là 2 m/s^2. Khối lượng của vật nặng bằng

A. 1 kg **B.** 2 kg **C.** 3 kg **D.** 4 kg

Hướng dẫn: Chọn A.

Ta có:

- $m=\frac{F}{a}=\frac{(2)}{(2)}=1\text{kg}.$

Câu 4: (BXD – 2019) Con lắc lò xo có khối lượng 0,5 kg đang dao động điều hòa. Độ lớn cực đại của gia tốc và vận tốc lần lượt là 5 m/s^2 và 0,5 m/s. Khi tốc độ của con lắc là 0,3 m/s thì lực kéo về có độ lớn là

A. 1 N. **B.** 0,2 N. **C.** 2 N. **D.** 0,4 N.

Hướng dẫn: Chọn C.

Ta có:

- $\begin{cases}a_{max}=\omega^2A\\v_{max}=\omega A\end{cases}\rightarrow\omega=\frac{a_{max}}{v_{max}}=\frac{(5)}{(0,5)}=10\,\text{rad/s}\rightarrow A=10\ \text{cm}.$
- $|x|=\sqrt{A^2-\left(\frac{v}{\omega}\right)^2}=\sqrt{(5)^2-\left(\frac{0,3.10^2}{10}\right)^2}=4\,\text{cm}.$
- $|F_{kv}|=m\omega^2x=(0,5).(10)^2.\left(4.10^{-2}\right)=2\,\text{N}.$

Câu 6: (BXD – 2019) Một vật khối lượng 1 kg dao động điều hòa với phương trình $x=10\cos\left(\pi t+\frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$, t được tính bằng giây. Lực phục hồi (lực kéo về) tác dụng lên vật vào thời điểm $t=0,5$ s là

A. 1 N. **B.** 0 N. **C.** 2 N. **D.** 0,5 N.

Hướng dẫn: Chọn A.

Ta có:

- $|F| = m\omega^2 |x| = (1).(\pi)^2.\left[10\left|\cos\left(\pi.1+\frac{\pi}{2}\right)\right|.10^{-2}\right] = 1\text{N}.$

Câu 7: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hòa với phương trình li độ $x = 8\cos(10t+\pi)$ cm (gốc tọa độ được chọn tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới), t được tính bằng giây. Lấy $g = \pi^2 = 10$ m/s^2. Thời gian ngắn nhất để độ lớn của lực đàn hồi tác dụng lên vật tăng từ cực đại đến cực tiểu là

A. $\frac{\pi}{10}$ s. **B.** $\frac{\pi}{15}$ s. **C.** $\frac{\pi}{30}$ s. **D.** $\frac{3\pi}{10}$ s.

Hướng dẫn: Chọn A.

Ta có:

- $\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{(10)}{(10)^2} = 10$ cm.
- $A < \Delta l_0 \rightarrow |F| = |F_{\min}|$ tại $x = -A$.
- $\Delta t_{+A\rightarrow -A} = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2.(10)} = \frac{\pi}{10}$ s.

Câu 8: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hòa. Trong quá trình dao động, chiều dài lớn nhất và nhỏ nhất của lò xo là 34 cm và 20 cm. Tỉ số lực đàn hồi lớn nhất và nhỏ nhất của lò xo là $\frac{10}{3}$. Lấy $g = 10 = \pi^2$ m/s^2. Chiều dài tự nhiên của lò xo là

A. 12 cm. **B.** 15 cm. **C.** 14 cm. **D.** 13 cm.

Hướng dẫn: Chọn C.

Ta có:

- $A = \frac{l_{max} - l_{\min}}{2} = \frac{(34)-(20)}{2} = 7$ cm.
- $\frac{F_{max}}{F_{\min}} = \frac{A+\Delta l_0}{\Delta l_0 - A} = \frac{10}{3} \rightarrow \Delta l_0 = \frac{13}{7}A = \frac{13}{7}.(7) = 13$ cm.
- $l_0 = l_{max} - \Delta l_0 - A = (34)-(13)-(7) = 14$ cm.

Câu 9: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Chiều dài tự nhiên của lò xo là 20 cm. Khi vật ở vị trí cân bằng thì lò xo giãn 4 cm. Lực đàn hồi cực đại và cực tiểu mà lò xo tác dụng vào vật lần lượt là 10 N và 6 N. Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo trong quá trình vật dao động là

A. 25 cm và 24 cm. **B.** 24 cm và 23 cm. **C.** 26 cm và 24 cm. **D.** 25 cm và 23 cm.

Hướng dẫn: Chọn D.

Ta có:

- $\frac{F_{dh_{max}}}{F_{dh_{\min}}} = \frac{\Delta l_0 + A}{\Delta l_0 - A} \leftrightarrow \frac{4+A}{4-A} = \frac{10}{6} \rightarrow A = 1$ cm.
- $\begin{cases} l_{max} = l_0 + \Delta l_0 + A \\ l_{max} = l_0 + \Delta l_0 - A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} l_{max} = (20)+(4)+(1) = 25 \\ l_{max} = (20)+(4)-(1) = 23 \end{cases}$ cm.

Câu 10: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo có độ cứng 100 N/m được treo thẳng đứng, đầu trên cố định, đầu dưới gắn với vật có khối lượng $m = 600$ g. Cho con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ là 4 cm. Lực đàn hồi của lò xo có độ lớn nhỏ nhất trong quá trình dao động là

A. 2 N. **B.** 6 N. **C.** 0 N. **D.** 4 N.

Hướng dẫn: Chọn A.

Ta có:

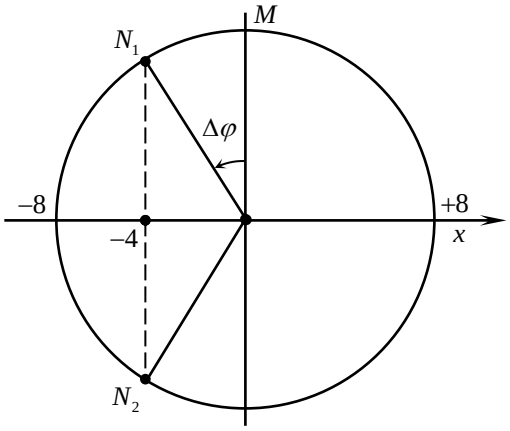
- $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{(600.10^{-3}).(10)}{(100)} = 6$ cm.

- $|F_{dh\min}| = k(\Delta l_0 - A) = (100)\left[(6-4).10^{-2}\right] = 2$ N.

Câu 11: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với phương trình $x = 8\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm, t được tính bằng giây. Biết gốc tọa độ được chọn tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới. Lấy $g = 10 = \pi^2$ m/s^2. Lực đàn hồi của lò xo đổi chiều lần đầu tiên vào thời điểm

A. $\frac{13}{30}$ s. **B.** $\frac{1}{6}$ s. **C.** $\frac{7}{30}$ s. **D.** $\frac{1}{30}$ s.

Hướng dẫn: Chọn D.



Ta có:

- $\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{(10)}{(5\pi)^2} = 4$ cm.

Biểu diễn dao động của con lắc trên đường tròn:

- $t = 0$ thì $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 < 0 \end{cases} \rightarrow M$ trên đường tròn.
- F_{dh} đổi chiều $\rightarrow x = -\Delta l_0 = -4$ cm, được biểu diễn bằng các điểm N_1 và N_2 trên đường tròn.
- $\Delta t = \Delta t_{\min} \rightarrow \Delta\varphi = MON = 30^0 \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{360^0}T = \frac{(30^0)}{360^0}.(0,4) = \frac{1}{30}$ s.

Câu 12: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo, đầu trên được treo vào điểm cố định O, đầu dưới móc một vật có khối lượng m. Kích thích cho con lắc dao động điều hòa. Quá trình dao động, tỉ số giữa lực kéo cực đại và lực nén cực đại tác dụng lên điểm O bằng 3. Khi qua vị trí cân bằng tốc độ vật là 1 m/s. Lấy $g = 10$ m/s^2. Biên độ dao động của con lắc bằng

A. 10 cm. **B.** 5 cm. **C.** 6 cm. **D.** 4 cm.

Hướng dẫn:

+ Trong quá trình dao động điểm treo có thời gian bị nén $\rightarrow A > \Delta l_0$ với Δl_0 là độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng.

$\rightarrow$ Theo giả thuyết bài toán, ta có: $\frac{F_{kmax}}{F_{nmax}} = \frac{A + \Delta l_0}{A - \Delta l_0} = 3 \rightarrow A = 2\Delta l_0$.

+ Tốc độ của vật khi đi qua vị trí cân bằng $v = v_{max} = \omega A = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}A = \sqrt{2gA} \leftrightarrow 1 = \sqrt{2.10.A} \rightarrow A = 5$ cm.

$\rightarrow$ Đáp án B

Câu 13: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo vào một điểm cố định, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kỳ T và biên độ A. Biết rằng tại vị trí cân bằng lò xo đã giãn một đoạn $\Delta l_0 < A$. Trong một chu kì, nếu khoảng thời gian ngắn nhất giữa thời điểm lực phục hồi đổi chiều đến thời điểm lực đàn hồi đổi chiều là $\Delta t = \frac{T}{12}$ thì mối liên hệ giữa Δl_0 với A là

A. $A=3\Delta l_0$. **B.** $A=2\Delta l_0$. **C.** $A=4\Delta l_0$. **D.** $A=5\Delta l_0$.

Hướng dẫn

+ Lực đàn hồi đổi chiều tại vị trí lò xo không biến dạng, lực phục hồi đổi chiều tại vị trí cân bằng → với khoảng thời gian $\Delta t=\frac{T}{12}$ → $A=2\Delta l_0$ → **Đáp án B**

Câu 14: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng tại một nơi có gia tốc rơi tự do $g=10\,\text{m/s}^2$, lò xo có độ cứng $k=50\,\text{N/m}$. Khi vật dao động thì lực kéo cực đại và lực nén cực đại mà lò xo tác dụng lên điểm treo lần lượt là 6 N và 2 N. Lấy $\pi^2=10$. Vận tốc cực đại của vật là

A. 40π cm/s. **B.** 30π cm/s. **C.** 20π cm/s. **D.** 10π cm/s.

Hướng dẫn:

+ Trong quá trình dao động của vật điểm treo vừa bị kéo và nén → $A>\Delta l_0$.

Ta có: $\frac{F_{kmax}}{F_{nmax}}=\frac{A+\Delta l_0}{A-\Delta l_0}=3\rightarrow A=2\Delta l_0\rightarrow\begin{cases}A=8\\\Delta l_0=4\end{cases}$ cm.

→ Vận tốc cực đại của vật $v_{max}=\omega A=\sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}A=2\sqrt{gA}=2\sqrt{10.0,08}=40\pi$ cm/s → **Đáp án A**

Câu 15: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ A, tại vị trí cân bằng lò xo giãn một đoạn Δl, biết $\frac{A}{\Delta l}=a<1$. Tỉ số giữa độ lớn lực đàn hồi cực đại và lực đàn hồi cực tiểu $\left(\frac{F_{dh\max}}{F_{dh\min}}\right)$ tác dụng lên vật nặng của con lắctrong quá trình dao động bằng

A. $\frac{a+1}{a}$. **B.** $\frac{1}{1-a}$. **C.** $\frac{1}{1+a}$. **D.** $\frac{a+1}{1-a}$.

Hướng dẫn:

+ Ta có $\frac{F_{max}}{F_{\min}}=\frac{\Delta l+A}{\Delta l-A}$ → với $A=a\Delta l_0$ → $\frac{F_{max}}{F_{\min}}=\frac{1+a}{1-a}$ → **Đáp án D**

Câu 16: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo có vật nặng khối lượng $m=200$ g dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chiều dài tự nhiên của lò xo là $l_0=30\,\text{cm}$. Lấy $g=10\,\text{m/s}^2$. Khi lò xo có chiều dài 28 cm thì vận tốc bằng không và lúc đó lực đàn hồi có độ lớn 2 N. Năng lượng dao động của vật là:

A. 0,08 J. **B.** 0,02 J. **C.** 0,1 J. **D.** 1,5 J.

Hướng dẫn

+ Độ cứng của lò xo $k=\frac{F_{dh}}{|l-l_0|}=\frac{2}{0,02}=100\,\text{N/m}$.

→ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0=\frac{mg}{k}=\frac{0,2.10}{100}=2$ cm.

+ Tại vị trí lò xo có chiều dài 28 cm vận tốc của vật bằng 0 → vị trí biên trên → $A=2+2=4$ cm.

→ Năng lượng dao động $E=\frac{1}{2}kA^2=0,08\,\text{J}$ → **Đáp án A**

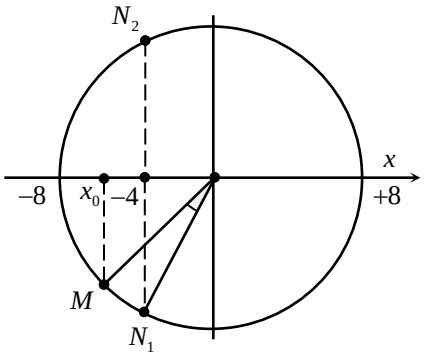
Câu 17: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với phương trình dao động $x=8\cos\left(5\pi t-\frac{3\pi}{4}\right)$cm, t được tính bằng giây. Gốc tọa độ được chọn tại vị trí cân bằng, chiều dương thẳng đứng hướng xuống dưới. Lấy $g=10=\pi^2$ m/s^2. Kể từ thời điểm $t=0$, lực đàn hồi của lò xo tác dụng lên vật nặng triệt tiêu lần thứ nhất vào thời điểm

A. $\frac{13}{60}$ s. **B.** $\frac{1}{12}$ s. **C.** $\frac{1}{60}$ s. **D.** $\frac{7}{60}$ s.

Hướng dẫn:

+ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(5\pi)^2} = 4$ cm.

Biểu diễn dao động tương ứng trên đường tròn:



- Tại $t = 0$, vật đi qua vị trí $x_0 = -4\sqrt{2}$ cm theo chiều dương, được biểu diễn bằng điểm M trên đường tròn.
- Lực đàn hồi triệt tiêu thị vị trí lò xo không biến dạng, tương ứng $x = -\Delta l_0 = -4$ cm, ta biểu diễn bằng các điểm N_1 và N_2 trên đường tròn.

+ Lần đầu tiên tương ứng với bán kính OM quét một góc $\Delta\varphi = MON_1 = 15^0$.

→ Thời gian cần tìm $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{360^0}T = \frac{15^0}{360^0}.0,4 = \frac{1}{60}$ s → **Đáp án C**

Câu 18: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo có độ cứng $k = 200$ N/m, với vật nặng có khối lượng $m = 200$ g, lấy $g = 10$ m/s^2. Ban đầu kéo vật đến vị trí lò xo giãn 4 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Lực đàn hồi tác dụng lên vật khi vật ở vị trí cao nhất có độ lớn bằng

A. 4 N. **B.** 10 N. **C.** 6 N. **D.** 8 N.

Hướng dẫn:

+ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{200.10^{-3}.10}{200} = 1$ cm

+ Đưa vật đến vị trí lò xo dãn 4 cm rồi thả nh, vật sẽ dao động với biên độ $A = 4 - 1 = 3$ cm.

→ Lực đàn hồi tác dụng lên vật khi vật ở vị trí có độ cao cực đại có độ lớn

$F_{dh} = k(A - \Delta l_0) = 200.(3-1).10^{-2} = 6$ N → **Đáp án C**

Câu 24: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng $m = 100$ g và lò xo có độ cứng $k = 40$ N/m. Nâng vật nặng lên theo phương thẳng đứng bằng một lực 1,2 N cho tới khi quả cầu đứng yên rồi thả nhẹ để vật dao động điều hòa. Lấy $g = 10$ m/s^2. Độ lớn của lực đàn hồi cực đại và cực tiểu của vật tác dụng lên giá treo là

A. 1,2 N và 0 N. **B.** 2,2 N và 0 N. **C.** 1,6 N và 0 N. **D.** 2,2 N và 0,2 N.

Hướng dẫn:

+ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1.10}{40} = 2,5$ cm.

Ban đầu nâng vật bằng lực $F = 1,2$ N $(F > P)$ → lò xo sẽ bị nén một đoạn $\Delta l = \frac{F - P}{k} = \frac{1,2 - 0,1.10}{40} = 0,5$ cm.

→ Thả nhẹ, vật sẽ dao dộng với biên độ $A = \Delta l + \Delta l_0 = 0,5 + 2,5 = 3$ cm.

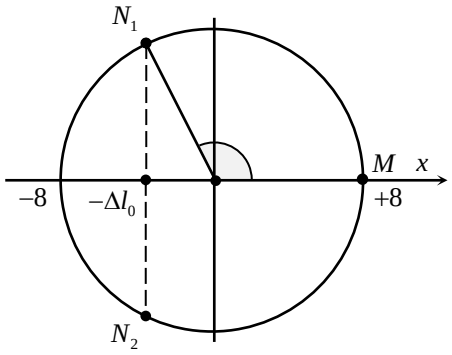
+ Với $A > \Delta l_0$ → $F_{dh\min} = 0$, $F_{dhmax} = k(\Delta l_0 + A) = 40(1+3).10^{-2} = 1,6$ N → **Đáp án C**

Câu 25: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 8 cm. Khoảng thời gian ngắn nhất kể từ lúc lực đàn hồi tác dụng lên vật cực đại đến khi lực đàn hồi tác dụng lên vật cực tiểu là $\frac{T}{3}$ (với T là chu kì dao động của con lắc). Lấy $g = 10$ m/s^2. Tốc độ của vật nặng khi nó cách vị trí thấp nhất 2 cm là

A. 87,6 cm/s. **B.** 106,4 cm/s. **C.** 83,7 cm/s. **D.** 57,3 cm/s.

Hướng dẫn:

+ Biểu diễn dao động của vật trên đường tròn. Hệ trục tọa độ được chọn với chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới.



- Lực đàn hồi cực đại khi vật ở vị trí biên dương, được biểu diễn bằng điểm M trên đường tròn.
- Vị trí lực đàn hồi cực tiểu có li độ $x=-\Delta l_0$, được biểu diễn bằng các điểm N_1 và N_2 trên đường tròn.

+ Từ hình vẽ, để thời gian là ngắn nhất thì góc quét tương ứng $\Delta\varphi = MON_1 = 120^0 \rightarrow \Delta l_0 = \frac{A}{2} = \frac{8}{2} = 4\,\text{cm}.$

+ Khi vật nặng cách vị trí thấp nhất 2 cm, ứng với vị trí $x = 6\,\text{cm}$.

$$\rightarrow v = \omega A\sqrt{1-\left(\frac{x}{A}\right)^2} = \omega A\sqrt{1-\left(\frac{x}{A}\right)^2} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}A\sqrt{1-\left(\frac{x}{A}\right)^2} = \sqrt{\frac{10}{0,04}}.0,08\sqrt{1-\left(\frac{0,06}{0,08}\right)^2} \approx 83,7\ \text{cm/s}.$$

→ Đáp án C

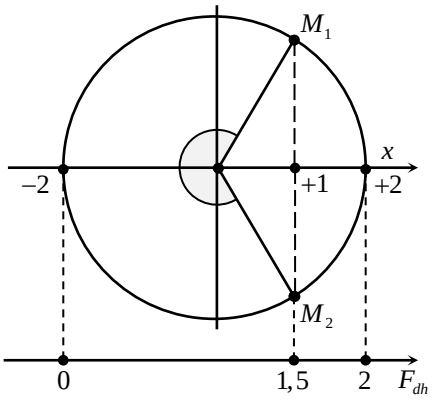
Câu 26: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 2 cm và tần số góc $\omega = 10\sqrt{5}$ rad/s, biết lò xo có độ cứng 50 N/m. Lấy $g = 10\,\text{m/s}^2$. Trong mỗi chu kì, thời gian để lực đàn hồi của lò xo có độ lớn không vượt quá 1,5 N là

A. 0,19 s. **B.** 0,12 s. **C.** 0,23 s. **D.** 0,26 s.

Hướng dẫn:

+ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{\left(10\sqrt{5}\right)^2} = 2\,\text{cm} \rightarrow$ với $\Delta l_0 = A \rightarrow$ lực đàn hồi sẽ bằng 0 khi vật ở vị trí biên trên.

Biểu diễn dao động của vật trên đường tròn:



- Vị trí lực đàn hồi có độ lớn 1,5 N tương ứng $F_{dh} = k\left(\Delta l_0 + x\right) = 1,5\,\text{N} \rightarrow x = \frac{F_{dh}}{k} - \Delta l_0 = \frac{1,5}{50} - 2 = 1\,\text{cm}$. Tương ứng bằng các điểm M_1 và M_2 trên đường tròn.
- Để lực đàn hồi có độ lớn không vượt quá 1,5 N thì vật chuyển động tròn trên cung lớn M_1M_2.

+ Từ hình vẽ, ta có $\Delta\varphi = M_1OM_2 = 240^0$.

→ Thời gian tương ứng $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \approx 0,19\,\text{s} \rightarrow$ **Đáp án A**

Câu 27: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, gồm vật nặng khối lượng $m = 200\,\text{g}$, lò xo nhẹ có độ cứng $k = 50\,\text{N/m}$. Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống dưới để lò xo giãn 12 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Lấy $g = 10 = \pi^2\,\text{m/s}^2$. Khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp lực đàn hồi của lò xo bằng 0 là

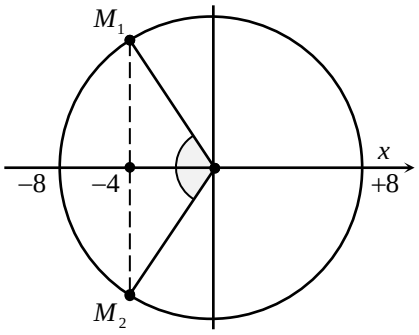
A. $\frac{1}{10}$ s. **B.** $\frac{1}{15}$ s. **C.** $\frac{2}{15}$ s. **D.** $\frac{4}{15}$ s.

Hướng dẫn:

+ Chu kì dao động của con lắc $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{50}} = 0,4\,\text{s}$; độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2.10}{50} = 4\,\text{cm}.$

+ Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống dưới để lò xo giãn 12 cm → thả nhẹ, con lắc sẽ dao động với biên độ $A = 8\,\text{cm}$.

Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới:



- Vị trí lực đàn hồi bằng 0 có li độ $x = -\Delta l_0 = -4\,\text{cm}$, được biểu diễn bằng các điểm M_1 và M_2 trên đường tròn.
- Để khoảng thời gian là ngắn nhất thì vật chuyển động tương ứng trên cung nhỏ M_1M_2.

+ Từ hình vẽ, ta có $\Delta\varphi = M_1OM_2 = 120^0 \rightarrow \Delta t = \dfrac{T}{3} = \dfrac{2}{15}\,\text{s}$ → **Đáp án C**

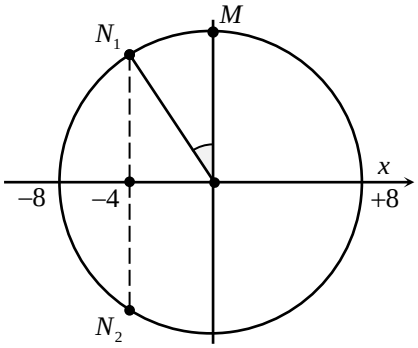
Câu 28: (BXD – 2019) Kích thích cho một con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kì và biên độ dao động của con lắc lần lượt là 0,4 s và 8 cm. Chọn trục Ox thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, gốc thời gian $t = 0$ khi vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Lấy gia tốc rơi tự do $g = 10\,\text{m/s}^2$ và $\pi^2 = 10$. Thời gian ngắn nhất kể từ khi $t = 0$ đến khi lực đàn hồi của lò xo có độ lớn cực tiểu là

A. $\dfrac{7}{30}$ s. **B.** $\dfrac{3}{10}$ s. **C.** $\dfrac{4}{15}$ s. **D.** $\dfrac{1}{30}$ s.

Hướng dẫn:

+ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0 = g\left(\dfrac{T}{2\pi}\right)^2 = 10\left(\dfrac{0,4}{2\pi}\right)^2 = 4\,\text{cm}$.

Biểu diễn dao động của vật trên đường tròn:



- Tại $t = 0$, vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm, tương ứng với điểm M trên đường tròn.
- Lực đàn hồi có độ lớn cực tiểu tại vị trí có li độ $x = -\Delta l_0 = -4\,\text{cm}$. Ta biểu diễn bằng các điểm N_1 và N_2 trên đường tròn.

+ Để thời gian là ngắn nhất thì vật chuyển động trên cung MN_1 tương ứng với góc quét $\Delta\varphi = MON_1 = 30^0$.

→ Thời gian tương ứng $\Delta t = \dfrac{\Delta\varphi}{360^0}T = \dfrac{30^0}{360^0}.0,4 = \dfrac{1}{30}\,\text{s}$ → **Đáp án D**

Câu 29: (BXD – 2019) Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng khối lượng $m = 250\,\text{g}$, lò xo có độ cứng $k = 100\,\text{N/m}$. Đưa vật lên trên theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo dãn 0,5 cm rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10\,\text{m/s}^2$. Tốc độ trung bình của vật trong thời gian từ lúc buông vật đến lúc lò xo dãn 3,5 cm lần thứ 2 là

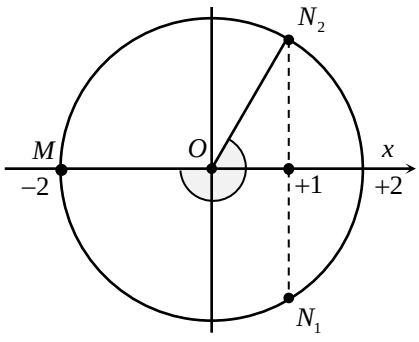
A. 30 cm/s. **B.** 45 cm/s. **C.** 23,9 cm/s. **D.** 24,5 cm/s.

Hướng dẫn:

+ Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0 = \dfrac{mg}{k} = \dfrac{0,25.10}{100} = 2,5\,\text{cm} \rightarrow T = \dfrac{\pi}{10}\,\text{s}$.

→ Đưa vật đến vị trí lò xo giãn 0,5 cm rồi thả nhẹ → lò xo sẽ dao động với biên độ $A = 2\,\text{cm}$.

+ Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống. Biểu diễn dao động của vật trên đường tròn:



- Tại thời điểm thả vật, vật ở vị trí biên âm được biểu diễn bằng điểm M trên đường tròn.
- Vị trí lò xo giãn 3,5 cm có li độ $x = +1\,\text{cm}$, được biểu diễn bằng các điểm N_1 và N_2 trên đường tròn.

+ Lần thứ hai tương ứng với góc quét $\Delta\varphi = MON_2 = 240^0$.

→ thời gian cần tìm $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{360^0}T = \frac{240^0}{360^0}.\frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{15}$ s; quãng đường đi được $S = 2.2 + 1 = 5$ cm.

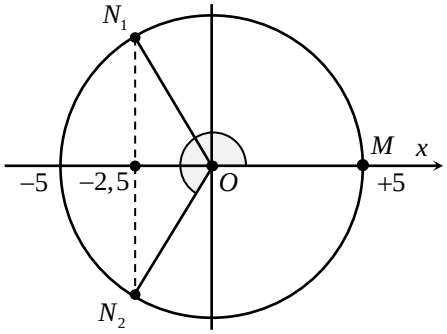
+ Tốc độ trung bình $v_{tb} = \frac{S}{\Delta t} = 23,9$ cm/s → **Đáp án C**

Câu 30: (BXD – 2019) Con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ có khối lượng $m = 250$ g, lò xo có độ cứng $k = 100$ N/m. Kéo vật xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo giãn 7,5 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của vật, chiều dương của trục tọa độ thẳng đứng hướng xuống dưới, gốc thời gian là lúc thả vật, lấy $g = 10$ m/s^2. Thời gian từ lúc thả vật đến thời điểm vật qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ hai là

A. $\frac{\pi}{15}$ s. **B.** $\frac{2\pi}{15}$ s. **C.** $\frac{2\pi}{5}$ s. **D.** $\frac{\pi}{5}$ s.

Hướng dẫn:

+ Chu kì của dao động $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{100}} = \frac{\pi}{10}$ s, độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,25.10}{100} = 2,5$ cm.



→ Kéo vật đến vị trí lò xo giãn 7,5 cm rồi thả nhẹ con lắc sẽ dao động với biên độ $A = 5$ cm từ vị trí biên dương.

+ Biểu diễn dao động của vật trên đường tròn.

- Tại $t = 0$, vật ở vị trí biên dương tương ứng với điểm M trên đường tròn.
- Vị trí lò xo không biến dạng có li độ $x = -\Delta l_0 = -2,5$ cm, tương ứng với các điểm N_1 và N_2.

+ Lần thứ hai lò xo không biến dạng tương ứng với góc quét $MON_2 = 240^0$ → thời gian tương ứng $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{360^0}T = \frac{240^0}{360^0}.\frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{15}$ s → **Đáp án A**