

Câu 1. (2 điểm) Cho 2 biến trở R_1 và R_2 mắc song song với nhau trong mạch điện khi đó điện trở R của mạch lúc này thỏa: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Chứng minh rằng:

$$\left(\frac{\partial}{\partial R_1} - \frac{\partial}{\partial R_2} \right)^2 R = \frac{-2}{R_1 + R_2}$$

Câu 2. (2 điểm) Cho $\vec{F}(x, y) = (3 + 2xy)\vec{i} + (x^2 - 3y^2)\vec{j}$

(a) (1 điểm) Chứng tỏ tồn tại một hàm (thế) f sao cho $\vec{F} = \nabla f$. Tìm hàm f đó

(b) (1 điểm) Tính tích phân đường $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ trong đó C là đường cong cho bởi

$$\vec{r}(t) = e^t \sin t \vec{i} + e^t \cos t \vec{j} \text{ với } 0 \leq t \leq \pi$$

Câu 3. (2 điểm) Tính tích phân mặt: $I = \iiint_S x^3 \sqrt{y^2 + z^2} dy dz$; trong đó S là mặt ngoài của vật thể giới hạn bởi $y^2 + z^2 \leq x^2$ và $0 \leq x \leq 1$

Câu 4 (2 điểm) Mạch RL có điện trở R và độ tự cảm L là hằng số được nối với nguồn điện có hiệu điện thế V không đổi. Theo định luật Ohm, cường độ dòng điện $i(t)$ thỏa mãn phương trình vi phân: $L \frac{di}{dt} + Ri = V$

(a) (1,5 điểm) hãy giải phương trình vi phân trên để tìm cường độ dòng điện theo thời gian $i(t)$. Biết tại thời điểm ban đầu $t=0$, $i(0)=0$

(b) (0,5 điểm) Chứng tỏ rằng khi $t \rightarrow \infty$ cường độ dòng điện đạt giá trị không đổi.

Câu 5. (2 điểm) Giải phương trình vi phân: $y'' + 9y = 4x \sin x$.

-----Hết-----

Lưu ý:

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài.

-Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm