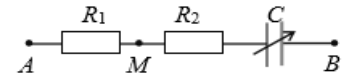


Câu 36 (ĐỀ THAM KHẢO 2019 BGD): Đặt điện áp $u = U_0 \cos \omega t$ (U_0 , ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB như hình bên. Biết $R_1 = 3R_2$. Gọi $\Delta\varphi$ là độ lệch pha giữa u_{AB} và điện áp u_{MB} . Điều chỉnh điện dung của tụ điện đến giá trị mà $\Delta\varphi$ đạt cực đại. Hệ số công suất của đoạn mạch AB lúc này bằng



- A. 0,866. B. 0,333. C. 0,894. D. 0,500.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Chuẩn hóa: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 3R_2 = 3; Z_C = n$.

$$\beta = \Delta\varphi + \varphi.$$

$$\tan(\Delta\varphi + \varphi) = \frac{\tan \Delta\varphi + \tan \varphi}{1 - \tan \Delta\varphi \cdot \tan \varphi} \dots$$

$$n = \frac{\tan \Delta\varphi + \frac{n}{4}}{1 - \frac{n}{4} \tan \Delta\varphi} \Rightarrow \tan \Delta\varphi = \frac{3n}{n^2 + 4} = \frac{3}{n + \frac{4}{n}} \dots$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_{\max} \rightarrow \left(n + \frac{4}{n}\right)_{\min} \Rightarrow n + \frac{4}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{4}{n}} = 4 \dots$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi: } n = \frac{4}{n} \Rightarrow n = 2 \dots$$

$$\cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = \frac{1 + 3}{\sqrt{(1 + 3)^2 + 2^2}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0,4\sqrt{5} = 0,894. \text{ Đáp án C.}$$

$$\text{Cách 2: } \tan \Delta\varphi = \frac{\tan \varphi_{AB} - \tan \varphi_{MB}}{1 + \tan \varphi_{AB} \cdot \tan \varphi_{MB}} = \frac{\frac{-Z_C}{4R_2} - \frac{-Z_C}{R_2}}{1 + \frac{Z_C^2}{4R_2^2}} = \frac{\frac{3Z_C}{R_2}}{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{Z_C}{R_2}\right)^2} = \frac{3}{\frac{1}{X} + \frac{X}{4}}.$$

$$\text{Ta thấy } \tan \Delta\varphi \text{ lớn nhất khi } X=2 \text{ hay } Z_C = 2R_2; \text{ thay vào } \cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = 0,894.$$

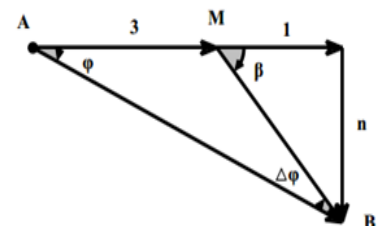
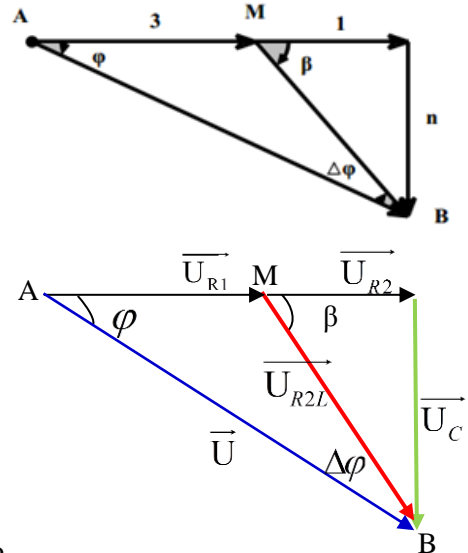
Cách 3: Chuẩn hóa và giản đồ vectơ: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 3R_2 = 3; Z_C = n$.

$$\text{Dùng hàm số sin: } \frac{AM}{\sin \Delta\varphi} = \frac{MB}{\sin \varphi} \Rightarrow \sin \Delta\varphi = \frac{AM}{MB} \sin \varphi = \frac{3 \frac{n}{\sqrt{4^2 + n^2}}}{\sqrt{1 + n^2}} = \frac{3}{\sqrt{n^2 + \frac{16}{n^2} + 17}}$$

$$\Delta\varphi_{\max} \rightarrow \sin \Delta\varphi_{\max} \Rightarrow \left[n^2 + \frac{16}{n^2}\right]_{\min}.$$

Theo bất đẳng thức côsi:

$$n^2 + \frac{16}{n^2} \geq 2\sqrt{n^2 \cdot \frac{16}{n^2}} = 8 \Rightarrow \left[n^2 + \frac{16}{n^2}\right]_{\min} \text{ khi } n = 2.$$



$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{n^2 + 4^2}} = \frac{4}{\sqrt{2^2 \cdot 5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = 0,894427191.$$

Cách 4: Dùng máy tính cầm tay CASIO: Chuẩn hóa: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 3R_2 = 3$.

$$\Delta\varphi = \varphi_{u_{AB/i}} - \varphi_{u_{MB/i}} \text{ với } \begin{cases} \tan \varphi_{u_{AB/i}} = \frac{Z_C}{4} \\ \tan \varphi_{u_{MB/i}} = \frac{Z_C}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_{u_{AB/i}} = \tan^{-1}\left(\frac{Z_C}{4}\right) \\ \varphi_{u_{MB/i}} = \tan^{-1}\left(\frac{Z_C}{1}\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{Z_C}{4}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{Z_C}{1}\right).$$

Bấm MODE 7: Z_C là biến chạy X

$$\text{Nhập } \Delta\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{Z_C}{4}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{Z_C}{1}\right) = \text{Start? } 1,5 = \text{End? } 2,5 = \text{Step? } 0,1 =.$$

-Ta thấy $Z_C = 2 \Rightarrow \Delta\varphi_{\max} = -0,643$.

$$\text{Hệ số công suất: } \cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = 0,894.$$

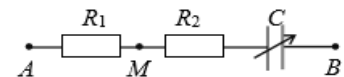
Hoặc: **MODE 7:** Z_C là biến chạy X (giá trị âm vì trước Z_C có dấu trừ)

$$\text{Nhập } \Delta\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{Z_C}{4}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{Z_C}{1}\right) = \text{Start? } -2,5 = \text{End? } -1,5 = \text{Step? } 0,1 =.$$

-Ta thấy $Z_C = -2 \Rightarrow \Delta\varphi_{\max} = 0,6435$.

$$\text{Hệ số công suất: } \cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = 0,894.$$

Câu 37 (Đề THPT Trần Cao Vân 2019): Đặt điện áp $u = U_0 \cos \omega t$ (U_0 , ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB như hình bên. Biết $R_1 = 2R_2$. Gọi $\Delta\varphi$ là độ lệch pha giữa u_{AB} và điện áp u_{MB} . Điều chỉnh điện dung của tụ điện đến giá trị mà $\Delta\varphi$ đạt cực đại. Hệ số công suất của đoạn mạch AB lúc này bằng



- A. 0,924. B. 0,707. C. 0,866. D. 0,500.

Hướng dẫn giải:

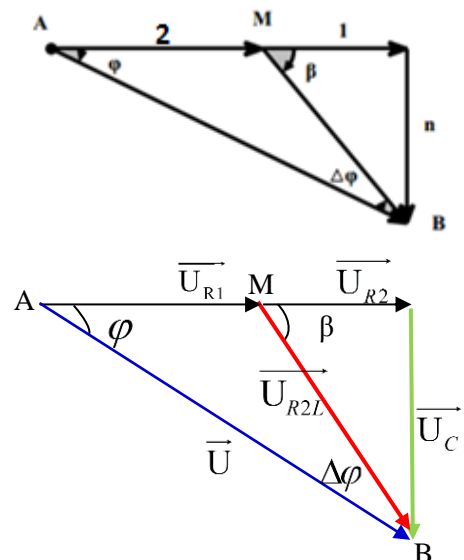
Cách 1: Chuẩn hóa: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 2R_2 = 2; Z_C = n$.

$$\beta = \Delta\varphi + \varphi.$$

$$\tan(\Delta\varphi + \varphi) = \frac{\tan \Delta\varphi + \tan \varphi}{1 - \tan \Delta\varphi \cdot \tan \varphi} ..$$

$$n = \frac{\tan \Delta\varphi + \frac{n}{3}}{1 - \frac{n}{3} \tan \Delta\varphi} \Rightarrow \tan \Delta\varphi = \frac{2n}{n^2 + 3} = \frac{2}{n + \frac{3}{n}}.$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_{\max} \rightarrow \left(n + \frac{3}{n}\right)_{\min} \Rightarrow n + \frac{3}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{3}{n}} = 2\sqrt{3}.$$



Dấu bằng xảy ra khi: $n = \frac{3}{n} \Rightarrow n = \sqrt{3}$.

$$\cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = \frac{1 + 2}{\sqrt{(1 + 2)^2 + \sqrt{3}^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \dots \text{Đáp án C.}$$

$$\text{Cách 2: } \tan \Delta \varphi = \frac{\tan \varphi_{MB} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{MB} \cdot \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R_2} - \frac{Z_L}{3R_2}}{1 + \frac{Z_L^2}{3R_2^2}} = \frac{\frac{2Z_L}{3R_2}}{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{Z_L}{R_2} \right)^2} = \frac{3}{\frac{3}{X} + X}; X = \frac{Z_L}{R_2}$$

Ta thấy $\tan \Delta \varphi$ lớn nhất khi $X = \sqrt{3}$ hay $Z_C = \sqrt{3}R_2$.

$$\text{thay vào } \cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = \frac{3R_2}{\sqrt{(3R_2)^2 + 3R_2^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866 \dots \text{Đáp án C}$$

Cách 3: Chuẩn hóa và giản đồ vector: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 2R_2 = 2; Z_C = n$.

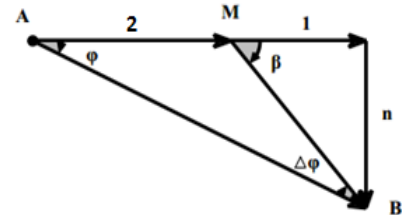
$$\text{Dùng hàm số sin: } \frac{AM}{\sin \Delta \varphi} = \frac{MB}{\sin \varphi} \Rightarrow \sin \Delta \varphi = \frac{AM}{MB} \sin \varphi = \frac{2 \frac{n}{\sqrt{3^2 + n^2}}}{\sqrt{1 + n^2}} = \frac{2}{\sqrt{n^2 + \frac{9}{n^2} + 10}}$$

$$\Delta \varphi_{\max} \rightarrow \sin \Delta \varphi_{\max} \Rightarrow \left[n^2 + \frac{9}{n^2} \right]_{\min}$$

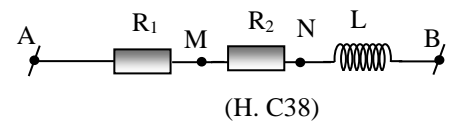
Theo bất đẳng thức côsi:

$$n^2 + \frac{9}{n^2} \geq 2\sqrt{n^2 \frac{9}{n^2}} = 6 \Rightarrow \left[n^2 + \frac{9}{n^2} \right]_{\min} \text{ khi } n = \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{n^2 + 3^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866.$$



Câu 38 (Đề THPT Trần Cao Vân 2019): Đặt điện áp $u = U_0 \cos \omega t$ (U_0, ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB như hình bên. Biết $R_1 = 2R_2$. Gọi $\Delta \varphi$ là độ lệch pha giữa u_{MB} và điện áp u_{AB} . Điều chỉnh hệ số tự cảm của cuộn dây đến giá trị mà $\Delta \varphi$ đạt cực đại. Hệ số công suất của đoạn mạch AB lúc này bằng

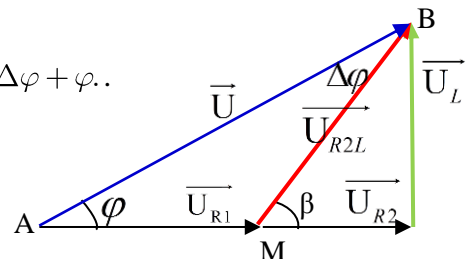


- A. 0,924. B. 0,707. C. 0,866. D. 0,500.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Chuẩn hóa: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 2R_2 = 2; Z_L = n. \beta = \Delta \varphi + \varphi.$

$$\tan(\Delta \varphi + \varphi) = \frac{\tan \Delta \varphi + \tan \varphi}{1 - \tan \Delta \varphi \cdot \tan \varphi}.$$



$$n = \frac{\tan \Delta\varphi + \frac{n}{3}}{1 - \frac{n}{3} \tan \Delta\varphi} \Rightarrow \tan \Delta\varphi = \frac{2n}{n^2 + 3} = \frac{2}{n + \frac{3}{n}}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_{\max} \rightarrow (n + \frac{3}{n})_{\min} \Rightarrow n + \frac{3}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{3}{n}} = 2\sqrt{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi: $n = \frac{3}{n} \Rightarrow n = \sqrt{3}.$

$$\cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = \frac{1 + 2}{\sqrt{(1 + 2)^2 + \sqrt{3}^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \dots \text{Đáp án C.}$$

$$\text{Cách 2: } \tan \Delta\varphi = \frac{\tan \varphi_{MB} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{MB} \cdot \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R_2} - \frac{Z_L}{3R_2}}{1 + \frac{Z_L^2}{3R_2^2}} = \frac{\frac{2Z_L}{3R_2}}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{Z_L}{R_2}\right)^2} = \frac{3}{\frac{3}{X} + X} \therefore X = \frac{Z_L}{R_2}$$

Ta thấy $\tan \Delta\varphi$ lớn nhất khi $X = \sqrt{3}$ hay $Z_C = \sqrt{3}R_2$,

$$\text{thay vào } \cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = \frac{3R_2}{\sqrt{(3R_2)^2 + 3R_2^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866 \dots \text{Đáp án C.}$$

Cách 3: Chuẩn hóa và giản đồ vectơ: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 2R_2 = 2; Z_C = n$.

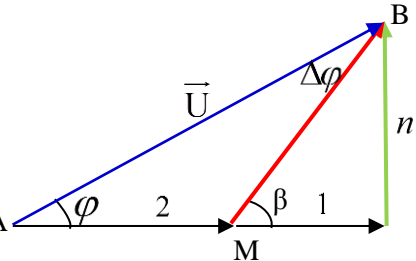
$$\text{Dùng hàm số sin: } \frac{AM}{\sin \Delta\varphi} = \frac{MB}{\sin \varphi} \Rightarrow \sin \Delta\varphi = \frac{AM}{MB} \sin \varphi = \frac{2 \cdot \frac{n}{\sqrt{3^2 + n^2}}}{\sqrt{1 + n^2}} = \frac{2}{\sqrt{n^2 + \frac{9}{n^2} + 10}}$$

$$\Delta\varphi_{\max} \rightarrow \sin \Delta\varphi_{\max} \Rightarrow \left[n^2 + \frac{9}{n^2} \right]_{\min}$$

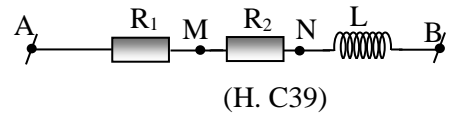
Theo bất đẳng thức côsi:

$$n^2 + \frac{9}{n^2} \geq 2\sqrt{n^2 \cdot \frac{9}{n^2}} = 6 \Rightarrow \left[n^2 + \frac{9}{n^2} \right]_{\min} \text{ khi } n = \sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{n^2 + 3^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866.$$



Câu 39(Đề THPT Trần Cao Vân 2019): Đặt điện áp $u = U_0 \cos \omega t$ (U_0, ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB như hình bên. Biết $R_1 = 3R_2$. Gọi $\Delta\varphi$ là độ lệch pha giữa u_{MB} và điện áp u_{AB} . Điều chỉnh hệ số tự cảm của cuộn dây đến giá trị mà $\Delta\varphi$ đạt cực đại. Hệ số công suất của đoạn mạch AB lúc này bằng

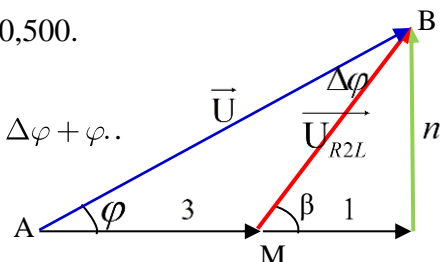


- A. 0,866. B. 0,707. C. 0,894. D. 0,500.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Chuẩn hóa: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 3R_2 = 3; Z_C = n. \beta = \Delta\varphi + \varphi.$

$$\tan(\Delta\varphi + \varphi) = \frac{\tan \Delta\varphi + \tan \varphi}{1 - \tan \Delta\varphi \cdot \tan \varphi}.$$



$$n = \frac{\tan \Delta\varphi + \frac{n}{4}}{1 - \frac{n}{4} \tan \Delta\varphi} \Rightarrow \tan \Delta\varphi = \frac{3n}{n^2 + 4} = \frac{3}{n + \frac{4}{n}} \dots$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi_{\max} \rightarrow \left(n + \frac{4}{n}\right)_{\min} \Rightarrow n + \frac{4}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{4}{n}} = 4. \text{ Dấu bằng xảy ra khi: } n = \frac{4}{n} \Rightarrow n = 2.$$

$$\cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = \frac{1 + 3}{\sqrt{(1 + 3)^2 + 2^2}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0,4\sqrt{5} = 0,894. \text{ Đáp án C.}$$

$$\text{Cách 2: } \tan \Delta\varphi = \frac{\tan \varphi_{MB} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{MB} \cdot \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R_2} - \frac{Z_L}{4R_2}}{1 + \frac{Z_L^2}{4R_2^2}} = \frac{\frac{3Z_L}{4R_2}}{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{Z_L}{R_2}\right)^2} = \frac{3}{\frac{4}{X} + X} \dots;$$

Ta thấy $\tan \Delta\varphi$ lớn nhất khi $X=2$ hay $Z_C = 2R_2$, ; thay vào $\cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + Z_C^2}} = 0,894.$

Cách 3: Chuẩn hóa và giản đồ vector: $R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = 3R_2 = 3; Z_C = n.$

Dùng hàm số sin: $\frac{AM}{\sin \Delta\varphi} = \frac{MB}{\sin \varphi} \Rightarrow \sin \Delta\varphi = \frac{AM}{MB} \sin \varphi = \frac{3 \frac{n}{\sqrt{4^2 + n^2}}}{\sqrt{1 + n^2}} = \frac{3}{\sqrt{n^2 + \frac{16}{n^2} + 17}}$

$$\Delta\varphi_{\max} \rightarrow \sin \Delta\varphi_{\max} \Rightarrow \left[n^2 + \frac{16}{n^2}\right]_{\min}.$$

Theo bất đẳng thức côsi:

$$n^2 + \frac{16}{n^2} \geq 2\sqrt{n^2 \cdot \frac{16}{n^2}} = 8 \Rightarrow \left[n^2 + \frac{16}{n^2}\right]_{\min} \text{ khi } n = 2.$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{n^2 + 4^2}} = \frac{4}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = 0,894427191.$$

