

**CHỦ ĐỀ 14**  
**CỰC TRỊ ĐIỆN XOAY CHIỀU LIÊN QUAN ĐẾN ĐIỆN ÁP**

**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT CƠ BẢN**

**MỘT SỐ KIẾN THỨC TOÁN HỌC CẦN VẬN DỤNG KHI GẶP CÁC DẠNG BÀI TÌM CỰC TRỊ**

**1. Phương pháp 1:** Dùng bất đẳng thức Cô-si

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương  $a, b$ :  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

$$\text{đẳng thức xảy ra khi } a = b \Rightarrow \begin{cases} (a+b)_{\min} = \sqrt{ab} \\ (\sqrt{ab})_{\max} = \frac{a+b}{2} \end{cases}$$

Lưu ý: Áp dụng: + Tích không đổi khi tổng nhỏ nhất.  
+ Tổng không đổi khi tích lớn nhất.

**2. Phương pháp 2:**

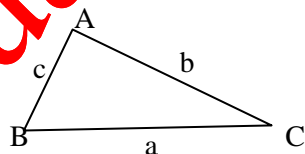
+ Định lí hàm số sin trong tam giác:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

+ Định lí hàm số cosin trong tam giác:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\begin{cases} (\cos \alpha)_{\max} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 0 \\ (\sin \alpha)_{\max} = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

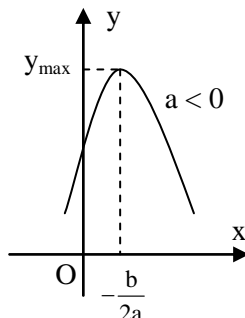
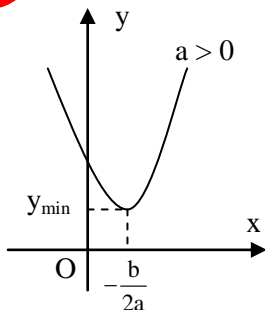


**3. Phương pháp 3:** Dựa vào hàm số bậc 2:  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

+ Nếu  $a > 0$  thì đỉnh Parabol  $x = -\frac{a}{2b}$  có  $y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

+ Nếu  $a < 0$  thì đỉnh Parabol  $x = -\frac{a}{2b}$  có  $y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

+ Đồ thị:

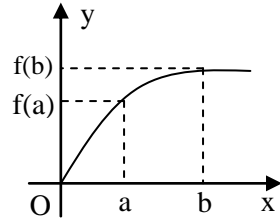


#### 4. Phương pháp 4: Dùng đạo hàm

Nội dung:

- + Hàm số  $y = f(x)$  có cực trị khi  $f'(x) = 0$
- + Giải phương trình  $f'(x) = 0$
- + Lập bảng biến thiên tìm cực trị
- + Vẽ đồ thị nếu bài toán yêu cầu khảo sát sự biến

thiên.



Ngoài các phương pháp trên còn có một số phương pháp khác để khảo sát max, min của một đại lượng vật lí. Tùy theo biểu thức của đại lượng vật lí có dạng hàm nào mà áp dụng bài toán để giải. Có những hàm số không có cực trị, chỉ có tính đồng biến hay nghịch biến ta tìm được max, min trong miền nào đó.

Trong đoạn  $[a, b]$ :  $f(b)_{\max}$  khi  $x = b$

$f(a)_{\min}$  khi  $x = a$

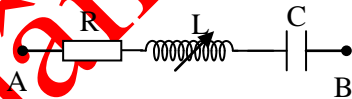
#### I. Sự thay đổi L trong mạch RLC mắc nối tiếp với cuộn dây thuần cảm.

Xét mạch điện xoay chiều có hiệu hiệu thế hai

đầu ổn định:  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$ . L là một cuộn

dây thuần cảm có giá trị thay đổi, R và C không

đổi.



##### 1. Khảo sát sự biến thiên của công suất theo cảm kháng $Z_L$

Ta có công suất toàn mạch là:  $P = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ , với R, C là các hằng số, nên

công suất của mạch là một hàm số theo biến số  $Z_L$

Đạo hàm của P theo biến số  $Z_L$  ta có:

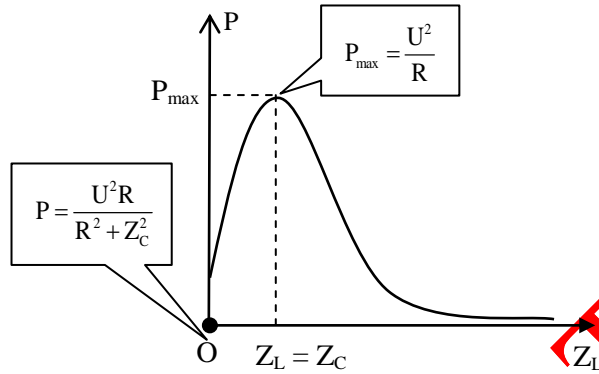
$$P'(Z_L) = \frac{2RU^2(Z_C - Z_L)}{[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]^2} \Rightarrow P'(Z_L) = 0 \text{ khi } Z_L = Z_C$$

Bảng biến thiên

$Z_L$	$-\infty$	0	$Z_L = Z_C$	$+\infty$
$P'(Z_L)$		-	0	+
$P(Z_L)$			$P_{\max} = \frac{U^2}{R}$	

$P = R \frac{U^2}{R^2 + Z_C^2}$ 
↗
↘
 $U$

Đồ thị của công suất theo  $Z_L$ :



Nhận xét đồ thị:

+ Có hai giá trị của cảm kháng cho cùng một giá trị công suất

+ Công suất của mạch cực đại khi  $Z_L = Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$ , với  $Z_{L_1}; Z_{L_2}$  là hai giá trị của cảm kháng cho cùng một giá trị công suất.

**Kết luận:** Từ việc khảo sát sự biến thiên sự thay đổi công suất vào giá trị của  $Z_L$  sẽ cho phép định tính được sự tăng hay giảm của  $P$  theo  $Z_L$ . Từ đó ta có thể tiên đoán được sự thay đổi của công suất theo giá trị của  $Z_L$  trong một số bài toán.

## 2. Có hai giá trị $L_1 \neq L_2$ cho cùng giá trị công suất

Vì có hai giá trị của cảm kháng cho cùng giá trị công suất nên:

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2} = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}$$

Khai triển biểu thức trên ta thu được:

$$(Z_{L_1} - Z_C)^2 = (Z_{L_2} - Z_C)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} Z_{L_1} - Z_C = Z_{L_2} - Z_C & (\text{loại}) \\ Z_{L_1} - Z_C = -(Z_{L_2} - Z_C) & (\text{nhận}) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \Leftrightarrow L_1 + L_2 = \frac{2}{\omega^2 C}$$

## 3. Giá trị $Z_L$ để hiệu điện thế $U_{L_{\max}}$

**Phương pháp 1:** Dùng phương pháp đại số - Lấy cực trị là tọa độ đỉnh.

$$\text{Ta có: } U_L = I Z_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}$$

Chia cả tử và mẫu cho  $Z_L$  và rút gọn ta được:

$$U_L = \frac{U}{\sqrt{\left(R^2 + Z_C^2\right) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Đề  $Z_{L\max} \Leftrightarrow y_{\min}$ .

Đặt  $x = \frac{1}{Z_L}$ , ta có hàm  $y = ax^2 + bx + 1$  với  $\begin{cases} a = R^2 + Z_C^2 \\ b = -2Z_C \end{cases}$  (\*)

Vì  $a > 0$  nên  $y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$  khi  $x = -\frac{b}{2a}$  (\*\*)

Thay  $a, b$  ở (\*) vào (\*\*) ta được:

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow L = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega Z_C}$$

$$\text{và } y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{R^2}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_C}{Z_L}}}$$

**Phương pháp 2:** Dùng phương pháp đạo hàm, khảo sát  $U_L$  theo  $Z_L$ .

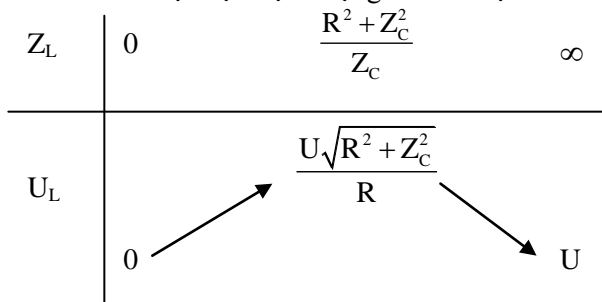
$$\text{Ta có: } U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(R^2 + Z_C^2\right) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

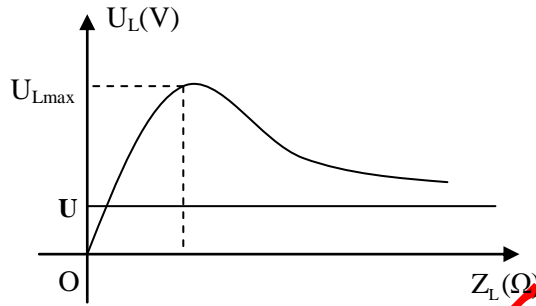
Nhận thấy  $U_{L\max} \Leftrightarrow y_{\min}$  và  $U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}}$  với  $y = \left(R^2 + Z_C^2\right) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1$

Khảo sát hàm số  $y$ : Ta có:  $y = 2\left(R^2 + Z_C^2\right) \frac{1}{Z_L} - 2Z_C$ .

$$y' = 0 \Rightarrow 2\left(R^2 + Z_C^2\right) \frac{1}{Z_L} - 2Z_C = 0 \Rightarrow \frac{1}{Z_L} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}$$

Lập bảng biến thiên ta sẽ thu được cực trị và dạng của đồ thị:





$$\Rightarrow y_{\min} \text{ khi } \frac{1}{Z_L} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$$

$$\text{Khi đó: } U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_C}{Z_L}}}$$

**Phương pháp 3:** Dùng giản đồ vector rồi dựa vào phép tính hình học để khảo sát

Ta có:  $\vec{u}_{AB} = \vec{u}_{AM} + \vec{u}_{MN} + \vec{u}_{NB}$

Hay dạng vector:  $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MN} + \vec{U}_{NB}$

Theo cách vẽ các vector nối tiếp nhau, theo giản đồ

$$\text{này ta có: } \begin{cases} AB = U_{AB} = U \\ AM = U_R \\ MN = AK = U_L \\ NB = U_C \end{cases}$$

Áp dụng định lí hàm số sin trong  $\Delta ABK$  ta có:

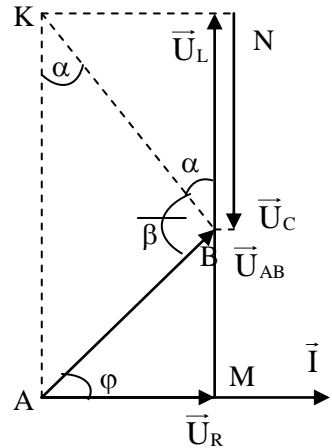
$$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AK}{\sin \beta} \Leftrightarrow \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_L}{\sin \beta} \Rightarrow U_L = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} U$$

Trong  $\Delta KBN$  vuông tại N ta có:

$$\sin \alpha = \frac{KN}{KB} = \frac{U_R}{U_{RC}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

$$\text{Nên } U_L = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} U = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \cdot \sin \beta$$

Lúc này ta thấy  $U_L$  chỉ phụ thuộc vào  $\sin \beta$ .



Vậy nên khi  $\sin \beta = 1$  thì:  $U_L = U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_C}{Z_L}}}$

và khi  $\sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \varphi$ .

$\Rightarrow \tan \alpha = \tan \varphi \Rightarrow \frac{R}{Z_C} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ .

Chú ý: Khi  $U_L = U_{L_{\max}}$ , theo phương pháp giản đồ vector nêu trên, điện áp giữa các phần tử có mối liên hệ:  $U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2$

**Tóm lại:**

+ Khi  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$  thì  $U_{L_{\max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

+ Khi  $U_{L_{\max}}$  thì hiệu điện thế tức thời ở hai đầu mạch luôn nhanh pha hơn  $u_{RC}$  một góc  $90^\circ$ .

**4. Có hai giá trị  $L_1 \neq L_2$  cho cùng giá trị  $U_L$ , giá trị  $L$  để  $U_{L_{\max}}$  tính theo  $L_1$  và  $L_2$ .**

Khi có hai giá trị của  $L$  cho cùng một giá trị hiệu điện thế:

$$U_{L_1} = U_{L_2} \Leftrightarrow Z_{L_1} I_1 = Z_{L_2} I_2 \Leftrightarrow \frac{Z_{L_1}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{Z_{L_2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}}$$

Bình phương và khai triển biểu thức trên ta thu được:

$$\frac{Z_{L_1}^2}{R^2 + Z_C^2 + Z_{L_1}^2 - 2Z_{L_1}Z_C} = \frac{Z_{L_2}^2}{R^2 + Z_C^2 + Z_{L_2}^2 - 2Z_{L_2}Z_C}$$

Theo kết quả phần trên khi hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây cực đại thì  $Z_L Z_C = R^2 + Z_C^2$  với giá trị  $Z_L$  là giá trị làm cho  $U_{L_{\max}}$ .

Thay vào biểu thức trên:

$$\frac{Z_{L_1}^2}{Z_L Z_C + Z_{L_1}^2 - 2Z_{L_1}Z_C} = \frac{Z_{L_2}^2}{Z_L Z_C + Z_{L_2}^2 - 2Z_{L_2}Z_C}$$

$$\Leftrightarrow (Z_{L_1}^2 - Z_{L_2}^2)Z_L = 2Z_{L_1}Z_{L_2}(Z_{L_1} - Z_{L_2})$$

Vì  $L_1 \neq L_2$  nên đơn giản biểu thức trên ta thu được:

$$Z_L = \frac{2Z_{L_1}Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}} \Leftrightarrow L = \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2} \text{ với giá } L \text{ là giá trị cho } U_{L_{\max}}.$$

Chú ý:

- Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  mà công suất  $P$  (hoặc cường độ hiệu dụng  $I$ ) không đổi thì ta có  $Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$

- Khi  $U_L$  cực đại thì ta có  $(U_L)_{\max}^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2$

- Khi  $U_L$  cực đại thì điện áp hai đầu đoạn mạch  $RC$  vuông pha với điện áp  $u$  của hai đầu mạch.

- Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  mà  $U_L$  không đổi, đồng thời khi  $L = L_0$  mà  $U_L$  đạt cực đại thì ta có hệ thức liên hệ giữa các đại lượng là  $\frac{2}{L_0} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$  (\*).

Chứng minh (\*):

$$U_{L_1} = U_{L_2} \Leftrightarrow I_1 Z_{L_1} = I_2 Z_{L_2} \Leftrightarrow \frac{Z_{L_1}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{Z_{L_2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow R^2 (Z_{L_1}^2 - Z_{L_2}^2) = Z_{L_2}^2 (Z_{L_1} - Z_C)^2 - Z_{L_1}^2 (Z_{L_2} - Z_C)^2$$

$$\Leftrightarrow R^2 (Z_{L_1} - Z_{L_2})(Z_{L_1} + Z_{L_2})$$

$$= [Z_{L_2}(Z_{L_1} - Z_C) - Z_{L_1}(Z_{L_2} - Z_C)] [Z_{L_2}(Z_{L_1} - Z_C) + Z_{L_1}(Z_{L_2} - Z_C)]$$

$$\Leftrightarrow R^2 (Z_{L_1} - Z_{L_2})(Z_{L_1} + Z_{L_2}) = Z_C (Z_{L_1} - Z_{L_2}) [2Z_{L_1} Z_{L_2} - Z_C (Z_{L_1} + Z_{L_2})]$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \frac{Z_C (Z_{L_1} - Z_{L_2}) [2Z_{L_1} Z_{L_2} - Z_C (Z_{L_1} + Z_{L_2})]}{(Z_{L_1} - Z_{L_2})(Z_{L_1} + Z_{L_2})}$$

$$= \frac{Z_C [2Z_{L_1} Z_{L_2} - Z_C (Z_{L_1} + Z_{L_2})]}{(Z_{L_1} + Z_{L_2})}$$

$$\Leftrightarrow R^2 = Z_C \left( \frac{2Z_{L_1} Z_{L_2}}{(Z_{L_1} + Z_{L_2})} - Z_C \right) \Leftrightarrow R^2 + Z_C^2 = Z_C \frac{2Z_{L_1} Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}}$$

Từ đó ta được  $\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{2Z_{L_1} Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}}$

$$\text{Khi } L = L_0 \text{ mà } U_L \text{ đạt cực đại thì } Z_{L_0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow Z_{L_0} = \frac{2Z_{L_1} Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Z_{L_0}} = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2Z_{L_1} Z_{L_2}} \Leftrightarrow \frac{2}{Z_{L_0}} = \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \Leftrightarrow \frac{2}{L_0} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

### 5. Giá trị $Z_L$ để hiệu điện thế $U_{RL\max}$

Khi R và L mắc nối tiếp nhau thì:

$$U_{RL} = I\sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Đặt  $y = \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}$ , ta có  $U_{RL\max} \Leftrightarrow y_{\min} = \left( \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2} \right)_{\min}$ .

Đạo hàm của y theo biến số  $Z_L$  ta thu được:

$$y'(Z_L) = \frac{2(Z_L - Z_C)(R^2 + Z_L^2) - 2Z_L[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]}{(R^2 + Z_L^2)^2}$$

$$\Rightarrow y'(Z_L) = \frac{Z_C Z_L^2 - Z_C^2 Z_L - Z_C R^2}{(R^2 + Z_L^2)^2}$$

Cho  $y'(Z_L) = 0$  ta có:  $Z_C Z_L^2 - Z_C^2 Z_L - Z_C R^2 = 0$ . Nghiệm của phương trình bậc hai

này là: 
$$\begin{cases} Z_{L_1} = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2} = Z_L > 0 \\ Z_{L_2} = \frac{Z_C - \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2} < 0 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta có:

$Z_L$	0	$Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2}$	$+\infty$
$y'(Z_L)$	-	0	+
$y(Z_L)$		$\left( \frac{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}{2R} \right)^2$	

Từ bảng biến thiên ta được  $y_{\min} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2}$

Thay giá trị của  $Z_L$  ta được

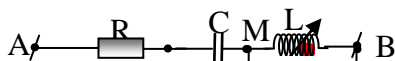
$$y_{\min} = \frac{4R^2}{4R^2 + 2Z_C^2 + 2Z_C\sqrt{Z_C^2 + 4R^2}} = \frac{4R^2}{(\sqrt{Z_C^2 + 4R^2} - Z_C)^2}$$



$$\text{Suy ra: } U_{RL \max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} = \frac{2UR}{\sqrt{Z_C^2 + 4R^2 - Z_C}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_C}{Z_L}}}$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1:** Cho mạch điện như hình vẽ. Điện áp giữa hai đầu AB có biểu thức  $u = 200\cos 100\pi t$  (V). Cuộn dây thuần cảm có L thay đổi được, điện trở  $R = 100\Omega$ ,



tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F. Xác định L sao cho điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và B đạt giá trị cực đại, tính hệ số công suất của mạch điện khi đó.

*Hướng dẫn giải:*

$$\text{Dung kháng: } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega.$$

**Cách giải 1:** Phương pháp đạo hàm

$$\text{Ta có: } U_{MB} = IZ_L = \frac{U_{AB}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} Z_L = \frac{U_{AB}}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{y}}$$

$$\text{Nhận thấy } U_{L \max} \Leftrightarrow y_{\min} \text{ và } U_{L \max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}}$$

$$\text{với } y = (R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1 = (R^2 + Z_C^2)x^2 - 2Z_Cx + 1 \text{ (với } x = \frac{1}{Z_L} \text{)}$$

Khảo sát hàm số y: Ta có:  $y' = 2(R^2 + Z_C^2)x - 2Z_C$ .

$$y' = 0 \Rightarrow 2(R^2 + Z_C^2)x - 2Z_C = 0 \Rightarrow x = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}$$

x	0	$\frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Bảng biến thiên:

$$\Rightarrow y_{\min} \text{ khi } x = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \text{ hay}$$

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi} \text{ H.}$$

$$\text{Hệ số } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + (200 - 100)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Cách giải 2:** Phương pháp dùng tam thức bậc hai

Ta có:

$$U_{MB} = IZ_L = \frac{U_{AB}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} Z_L = \frac{U_{AB}}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) - \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } y = (R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1 = ax^2 - bx + 1 \text{ (với } \begin{cases} x = \frac{1}{Z_L} \\ a = R^2 + Z_C^2 \\ b = -2Z_C \end{cases})$$

$U_{MB \max}$  khi  $y_{\min}$ : Vì  $a = R^2 + Z_C^2 > 0$  nên tam thức bậc hai đạt cực tiểu khi

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ hay}$$

$$\frac{1}{Z_L} = -\frac{-2Z_C}{2(R^2 + Z_C^2)} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi} \text{ H.}$$

Hệ số công suất:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{100}{\sqrt{100^2 + (200 - 100)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Cách giải 3:** Phương pháp dùng giản đồ Fre-nen.

$$\text{Đặt } \begin{cases} \vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C \\ \vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_C \end{cases}$$

Ta có:

$$\tan \varphi_1 = \frac{U_C}{U_R} = \frac{Z_C}{R} = \frac{100}{100} = 1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Vì } \alpha + \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

Xét tam giác OPQ và đặt  $\beta = \varphi + \varphi_1$ .

Theo định lý hàm số sin, ta có:

$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_L}{\sin \beta} \Rightarrow U_L = \frac{U}{\sin \alpha} \sin \beta$$

Vì U và  $\sin \alpha = \frac{U_R}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$  không đổi nên  $U_{L_{\max}}$  khi  $\sin \beta$  cực đại hay

$$\sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Vì } \beta = \varphi + \varphi_1 \Rightarrow \varphi = \beta - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Hệ số công suất: } \cos \varphi = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Mặt khác

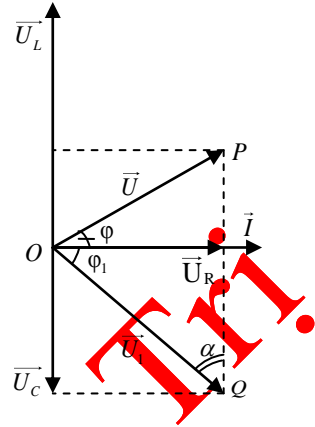
$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 \Rightarrow Z_L = Z_C + R = 200\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi} \text{ H}.$$

$$\text{Dung kháng: } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\Omega.$$

**Câu 2 (THPT Chuyên ĐHSPT Hà Nội lần 7 – 2015):** Mạch điện AB gồm R, L, C nối tiếp,  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V). Chỉ có L thay đổi được. Khi L thay đổi từ  $L = L_1 =$

$$\frac{1}{C\omega^2} \text{ đến } L = L_2 = \frac{\omega^2 C^2 R^2 + 1}{\omega^2 C} \text{ thì:}$$

- A. cường độ dòng điện luôn tăng
- B. tổng trở của mạch luôn giảm
- C. hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm luôn tăng
- D. hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai bản tụ luôn tăng



**Hướng dẫn giải:**

Khi L thay đổi từ  $L = L_1 = \frac{1}{C\omega^2} \Rightarrow Z_{L1} = Z_C$  : Cộng hưởng

Khi L thay đổi từ  $L = L_2 = \frac{\omega^2 C^2 R^2 + 1}{\omega^2 C} \Rightarrow Z_{L2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ .

Chọn đáp án C

**Câu 3:** Mạch điện xoay chiều gồm 3 phần tử R, L, C trong đó L thuần cảm thay đổi được có hiệu điện thế dụng hai đầu mạch không đổi. Khi chỉnh L đến giá trị  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì mạch có cùng hiệu điện thế dụng hai đầu cuộn cảm như nhau. Vậy khi chỉnh  $L = L_3$  ta được mạch có hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm cực đại. Mỗi quan hệ giữa  $L_1, L_2, L_3$  là:

- A.  $L_3 = \sqrt{L_1 L_2}$       B.  $\frac{1}{L_3^2} = \frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{L_2^2}$   
C.  $\frac{2}{L_3} = \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_1}$       D.  $\frac{2}{L_3^2} = \frac{1}{L_2^2} + \frac{1}{L_1^2}$

**Hướng dẫn giải:**

Khi chỉnh L đến  $L = L_3$  thì  $U_L$  cực đại suy ra  $Z_{L3} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$

Khi chỉnh L đến 2 giá trị  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_L$  như nhau không đổi vậy ta có:

$U_{L1} = U_{L2} \Leftrightarrow I_1 \cdot Z_{L1} = I_2 \cdot Z_{L2} \Leftrightarrow \frac{Z_{L1}}{Z_1} = \frac{Z_{L2}}{Z_2}$ , bình phương quy đồng ta được:

$$\Rightarrow Z_{L1}^2 \left[ R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2 \right] = Z_{L2}^2 \left[ R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2 \right]$$

Biến đổi biểu thức ta được:

$$\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{2 \cdot Z_{L1} Z_{L2}}{Z_{L1} + Z_{L2}} \Rightarrow Z_{L3} = \frac{2 \cdot Z_{L1} Z_{L2}}{Z_{L1} + Z_{L2}} \Rightarrow \frac{2}{Z_{L3}} = \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} \Rightarrow \frac{2}{L_3} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}.$$

Chú ý: Khảo sát và tính toán tương tự với C ta có  $C_3 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2)$

**Câu 4:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp theo thứ tự R, L, C trong đó cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Thay đổi L người ta thấy khi  $L = L_1 = \frac{5}{\pi} H$  và khi  $L = L_2 = \frac{1}{2\pi} H$  thì cường độ dòng điện trên đoạn mạch trong hai trường hợp là như nhau. Để công suất tiêu thụ của mạch đạt cực đại thì L có giá trị:

- A.  $\frac{11}{\pi} H$       B.  $\frac{11}{4\pi} H$       C.  $\frac{11}{2\pi} H$       D.  $\frac{11}{3\pi} H$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Ta có:

$$I_1 = I_2 \Leftrightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow (Z_{L_1} - Z_C)^2 = (Z_{L_2} - Z_C)^2$$

Vì  $Z_{L_1} \neq Z_{L_2}$  nên  $Z_{L_1} - Z_C = -(Z_{L_2} - Z_C) \Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$  (1)

Khi  $P = P_{\max}$  thì mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện  $\Rightarrow Z_L = Z_C$  (2)

Từ (1) và (2) ta được:  $Z_L = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \Rightarrow L = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{\frac{5}{\pi} + \frac{1}{2\pi}}{2} = \frac{11}{4\pi} \text{ H}$

Chọn đáp án B

**Cách giải 2:** Ngoại trừ R biến thiên, còn với các trường hợp L và C hay  $\omega$  mà cho cùng I, P, ... thì điều tương tự nhau, vì vậy, mặc dù bài toán cho hai giá trị của L cho cùng I nhưng tìm L để  $P_{\max}$  thì ta chỉ cần giải một trong hai trường hợp sau:

+ Có hai giá trị của L cho cùng I, tìm L để  $P_{\max}$ .

+ Có hai giá trị của L cho cùng P, tìm L để  $P_{\max}$ .

Ta sẽ giải bài toán này trong trường hợp thứ nhất.

Ta có:  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{Z_L^2 - 2Z_L Z_C + R^2 + Z_C^2}}$

Nhận thấy, I phụ thuộc kiểu hàm bậc hai theo  $Z_L$ , vì vậy phải có mối quan hệ hàm

bậc hai:  $x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  tức là

$$Z_L = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \Rightarrow L = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{\frac{5}{\pi} + \frac{1}{2\pi}}{2} = \frac{11}{4\pi} \text{ H}.$$

Chọn đáp án B

Chú ý:

1. Mạch RLC có C biến đổi cho hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$

a. Có hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  cho độ lệch pha giữa dòng điện và hiệu điện thế trong hai trường hợp là như nhau.

Từ  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2 = R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2$

$$\Rightarrow Z_L - Z_{C_1} = -(Z_L - Z_{C_2})$$

b. Ngoài ra, khi gặp bài toán C biến thiên  $C_1, C_2$  làm cho hoặc  $I_1 = I_2$  hoặc  $P_1 = P_2$  thì cảm kháng cũng được tính trong trường hợp  $|\varphi_1| = |\varphi_2|$  tức là:

$$Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}.$$

c. Khi  $C = C_1$  và  $C = C_2$  (giả sử  $C > C_2$ ) thì  $i_1$  và  $i_2$  lệch pha nhau  $\Delta\varphi$ . Gọi  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  là độ lệch pha của  $u_{AB}$  so với  $i_1$  và  $i_2$  thì ta có  $\varphi_1 > \varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ .

+ Nếu  $I_1 = I_2$  thì  $\varphi_1 = -\varphi_2 = \frac{\Delta\varphi}{2}$

+ Nếu  $I_1 \neq I_2$  thì tính  $\tan(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2}{1 + \tan \varphi_1 \tan \varphi_2} = \tan \Delta\varphi$

d. Nếu C biến thiên, có hai giá trị  $C_1, C_2$  làm cho hoặc  $I_1 = I_2$  hoặc  $P_1 = P_2$  hoặc  $|\varphi_1| = |\varphi_2|$ . Tìm C để có cộng hưởng điện. Ta có:

$$Z_C = \frac{1}{2}(Z_{C_1} + Z_{C_2}) \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \Rightarrow C = \frac{2C_1C_2}{C_1 + C_2}$$

e. Nếu C biến thiên, có hai giá trị  $C_1, C_2$  làm cho hiệu điện thế trên tụ bằng nhau trong hai trường hợp. Tìm C để hiệu điện thế trên tụ đạt giá trị cực đại thì:

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}}\right) \Rightarrow C = \frac{1}{2}(C_1 + C_2) \Rightarrow C = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

2. Mạch RLC với L biến đổi, có hai giá trị  $L_1$  và  $L_2$

a. Nếu L biến thiên, có hai giá trị  $L_1, L_2$  cho hoặc  $I_1 = I_2$  hoặc  $P_1 = P_2$  hay cho cùng độ lớn của sự lệch pha của u và i thì dung kháng  $Z_C$  tính được bao giờ cũng

bằng trung bình cộng của cảm kháng  $Z_L$  theo biểu thức:  $Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$

b. Nếu L biến thiên, có hai giá trị  $L_1, L_2$  cho hoặc  $I_1 = I_2$  hoặc  $P_1 = P_2$  hay cho cùng độ lớn của sự lệch pha của u và i. Tìm L để có cộng hưởng điện ( $I = I_{\max}$ ,  $\varphi_u = \varphi_i$ ,  $\Delta\varphi = \varphi_u = \varphi_i = 0$ ,  $(\cos \varphi)_{\max} = 1$ ,  $P = P_{\max}$ , ...) thì bao giờ ta

cũng thu được:  $L = \frac{L_1 + L_2}{2}$ .

c. Nếu cuộn dây thuần cảm với L biến thiên, có hai giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một hiệu điện thế trên cuộn dây. Để hiệu điện thế trên cuộn dây đạt cực đại thì L có giá

trị là:  $\frac{1}{L} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)$  hay  $L = \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2}$

**Câu 5:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp theo thứ tự R, L, C trong đó cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều có tần số f. Thay đổi L người ta thấy khi  $L = L_1 = \frac{3}{\pi} H$  và khi

$L = L_2 = \frac{1}{2\pi} H$  thì hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm là như nhau. Để hiệu điện thế trên cuộn dây đạt cực đại thì L có giá trị:

- A.  $\frac{7}{6\pi} H$       B.  $\frac{6}{7\pi} H$       C.  $\frac{6}{5\pi} H$       D.  $\frac{5}{6\pi} H$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Khi L biến thiên, để hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm đạt cực đại thì:

$$Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow L = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega Z_C} = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega \cdot \frac{1}{\omega C}} = (R^2 + Z_C^2)C \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } U_{L_1} = U_{L_2} \Leftrightarrow I_1 Z_{L_1} = I_2 Z_{L_2} \Leftrightarrow \frac{U}{Z_1} Z_{L_1} = \frac{U}{Z_2} Z_{L_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega L_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L_1 - Z_C)^2}} = \frac{\omega L_2}{\sqrt{R^2 + (\omega L_2 - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{L_1^2}{R^2 + \omega^2 L_1^2 - 2 \frac{L_1}{C} + Z_C^2} = \frac{L_2^2}{R^2 + \omega^2 L_2^2 - 2 \frac{L_2}{C} + Z_C^2}$$

$$\Leftrightarrow \left( R^2 + \omega^2 L_2^2 - 2 \frac{L_2}{C} + Z_C^2 \right) L_1^2 = \left( R^2 + \omega^2 L_1^2 - 2 \frac{L_1}{C} + Z_C^2 \right) L_2^2$$

$$\Leftrightarrow (L_1^2 - L_2^2)(R^2 + Z_C^2) = \frac{2}{C}(L_1^2 L_2 - L_2^2 L_1)$$

$$\Leftrightarrow (L_1 + L_2)(L_1 - L_2)(R^2 + Z_C^2) = \frac{2}{C} L_1 L_2 (L_1 - L_2)$$

$$\Leftrightarrow (L_1 + L_2)(R^2 + Z_C^2) = \frac{2}{C} L_1 L_2 \Leftrightarrow (R^2 + Z_C^2)C = \frac{2L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } L = \frac{2L_1 L_2}{L_1 + L_2} = \frac{2 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot \frac{1}{2\pi}}{\frac{3}{\pi} + \frac{1}{2\pi}} = \frac{6}{7\pi} H.$$

Chọn đáp án B

**Cách giải 2:** Bài toán xét sự phụ thuộc của  $U_L$  theo  $L$  nên ta có:

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2)\left(\frac{1}{Z_L}\right)^2 - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}}$$

Nhận thấy ngay,  $U_L$  phụ thuộc kiểu hàm bậc hai theo  $\frac{1}{Z_L}$ , vì vậy phải có mối quan

hệ hàm bậc hai:  $x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  tức là:

$$\frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}}\right) \Rightarrow L = \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2} = \frac{2 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot \frac{1}{2\pi}}{\frac{3}{\pi} + \frac{1}{2\pi}} = \frac{6}{7\pi} H.$$

Chọn đáp án B

**Chú ý:** Tương tự cho bài toán khi  $C$  biến thiên, có hai giá trị  $C_1, C_2$  làm cho hiệu điện thế trên tụ trong hai trường hợp bằng nhau. Tìm  $C$  để hiệu điện thế trên tụ đạt cực đại, theo phương pháp đánh giá kiểu quan hệ hàm số ta thu ngay được kết quả như sau:

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2)\left(\frac{1}{Z_C}\right)^2 - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}}$$

Nhận thấy ngay,  $U_C$  phụ thuộc kiểu hàm bậc hai theo  $\frac{1}{Z_C}$ , vì vậy phải có mối quan

hệ hàm bậc hai:  $x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  tức là

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}}\right) \Rightarrow C = \frac{1}{2}(C_1 + C_2).$$

**Câu 6:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V) vào đoạn mạch  $R, L, C$  nối tiếp trong đó cuộn cảm thuần và  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1 = \frac{3}{2\pi} H$  hoặc  $L = L_2 = \frac{17}{2\pi} H$  thì hiệu điện thế 2 đầu cuộn cảm bằng nhau. Khi  $L = L_3$  thì  $S = (U_L + 2U_C)_{\max} = 125V$  và mạch tiêu thụ công suất là  $P_1$ . Khi  $L = L_4$  thì điện áp hiệu dụng 2 đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại và khi này mạch tiêu thụ công suất là



$P_2$ . Biết rằng  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{25}{153}$ . Khi  $L = L_5$  thì công suất tiêu thụ trên toàn mạch đạt giá trị

cực đại và giá trị cực đại đó có giá trị xấp xỉ là:

A. 175V

B. 168V

C. 191V

D. 182V

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Ta có: 
$$\begin{cases} Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi \cdot \frac{3}{2\pi} = 150\Omega \\ Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi \cdot \frac{17}{2\pi} = 850\Omega \end{cases} \Rightarrow U_{L_1} = U_{L_2}$$

Để  $U_{L\max}$  thì

$$\frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} = \frac{2}{Z_{Lm}} \Rightarrow Z_{Lm} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{150} + \frac{1}{850} \right) = 255\Omega \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } S = (U_L + 2U_C) = \frac{U(Z_L + 2Z_C)}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Xét biểu thức  $Y = S^2 = \frac{U^2(Z_L + 2Z_C)^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ . Để  $S_{\max}$  thì  $Y_{\max}$  nên ta xét  $Y'$ .

$$\text{Đạo hàm ta được } Y' = \frac{2U^2(Z_L + 2Z_C)(R^2 + 3Z_C^2 - 3Z_L Z_C)}{[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]^2} = 0$$

$$\Rightarrow R^2 + 3Z_C^2 - 3Z_L Z_C = 0 \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + 3Z_C^2}{3Z_C} \quad (2)$$

$$\text{Thay vào } S \text{ ta được } S_{\max} = \frac{U}{R} \sqrt{9Z_C^2 + R^2} = 125V \quad (3)$$

$$\text{Và } P_1 = \frac{U^2 R}{R^2 + \left( \frac{R^2}{3Z_C} \right)} \quad (4)$$

$$\text{Với } Z_{L4} \text{ để } U_{L\max} \Leftrightarrow Z_{L4} = Z_{Lm} = 255\Omega = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \quad (5)$$

$$\text{Thay vào công thức của công suất ta được } P_2 = \frac{U^2 R}{R^2 + \left( \frac{R^2}{Z_C} \right)} \quad (6)$$

Từ (4) và (6) ta có  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + \frac{R^2}{9Z_C^2}}{1 + \frac{R^2}{Z_C^2}} = \frac{25}{153} \Rightarrow R = 4Z_C$

Thay vào (5)  $\Rightarrow Z_C = 15\Omega$ ,  $R = 60\Omega$ , thay vào (3)  $\Rightarrow U = 100V$ .

Vậy khi L thay đổi để  $P_{\max}$  thì  $P_{\max} = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2}{60} = 166,67W$ .

Chọn đáp án B

**Cách giải 2:** Thay đổi L để  $U_{L\max}$

Ta có:  $U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{Z_L^2} + \left(1 - \frac{Z_C}{Z_L}\right)^2}}$

Đặt  $y = \frac{R^2}{Z_L^2} + \left(1 - \frac{Z_C}{Z_L}\right)^2$ . Để  $U_{L\max}$  thì  $y_{\min}$ . Đặt  $x = \frac{1}{Z_L}$  thì

$y = (R^2 + Z_C^2)x^2 - 2Z_Cx + 1$ . Vì  $a = R^2 + Z_C^2 > 0$  nên:

$y_{\min} \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow Z_{L\max} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ .

Khi đó:  $Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + \left(\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} - Z_C\right)^2$   
 $= R^2 + \left(\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} - Z_C\right)^2 = R^2 + \left(\frac{R^2}{Z_C}\right)^2 = R^2 \left(1 + \frac{R^2}{Z_C^2}\right)$

Công suất tiêu thụ:  $P = I^2 R = \frac{U^2 R}{Z^2} = \frac{U^2 R}{\left(1 + \frac{R^2}{Z_C^2}\right) R^2} = \frac{U^2}{\left(1 + \frac{R^2}{Z_C^2}\right) R}$

Khi  $U_{L1} = U_{L2} \Leftrightarrow I_1 Z_{L1} = I_2 Z_{L2} \Leftrightarrow \frac{U Z_{L1}}{Z_1} = \frac{U Z_{L2}}{Z_2}$

$\Leftrightarrow \frac{Z_{L1}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2}} = \frac{Z_{L2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2}}$

$\Leftrightarrow \frac{Z_{L1}^2}{R^2 + Z_{L1}^2 - 2Z_{L1}Z_C + Z_C^2} = \frac{Z_{L2}^2}{R^2 + Z_{L2}^2 - 2Z_{L2}Z_C + Z_C^2}$

Theo như trên thay  $R^2 + Z_C^2 = Z_L Z_C$  trong đó L sao cho  $U_{L\max}$  ta có:

$$\begin{aligned}\frac{Z_{L1}^2}{Z_L Z_C + Z_{L1}^2 - 2Z_{L1} Z_C} &= \frac{Z_{L2}^2}{Z_L Z_C + Z_{L2}^2 - 2Z_{L2} Z_C} \\ \Leftrightarrow Z_{L1}^2 (Z_L Z_C + Z_{L2}^2 - 2Z_{L2} Z_C) &= Z_{L2}^2 (Z_L Z_C + Z_{L1}^2 - 2Z_{L1} Z_C) \\ \Leftrightarrow Z_{L1}^2 Z_L Z_C - 2Z_{L1}^2 Z_{L2} Z_C &= Z_{L2}^2 Z_L Z_C - 2Z_{L2}^2 Z_{L1} Z_C \\ \Leftrightarrow (Z_{L1}^2 - Z_{L2}^2) Z_L Z_C &= 2Z_{L1} Z_{L2} Z_C (Z_{L1} - Z_{L2})\end{aligned}$$

Vì  $Z_{L1} \neq Z_{L2}$  nên suy ra  $\Leftrightarrow Z_L = \frac{2Z_{L1} Z_{L2}}{Z_{L1} + Z_{L2}}$

Thay đổi L để  $S = (U_L + 2U_C)_{\max}$

Ta có:  $S = U_L + 2U_C = I(Z_L + 2Z_C) = \frac{U(Z_L + 2Z_C)}{Z} = \frac{U}{\frac{Z}{Z_L + 2Z_C}}$

$$= \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{(Z_L + 2Z_C)^2}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}{Z_L^2 + 4Z_L Z_C + 4Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{A}}$$

Đặt  $A = \frac{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}{Z_L^2 + 4Z_L Z_C + 4Z_C^2}$ . Để  $S_{\max}$  thì  $A_{\min}$ .

Đặt  $t = Z_L$  ( $t > 0$ ). Thì  $A = \frac{t^2 - 2Z_C t + R^2 + Z_C^2}{t^2 + 4Z_C t + 4Z_C^2}$ .

Lấy đạo hàm hàm số trên với biến  $t$  ta được:

$$A'(t) = \frac{6Z_C t^2 - (6Z_C^2 - 2R^2)t - 12Z_C^3 - 4R^2 Z_C}{(t^2 + 4Z_C t + 4Z_C^2)^2}$$

$$A'(t) = 0 \Leftrightarrow 6Z_C t^2 - (6Z_C^2 - 2R^2)t - 12Z_C^3 - 4R^2 Z_C = 0 \quad (1)$$

Ta có:  $\Delta = 324Z_C^4 + 72R^2 Z_C^2 = (18Z_C^2 + 2R^2)^2 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 18Z_C^2 + 2R^2$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{2R^2 - 6Z_C^2 + 18Z_C^2 + 2R^2}{12Z_C} = \frac{R^2 + 3Z_C^2}{3Z_C} > 0 \\ t_2 = \frac{2R^2 - 6Z_C^2 - 18Z_C^2 - 2R^2}{12Z_C} = -2Z_C < 0 \end{cases}$$

Ta thấy vì  $t > 0$  nên chỉ nhận nghiệm  $t_1$  vì  $a = 6Z_C > 0$  và  $t_1 > t_2 \Rightarrow$  hàm số đạt giá trị cực tiểu tại  $t = t_1 = \frac{R^2 + 3Z_C^2}{3Z_C}$ .

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } A_{\min} &= \frac{(t^2 - 2Z_C t + Z_C^2 + R^2)'}{(t^2 + 4Z_C t + 4Z_C^2)'} = \frac{2t - 2Z_C}{2t + 4Z_C} = \frac{2\left(\frac{R^2 + 3Z_C^2}{3Z_C}\right) - 2Z_C}{2\left(\frac{R^2 + 3Z_C^2}{3Z_C}\right) + 4Z_C} \\ &= \frac{\frac{2R^2 + 6Z_C^2 - 6Z_C^2}{9Z_C^2}}{\frac{2R^2 + 6Z_C^2 + 12Z_C^2}{9Z_C^2}} = \frac{R^2}{R^2 + 9Z_C^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } S_{\max} = (U_L + 2U_C)_{\max} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{R^2 + 9Z_C^2}}} = U \sqrt{1 + \frac{9Z_C^2}{R^2}}$$

Khi đó ta có:

$$Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + \left(\frac{R^2 + 3Z_C^2}{3Z_C} - Z_C\right)^2 = R^2 + \frac{R^4}{9Z_C^2} = R^2 \left(1 + \frac{R^2}{9Z_C^2}\right)$$

$$\text{Lúc này } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{Z^2} = \frac{U^2 R}{\left(1 + \frac{R^2}{9Z_C^2}\right) R^2} = \frac{U^2}{\left(1 + \frac{R^2}{9Z_C^2}\right) R}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi \cdot \frac{3}{2\pi} = 150\Omega \\ Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi \cdot \frac{17}{2\pi} = 850\Omega \end{cases} \Rightarrow Z_{L_4} = \frac{2Z_{L_1}Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}} = 225\Omega.$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + \frac{R^2}{9Z_C^2}}{1 + \frac{R^2}{Z_C^2}} = \frac{25}{153}$$

Giải phương trình trên với ẩn là  $\frac{R}{Z_C}$ , suy ra  $R = 4Z_C$ .

Khi đó:  $S_{\max} = (U_L + 2U_C)_{\max} = U\sqrt{1 + \frac{9Z_C^2}{R^2}} = \frac{5}{4}U \Rightarrow U = 100V.$

Suy ra:  $Z_{L4} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{R^2 + \frac{R^2}{16}}{\frac{R}{4}} = \frac{17R}{4} \Rightarrow R = 60\Omega.$

Thay đổi L để  $P_{\max}$  mà  $P = I^2R$  có R không đổi  $\Rightarrow P_{\max}$  khi  $I_{\max}$ .

Khi đó mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng  $\Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{R} = 166,7W.$

Chọn đáp án B

**Câu 7:** Cho mạch điện nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được, tụ điện C và điện trở R. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch  $u = 100\sqrt{6} \cos 100\pi t$  (V). Khi  $U_{L\max}$  thì điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa RC là 100V. Tính giá trị  $U_{L\max}$  ?

*Hướng dẫn giải:*

Khi L thay đổi để  $U_{L\max}$  thì

$$U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = \frac{U \cdot U_{RC}}{U_R} \Rightarrow U_R \cdot U_{L\max} = U \cdot U_{RC} = \sqrt{3} \cdot 10^4 \quad (1)$$

Mặt khác ta lại có:

$$\begin{aligned} U^2 &= U_R^2 + (U_{L\max} - U_C)^2 = U_R^2 + U_{L\max}^2 - 2U_C U_{L\max} + U_C^2 \\ &= U_{RC}^2 - 2U_C U_{L\max} + U_{L\max}^2 \Rightarrow U_{L\max}^2 - 2U_C U_{L\max} = 2 \cdot 10^4 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Mà } U_{RC}^2 = U_R^2 + U_C^2 = 10^4 \quad (3)$$

Giải hệ (1), (2) và (3) ta có  $U_R = 86,6024V \Rightarrow U_{L\max} = 200V.$

**Câu 8:** Đặt điện áp xoay chiều có f không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần L (L thay đổi được). Khi  $L = L_0$  thì  $U_{L\max}$ . Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm có giá trị như nhau và bằng  $U_L$ . Biết rằng  $\frac{U_L}{U_{L\max}} = k$ . Tổng hệ số công suất của mạch AB khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  là nk. Hệ số công suất của mạch AB khi  $L = L_0$  có giá trị bằng ?

A.  $n\sqrt{2}$

B.  $\frac{n}{\sqrt{2}}$

C.  $\frac{n}{2}$

D. n

*Hướng dẫn giải:*

$$\text{Khi } L = L_0 \text{ thì } U_L = U_{L\max}: \begin{cases} Z_{L_0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \\ U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \end{cases} \quad (1)$$

Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{L1} = U_{L2} = U_L$ :

$$\begin{aligned} \frac{Z_{L1}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2}} &= \frac{Z_{L2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2}} \\ \Rightarrow \frac{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2}{Z_{L1}^2} &= \frac{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2}{Z_{L2}^2} \\ \Rightarrow \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_{L1}^2} - \frac{2Z_C}{Z_{L1}} &= \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_{L2}^2} - \frac{2Z_C}{Z_{L2}} \\ \Rightarrow (R^2 + Z_C^2)\left(\frac{1}{Z_{L1}^2} - \frac{1}{Z_{L2}^2}\right) &= 2Z_C\left(\frac{1}{Z_{L1}} - \frac{1}{Z_{L2}}\right) \\ \Rightarrow \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} &= \frac{2Z_C}{R^2 + Z_C^2} = \frac{2}{Z_{L0}} \Rightarrow \frac{2}{Z_{L0}} = \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } U_L = I_1 Z_{L1} = \frac{U Z_{L1}}{Z_1} = \frac{U Z_{L2}}{Z_2}$$

Mặt khác:

$$\begin{aligned} \frac{U_L}{U_{L\max}} &= \frac{R}{Z_1} \frac{Z_{L1}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{Z_{L1}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \cos\varphi_1 = k \Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{k\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_{L1}} \\ \frac{U_L}{U_{L\max}} &= \frac{R}{Z_2} \frac{Z_{L2}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{Z_{L2}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \cos\varphi_2 = k \Rightarrow \cos\varphi_2 = \frac{k\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_{L2}} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } \cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 = \frac{k\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_{L1}} + \frac{k\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_{L2}} = nk$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} = \frac{n}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \quad (3)$$

$$\text{Mà: } \cos\varphi_0 = \frac{R}{Z_0} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L0} - Z_C)^2}}$$

$$= \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} - Z_C \right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{R^4}{Z_C^2}}} = \frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

Từ (2) và (3)  $\frac{n}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{2}{Z_{L0}} \Rightarrow \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_{L0}} = \frac{n}{2}$

$$\cos\varphi_0 = \frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{Z_C \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R^2 + Z_C^2} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_{L0}} = \frac{n}{2}.$$

Chọn đáp án C

**Câu 9:** Cho mạch điện như hình vẽ.

Trong đó  $R = 100\sqrt{3}\Omega$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$  F.



Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là  $u = 200\cos 100\pi t$  (V). Xác định độ tự cảm của cuộn dây trong các trường hợp sau:

a. Hệ số công suất của mạch  $\cos\varphi = 1$ .

b. Hệ số công suất của mạch  $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

c. Điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm  $L$  là cực đại.

*Hướng dẫn giải:*

Ta có 
$$\begin{cases} R = 100\sqrt{3}\Omega \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{2\pi}} = 200\Omega. \end{cases}$$

a. Hệ số công suất

$$\cos\varphi = 1 \Leftrightarrow \frac{R}{Z} = 1 \Leftrightarrow R = Z \Leftrightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(100\pi)^2 \cdot \frac{10^{-4}}{2\pi}} = \frac{2}{\pi} \text{ H}$$

b. Khi  $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{R}{Z} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2R = \sqrt{3}Z$

$$\Leftrightarrow 4R^2 = 3Z^2 = 3[R^2 + (Z_L - Z_C)^2] \Leftrightarrow R^2 = 3(Z_L - Z_C)^2$$

$$\Rightarrow Z_L - Z_C = \pm \frac{R}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L = 300\Omega \\ Z_L = 100\Omega \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L = \frac{3}{\pi} H \\ L = \frac{1}{\pi} H \end{cases}$$

c. Theo chứng minh trên ta được khi

$$Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{(100\sqrt{3})^2 + 200^2}{200} = 350\Omega \Rightarrow L = \frac{35}{10\pi} H$$

thì điện áp hiệu dụng hai đầu L đạt cực đại. Giá trị cực đại:

$$U_{L_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{100\sqrt{2}}{100\sqrt{3}} \sqrt{(100\sqrt{3})^2 + 200^2} = \frac{100\sqrt{42}}{3} V.$$

**Câu 10:** Cho mạch điện RLC, L có thể thay đổi được, điện áp hai đầu mạch

là  $u = 170\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V). Các giá trị  $R = 80\Omega$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} F$ . Tìm L để:

a. Mạch có công suất cực đại. Tính  $P_{\max}$ .

b. Mạch có công suất  $P = 80W$ .

c. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu L đạt cực đại. Tính giá trị cực đại đó.

*Hướng dẫn giải:*

$$\text{Ta có } \begin{cases} R = 80\Omega \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \frac{10^{-4}}{2\pi}} = 200\Omega \end{cases}$$

a. Công suất của mạch  $P = I_2 R$ . Do R không đổi nên:

$$P_{\max} \Leftrightarrow Z_{\min} \Leftrightarrow Z_L - Z_C = 0 \Leftrightarrow Z_L = Z_C = 200\Omega \Rightarrow L = \frac{2}{\pi} H$$

$$\text{Khi đó: } P_{\max} = I_{\max}^2 R = \frac{U^2}{R^2} R = \frac{U^2}{R} = \frac{170^2}{80} W.$$

b. Ta có:

$$P = I^2 R = 80 \Leftrightarrow \frac{U^2}{Z^2} R = 80 \Leftrightarrow \frac{170^2 \cdot 80}{80^2 + (Z_L - 200)^2} = 80 \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L = 350\Omega \\ Z_L = 50\Omega \end{cases}$$

$$\text{Từ đó ta tìm được hai giá trị của L thỏa mãn đề bài là: } \begin{cases} L = \frac{3,5}{\pi} H \\ L = \frac{1}{2\pi} H \end{cases}$$

c. Điện áp hiệu dụng hai đầu L đạt cực đại khi



$$Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{80^2 + 200^2}{200} = 232\Omega \Rightarrow L = \frac{232}{100\pi} \text{ H.}$$

$$\text{Giá trị cực đại } U_{L_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{170}{80} \sqrt{80^2 + 200^2} = 85\sqrt{29} \text{ V.}$$

**Câu 11:** Cho mạch điện xoay chiều gồm RLC mắc nối tiếp, cuộn cảm thuần có độ tự cảm thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{6} \cos 100\pi t$ . Điều chỉnh độ tự cảm để điện áp trên hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại là  $U_{L_{\max}}$  thì điện áp hiệu dụng trên hai đầu tụ điện là  $U_C = 200\text{V}$ . Giá trị  $U_{L_{\max}}$  là

A. 300V

B. 100V

C. 150V

D. 250V

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:**

$$\text{Nhận thấy } U_L = U_{L_{\max}} \text{ khi } Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow U_L U_C = U_R^2 + U_C^2 \quad (1)$$

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = U_R^2 + U_L^2 + U_C^2 - 2U_L U_C \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2): } U^2 = U_L^2 - U_L U_C \Rightarrow (100\sqrt{3})^2 = U_L^2 - 200U_L \\ \Rightarrow U_L^2 - 200U_L - 30000 = 0 \Rightarrow U_{L_{\max}} = 300\text{V.}$$

Chọn đáp án A

**Cách giải 2:** L thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  khi đó:  $u_{RC}$  lệch pha với  $u$  là  $\frac{\pi}{2}$ .

Dùng giản đồ: hệ thức lượng đường cao trong tam giác vuông:  $U^2 = U_L(U_L - 200)$ .  
Suy ra:  $U_{L_{\max}} = 300 \text{ V}$ .

Chọn đáp án A

**Câu 12:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 100\sqrt{3}\text{V}$  vào hai đầu đoạn mạch RLC có L thay đổi. Khi điện áp hiệu dụng  $U_{L_{\max}}$  thì  $U_C = 200\text{V}$ . Khi đó  $U_{L_{\max}}$  có giá trị:

A. 300V

B. 150V

C. 250V

D. 400V

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Cách giải 1: } L \text{ thay đổi mà } U_{L_{\max}} \text{ thì: } U_L^2 = U_R^2 + U_C^2 + U^2 \quad (1)$$

$$\text{Khi đó: } Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow Z_L Z_C = R^2 + Z_C^2 \Leftrightarrow U_L U_C = U_R^2 + U_C^2 \quad (2)$$

Thay (2) vào (1):

$$U_L^2 = U_L U_C + U^2 \Leftrightarrow U_L^2 - 200U_L - 3.10^4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_L = 300\text{V (nhận)} \\ U_L = -100\text{V (loại)} \end{cases}$$

Chọn đáp án A

**Cách giải 2:**

Ta có:  $U_L = \frac{U^2 Z_L}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow U_L = U_{L\max}$  khi  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$

Khi đó  $\frac{U}{Z} = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{U_{L\max}}{Z_L} \Leftrightarrow Z = \frac{U}{U_C} Z_C = \frac{100\sqrt{3}}{200} Z_C = \frac{\sqrt{3}}{2} Z_C$

$\Leftrightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = \frac{3}{4} Z_C^2 \Leftrightarrow R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2 - \frac{3}{4} Z_C^2 = 0$

$\Leftrightarrow Z_L^2 - Z_L Z_C - \frac{3}{4} Z_C^2 = 0 \Leftrightarrow Z_L = \frac{3}{2} Z_C$

Vậy  $\frac{U_C}{Z_C} = \frac{U_{L\max}}{Z_L} \Leftrightarrow U_{L\max} = \frac{U_C}{Z_C} Z_L = \frac{3}{2} U_C = 300V.$

Chọn đáp án A

**Câu 13:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm R, C và cuộn dây thuần cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng ở hai đầu L đạt giá trị cực đại và bằng 100V, khi đó điện áp 2 đầu tụ bằng 36V. Giá trị hiệu dụng 2 đầu đoạn mạch là:

A. 64V

B. 80V

C. 48V

D. 136V

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng ở hai đầu L đạt giá trị cực đại

$U_{L\max} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} U \Leftrightarrow U_{L\max} = \frac{U}{U_R} \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$

Mạch RLC (cuộn dây thuần cảm) có L thay đổi và  $U_L$  max thì ta luôn luôn có:

$U_L U_C = U_R^2 + U_C^2$  và  $U_{L\max} = \frac{U}{U_R} \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$

Ta dùng công thức:  $U_L U_C = U_R^2 + U_C^2$  suy ra  $U_R = 48V.$

Từ công thức:

$U_{L\max} = \frac{U}{U_R} \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \Leftrightarrow 100 = \frac{U}{48} \sqrt{48^2 + 36^2} \Rightarrow U = 80V.$

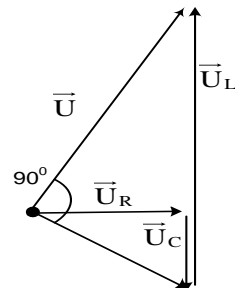
Chọn đáp án B

**Cách giải 2:** Khi L biến thiên mà  $U_{L\max}$  ta có giản đồ như hình bên.

Theo hệ thức lượng của tam giác vuông ta có:

$$\begin{cases} U_{RC}^2 = U_C \cdot U_L \\ U_{RC}^2 = U_L^2 - U^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow U = \sqrt{U_L^2 - U_C U_L} = 80(V).$



Chọn đáp án B

**Câu 14:** Đoạn mạch xoay chiều AB gồm điện trở R nối tiếp cuộn dây thuần cảm có L thay đổi được, điện áp hai đầu cuộn cảm được đo bằng một vôn kế có điện trở rất lớn. Khi  $L = L_1$  thì vôn kế chỉ  $V_1$ , độ lệch pha giữa điện áp hai đầu đoạn mạch với dòng điện là  $\varphi_1$ , công suất của mạch là  $P_1$ . Khi  $L = L_2$  thì vôn kế chỉ  $V_2$ , độ lệch pha giữa điện áp hai đầu đoạn mạch và dòng điện là  $\varphi_2$ , công suất của mạch là  $P_2$ . Biết

$\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$  và  $V_1 = 2V_2$ . Tỉ số  $\frac{P_2}{P_1}$  là:

A. 4

B. 6

C. 5

D. 8

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_{L1}}{R} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_{L2}}{R} \Rightarrow \tan \varphi_1 = \cot \varphi_2 = \frac{1}{\tan \varphi_2} \end{cases} \Rightarrow R^2 = Z_{L1}Z_{L2}$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$$

Gọi U là điện áp hiệu dụng đặt vào hai đầu đoạn mạch

$$\begin{cases} I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_{L1}^2}} = \frac{U}{\sqrt{Z_{L1}(Z_{L1} + Z_{L2})}} \\ I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_{L2}^2}} = \frac{U}{\sqrt{Z_{L2}(Z_{L2} + Z_{L1})}} \\ U_1 = I_1 Z_{L1} = \frac{U Z_{L1}}{\sqrt{Z_{L1}(Z_{L1} + Z_{L2})}} \\ U_2 = I_2 Z_{L2} = \frac{U Z_{L2}}{\sqrt{Z_{L2}(Z_{L2} + Z_{L1})}} \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } U_1 = 2U_2 \Leftrightarrow \sqrt{Z_{L1}} = 2\sqrt{Z_{L2}} \Leftrightarrow Z_{L1} = 4Z_{L2}$$

$$\text{Mà: } \begin{cases} P_1 = I_1^2 R \\ P_2 = I_2^2 R \end{cases} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2^2}{I_1^2} = \frac{Z_{L1}}{Z_{L2}} = \frac{4Z_{L2}}{Z_{L2}} = 4.$$

Chọn đáp án A

**Câu 15:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và có tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C ghép nối tiếp. Giá trị của R và C không đổi. Thay đổi giá trị của L nhưng luôn có  $R^2 < \frac{2L}{C}$

thì khi  $L = L_1 = \frac{1}{2\pi} H$ , điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm thuần có biểu thức

là  $u_{L1} = U_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1)$ ; khi  $L = L_2 = \frac{1}{\pi} H$ , thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu

cuộn cảm thuần có biểu thức là  $u_{L2} = U_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_2)$ ; khi  $L = L_3 = \frac{2}{\pi} H$ , thì

điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm thuần có biểu thức là  $u_{L3} = U_2 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_3)$ . So sánh  $U_1$  và  $U_2$  ta có hệ thức **đúng** là

- A.  $U_1 < U_2$                       B.  $U_1 > U_2$                       C.  $U_1 = U_2$                       D.  $U_1 = \sqrt{2} U_2$

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có } U_L = \frac{U}{Z} Z_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\text{Do } L_2 = 2L_1 \Rightarrow Z_{L2} = 2Z_{L1} = 2Z_L$$

$$L_3 = 4L_1 \Rightarrow Z_{L3} = 4Z_{L1} = 4Z_L$$

$$\begin{aligned} U_1 = U_{L1} = U_{L2} &\Rightarrow \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{2U Z_L}{\sqrt{R^2 + (2Z_L - Z_C)^2}} \\ \Rightarrow 4[R^2 + (Z_L - Z_C)^2] &= R^2 + (2Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow 3R^2 + 3Z_C^2 - 4Z_L Z_C = 0 \\ \Rightarrow 3(R^2 + Z_C^2) &= 4Z_L Z_C \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác: } U_2 = U_{L3} = \frac{4U Z_L}{\sqrt{R^2 + (4Z_L - Z_C)^2}}$$

Để so sánh  $U_1$  và  $U_2$  ta xét hiệu

$$A = U_1^2 - U_2^2 = U^2 Z_L^2 \left( \frac{1}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} - \frac{16}{R^2 + (4Z_L - Z_C)^2} \right)$$

Dấu của biểu thức A tương đương với dấu của biểu thức:

$$\begin{aligned} B &= R^2 + (4Z_L - Z_C)^2 - 16[R^2 + (Z_L - Z_C)^2] \\ &= 24Z_L Z_C - 15(R^2 + Z_C^2) = 24Z_L Z_C - 20Z_L Z_C = 4Z_L Z_C > 0 \end{aligned}$$

$$\text{Vì do } R^2 < \frac{2L}{C} \Rightarrow 0 < R^2 < 2Z_L Z_C$$

$$\text{Từ đó suy ra } B > 0 \Rightarrow A > 0 \Rightarrow U_1^2 - U_2^2 > 0 \Rightarrow U_1 > U_2.$$

Chọn đáp án B

**Câu 16:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 110\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) luôn ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R, tụ điện có điện dung C không đổi và cuộn cảm thuần có hệ số tự cảm thay đổi được mắc nối tiếp theo thứ tự trên. M là điểm nối giữa điện trở R và tụ điện C. Khi  $L = L_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB là  $U_1$ ; khi  $L = L_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB là  $U_2 = \sqrt{3}U_1$  và pha của

dòng điện trong mạch thay đổi một lượng  $90^\circ$  so với khi  $L = L_1$ . Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở thuần  $R$  khi  $L = L_1$  là:

- A. 110V.      B.  $110\sqrt{3}$  V.      C.  $55\sqrt{3}$  V.      D. 55V.

**Hướng dẫn giải:**

Ta đi xét bài toán tổng quát như sau: 
$$\begin{cases} (\varphi_{i(1)}; \varphi_{i(2)}) = \frac{\pi}{2} \\ U_{MB(2)} = kU_{MB(1)} \end{cases}$$

Ta có:

$$+ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = U_R^2 + U_{MB}^2$$

$$+ (\varphi_{i(1)}; \varphi_{i(2)}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |\varphi_1| + |\varphi_2| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_{R(1)}^2}{U^2} + \frac{U_{R(2)}^2}{U^2} = 1 \Leftrightarrow U^2 = U_{R(1)}^2 + U_{R(2)}^2$$

$$\text{Suy ra: } U^2 = U_{R(1)}^2 + (U^2 - U_{MB(2)}^2) \Leftrightarrow U_{R(1)}^2 = U_{MB(2)}^2$$

$$\Leftrightarrow U_{R(1)}^2 = k^2 U_{MB(1)}^2 \Leftrightarrow U_{MB(1)}^2 = \frac{U_{R(1)}^2}{k^2}$$

$$\text{Mặt khác: } U^2 = U_{R(1)}^2 + U_{MB(1)}^2 = U_{R(1)}^2 + \frac{U_{R(1)}^2}{k^2} \Rightarrow U_{R(1)} = \frac{kU}{\sqrt{k^2 + 1}}$$

$$\text{Vậy: } \begin{cases} U_2 = \sqrt{3}U_1 \\ U_{MB(2)} = kU_{MB(1)} \end{cases} \Rightarrow k = \sqrt{3} \Rightarrow U_{R(1)} = \frac{110\sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1}} = 55\sqrt{3}\text{V.}$$

Chọn đáp án C

**Câu 17:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định 220V – 50Hz vào 2 đầu mạch AB gồm điện trở thuần  $R = 50\Omega$ , tụ điện có dung kháng  $C = 100\Omega$  và cuộn cảm thuần  $L$  nối tiếp,  $L$  thay đổi được. Thay đổi  $L$  để điện áp hiệu dụng  $U_{RL \max}$ . Giá trị  $U_{RL \max}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 431V      B. 401V      C. 531V      D. 501V

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } U_{RL \max} = \frac{2UR}{-Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}} = \frac{2.220.50}{-100 + \sqrt{100^2 + 4.50^2}} \approx 531\text{V.}$$

Chọn đáp án C

**Câu 18:** Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Hiệu điện thế xoay chiều 2 đầu đoạn mạch có biểu thức

$$u = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{8}\right) \text{ V. Khi } L_1 = \frac{1}{\pi} \text{ H hoặc } L_2 = \frac{3}{\pi} \text{ H thì thấy cường độ}$$

dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng bằng nhau và bằng  $\sqrt{2}A$ . Điều chỉnh L để hiệu điện thế hiệu dụng  $U_{RL\min}$ , giá trị cực tiểu này bằng bao nhiêu?

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 100\Omega \\ Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi \cdot \frac{3}{\pi} = 300\Omega \end{cases}$$

Vì tồn tại hai giá trị của L làm cường độ dòng điện qua mạch bằng nhau nên ta có

$$Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} = \frac{100 + 300}{2} = 200\Omega$$

$$\text{Mặt khác: } I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{200}{\sqrt{R^2 + 100^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow R = 100\Omega$$

Khi thay đổi L để  $U_{RL\min}$  thì ta lại có:

$$U_{RL\min} = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{200 \cdot 100}{\sqrt{100^2 + 200^2}} = 40\sqrt{5}V$$

**Câu 19:** Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của L để tổng điện áp  $(U_L + U_{RC})_{\max}$  thì  $(U_L + U_{RC})_{\max} = 3U$ .

- Hệ số công suất của mạch có giá trị bằng bao nhiêu?
- Biết công suất tiêu thụ của đoạn mạch là 100W. Khi điều chỉnh L để  $P_{\text{mạch max}}$  thì  $P_{\text{mạch max}}$  có giá trị bằng bao nhiêu?

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{a. Ta có: } (U_L + U_{RC})_{\max} = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{1 - \cos\left(\arctan \frac{R}{Z_C}\right)}} = 3U$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow Z_L - Z_C. \text{ Với } \begin{cases} \frac{R}{Z_C} = \tan\left(\arccos \frac{7}{9}\right) \\ Z_L = \frac{9}{7}Z_C \\ R = \tan\left(\arccos \frac{7}{9}\right)Z_C \end{cases}$$

Suy ra:

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\tan\left(\arccos \frac{7}{9}\right) Z_C}{\sqrt{\left[\tan\left(\arccos \frac{7}{9}\right) Z_C\right]^2 + \left(\frac{9}{7} Z_C - Z_C\right)^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

b. Khi điều chỉnh L để  $P_{\text{mạch max}}$  thì  $P_{\text{mạch max}}$  có giá trị bằng

$$P_{\text{max}} = \frac{P}{\cos^2 \varphi} = \frac{100}{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2} = 112,5W.$$

Nhận xét: Khi điều chỉnh L để  $P_{\text{mạch max}}$  thì  $P_{\text{mạch max}}$  được xác định theo công thức:

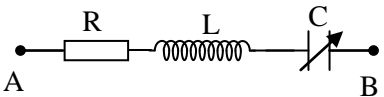
$$P_{\text{max}} = \frac{P}{\cos^2 \varphi} = \frac{P}{\cos^2 \left[ \frac{\arccos \left[ 1 - \left( \frac{U\sqrt{2}}{(U_L + U_{RC})_{\text{max}}} \right)^2 \right]}{2} \right]}.$$

Áp dụng cho bài toán trên ta có:

$$P_{\text{max}} = \frac{P}{\cos^2 \varphi} = \frac{100}{\cos^2 \left[ \frac{\arccos \left[ 1 - \left( \frac{U\sqrt{2}}{3U} \right)^2 \right]}{2} \right]} = 112,5W.$$

## II. Sự thay đổi C trong mạch RLC mắc nối tiếp

Xét mạch điện xoay chiều có hiệu hiệu thế hai đầu ổn định:  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  (V), với R là điện trở L là một cuộn dây thuần cảm không đổi và C có giá trị thay đổi.



**Nhận xét:** Vì trong công thức tổng trở  $Z = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + (Z_C - Z_L)^2$ , do đó ta thấy rằng bài toán thay đổi giá trị C cũng giống như bài toán thay đổi giá trị L. Biểu thức tính  $U_{L\text{max}}$ ,  $U_{C\text{max}}$  và  $U_L$ ,  $U_C$  của hai bài toán trên có dạng tương tự, chỉ đổi vai trò của  $U_L$  và  $U_C$  cho nhau.

### 1. Khảo sát sự biến thiên của công suất theo dung kháng

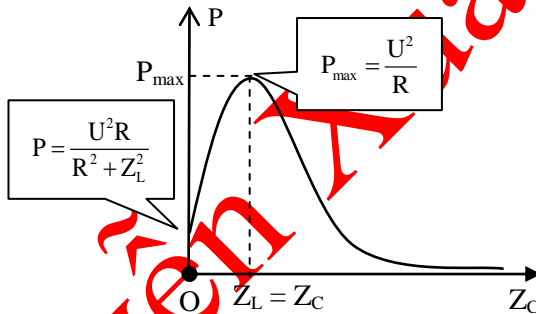
Ta có công suất toàn mạch là:  $P = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ , với  $R, L$  là các hằng số, nên công suất của mạch là một hàm số theo biến số  $Z_C$ . Đạo hàm của  $P$  theo biến số  $Z_C$  ta có:

$$P'(Z_C) = \frac{2RU^2(Z_C - Z_L)}{[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]^2} \Rightarrow P'(Z_C) = 0 \text{ khi } Z_L = Z_C.$$

Bảng biến thiên:

$Z_C$	$-\infty$	0	$Z_L = Z_C$	$+\infty$
$P'(Z_C)$			0	
$P(Z_C)$			$P_{\max} = \frac{U^2}{R}$	

Đồ thị của công suất theo giá trị  $Z_C$ :



## 2. Có hai giá trị $C_1 \neq C_2$ cho cùng giá trị công suất

Với hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  cho cùng giá trị công suất ta có

$$Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} = Z_{C_0} \Leftrightarrow \begin{cases} C_0 = 2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \\ 2\omega^2 L = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \end{cases}$$

Với giá trị  $C_0$  là giá trị làm cho công suất mạch cực đại.

## 3. Giá trị $Z_C$ để hiệu điện thế $U_{C_{\max}}$

$$\text{Khi } Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \text{ thì } U_{C_{\max}} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \text{ và } \begin{cases} U_{C_{\max}}^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2 \\ U_{C_{\max}}^2 - U_L U_{C_{\max}} - U^2 = 0 \end{cases}$$

vì  $u_{RL}$  vuông pha với hiệu điện thế hai đầu mạch.



**4. Có hai giá trị  $C_1 \neq C_2$  cho cùng giá trị  $U_C$ , giá trị  $Z_C$  để  $U_{C_{\max}}$  tính theo  $C_1$  và  $C_2$**

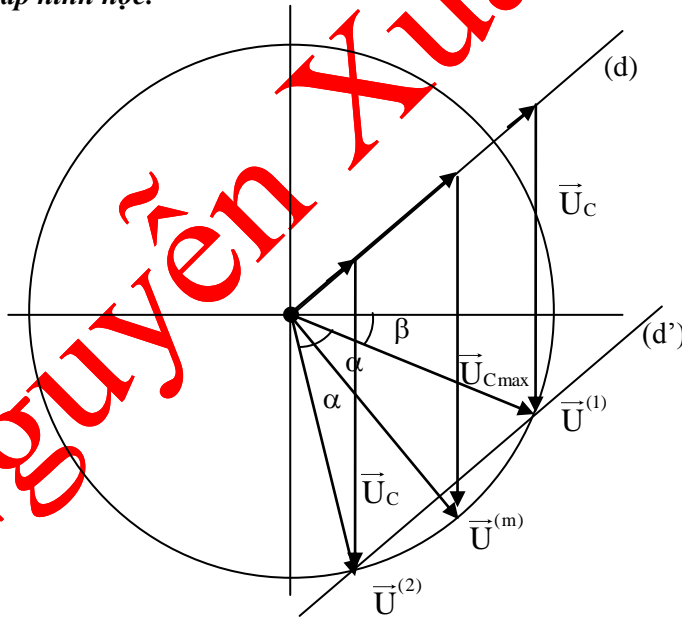
Khi có hai giá trị  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  cho cùng giá trị  $U_C$  thì giá trị của  $C$  làm cho  $U_{C_{\max}}$  khi  $\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \right) \Rightarrow C = \frac{C_1 + C_2}{2}$

Trong đoạn mạch RLC mắc nối tiếp với  $C$  có giá trị thay đổi được. Nếu ta gọi  $\varphi$  là độ lệch pha của điện áp so với dòng điện, khi ta điều chỉnh giá trị của  $C$  thì  $U_{C_{\max}}$  ứng với góc  $\varphi_{\max}$ . Khi đó hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  của  $C$  thì  $U_C$  đều cho giá trị như nhau và ứng với góc  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  qua hệ thức liên hệ:  $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_{\max}$  (đúng với cả trường hợp L có giá trị thay đổi)

**Chứng minh công thức:**  $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_{\max}$

**Xét bài toán tổng quát:** Mạch RLC với  $C$  biến đổi, mạch chịu tác dụng của điện áp xoay chiều có  $U$  và  $\omega$  không đổi. Gọi  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_0$  là góc lệch pha ứng với  $Z_{C_1}, Z_{C_2}, Z_{C_0}$  ứng với  $U_{C_1}, U_{C_2} = U_{C_1}, U_{C_{\max}}$ . Khi đó:  $2\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2$

**1. Phương pháp hình học:**



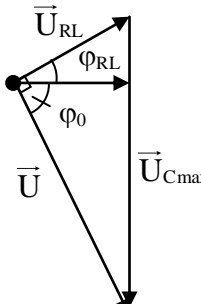
Vẽ  $(d') \parallel (d) \Rightarrow$  xác định 2 vị trí có cùng  $\bar{U}_C$

$\bar{U}^{(m)}$  là vectơ  $\bar{U}$  khi  $\bar{U}_{C_{\max}} \Rightarrow \bar{U}^{(m)} \perp (d)$  và  $(d')$

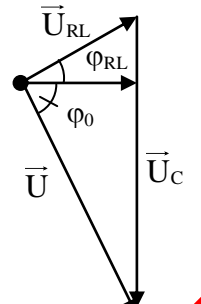
$\Rightarrow (\bar{U}^{(m)}, \bar{U}^{(1)}) = (\bar{U}^{(m)}, \bar{U}^{(2)}) = \alpha$

Khi đó:  $\varphi_0 = \beta + \alpha, \varphi_1 = \beta, \varphi_2 = \beta + 2\alpha \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0$ .

## 2. Phương pháp giản đồ vectơ:



$$\frac{U_{Cmax}}{\sin(\varphi_0 + \varphi_{RL})} = U_{Cmax} = \frac{U}{\cos \varphi_{RL}}$$



$$\frac{U_C}{\sin(\varphi_0 + \varphi_{RL})} = \frac{U}{\cos \varphi_{RL}} \quad (1)$$

Từ (1) suy ra:  $\sin(\varphi_0 + \varphi_{RL}) = \frac{U_C \cos \varphi_{RL}}{U} = \frac{U_C}{U_{Cmax}} = \sin \alpha$

(xác định với mỗi giá trị của  $U_C$ )

Suy ra: 
$$\begin{cases} \varphi_0 + \varphi_{RL} = \alpha \\ \varphi_0 + \varphi_{RL} = \pi - \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 \varphi_{RL} = \alpha - \varphi_{RL} \\ \varphi_2 = \pi - \alpha - \varphi_{RL} \end{cases} \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0.$$

## 3. Phương pháp đại số:

**Cách giải 1:** Ta có:  $\frac{2}{Z_{C0}} = \frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}}$

Với:  $\tan \varphi_0 = -\cot \varphi_{RL} = -\frac{R}{Z_L}$

$$\tan 2\varphi_0 = \frac{2 \tan \varphi_0}{1 - \tan^2 \varphi_0} = -\frac{2RZ_L}{Z_L^2 - R^2}$$

Mặt khác:  $\tan(\varphi_1 + \varphi_2) = \frac{\tan \varphi_1 + \tan \varphi_2}{1 - \tan \varphi_1 \tan \varphi_2} = \frac{(Z_{C1} + Z_{C2} - 2Z_L)R}{R^2 - (Z_L - Z_{C1})(Z_L - Z_{C2})}$

$$= \frac{\left( \frac{Z_{C1}Z_{C2}}{Z_L^2 + R^2} - 1 \right) 2Z_L R}{R^2 - Z_L^2 + 2Z_L \left( \frac{Z_{C1}Z_{C2}}{Z_L^2 + R^2} \right) - Z_{C1}Z_{C2}} = \frac{\left( \frac{Z_{C1}Z_{C2}}{Z_L^2 + R^2} - 1 \right) 2Z_L R}{R^2 - Z_L^2 + \left( \frac{Z_{C1}Z_{C2}}{Z_L^2 + R^2} \right) (Z_L^2 - R^2)}$$

$$= \frac{\left( \frac{Z_{C1}Z_{C2}}{Z_L^2 + R^2} - 1 \right) 2Z_L R}{(R^2 - Z_L^2) \left( 1 - \frac{Z_{C1}Z_{C2}}{Z_L^2 + R^2} \right)} = -\frac{2Z_L}{Z_L^2 - R^2} = \tan 2\varphi_0 \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0.$$

**Cách giải 2:**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } U_C = \frac{U}{Z} \cdot Z_C = \frac{U}{Z} [Z_L - (Z_L - Z_C)] &= \frac{U}{Z} \cdot R(\tan\varphi_{RL} - \tan\varphi) \\ &= U \cos\varphi(\tan\varphi_{RL} - \tan\varphi) = U \frac{\sin(\varphi_{RL} - \varphi)}{\cos\varphi_{RL}} \end{aligned}$$

Áp dụng công thức:

$$U_{L\max} = \frac{U}{\cos\varphi_{RL}} \quad (\text{vì } \varphi_{RL} - \varphi_0 = \frac{\pi}{2})$$

$$L = L_1 \Rightarrow \varphi = \varphi_1 \text{ và } U_L = U_{L1}$$

$$L = L_2 \Rightarrow \varphi = \varphi_2 \text{ và } U_L = U_{L2} = U_{L1}$$

$$\text{Khi đó: } U_{L1} = \frac{U}{\cos\varphi_{RL}} \sin(\varphi_{RL} - \varphi_1) = \frac{U}{\cos\varphi_{RL}} \sin(\varphi_{RL} - \varphi_2) = U_{L2}$$

$$\Rightarrow \varphi_{RL} - \varphi_1 = \pi + \varphi_2 - \varphi_{RL} \Rightarrow \varphi_2 + \varphi_1 = 2(\varphi_{RL} - \frac{\pi}{2}) = 2\varphi_0.$$

**5. Giá trị  $Z_C$  để hiệu điện thế  $U_{RC\max}$**

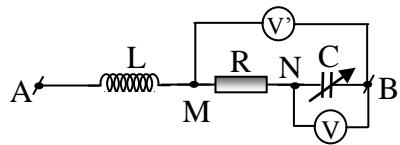
$$\text{Khi } Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2} \text{ thì } U_{RC\max} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_L}{Z_C}}}$$

(Với điện trở R và tụ điện C mắc gần nhau).

$$\text{Khi } Z_C = 0 \text{ thì } U_{RC\min} = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \quad (\text{Với điện trở R và tụ điện C mắc gần nhau}).$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1:** Mạch điện như hình vẽ. Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 0,318\text{H}$ ,  $R = 100\Omega$ , tụ C là tụ xoay. Điện áp đặt có biểu thức  $u = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch.



- Tìm C để điện áp giữa hai đầu bản tụ đạt giá trị cực đại, tính giá trị cực đại đó.
- Tìm C để điện áp hai đầu MB đạt cực đại, tính giá trị cực đại đó.

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{a. Cảm kháng: } Z_L = \omega L = 100\pi \cdot 0,318 = 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 100\Omega.$$

**Cách giải 1: Phương pháp đạo hàm:**

$$\text{Ta có: } U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} y = (R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1 = (R^2 + Z_L^2)x^2 - 2Z_L x + 1 \\ x = \frac{1}{Z_C} \end{cases}$$

Nhận thấy  $U_{C_{\max}}$  khi  $y_{\min}$ . Khảo sát hàm số:  $y = (R^2 + Z_L^2)x^2 - 2Z_L x + 1$

$$\text{Đạo hàm: } y' = 2(R^2 + Z_L^2)x - 2Z_L$$

$$y' = 0 \Rightarrow 2(R^2 + Z_L^2)x - 2Z_L = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{Z_C} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$x = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$	$+\infty$
$y'(x)$			0	
$y(x)$			$y_{\min}$	

$$\Rightarrow y_{\min} \text{ khi } x = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 200} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\pi} \text{ F.}$$

$$\text{Và } U_{C_{\max}} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{200 \sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 200\sqrt{2} \text{ V.}$$

**Cách giải 2: Phương pháp dùng tam thức bậc hai.**

$$\text{Ta có: } U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

$$\text{Đặt } y = \left(R^2 + Z_L^2\right) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1 = ax^2 + bx + 1 \text{ với } \begin{cases} x = \frac{1}{Z_C} \\ a = R^2 + Z_L^2 \\ b = -2Z_L \end{cases}$$

Nhận thấy  $U_{C_{\max}}$  khi  $y_{\min}$ . Vì hàm số  $y$  có hệ số góc  $a > 0$ , nên  $y$  đạt cực tiểu khi:

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ hay } \frac{1}{Z_C} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 200} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\pi} \text{ F.}$$

$$\text{Và } U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{200\sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 200\sqrt{2} \text{ V.}$$

**Cách giải 3: Phương pháp dùng giản đồ Fre-nen**

Ta có:  $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$

Áp dụng định lý hàm số sin, ta có:

$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_C}{\sin \beta} \Rightarrow U_C = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} U$$

Vì  $U$  và  $\sin \alpha = \frac{U_R}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$  không đổi nên  $U_{C_{\max}}$

$$\text{khi: } (\sin \beta)_{\max} \Leftrightarrow \sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$$

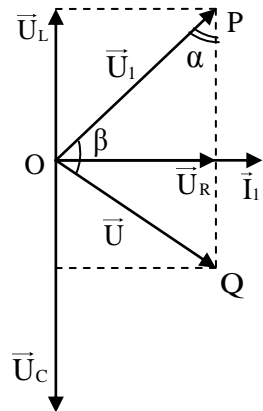
$$\cos \alpha = \frac{U_L}{U_1} = \frac{U_L}{U_C} \Rightarrow \frac{Z_L}{Z_1} = \frac{Z_L}{Z_C}$$

$$\text{hay } \Rightarrow Z_C = \frac{Z_L^2}{Z_L} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 200} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\pi} \text{ F.}$$

$$\text{Và } U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{200\sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 200\sqrt{2} \text{ V.}$$

b. Ta có:



$$U_{MB} = IZ_{MB} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Đặt  $y = \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2} + 1 = \frac{Z_L^2 - 2Z_L x}{R^2 + x^2} + 1$  (với  $x = Z_C$ )

Nhận thấy  $U_{MB\max}$  khi  $y_{\min}$ . Khảo sát hàm số  $y = \frac{Z_L^2 - 2Z_L x}{R^2 + x^2} + 1$

Đạo hàm:  $y' = \frac{2Z_L(x^2 - 2Z_L x - R^2)}{(R^2 + x^2)^2}$

Ta có:

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2Z_L x - R^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} > 0 \text{ (nhận)} \\ x = Z_C = \frac{Z_L - \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} < 0 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} = \frac{100 + \sqrt{100^2 + 4 \cdot 100^2}}{2} = 50(1 + \sqrt{5}) = 162\Omega.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 162} \approx 19,7 \cdot 10^{-6} \text{F}.$$

Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	162	$+\infty$
$y'(x)$		-	0	+
$y(x)$			$y_{\min}$	

$$\Rightarrow y_{\min} = \frac{4R^2}{4R^2 + 2Z_L^2 + 2Z_L \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}} = \frac{4R^2}{(Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2})^2}$$

Khi đó:

$$U_{MB\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} = \frac{U(Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2})}{2R} = \frac{200(100 + \sqrt{100^2 + 4 \cdot 100^2})}{2 \cdot 100} = 324V.$$

**Câu 2:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp ( $L$  là cuộn cảm thuần). Thay đổi điện dung  $C$  của tụ điện đến giá trị  $C_0$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt giá trị cực đại và  $U_C = 2U$ . Khi  $C = C_0$ , cảm kháng của cuộn cảm có giá trị là:

- A.  $Z_L = Z_{C_0}$       B.  $Z_L = R$       C.  $Z_L = \frac{3}{4}Z_{C_0}$       D.  $Z_L = \frac{2}{\sqrt{3}}R$

*Hướng dẫn giải:*

Ta có:

$$U_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}}$$

Nhận thấy  $U_C = U_{C\max}$  khi  $Z_{C_0} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$

Mặt khác:

$$U_{C\max} = 2U \Leftrightarrow \frac{UZ_{C_0}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_0})^2}} = 2U \Leftrightarrow Z_{C_0}^2 = 4R^2 + 4(Z_L - Z_{C_0})^2$$

$$\Leftrightarrow Z_{C_0}^2 = 4R^2 + 4Z_L^2 - 8Z_L Z_{C_0} + 4Z_{C_0}^2 = 4R^2 + 4Z_L^2 - 8R^2 - 8Z_L^2 + 4Z_{C_0}^2$$

$$\Leftrightarrow -4R^2 - 4Z_L^2 + 3Z_{C_0}^2 = 0 \Leftrightarrow 3 \frac{(R^2 + Z_L^2)^2}{Z_L^2} - 4R^2 - 4Z_L^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_L^4 - 2R^2 Z_L^2 - 3R^4 = 0 \Leftrightarrow Z_L^2 = 3R^2 \Rightarrow Z_L = \sqrt{3}R.$$

$$\text{Khi đó } Z_{C_0} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{4}{\sqrt{3}}R \Rightarrow R = \frac{\sqrt{3}}{4}Z_{C_0}. \text{ Do đó } Z_L = \frac{3}{4}Z_{C_0}.$$

Chọn đáp án C

**Câu 3:** Cho mạch điện RLC có  $R = 100\Omega$ ,  $L = \frac{1}{\pi}H$ ,  $C$  thay đổi. Điện áp hai đầu

đoạn mạch  $u = 100\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V). Tìm  $C$  để  $U_{C\max}$ .

*Hướng dẫn giải:*

Ta có: 
$$\begin{cases} R = 100\Omega \\ Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 100\Omega \end{cases}$$

Nhận thấy  $U_{C_{\max}}$  khi:

$$Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + 100^2}{100} = 200\Omega \Rightarrow C = \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{ F.}$$

Khi đó:  $U_{C_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{100}{100} \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2} \text{ V.}$

**Nhận xét:** Trong hai trường hợp  $L$  thay đổi và  $C$  thay đổi chúng ta thấy vai trò của  $L$  và  $C$  là bình đẳng nên hoán đổi vị trí của  $L$  và  $C$  ta sẽ được kết quả. Vậy nên trong trắc nghiệm chúng ta chỉ cần nhớ kết quả với  $C$  hoặc  $L$ .

$$\begin{cases} U_{C_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \text{ khi } Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \\ U_{L_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \text{ khi } Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \end{cases}$$

**Câu 4:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch  $R, L, C$  nối tiếp có  $C$  thay

đổi thì thấy khi  $C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$  và  $C_2 = \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{ F}$  thì điện áp hiệu dụng đặt vào tụ  $C$

không đổi. Để điện áp hiệu dụng đó đạt cực đại thì giá trị  $C$  là

A.  $C = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4\pi} \text{ F}$     B.  $C = \frac{10^{-4}}{3\pi} \text{ F}$     C.  $C = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi} \text{ F}$     D.  $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{3\pi} \text{ F}$

**Hướng dẫn giải:**

Ta có 
$$\begin{cases} U_{C1} = \frac{UZ_{C1}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2}} \\ U_{C2} = \frac{UZ_{C2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}} \end{cases}$$

Theo giả thuyết:  $U_{C1} = U_{C2} \Leftrightarrow \frac{Z_{C1}^2}{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} = \frac{Z_{C2}^2}{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}$

$$\Rightarrow Z_{C1}^2 (R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2) = Z_{C2}^2 (R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2)$$

$$\Rightarrow R^2 (Z_{C1}^2 - Z_{C2}^2) + Z_L^2 (Z_{C1}^2 - Z_{C2}^2) = 2Z_L Z_{C1} Z_{C2} (Z_{C1} - Z_{C2})$$



Do  $Z_{C1} \neq Z_{C2}$  nên ta có:  $R^2 + Z_L^2 = \frac{2Z_L Z_{C1} Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}}$

Mặt khác khi C thay đổi  $U_C$  có giá trị cực đại thì  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{2Z_{C1} Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}}$

Từ đó suy ra:  $C = \frac{C_1 + C_2}{2} = \frac{\frac{10^{-4}}{\pi} + \frac{10^{-4}}{2\pi}}{2} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4\pi} \text{ F.}$

Chọn đáp án A

**Câu 5 (THPT Chuyên ĐH Vinh – 2015):** Đặt điện áp  $u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB, trong đó đoạn mạch AM chứa cuộn dây điện trở  $r = 20\Omega$ , đoạn mạch MB chứa điện trở thuần  $R = 50\Omega$  nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi. Khi  $C = C_1 = \frac{200}{\pi} \mu\text{F}$  thì trong mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Điều chỉnh  $C = C_2$  thì  $U_{MB \max}$ , giá trị cực đại đó xấp xỉ bằng:

A. 323,6V

B. 262,6V

C. 225,8V

D. 283,8V

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$U_{MB} = \frac{200\sqrt{50^2 + Z_C^2}}{\sqrt{70^2 + (50 + Z_C)^2}} = \frac{200}{\sqrt{1 + \frac{70^2 - 100Z_C}{Z_C^2 + 50^2}}} = \frac{200}{\sqrt{1 + y}} \text{ với } y = \frac{70^2 - 100Z_C}{Z_C^2 + 50^2}$$

Để  $U_{MB \max}$  thì  $y_{\min}$  với  $Z_C$  là nghiệm của phương trình  $y' = 0$ . Đạo hàm y theo  $Z_C$  hàm số y ta được

$$y' = \frac{100Z_C^2 - 9800Z_C - 250000}{(Z_C^2 + 50^2)^2} = 0 \Rightarrow Z_C \approx 119\Omega \text{ (dựa vào sự đổi dấu của } y' \text{ khi}$$

qua giá trị này để kết luận } y\_{\min}).

Suy ra:  $U_{MB \max} \approx 262,645\text{V.}$

Chọn đáp án B

**Câu 6:** Mạch điện RCL nối tiếp có C thay đổi được. Điện áp hai đầu đoạn mạch  $u = 150\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Khi  $C = C_1 = \frac{62,5}{\pi} \mu\text{F}$  thì mạch tiêu thụ công suất cực

đại  $P_{\max} = 93,75 \text{ W}$ . Khi  $C = C_2 = \frac{1}{9\pi} \text{ mF}$  thì điện áp hai đầu đoạn mạch RC và

cuộn dây vuông pha với nhau, điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây khi đó là:

A. 90 V

B. 120 V

C. 75 V

D.  $75\sqrt{2} \text{ V}$

Hướng dẫn giải:

**Cách giải 1:** Ta có: 
$$\begin{cases} Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{62,5 \cdot 10^{-6}}{\pi}} = 160\Omega \\ Z_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-3}}{\pi}} = 90\Omega \end{cases}$$

Khi  $C = C_2$  thì  $U_{RC}$  vuông pha với  $U_{dây}$  nên cuộn dây có điện trở  $r$ .

Khi  $C = C_1$  mạch tiêu thụ công suất cực đại, trong mạch có sự cộng hưởng điện  $Z_L = Z_{C_1} = 160\Omega$ .

$$P_{\max} = I^2(R + r) = \frac{U^2}{R + r} \Rightarrow R + r = \frac{U^2}{P_{\max}} = \frac{150^2}{93,75} = 240\Omega.$$

Khi  $C = C_2$ : 
$$\begin{cases} Z = \sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2} = \sqrt{240^2 + (160 - 90)^2} = 250\Omega \\ I = \frac{U}{Z} = \frac{150}{250} = 0,6A \end{cases}$$

Suy ra 
$$\begin{cases} U_{RC}^2 + U_d^2 = U_{AB}^2 \Leftrightarrow U_R^2 + U_C^2 + U_L^2 + U_r^2 = 150^2 \\ U_C^2 = I^2 Z_{C_2}^2 = 54^2 \\ U_L^2 = I^2 Z_L^2 = 96^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_R^2 + U_L^2 = 150^2 - 54^2 - 96^2 = (72\sqrt{2})^2 \quad (1)$$

Mặt khác:  $U_{R+r} = U_R + U_r = I(R + r) = 0,6 \cdot 240 = 144 \text{ (V)}$

$$\Rightarrow (U_R + U_r)^2 = U_R^2 + U_r^2 + 2U_R U_r = 144^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta được:  $U_R = U_r = 72 \text{ (V)}$ .

Do đó điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây:

$$U_d = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} = \sqrt{72^2 + 160^2} = 120V.$$

Chọn đáp án B

**Cách giải 2:** Khi  $Z_{C_1} = 160\Omega$  thì  $P_{\max}$

$$\Rightarrow \text{Cộng hưởng và } P = \frac{U^2}{R + r} = 93,75 \Rightarrow R + r = 240\Omega \text{ và } Z_L = Z_{C_1} = 160\Omega \quad (1)$$

Khi  $Z_{C_2} = 90\Omega$  thì  $U_{AM} \perp U_{MB} \Rightarrow \tan \varphi_{AM} \tan \varphi_{MB} = -1 \Rightarrow Rr = Z_L Z_{C_2} = 14400 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có  $R, r$  là nghiệm phương trình:  $X^2 - SX + P = 0 \Rightarrow R = r = 120\Omega$

Vậy khi đó ta có  $U_{MB} = IZ_{Lr} = \frac{U}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}} \cdot \sqrt{Z_L^2 + r^2} = 120V.$

Chọn đáp án B

**Câu 7:** Cho đoạn mạch xoay chiều AB gồm tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được, cuộn dây có điện trở thuần  $r = 10\Omega$  và độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R = 30\Omega$  mắc nối

tiếp theo đúng thứ tự trên, rồi mắc vào điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2}\sin 2\pi ft$  (V). Người ta thấy rằng khi  $C = C_m$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch chứa cuộn dây và tụ điện đạt cực tiểu. Giá trị cực tiểu đó là:

- A. 50V      B. 25V      C.  $25\sqrt{2}$  V      D.  $50\sqrt{2}$  V

**Hướng dẫn giải:**

Với  $U_{AB} = 100V$ ,  $r = 10\Omega$  và  $R = 30\Omega$ .

Khi chỉnh  $C = C_m$  mà điện áp  $U_{CLr\max} \Rightarrow$  công hưởng  $\Rightarrow I = \frac{U}{R+r}$

Vậy khi đó  $U_{CLr} = Ir$  (do chỉ còn  $r$  vì  $Z_L = Z_C$ )  $= \frac{U \cdot r}{R+r} = 25V$ .

Chọn đáp án B

**Câu 8:** Trong giờ thực hành, một học sinh mắc đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $40\Omega$ , tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được và cuộn dây có độ tự cảm  $L$  nối tiếp nhau theo đúng thứ tự trên. Gọi M là điểm nối giữa điện trở thuần và tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $200V$  và tần số  $50$  Hz. Khi điều chỉnh điện dung của tụ điện đến giá trị  $C_m$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB đạt giá trị cực tiểu bằng  $75V$ . Điện trở thuần của cuộn dây là

- A.  $24\Omega$ .      B.  $16\Omega$ .      C.  $30\Omega$ .      D.  $40\Omega$ .

**Hướng dẫn giải:**

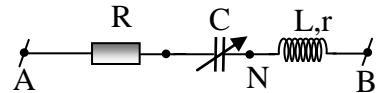
$$\text{Ta có: } U_{MB} = IZ_{MB} = \frac{U\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

Để  $U_{MB\min}$  thì mạch xảy ra cộng hưởng  $Z_L = Z_C$ , khi đó

$$U_{MB\min} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2}}} \Leftrightarrow 75 = \frac{200}{\sqrt{1 + \frac{40^2 + 2 \cdot 40r}{r^2}}} \Rightarrow r = 24\Omega.$$

Chọn đáp án A

**Câu 9:** Cho đoạn mạch điện xoay chiều ANB, tần số dòng điện  $50\text{Hz}$ , đoạn AN chứa  $R = 10\sqrt{3}\Omega$  và  $C$  thay đổi, đoạn NB chứa  $L = \frac{0,2}{\pi}$



H. Tìm  $C$  để  $U_{AN\max}$ :

- A.  $106\mu F$       B.  $200\mu F$       C.  $300\mu F$       D.  $250\mu F$

**Hướng dẫn giải:**

Cảm kháng:  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{0,2}{\pi} = 20\Omega$ .

Khi  $Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}$  thì  $U_{RCmax} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L} = U_{AN}$  (R và C mắc liên tiếp nhau).

Dung kháng:  $Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2} = \frac{20 + \sqrt{4(10\sqrt{3})^2 + 20^2}}{2} = 30\Omega$ .

Mà  $Z_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 30} = \frac{10^{-3}}{3\pi} F = 106 \mu F$ .

Chọn đáp án A

**Câu 10:** Trong giờ thực hành, một học sinh mắc đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $40\Omega$ , tụ điện có điện dung C thay đổi được và cuộn dây có độ tự cảm L nối tiếp nhau theo đúng thứ tự trên. Gọi M là điểm nối giữa điện trở thuần và tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $200V$  và tần số  $50\text{ Hz}$ . Khi điều chỉnh điện dung của tụ điện đến giá trị  $C_m$  thì  $U_{MBmin}$  và bằng  $75\text{ V}$ . Điện trở thuần của cuộn dây là

- A.  $24\Omega$ .                      B.  $16\Omega$ .                      C.  $30\Omega$ .                      D.  $40\Omega$ .

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } U_{MB} &= IZ_{MB} = \frac{U}{Z} Z_{MB} = \frac{U \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(r+R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ &= \frac{U}{\sqrt{\frac{(r+R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}} \end{aligned}$$

Để  $U_{MBmin}$  thì mạch xảy ra cộng hưởng ( $Z_L = Z_C$ ) khi đó:

$$U_{MBmin} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2}}} \Leftrightarrow 75 = \frac{200}{\sqrt{1 + \frac{40^2 + 80r}{r^2}}} \Rightarrow r = 24\Omega.$$

Chọn đáp án A

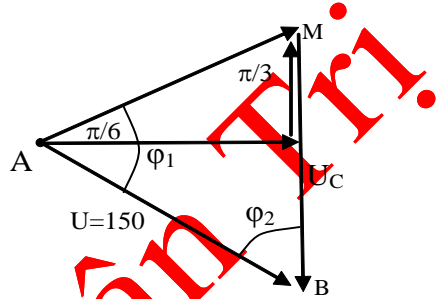
**Câu 11 (VLTTSố 01 – 2014):** Mạch điện AB gồm đoạn AM nối tiếp MB. Đặt vào hai đầu mạch  $u = 150\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Điện áp ở hai đầu đoạn AM sớm pha hơn cường độ dòng điện một góc  $30^\circ$ . Đoạn MB chỉ có một tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})_{max}$ . Khi đó điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện là:

- A.  $150V$ .                      B.  $75\sqrt{3}\text{ V}$ .                      C.  $200V$ .                      D.  $75\sqrt{2}\text{ V}$ .

Hướng dẫn giải:

Dựa vào giản đồ vector:  $\frac{U}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{U_{AM}}{\sin \varphi_2} = \frac{U_{MB}}{\sin \varphi_1} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{\sin \varphi_2 + \sin \varphi_1}$

$$\Rightarrow U_{AM} + U_{MB} = \frac{U}{\sin \frac{\pi}{3}} (\sin \varphi_2 + \sin \varphi_1) = \frac{U}{\sin \frac{\pi}{3}} \left[ \sin \left( \frac{2\pi}{3} - \varphi_1 \right) + \sin \varphi_1 \right]$$



$$= \frac{U}{\sin \frac{\pi}{3}} 2 \sin \frac{\pi}{3} \cos \left( \frac{\pi}{3} - \varphi_1 \right) \Rightarrow (U_{AM} + U_{MB})_{\max} \Leftrightarrow \cos \left( \frac{\pi}{3} - \varphi_1 \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$$

Khi đó:  $U = 150V$ .

Chọn đáp án A

**Câu 12:** Mạch điện xoay chiều AB gồm đoạn mạch AM và MB. Điện áp hai đầu đoạn mạch ổn định với điện áp cực đại  $U_0$ . Điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM sớm pha  $\frac{\pi}{6}$  so với cường độ dòng điện. Đoạn mạch MB chỉ chứa tụ điện với điện dung

C thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của C sao cho tổng  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max}$ . Khi đó điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện là

- A.  $U$       B.  $U_0$       C.  $U\sqrt{2}$       D.  $U\sqrt{3}$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Phương pháp truyền thống (biến đổi đại số)

Đoạn mạch AM có R, L,  $C_1$  mắc nối tiếp.

Ta có:  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_{C_1}}{R} = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Theo bất đẳng thức Cauchy-Schwarz:  $\frac{(U_{AM} + U_{MB})^2}{2} \leq U_{AM}^2 + U_{MB}^2$

trong đó:  $U_{AM}^2 + U_{MB}^2 = U_R^2 + (U_L - U_{C_1})^2 + U_{C_1}^2$

$$= U_R^2 + (U_L - U_{C_1} - U_C)^2 + 2(U_L - U_{C_1})U_C = U^2 \left[ 1 + \frac{(Z_L - Z_{C_1})Z_C}{R^2 + (Z_L - Z_{C_1} - Z_C)^2} \right]$$

Do đó,  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max}$  khi  $\left[ \frac{Z_C}{R^2 + (Z_L - Z_{C_1} - Z_C)^2} \right]_{\max}$

$$\text{Mà } \frac{Z_C}{R^2 + (Z_L - Z_{C_1} - Z_C)^2} = \frac{1}{\frac{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2}{Z_C} + Z_C + 2(Z_L - Z_{C_1})}$$

$$\stackrel{\text{BDT Côsi}}{\leq} \frac{1}{2\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2} - 2(Z_L - Z_{C_1})} = \frac{1}{2(Z_L - Z_{C_1})}$$

Suy ra

$$(U_{AM} + U_{MB})_{\max} \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2 = Z_C^2 = 4(Z_L - Z_{C_1})^2 \Rightarrow Z_C = 2(Z_L - Z_{C_1})$$

$$\text{Khi đó: } U_C = \frac{U_{Z_C}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_1} - Z_C)^2}} = U.$$

Chọn đáp án A

### Cách giải 2: Phương pháp giản đồ vectơ

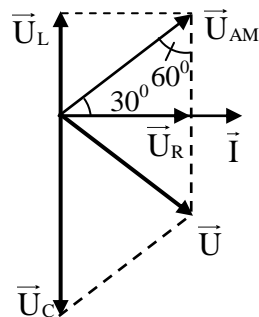
Ta có:  $\vec{U} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_C$ .

Theo giả thuyết  $(\vec{U}_{AM}, \vec{U}_C) = \frac{2\pi}{3}$

$(U_{AM} + U_{MB})_{\max} = (U_{AM} + U_C)_{\max}$  khi và chỉ khi

$\Delta OU_{AM}U_C$  là tam giác đều  $U_C = U$ .

Thật vậy, gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi  $I$  và  $u$ . Khi đó:



$$\begin{cases} \frac{U}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{U_C}{\sin \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right)} \\ \frac{U}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{U_{AM}}{\sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_C = 2U \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right) \\ U_{AM} = 2U \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_C + U_{AM} = 2U \left[ \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{6} \right) + \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] = 4U \sin \frac{\pi}{3} \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{6} \right)$$

Vì  $U = \text{const} \Rightarrow (U_C + U_{AM})_{\max} \Leftrightarrow \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{6} \right) = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta O U_{AM} U_C$  là tam giác đều.

Chọn đáp án A

**Cách giải 3:** Do đoạn mạch AM chỉ có R và  $Z_L$  nên:

$$U_{AM} + U_{MB} = \frac{U(\sqrt{R^2 + Z_L^2} + Z_C)}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(2Z_L + Z_C)}{\sqrt{4Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}} \quad (1)$$

Sau đó ta đi khảo sát (1) với biến  $Z_C$  (hoặc bình phương hai vế rồi dùng đồ thị bậc hai). Khi đó ta vẫn có kết quả  $U_C = U$ .

Chọn đáp án A

**Cách giải 4:** Do đoạn mạch AM chỉ có R và  $Z_L$  nên:

$$\begin{aligned} U_{AM} + U_{MB} &= \frac{U(\sqrt{R^2 + Z_L^2} + Z_C)}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 + 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_L Z_C}} \\ &= U \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_L Z_C}} = U \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{2Z_L Z_C + Z_L Z_C}{4Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_L Z_C}} \\ &= U \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{3}{4 \frac{Z_L}{Z_C} + \frac{Z_C}{Z_L} - 2}} \stackrel{\text{BĐT Côsi}}{\leq} U \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{3}{4 - 2}} = 2U. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $Z_C = 2Z_L \Rightarrow U_C = U$ .

Chọn đáp án A

**Cách giải 5:** Dùng tính chất bất đẳng thức

Vì  $U = \text{const}$  nên

$$U_{AM}^2 + U_{MB}^2 + 2U_{AM}U_{MB}\cos\frac{2\pi}{3} = 220^2 \Leftrightarrow U_{AM}^2 + U_{MB}^2 - U_{AM}U_{MB} = 220^2.$$

Theo AM-GM:  $U_{AM}U_{MB} \leq \left(\frac{U_{AM} + U_{MB}}{2}\right)^2$

Theo bất đẳng thức Cauchy-Schwarz:  $\frac{(U_{AM} + U_{MB})^2}{2} \leq U_{AM}^2 + U_{MB}^2$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $U_{AM} = U_{MB} \Rightarrow U_C = U_{AM} = U_{MB}$ .

Chọn đáp án A

**Câu 13:** Mạch điện xoay chiều AB gồm đoạn mạch AN chứa cuộn dây, đoạn NB chứa tụ điện C có giá trị thay đổi được. Đặt một hiệu điện thế không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB. Điện áp hai đầu đoạn mạch AN luôn sớm pha hơn cường độ dòng điện một góc  $\varphi$ . Điều chỉnh C để tổng  $(U_{AN} + U_{NB})_{\max}$ . Khi đó hệ số công suất của đoạn mạch có giá trị

- A.  $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\tan\varphi - \frac{1}{\cos\varphi}\right)^2}}$       B.  $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\tan\varphi - \frac{1}{\sin\varphi}\right)^2}}$
- C.  $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\cot\varphi - \frac{1}{\cos\varphi}\right)^2}}$       D.  $\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\cot\varphi - \frac{1}{\sin\varphi}\right)^2}}$

**Hướng dẫn giải:**

Điện áp hai đầu đoạn mạch AN luôn sớm pha hơn cường độ dòng điện một góc  $\varphi$  (cuộn dây có chứa r) nên,  $\tan\varphi = \frac{Z_L}{r} \Rightarrow Z_L = r \tan\varphi$ .

Ta có:  $U_{AN} + U_{NB} = U_{rL} + U_C = \frac{U(Z_C + \sqrt{r^2 + Z_L^2})}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Đặt:  $x = Z_C$ , ta xét hàm số:  $y = \frac{x + \sqrt{r^2 + Z_L^2}}{\sqrt{r^2 + (Z_L - x)^2}}$

Đạo hàm:  $y' = \frac{r^2 + Z_L^2 + Z_L\sqrt{r^2 + Z_L^2} - (Z_L + \sqrt{r^2 + Z_L^2})x}{[r^2 + (Z_L - x)^2]\sqrt{r^2 + (Z_L - x)^2}}$



Đạo hàm:  $y' = 0 \Leftrightarrow r^2 + Z_L^2 + Z_L \sqrt{r^2 + Z_L^2} - (Z_L + \sqrt{r^2 + Z_L^2})x = 0$

$\Rightarrow x = \sqrt{r^2 + Z_L^2}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$x = \sqrt{r^2 + Z_L^2}$	$+\infty$
$y'(x)$			+	0
$y(x)$			$y_{\max}$	

Từ bảng biến thiên suy ra:  $y_{\max} \Leftrightarrow Z_C = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \frac{r}{\cos \varphi}$

Hệ số công suất của mạch:

$k = \frac{r}{Z} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \left(r \tan \varphi - \frac{r}{\cos \varphi}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\tan \varphi - \frac{1}{\cos \varphi}\right)^2}}$

Chọn đáp án A

**Câu 14:** Mạch điện xoay chiều AB gồm đoạn AN và đoạn NB mắc nối tiếp. Điện áp ở hai đầu mạch ổn định  $u = 150\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Điện áp ở hai đầu đoạn AN sớm pha hơn cường độ dòng điện một góc  $\frac{\pi}{6}$ . Đoạn NB chỉ có một tụ điện có điện

dung C thay đổi được. Chính C để tổng  $\left(\frac{1}{U_{AN}} + \frac{1}{U_{NB}}\right)_{\min}$ . Khi đó điện áp hiệu

dụng ở hai đầu tụ điện là

- A. 220V      B.  $110\sqrt{3}$  V      C. 150V      D.  $110\sqrt{2}$  V

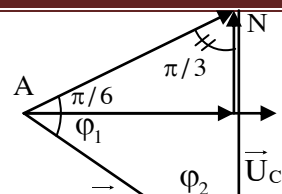
**Hướng dẫn giải:**

Theo hệ quả của bất đẳng thức AM-GM thì  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $a = b$ .

Áp dụng vào bài toán trên ta có:  $\frac{1}{U_{AN}} + \frac{1}{U_{NB}} \geq \frac{4}{U_{AN} + U_{NB}}$

Khi đó  $\left(\frac{1}{U_{AN}} + \frac{1}{U_{NB}}\right)_{\min} \Leftrightarrow (U_{AN} + U_{NB})_{\max}$

Vẽ giản đồ vectơ như hình vẽ



Theo định lý hàm số sin ta có:

$$\frac{U}{\sin \frac{\pi}{3}} + \frac{U_{AN}}{\sin \varphi_2} = \frac{U_{NB}}{\sin \varphi_1} = \frac{U_{AN} + U_{NB}}{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}$$

$$\text{Suy ra: } U_{AN} + U_{NB} = \left( \frac{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}{\sin \frac{\pi}{3}} \right) U$$

$$= \left( \frac{\sin \varphi_1 + \sin \left( \frac{2\pi}{3} - \varphi_1 \right)}{\sin \frac{\pi}{3}} \right) U = \left( \frac{2 \sin \frac{\pi}{3} \cos \left( \frac{\pi}{3} - \varphi_1 \right)}{\sin \frac{\pi}{3}} \right) U = 2U \cos \left( \frac{\pi}{3} - \varphi_1 \right)$$

$$\text{Khi đó: } (U_{AN} + U_{NB})_{\max} \Leftrightarrow \cos \left( \frac{\pi}{3} - \varphi_1 \right) = 1 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{3}.$$

Vậy điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện là 150V.

Chọn đáp án C

**Câu 15:** Mạch điện xoay chiều AB gồm đoạn AM và đoạn MB. Điện áp ở hai đầu mạch ổn định  $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Điện áp ở hai đầu đoạn AM sớm pha hơn cường độ dòng điện một góc  $30^\circ$ . Đoạn MB chỉ có một tụ điện có điện dung C thay đổi được. Chọn C để tổng  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max}$ . Khi đó điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện là

- A. 440V      B.  $220\sqrt{3}$  V      C. 220V      D.  $220\sqrt{2}$  V

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Vẽ giản đồ vectơ như hình vẽ

Đặt  $Y = (U_{AM} + U_{MB})^2$ .

Tổng  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max}$  khi Y đạt giá trị cực đại

$$Y = (U_{AM} + U_{MB})^2 = (U_{AM} + U_C)^2 \\ = U_{AM}^2 + U_C^2 + 2U_{AM}U_C \quad (1)$$

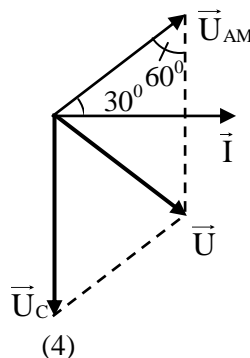
Mặt khác theo giản đồ ta có:

$$U^2 = U_{AM}^2 + U_C^2 - 2U_{AM}U_C \cos 60^\circ \\ = U_{AM}^2 + U_C^2 - U_{AM}U_C$$

$$U^2 = U_{AM}^2 + U_C^2 - U_{AM}U_C \quad (2)$$

$$Z^2 = Z_{AM}^2 + Z_C^2 - Z_{AM}Z_C \quad (3)$$

Thay (2) vào (1) ta được:  $Y = U^2 + 3U_{AM}U_C$



Nhận thấy  $Y = Y_{\max}$  khi  $X = U_{AM}U_C$  có giá trị lớn nhất  $X = X_{\max}$

$$X = U_{AM}U_C = I^2 Z_{AM}Z_C = \frac{U^2 Z_{AM}Z_C}{Z^2}$$

$$= \frac{U^2 Z_{AM}}{\frac{Z_{AM}^2 + Z_C^2 - Z_{AM}Z_C}{Z_C}} = \frac{U^2 Z_{AM}}{\frac{Z_{AM}^2}{Z_C} + Z_C - Z_{AM}}$$

$X = X_{\max}$  khi mẫu số cực tiểu,  $\Rightarrow Z_C = Z_{AM} \Rightarrow X = U^2$  (5) và  $U_C = U_{AM}$

Từ (4) và (5):  $Y = (U_{AM} + U_C)^2 = U^2 + 3U^2 = 4U^2$

$\Rightarrow U_{AM} + U_C = 2U \Rightarrow 2U_C = 2U \Rightarrow U_C = U = 220V$ .

Chọn đáp án C

**Cách giải 2:** Từ giản đồ vectơ, nhận thấy khi  $Z_C = Z_{AM}$  suy ra  $U_C = U_{AM}$ . Khi đó tam giác  $OU_{AM}U$  là tam giác đều  $\Rightarrow U_C = U = 220V$ .

Chọn đáp án C

**Câu 16:** Một cuộn dây không thuần cảm nối tiếp với tụ điện C trong mạch xoay chiều có điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) thì dòng điện trong mạch sớm pha hơn điện áp u là  $\varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 30V. Nếu thay  $C_1 = 3C$  thì dòng điện chậm pha hơn u góc  $\varphi_2 = 90^\circ - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 90V. Tìm  $U_0$ .

A.  $\frac{60}{\sqrt{5}}$  V

B.  $\frac{30}{\sqrt{5}}$  V

C.  $30\sqrt{2}$  V

D. 60 V

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $Z_{2C} = \frac{1}{3} Z_C$ .  $I_2 = 3I_1 \Rightarrow i_1$  sớm pha hơn u;  $i_2$  trễ pha hơn u;  $\vec{I}_1 \perp \vec{I}_2$

Hình chiếu của  $\vec{U}$  trên  $\vec{I}_1$  là  $\vec{U}_R$

$$U_{2LC} = U_{2L} - U_{2C} = U_{1R} \Rightarrow 3Z_L - Z_C = R \quad (1)$$

$$U_{1LC} = U_{1C} - U_{1L} = U_{2R} \Rightarrow Z_C - Z_L = 3R \quad (2)$$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \begin{cases} Z_L = 2R \\ Z_C = 5R \end{cases}$

$$\text{Ban đầu } U = \frac{30}{\sqrt{R^2 + 4R^2}} \times \sqrt{R^2 + (2R - 5R)^2} = \frac{30\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 30\sqrt{2} \text{ V} \Rightarrow U_0 = 60V.$$

Chọn đáp án D

**Câu 16 (THPT Quốc gia – 2016):** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) (với  $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm: điện trở, cuộn cảm thuần và tụ điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_0$  thì  $U_{C \max}$  và công suất của đoạn mạch bằng 50% công suất của đoạn mạch khi có cộng hưởng. Khi  $C = C_1$  thì điện áp giữa hai bản tụ điện có giá trị hiệu dụng là  $U_1$  và trễ pha  $\varphi_1$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Khi  $C = C_2$  thì điện áp giữa hai bản tụ điện có giá trị hiệu dụng là  $U_2$  và trễ

pha  $\varphi_2$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Biết  $U_2 = U_1$  và  $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3}$ . Giá trị của  $\varphi_1$  là

- A.  $\frac{\pi}{12}$       B.  $\frac{\pi}{6}$       C.  $\frac{\pi}{4}$       D.  $\frac{\pi}{9}$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1: Phương pháp truyền thống**

$$\text{Khi } C = C_0 \text{ thì } U_C = U_{\text{cmax}} \Rightarrow Z_{C0} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$$

$$\text{Công suất của mạch } P = I^2 R = \frac{U^2}{Z^2} R.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{P_{C0}}{P_{\text{ch}}} &= \left( \frac{Z_{\text{ch}}}{Z_0} \right)^2 = 0,5 \Rightarrow R^2 = 0,5R^2 + 0,5(Z_L - Z_{C0})^2 \\ \Rightarrow R &= |Z_L - Z_{C0}| = Z_{C0} \quad Z_L = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} - Z_{C0} = \frac{R^2}{Z_L} \Rightarrow Z_L = R \text{ và } Z_{C0} = 2R \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Khi } U_{C1} = U_{C2} \Rightarrow \frac{2}{Z_{C0}} = \frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \frac{1}{R} = \frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}}$$

Gọi  $\varphi'$  là góc lệch pha giữa  $u$  và  $i$ . Ta có:

$$\tan \varphi'_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = 1 - \frac{Z_{C1}}{R} = 1 - Z_{C1} \left( \frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} \right) = -\frac{Z_{C1}}{Z_{C2}} \quad (3)$$

$$\tan \varphi'_2 = \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} = 1 - \frac{Z_{C2}}{R} = 1 - Z_{C2} \left( \frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} \right) = -\frac{Z_{C2}}{Z_{C1}} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra: } \tan \varphi'_1 \tan \varphi'_2 = 1 \Rightarrow -\varphi'_1 - \varphi'_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi'_1 + \varphi'_2 = -\frac{\pi}{2} \quad (5)$$

$$\text{Góc lệch pha giữa } u \text{ và } u_C: \varphi_1 = \frac{\pi}{2} + \varphi'_1 \Rightarrow \varphi'_1 = \varphi_1 - \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \varphi'_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi'_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} \quad (7)$$

$$\text{Từ (5), (6) và (7) ta được: } 2\varphi_1 + \frac{\pi}{3} - 2 \cdot \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{12}.$$

Chọn đáp án A

**Cách giải 2: Phương pháp đường tròn**

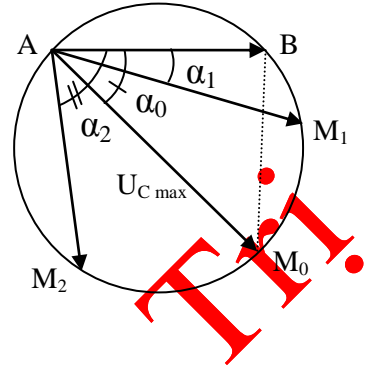
Ta có:

$$P_0 = P_{ch} \sin^2 \alpha_0 \Rightarrow \sin \alpha_0 = \sqrt{\frac{P_0}{P_{ch}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi}{4}.$$

Mặt khác:

$$\begin{cases} \alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{3} \\ \alpha_2 + \alpha_1 = 2\alpha_0 = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \frac{\pi}{12} \\ \alpha_2 = \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$



Chọn đáp án A

**Câu 18:** Một đoạn mạch gồm cuộn cảm có độ tự cảm  $L$  và điện trở thuần  $r$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Đặt vào hai đầu mạch một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số  $f$  không đổi. Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có giá trị  $C = C_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện và hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị và bằng  $U$ , cường độ dòng điện trong mạch khi đó có

biểu thức  $i_1 = 2\sqrt{6} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)A$ . Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có

giá trị  $C = C_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt giá trị cực đại. Cường độ dòng điện tức thời trong mạch khi đó có biểu thức là

A.  $i_2 = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)A$       B.  $i_2 = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)A$

C.  $i_2 = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)A$       D.  $i_2 = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)A$

**Hướng dẫn giải:**

Khi  $C = C_1$  ta có:  $U_L = U_C = U \Rightarrow Z_d = Z_{C1} = Z_L$

$$\Rightarrow \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_L - Z_{C1} = \pm Z_L \Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C1}}{2} \quad (1)$$

$$\text{Khi } Z_d = Z_{C1} \Rightarrow r^2 + Z_L^2 = Z_{C1}^2 \Rightarrow r^2 = \frac{3}{4} Z_{C1}^2 \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2} Z_{C1} \quad (2)$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{r} = \frac{\frac{Z_{C1}}{2} - Z_{C1}}{\frac{\sqrt{3}}{2} Z_{C1}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_1 = -\frac{\pi}{6}.$$

Khi  $C = C_2$  ta có:  $U_C = U_{C_{\max}}$  khi  $Z_{C2} = \frac{r^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{Z_{C1}^2}{\frac{Z_{C1}}{2}} = 2Z_{C1}$

Khi đó  $Z_{C2} = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_{C2})^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \left(\frac{Z_{C1}}{2} - 2Z_{C1}\right)^2} = \sqrt{3Z_{C1}^2} = \sqrt{3}Z_{C1}$

$\tan \varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C2}}{r} = \frac{\frac{Z_{C1}}{2} - 2Z_{C1}}{\frac{\sqrt{3}}{2}Z_{C1}} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{3}$ .

Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch:

$U = I_1 Z_1 = I_2 Z_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1 Z_1}{Z_2} = \frac{I_1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2A$

Cường độ dòng điện qua mạch:

$i_2 = I_2 \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) A$ .

Chọn đáp án A

**Câu 19:** Một cuộn dây không thuần cảm nối tiếp với tụ điện C thay đổi được trong mạch điện xoay chiều có điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V). Ban đầu dung kháng  $Z_C$ , tổng trở cuộn dây  $Z_d$  và tổng trở Z toàn mạch bằng nhau và đều bằng  $100\Omega$ . Tăng điện

dung thêm một lượng  $\Delta C = \frac{0,125 \cdot 10^{-3}}{\pi}$  (F) thì tần số dao động riêng của mạch này

khi đó là  $80\pi$  rad/s. Tần số  $\omega$  của nguồn điện xoay chiều bằng:

- A.  $80\pi$  rad/s. B.  $100\pi$  rad/s. C.  $40\pi$  rad/s. D.  $50\pi$  rad/s.

**Hướng dẫn giải:**

Do  $Z_C = Z_d = Z \Rightarrow U_C = U_d = U = 100I$

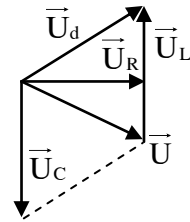
Vẽ giản đồ vectơ như hình vẽ.

Suy ra  $U_L = \frac{1}{2} U_d = 50I \Rightarrow 2Z_L = U_d = 50I \Rightarrow Z_L = 50\Omega$ .

Với I là cường độ dòng điện qua mạch

Ta có:  $\begin{cases} Z_L = \omega L \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{C} = Z_L Z_C = 5000$

$\omega' = \frac{1}{\sqrt{L(C + \Delta C)}} = 80\pi \Rightarrow L(C + \Delta C) = \frac{1}{(80\pi)^2}$



$$\Rightarrow 5000C(C + \Delta C) = \frac{1}{(80\pi)^2}$$

$$\Rightarrow C^2 + (\Delta C)C - \frac{1}{(80\pi)^2 \cdot 5000} = 0 \Rightarrow C^2 + \frac{0,125 \cdot 10^{-3}}{\pi} C - \frac{1}{(80\pi)^2 \cdot 5000} = 0$$

$$\Rightarrow C^2 + \frac{10^{-3}}{8\pi} C - \frac{10^{-6}}{8\pi^2 \cdot 4} = 0 \Rightarrow C = \frac{10^{-3}}{8\pi} F$$

$$\text{Suy ra: } Z_C = \frac{1}{\omega C} = 100 \Omega \Rightarrow \omega = \frac{1}{Z_C C} = 80\pi \text{ rad/s.}$$

Chọn đáp án A

### III. Sự thay đổi $\omega$ trong mạch RLC mắc nối tiếp

Xét mạch điện xoay chiều có hiệu điện thế hai đầu ổn định:  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$ .  $\omega$  có giá trị thay đổi; R, L và C không đổi.

#### 1. Khảo sát sự biến thiên công suất theo $\omega$ .

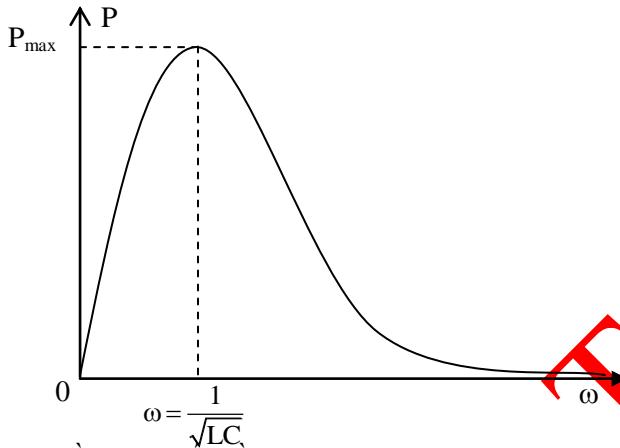
$$\text{Ta có: } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

Việc khảo sát hàm số P theo biến số  $\omega$  bằng việc lấy đạo hàm và lập bảng biến thiên rất khó khăn vì hàm số này tương đối phức tạp. Tuy nhiên, ta có thể thu được kết quả đó từ những nhận xét sau.

- Khi  $\omega = 0$  thì  $Z_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$  làm cho  $P = 0$ .
- Khi  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  thì mạch cộng hưởng làm cho công suất trên mạch cực đại.
- Khi  $\omega \rightarrow \infty$  thì  $Z_L = \omega L \rightarrow \infty$  làm cho  $P = 0$ .

Từ những nhận xét đó ta dễ dàng thu được sự biến thiên và đồ thị:

$\omega$	$-\infty$	0	$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$+\infty$
$P'(\omega)$			0	+
$P(\omega)$		0	$P_{\max} = \frac{U^2}{R}$	0



**Nhận xét đồ thị:** Từ đồ thị ta thấy rằng sẽ có hai giá trị  $\omega_1 \neq \omega_2$  cho cùng một giá trị công suất, điều này phù hợp với những biến đổi ở phần trên.

**2. Giá trị  $\omega$  làm cho  $P_{\max}$ ,  $I_{\max}$ ,  $U_{\max}$**

Ta có  $P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ , từ công thức này ta thấy rằng công suất của

mạch đạt giá trị cực đại khi:  $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . Với  $P_{\max} = \frac{U^2}{R}$

Khi đó  $Z_{\min} = R$  và hiệu điện thế giữa hai đầu mạch và cường độ dòng điện qua mạch đồng pha nhau.

**3. Có hai giá trị  $\omega_1 \neq \omega_2$  cho cùng công suất (cộng hưởng) và giá trị  $\omega$  làm cho  $P_{\max}$  tính theo  $\omega_1$  và  $\omega_2$**

Nếu có hai giá trị tần số khác nhau cho một giá trị công suất thì:

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} & (1) \\ \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -\left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right) & (2) \end{cases}$$



Vì  $\omega_1 \neq \omega_2$  nên nghiệm (1) bị loại. Khai triển nghiệm (2) ta thu được :  $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$

Có hai giá trị của  $\omega$  để mạch có P, I, Z,  $\cos\varphi$ ,  $U_R$  giống nhau thì:

$$\omega_1 \omega_2 = \omega_{ch}^2 = \frac{1}{LC}$$

Với  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì I hoặc P hoặc  $\cos\varphi$  hoặc  $U_R$  có cùng một giá trị thì:  $I_{\max}$  hoặc  $P_{\max}$  hoặc  $U_{R \max}$  khi  $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \Rightarrow \frac{1}{LC} = \omega_1 \omega_2$  hay  $f = \sqrt{f_1 f_2}$ .

#### 4. Giá trị $\omega$ làm cho hiệu điện thế $U_{L\max}$

Ta có :

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{1}{L^2 C^2}\right) \frac{1}{\omega^4} + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right) \frac{1}{\omega^2} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Nhận thấy  $U_{L\max} \Leftrightarrow y_{\min}$ .

Xét hàm số  $y = \left(\frac{1}{L^2 C^2}\right) \frac{1}{\omega^4} + \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right) \frac{1}{\omega^2} + 1$  là một hàm bậc hai theo biến

$\frac{1}{\omega^2}$  và  $a = \frac{1}{L^2 C^2} > 0$  nên hàm số đạt cực tiểu tại:

$$\frac{1}{\omega^2} = -\frac{b}{2a} = \frac{(2L - R^2 C)}{2} \Rightarrow \omega_L = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2 C^2}} = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2L - R^2 C}}$$

Tần số góc:  $\omega_L = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2 C^2}} \Rightarrow \frac{1}{\omega_L^2} = C^2 \left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\omega_L^2 C^2} = \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow Z_C^2 = Z_L Z_C - \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow Z_C (Z_L - Z_C) = \frac{R^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_C (Z_L - Z_C)}{R^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{Z_C}{R} \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \tan \varphi_{RC} \tan \varphi = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Và } y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC}\right)^2 - 4 \frac{1}{L^2 C^2}}{4 \frac{1}{L^2 C^2}} = \frac{4R^2 LC - R^4 C^2}{4L^2}$$

Khi đó:

$$U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{4R^2LC - R^4C^2}{4L^2}}} = \frac{2UL}{\sqrt{4R^2LC - R^4C^2}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$$

$$\text{Hay } U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{L^2C^2}{\omega^4L^4C^4}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{1}{\omega^4L^2C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_C^2}{Z_L^2}}}.$$

##### 5. Giá trị $\omega$ làm cho hiệu điện thế $U_{C\max}$

Ta có :

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{L^2C^2\omega^4 + (R^2C^2 - 2LC)\omega^2 + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$$

Nhận thấy  $U_{C\max} \Leftrightarrow y_{\min}$ .

Xét hàm số  $y = L^2C^2\omega^4 + (R^2C^2 - 2LC)\omega^2 + 1$  là một hàm bậc hai theo biến  $\omega^2$

và  $a = L^2C^2 > 0$  nên hàm số đạt cực tiểu tại:

$$\omega^2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{R^2C^2 - 2LC}{2L^2C^2} = \frac{2LC - R^2C^2}{2L^2C^2} = \frac{\frac{2L}{C} - R^2}{2L^2}$$

$$\Rightarrow \omega_c = \sqrt{\frac{\frac{2L}{C} - R^2}{2L^2}} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\frac{2L}{C} - R^2}{2}}$$

Tần số góc:

$$\omega_c = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\frac{2L}{C} - R^2}{2}} \Rightarrow \omega_c^2 = \frac{1}{L^2} \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) \Rightarrow \omega_L \omega_c = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_L \omega_c = \omega_0^2$$

Ta có:

$$\omega = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow \omega L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow Z_L^2 = Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow Z_L (Z_L - Z_C) = -\frac{R^2}{2} \Leftrightarrow \frac{Z_L (Z_L - Z_C)}{R^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_L}{R} \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \tan \varphi_{RL} \tan \varphi = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Và } y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(R^2C^2 - 2LC)^2 - 4L^2C^2}{4L^2C^2} = \frac{4R^2LC - R^4C^2}{4L^2}$$

Khi đó:

$$U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{y_{\min}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{4R^2LC - R^4C^2}{4L^2}}} = \frac{2UL}{\sqrt{4R^2LC - R^4C^2}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$$

$$\text{Hay } U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{L^2C^2}{\omega^4L^4C^4}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{1}{\omega^4L^2C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_C^2}{Z_L^2}}}.$$

**Chú ý:**

- Cho  $\omega = \omega_1$ ,  $\omega = \omega_2$  thì  $U_C$  như nhau. Tính  $\omega$  để  $U_{C_{\max}}$

Điều kiện để  $U_{C_{\max}}$  khi:  $\omega_C^2 = \frac{1}{L^2} \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2)$  với  $\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} > 0$

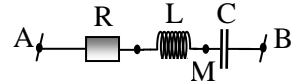
- Cho  $\omega = \omega_1$ ,  $\omega = \omega_2$  thì  $U_L$  như nhau. Tính  $\omega$  để  $U_{L_{\max}}$

Điều kiện để  $U_{L_{\max}}$  khi:  $\frac{1}{\omega_L^2} = C^2 \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$  với  $\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} > 0$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1:** Cho mạch AB chứa RLC nối tiếp theo thứ tự (L thuần cảm). Gọi M là điểm nối giữa L và C. Cho điện áp 2 đầu mạch là  $u = U_0 \cos \omega t$  (V). Ban đầu điện áp  $u_{AM}$  và  $u_{AB}$  vuông pha. Khi tăng tần số của dòng điện lên 2 lần thì  $u_{MB}$ :

- A. Tăng 4 lần      B. không đổi      C. Tăng      D. giảm



**Hướng dẫn giải:**

Ban đầu với tần số  $\omega_0$  để cho điện áp đoạn AM vuông pha với điện áp đoạn AB suy ra:

$$\frac{Z_{L0} - Z_{C0}}{R} \cdot \frac{Z_{L0}}{R} = -1 \Leftrightarrow Z_{L0}^2 - Z_{L0}Z_{C0} = -R^2 \Rightarrow Z_{L0}^2 + R^2 = Z_{L0}Z_{C0} \quad (1)$$

$$\text{Lúc sau tăng } \omega = 2\omega_0 \text{ thì } \begin{cases} Z_L = 2Z_{L0} \\ Z_C = \frac{1}{2}Z_{C0} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Mà } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_LZ_C + Z_C^2} \quad (3)$$

$$\text{Thế (1) vào (2) ta được: } Z_0 = \sqrt{Z_{C0}^2 - Z_{L0}Z_{C0}} \quad (4)$$

$$\text{Ta có lúc đầu: } U_{MB0} = I_0 Z_{C0} = \frac{U}{Z_0} Z_{C0} = \frac{UZ_{C0}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L0} - Z_{C0})^2}} \quad (5)$$

Ta có lúc sau :  $U_{MB} = IZ_C = \frac{U}{Z} Z_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$  (6)

Thế (2) vào (6):

$$U_{MB} = \frac{UZ_{C0}}{2\sqrt{R^2 + \left(2Z_{L0} - \frac{1}{2}Z_{C0}\right)^2}} = \frac{UZ_{C0}}{2\sqrt{R^2 + \left(4Z_{L0}^2 - 2Z_{L0}Z_{C0} + \frac{1}{4}Z_{C0}^2\right)}}$$

$$= \frac{UZ_{C0}}{\sqrt{4R^2 + (16Z_{L0}^2 - 8Z_{L0}Z_{C0} + Z_{C0}^2)}} \quad (7)$$

Thế (1) vào (7):  $U_{MB} = \frac{UZ_{C0}}{\sqrt{4R^2 + (16Z_{L0}^2 - 8Z_{L0}Z_{C0} + Z_{C0}^2)}}$

Mặt khác:  $U_{MB} = \frac{U}{\sqrt{1 - \omega^2 LC}}$ . Khi  $\omega$  tăng 2 lần thì  $\omega^2$  tăng 4 lần. Suy ra mẫu số giảm nên  $U_{MB}$  tăng.

Chọn đáp án C

**Câu 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  có  $U_0$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch có R, L, C mắc nối tiếp. Thay đổi  $\omega$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $\omega = \omega_1$  bằng cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $\omega = \omega_2$ . Hệ thức **đúng** là:

A.  $\omega_1 + \omega_2 = \frac{2}{LC}$ . B.  $\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

C.  $\omega_1 + \omega_2 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ . D.  $\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{LC}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Ta có:

$$I_1 = I_2 \Leftrightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2}}$$

$$\Leftrightarrow (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2$$

Vậy xảy ra 2 khả năng, biến đổi ta được:

$$\begin{cases} Z_{L1} - Z_{C1} = Z_{L2} - Z_{C2} \\ Z_{L1} - Z_{C1} = -(Z_{L2} - Z_{C2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \\ \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -\left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_1 L - \omega_2 L = \frac{1}{\omega_1 C} - \frac{1}{\omega_2 C} \\ \omega_1 L + \omega_2 L = \frac{1}{\omega_2 C} + \frac{1}{\omega_1 C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\omega_1 - \omega_2)L = \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right) \frac{1}{C} \\ (\omega_1 + \omega_2)L = \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right) \frac{1}{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\omega_1 - \omega_2)L = \left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1 \omega_2}\right) \frac{1}{C} \\ (\omega_1 + \omega_2)L = \left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{\omega_1 \omega_2}\right) \frac{1}{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} LC = -\frac{1}{\omega_1 \omega_2} \\ LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} \end{cases}$$

Chỉ có trường hợp  $LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}$  (1) là thỏa mãn yêu cầu bài toán. Khi  $I_1 = I_2$  thì

mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện, lúc đó  $\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$  (2)

Từ (1) và (2) ta được:  $\omega^2 = \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$ .

Chọn đáp án D

### Cách giải 2:

Bài toán này xét về sự phụ thuộc của I theo  $\omega$  nên ta viết:

$$I_1 = I_2 \Leftrightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}}$$

Ta thấy ngay I phụ thuộc kiểu “hàm phân thức” đối với  $\omega$  vì vậy phải có quan hệ hàm phân thức:  $x_{CT} = \sqrt{x_1 x_2}$ , tức là  $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  hay  $\omega^2 = \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$ .

Chọn đáp án D

Chú ý:

1. Khi bài toán có  $\omega$  thay đổi, thấy có hai giá trị  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  cũng cho cùng một cường độ dòng điện, hoặc cho cùng độ lớn của độ lệch pha giữa u và i, hoặc cùng  $U_R$  ... Tìm  $\omega$  để có cộng hưởng điện (hay  $I = I_{\max}$ ,  $\varphi_u = \varphi_i$ ,  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$ ,  $(\cos \varphi)_{\max} = 1$ ,  $P = P_{\max}$ ,  $U_R = U_{R\max}$ , ...) thì ta nên vận dụng phương pháp đánh giá kiểu hàm số để có kết quả nhanh  $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ .

2. a. Hàm số bậc hai:  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

Giá trị của  $x$  làm  $f(x)$  đạt cực trị ứng với tọa độ đỉnh  $x_{CT} = \frac{-b}{2a}$  (1)

Hai giá trị  $x_1, x_2$  cho cùng một giá trị của hàm  $f(x)$ , theo hệ thức Vi-et thì  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có mối liên hệ giữa  $x_1, x_2$  và  $x_{CT}$  như sau:  $x_{CT} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  và gọi đây là kiểu quan hệ **hàm bậc hai**.

b. Hàm số bậc hai:  $y = f(x) = ax + \frac{b}{x}$

Giá trị của  $x$  làm  $f(x)$  đạt cực trị ứng với  $ax = \frac{b}{x}$  hay là  $x_{CT} = \sqrt{\frac{b}{a}}$  (1)

Hai giá trị  $x_1, x_2$  cho cùng một giá trị của hàm  $f(x)$ , theo hệ thức Vi-et thì  $x_1 x_2 = \frac{b}{a}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có mối liên hệ giữa  $x_1, x_2$  và  $x_{CT}$  như sau:  $x_{CT} = \sqrt{x_1 x_2}$  và gọi đây là kiểu quan hệ **hàm phân thức**.

Trong các bài toán về điện xoay chiều, mặc dù các đại lượng như  $I, P, U_L, \dots$  không phụ thuộc vào các đại lượng  $\omega, Z_L, \dots$  tường minh là hàm bậc hai hay là hàm phân thức chính xác như trong toán học, nhưng nó chỉ có dạng biểu thức tương tự theo một hàm mũ hoặc kèm theo một hằng số nào đó.

**Câu 3:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm có cùng một giá trị. Khi  $\omega = \omega_0$  thì  $U_{L \max}$ . Hệ thức liên hệ giữa  $\omega_1, \omega_2$  và  $\omega_0$  là:

- A.  $\omega_0^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$  B.  $\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$   
C.  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$  D.  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm có cùng một giá trị:

$$U_{L_1} = U_{L_2} \Leftrightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2}} \cdot \omega_1 L = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2}} \cdot \omega_2 L$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \frac{\omega_1^2}{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \frac{\omega_2^2}{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2} \\
 &\Leftrightarrow \frac{R^2 - 2\frac{L}{C}}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_1^4 C^2} = \frac{R^2 - 2\frac{L}{C}}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_2^4 C^2} \\
 &\Leftrightarrow \left(2\frac{L}{C} - R^2\right) \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}\right) = \frac{1}{\omega_2^4 C^2} - \frac{1}{\omega_1^4 C^2} \\
 &\Leftrightarrow \left(2\frac{L}{C} - R^2\right) = \frac{1}{C^2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = C^2 \left(2\frac{L}{C} - R^2\right) \quad (1)
 \end{aligned}$$

Ta có:  $U_L = IZ_L = \frac{UL}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right) \frac{1}{\omega^2} + L^2}}$

Đặt  $x = \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow y = ax^2 + bx + d$

Tức là khi  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(2\frac{L}{C} - R^2\right) C^2 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta được:  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}\right)$ .

Chọn đáp án C

**Cách giải 2:** Bài toán xét sự phụ thuộc của  $U_L$  vào  $\omega$  nên ta có:

$$U_L = IZ_L = \frac{UL}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{UL}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right) \frac{1}{\omega^2} + L^2}}$$

Và ta thấy ngay  $U_L$  phụ thuộc kiểu hàm bậc 2 đối với  $\frac{1}{\omega^2}$  nên ta có ngay mối liên

hệ giữa  $\omega_1, \omega_2$  và  $\omega_0$  là  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}\right)$ .

Chọn đáp án C

**Chú ý:** Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện có cùng một giá trị. Khi  $\omega = \omega_0$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện có giá trị cực đại. Ta có ngay biểu thức:

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{C} \frac{U}{\sqrt{L^2\omega^4 + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right)\omega^2 + \frac{1}{C^2}}}$$

Và ta thấy ngay  $U_C$  phụ thuộc kiểu hàm bậc 2 đối với  $\omega^2$  nên ta có ngay mối liên hệ giữa  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  và  $\omega_0$  là  $\omega_0^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$ .

**Câu 4 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An lần 3 - 2012):** Mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Điện áp ở hai đầu đoạn mạch là  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V). Chỉ có tần số góc thay đổi được. Điều chỉnh  $\omega$  thấy khi giá trị của nó là  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2$  ( $\omega_1 > \omega_2$ ) thì cường độ dòng điện hiệu dụng đều nhỏ hơn cường độ dòng điện hiệu dụng cực đại  $n$  lần ( $n > 1$ ). Biểu thức tính giá trị  $R$  là:

A.  $R = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{n^2 - 1}}$       B.  $R = \frac{L\omega_1 \cdot \omega_2}{n^2 - 1}$       C.  $R = \frac{L\omega_1 \cdot \omega_2}{\sqrt{n^2 - 1}}$       D.  $R = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{n^2 - 1}$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Ta có khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  thì mạch có cùng  $I$  với  $I_1 = I_2 = I = \frac{I_{\max}}{n}$

( $n > 1$ ) với  $I_{\max}$  là cường độ cộng hưởng  $\Rightarrow \omega_1\omega_2 = \omega^2 = \frac{1}{LC}$

Khi đó  $R = \frac{U}{I_{\max}} = \frac{I_1 Z_1}{n I_1} = \frac{Z_1}{n} = \frac{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}}{n} \Rightarrow (nR)^2 = R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2$

$\Rightarrow (n^2 - 1)R^2 = \frac{(LC\omega_1^2 - 1)^2}{(C\omega_1)^2} \quad (1)$

(Thay  $LC = \frac{1}{\omega_1\omega_2}$  và  $C\omega_1 = \frac{1}{L\omega_2}$  vào biểu thức (1))

(1)  $\Rightarrow (n^2 - 1)R^2 = L^2(\omega_1 - \omega_2)^2 \Rightarrow R = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{n^2 - 1}}$  với ( $\omega_1 > \omega_2$ )

Chọn đáp án A

**Chú ý:** Tương tự nếu ta viết biểu thức theo  $C$  thì ta thay  $LC = \frac{1}{\omega_1\omega_2}$  vào (1)

Ta được  $(n^2 - 1)R^2 = \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{C^2\omega_1^2\omega_2^2} \Rightarrow R = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{C\omega_1\omega_2\sqrt{n^2 - 1}}$ .

**Cách giải 2:** Theo giả thuyết:

$I_1 = I_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}$

$\Rightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$



$$\text{Mặt khác: } I_1 = \frac{I_{\max}}{n} \Rightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}} = \frac{1}{n} \frac{U}{R}$$

$$\Rightarrow n^2 R^2 = R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2 = R^2 + (\omega_1 L - \omega_2 L)^2$$

$$\Rightarrow (n^2 - 1)R^2 = (\omega_1 - \omega_2)^2 L^2 \Rightarrow R = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Chọn đáp án A

**Câu 5 (Chuyên Nguyễn Quang Diệu lần 3 – 2014):** Đặt điện áp xoay chiều có tần số góc  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi thay đổi  $\omega$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị cực đại là  $I_{\max}$  và khi đạt hai giá trị  $\omega_1, \omega_2$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị đều bằng  $\frac{I_{\max}}{\sqrt{5}}$ . Cho

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 \omega_2 C} = 60\Omega. \text{ Tính } R:$$

A.  $R = 30\Omega$

B.  $R = 60\Omega$

C.  $R = 120\Omega$

D.  $R = 100\Omega$

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$\begin{cases} I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Leftrightarrow \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -\omega_2 L + \frac{1}{\omega_2 C} \Rightarrow L(\omega_1 + \omega_2) = \frac{1}{C} \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) \\ I_1 = I_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L\omega_2 = \frac{1}{\omega_1 C} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{5}U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}} = \frac{U}{R} \Rightarrow \left| \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right| = 2R \\ I_1 = \frac{I_{\max}}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\omega_1 L - \omega_2 L| = 2R \Rightarrow R = 30\Omega \\ \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 \omega_2 C} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{C} LC = L(\omega_1 - \omega_2) = 60\Omega. \end{cases}$$

Chọn đáp án B

Chú ý: Khi  $\omega$  thay đổi  $\omega_0$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị cực đại là  $I_{\max}$  và khi đạt hai giá trị  $\omega_1, \omega_2$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị đều

bằng  $\frac{I_{\max}}{n} \Rightarrow R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 - 1}}$ .

**Câu 6:** Cho đoạn mạch xoay chiều R, L, C nối tiếp. Đặt vào 2 đầu mạch điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V), với  $\omega$  thay đổi được. Thay đổi  $\omega$  để  $U_{L\max}$ . Giá trị  $U_{L\max}$  là biểu thức nào sau đây:

A.  $U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_C^2}{Z_L^2}}}$

B.  $U_{L\max} = \frac{2UL}{\sqrt{4LC - R^2C^2}}$

C.  $U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_L^2}{Z_C^2}}}$

D.  $U_{L\max} = \frac{2U}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$

Hướng dẫn giải:

Ta có:  $U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$

$$= \frac{UL}{\sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 L^2 - 2\frac{L}{C} + \frac{1}{\omega^2 C^2}}{\omega^2}}} = \frac{UL}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \frac{1}{\omega^4} + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right) \frac{1}{\omega^2} + L^2}}$$

Nhận thấy  $U_L = U_{L\max}$  khi  $\omega^2 = \frac{1}{LC - \frac{C^2 R^2}{2}} \Rightarrow \omega = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$

và  $U_{L\max} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$

Biến đổi

$$U_{L\max} = \frac{U}{\frac{R}{2L} \sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} (4LC - R^2C^2)}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2C}{L} - \frac{R^4C^2}{4L^2}}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{R^2 C}{L} + \frac{R^4 C^2}{4L^2}\right)}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{R^2 C}{2L}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\left(2\frac{L}{C} - R^2\right)^2}{4L^2}}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{\left(2\frac{L}{C} - R^2\right)^2}{4L^4}} L^2 C^2}$$

Biến đổi biểu thức

$$A = \frac{\left(2\frac{L}{C} - R^2\right)^2}{4L^4} = \frac{\left[\frac{2}{C^2} \left(LC - \frac{R^2 C^2}{2}\right)\right]^2}{4L^4} = \frac{\left(LC - \frac{R^2 C^2}{2}\right)^2}{C^4 L^4} = \frac{1}{\omega^4 C^4 L^4}$$

$$\text{Do đó } U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{L^2 C^2}{\omega^4 L^4 C^4}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{1}{\omega^4 L^2 C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_C^2}{Z_L^2}}}$$

Chọn đáp án A

Chú ý: Tính toán hoàn toàn tương tự cho bài toán C thay đổi cho  $U_{C\max}$  và thu

$$\text{được } U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{Z_L^2}{Z_C^2}}}$$

**Câu 7:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, biết  $L = CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có  $f$  thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2$  thì hệ số công suất trong mạch có giá trị bằng nhau. Giá trị bằng nhau đó là:

$$A. \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{|\omega_1 - \omega_2|}$$

$$B. \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 + \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}}$$

$$C. \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$D. \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}}$$

**Hướng dẫn giải:**

Theo giả thuyết, khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2$  thì hệ số công suất trong mạch có giá trị bằng nhau hay  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2$ .

Ta có:  $\cos \varphi_1 = \frac{R}{Z_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2}} \Rightarrow \cos^2 \varphi_1 = \frac{R^2}{R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2}$

Mặt khác  $L = CR^2 \Rightarrow R^2 = \frac{L}{C}$  nên

$$\cos^2 \varphi_1 = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} + \omega_1^2 L^2 - 2 \frac{L}{C} + \frac{1}{\omega_1^2 C^2}} = \frac{\frac{L}{C}}{\omega_1^2 L^2 - \frac{L}{C} + \frac{1}{\omega_1^2 C^2}}.$$

Theo phương pháp đánh giá hàm số, ta có:

$$\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2 \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_1 \omega_2 L}$$

Nên:  $\cos^2 \varphi_1 = \frac{L^2 \omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 L^2 - L^2 \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2 L^2} = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}}.$$

Chọn đáp án D

Chú ý: Mở rộng kết quả cho những bài toán tương tự khác.

Kết quả bài toán có thể viết lại như sau:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} = \frac{(\cos \varphi)_{\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

Từ đó mở rộng cho bài toán có hai giá trị của  $\omega$  cho cùng  $I, U_R, P$  các giá trị đó sẽ có biểu thức tương tự:

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \text{ vì } I = \frac{U}{Z} \text{ giống như } \cos \varphi = \frac{R}{Z}.$$

$$U_R = \frac{U_{R\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \text{ vì } U_R = IR = \frac{U}{Z} R \text{ giống như } \cos \varphi = \frac{R}{Z}.$$

Nhưng 
$$P = \frac{P_{\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \quad \text{vì} \quad P = I^2 R = \left( \frac{U}{Z} \right)^2 R \quad \text{giống như}$$

$$\cos^2 \varphi = \left( \frac{R}{Z} \right)^2.$$

**Câu 8:** Mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây có  $(R_0, L)$  và hai tụ điện  $C_1, C_2$ . Nếu mắc  $C_1$  song song với  $C_2$  rồi mắc nối tiếp với cuộn dây thì tần số cộng hưởng là  $\omega_1 = 48\pi$  rad/s. Nếu mắc  $C_1$  nối tiếp với  $C_2$  rồi mắc nối tiếp với cuộn dây thì tần số cộng hưởng là  $\omega_2 = 100\pi$  rad/s. Nếu chỉ mắc riêng  $C_1$  nối tiếp với cuộn dây thì tần số cộng hưởng là

- A.  $\omega = 74\pi$  rad/s.      B.  $\omega = 60\pi$  rad/s.      C.  $\omega = 50\pi$  rad/s.      D.  $\omega = 70\pi$  rad/s.

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Do  $C_1 // C_2$  nên  $C = C_1 + C_2$

Khi đó:  $\omega_{ss}^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{LC_1 + LC_2} \Rightarrow \frac{1}{\omega_{ss}^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \frac{1}{(48\pi)^2}$  (1)

Do  $C_1 \text{ nt } C_2$  nên  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Khi đó:  $\omega_{nt}^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{L} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{1}{LC_1} + \frac{1}{LC_2} \Rightarrow \omega_{nt}^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 = (100\pi)^2$  (2)

Giải hệ (1) và (2) ta được:  $\omega_1 = 60\pi$  rad/s.

Chọn đáp án B

**Cách giải 2:** Ta có:

$$C_{nt} = \frac{1}{\omega_2^2 L} \Rightarrow \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1}{\omega_2^2 L} \Rightarrow C_1 C_2 = \frac{1}{\omega_2^2 L} \cdot \frac{1}{\omega_1^2 L} = \frac{1}{\omega_1^2 \omega_2^2 L^2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được:  $C_1 + \frac{1}{\omega_1^2 \omega_2^2 L^2} \cdot \frac{1}{C_1} = \frac{1}{\omega_1^2 L} \quad (3) \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega^2 L} \quad (4)$

Thay (4) vào (3)  $\frac{1}{\omega^2 L} + \frac{\omega^2 L}{\omega_1^2 \omega_2^2 L^2} = \frac{1}{\omega_1^2 L} \Rightarrow \frac{1}{\omega^2} + \frac{\omega^2}{\omega_1^2 \omega_2^2} = \frac{1}{\omega_1^2}$

$$\Rightarrow \omega_1^2 \omega_2^2 + \omega^4 = \omega^2 \omega_2^2 \Rightarrow \omega^4 - \omega^2 \omega_2^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm  $\omega = 60\pi$  rad/s và  $\omega = 80\pi$  rad/s.

Chọn đáp án B

**Câu 9:** Mạch điện xoay chiều nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm  $L$ , điện trở  $R = 150\sqrt{3}\Omega$  và tụ điện  $C$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế  $u = U_0 \cos 2\pi ft$  (V). Khi  $f = f_1 = 25\text{Hz}$  hay  $f = f_2 = 100\text{Hz}$  thì cường độ dòng điện

trong mạch có giá trị hiệu dụng như nhau nhưng lệch pha nhau  $\frac{2\pi}{3}$ . Cảm kháng của cuộn dây khi  $f = f_1$  là?

- A.  $\frac{1}{\pi}$  H      B.  $\frac{5}{\pi}$  H      C.  $\frac{3}{\pi}$  H      D.  $\frac{4}{\pi}$  H

**Hướng dẫn giải:**

Đề cho khi  $f = f_1$  thì:  $I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{1L} - Z_{1C})^2}}$  (1)

Khi  $f = f_2$  thì:  $I_2 = I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{2L} - Z_{2C})^2}}$  (2)

Từ (1) và (2) ta được:  $(Z_{1L} - Z_{1C})^2 = (Z_{2L} - Z_{2C})^2$  (3)

Do  $f_1 < f_2$  nên  $Z_{1L} < Z_{2L}$ :  $\varphi_1 < 0 \Rightarrow \varphi_2 > 0$

$\Rightarrow Z_{2L} - Z_{2C} = Z_{1C} - Z_{1L} \Rightarrow Z_{1L} + Z_{2L} = Z_{1C} + Z_{2C}$  (3')

$\Rightarrow (\omega_2 + \omega_1)L = \frac{1}{C} \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) = \frac{1}{C} \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 \omega_2} \right) \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} = \frac{1}{\omega^2}$  (4)

Đặt:  $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{25.2\pi.50.2\pi} = 100\pi$  rad/s hay  $f = 50$ Hz (cộng hưởng).

Đề cho:  $\varphi_2 + |-\varphi_1| = \frac{2\pi}{3}$ . Do tính chất đối xứng  $\varphi_1 = -\varphi_2 \Rightarrow \begin{cases} \varphi_2 = \frac{\pi}{3} \\ \varphi_1 = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$  (5)

Mặt khác:  $\begin{cases} f_1 = 25\text{Hz} \\ f_2 = 100\text{Hz} \end{cases} \Rightarrow f_2 = 4f_1 \Rightarrow \begin{cases} Z_{1C} = 4Z_{1L} \\ Z_{2L} = 4Z_{2C} \end{cases}$  (6)

Từ (5) ta có:  $\begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_{1L} - Z_{1C}}{R} = \tan \left( -\frac{\pi}{3} \right) = -\sqrt{3} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_{2L} - Z_{2C}}{R} = \tan \left( \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3} \end{cases}$

Do (6) ta thu được:  $\frac{Z_{1L} - Z_{1C}}{R} = \frac{Z_{1L} - 4Z_{1L}}{R} = \frac{-3Z_{1L}}{R} = -\sqrt{3} \Rightarrow Z_{1L} = \frac{\sqrt{3}}{3} R$

$\Rightarrow Z_{1L} = \frac{\sqrt{3}}{3} 150\sqrt{3} = 150\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_{1L}}{\omega_1} = \frac{150}{25.2\pi} = \frac{3}{\pi}$  H.

Khi  $Z_{1C} = 4Z_{1L} = 600\Omega$  suy ra:  $C = \frac{1}{Z_{1C}\omega_1} = \frac{1}{600.25.2\pi} = \frac{1}{30000.\pi}$  F =  $\frac{10^{-4}}{3\pi}$  F.

Tương tự, lúc sau :  $Z_{2L} = 600\Omega$ ;  $Z_{2C} = 150\Omega$  ta cũng tính được  $L = \frac{3}{\pi} \text{ H}$ .

Chọn đáp án C

Chú ý: Bài toán có thể mở rộng: Có hai giá trị của  $\omega$  để mạch có  $P$ ,  $I$ ,  $Z$ ,  $\cos\varphi$ ,  $U_R$  giống nhau thì  $\omega_1\omega_2 = \omega_m^2 = \frac{1}{LC}$ . Thay đổi  $f$  có hai giá trị  $f_1 \neq f_2$  biết  $f_1 + f_2 = a$  và  $I_1 = I_2$  ?

$$\text{Ta có : } Z_1 = Z_2 \Leftrightarrow (Z_{1L} - Z_{1C})^2 = (Z_{2L} - Z_{2C})^2 \Rightarrow \begin{cases} \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_{ch}^2 \\ \omega_1 + \omega_2 = 2\pi a \end{cases}$$

$$\text{hay } \omega = \sqrt{\omega_1\omega_2} \Rightarrow \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \text{tần số } f = \sqrt{f_1f_2}.$$

**Câu 10:** Cho đoạn mạch điện MN gồm một điện trở thuần  $R = 100\Omega$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$ , tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{ F}$ , mắc nối tiếp. Mắc hai đầu M, N vào nguồn điện xoay chiều có điện áp tức thời  $u_{MN} = 120\sqrt{2}\cos 2\pi ft$  (V), tần số  $f$  của nguồn điện có thể điều chỉnh thay đổi được.

a. Khi  $f = f_1 = 50 \text{ Hz}$ , tính cường độ hiệu dụng của dòng điện và tính công suất tiêu thụ  $P_1$  trên đoạn mạch điện MN. Viết biểu thức cường độ dòng điện tức thời chạy trong đoạn mạch đó.

b. Điều chỉnh tần số của nguồn điện đến giá trị  $f_2$  sao cho công suất tiêu thụ trên đoạn mạch điện MN lúc đó là  $P_2 = 2P_1$ . Hãy xác định tần số  $f_2$  của nguồn điện khi đó. Tính hệ số công suất.

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{a. Khi } f = f_1 = 50 \text{ Hz: } \omega = 100\pi \Rightarrow \begin{cases} Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 100\Omega \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{10^{-4}}{2\pi}} = 200\Omega \end{cases}$$

$$\text{Tổng trở: } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\Omega$$

$$\text{Cường độ hiệu dụng của dòng điện trong mạch là: } I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{100\sqrt{2}} = \frac{1,2}{\sqrt{2}} \text{ A}$$

Công suất tiêu thụ trên đoạn mạch điện là:  $P_1 = I^2 R = \left(\frac{1,2}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 100 = 72W$

Độ lệch pha của u và i trong mạch:

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{-100}{100} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_i = \frac{\pi}{4}$$

Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là:  $i = 1,2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) A$

b. Khi thay đổi f để  $P_2 = 2P_1$  tức  $P_2 = 144W$ .

$$\text{Ta có: } P_2 = I_2^2 R = 144 \Leftrightarrow \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2} = 144$$

$$\Leftrightarrow \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2 = 0 \Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Đây là trường hợp xảy ra cộng hưởng điện, thay số ta tìm được:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \frac{10^{-4}}{2\pi}}} = 50\sqrt{2} \text{ Hz}$$

Hệ số công suất khi đó:  $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = 1$ .

**Câu 11:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm ( $2L > CR^2$ ). Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$  (V). Khi tần số của dòng điện xoay chiều trong mạch có giá trị  $f_1 = 30\sqrt{2} \text{ Hz}$  hoặc  $f_2 = 40\sqrt{2} \text{ Hz}$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện có giá trị không đổi. Để  $U_{C_{\max}}$  thì tần số dòng điện bằng

- A.  $20\sqrt{6} \text{ Hz}$ . B. 50 Hz. C.  $50\sqrt{2} \text{ Hz}$ . D. 48 Hz.

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } U_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\text{Khi } U_{C1} = U_{C2} \text{ thì } \omega_1^2 \left[ R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2 \right] = \omega_2^2 \left[ R^2 + \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2 \right]$$



$$\Leftrightarrow \omega_1^2 R^2 + \omega_1^4 L^2 - 2\omega_1^2 \frac{L}{C} - \frac{1}{C^2} = \omega_2^2 R^2 + \omega_2^4 L^2 - 2\omega_2^2 \frac{L}{C} - \frac{1}{C^2}$$

$$\Leftrightarrow \left( R^2 - 2\frac{L}{C} \right) (\omega_1^2 - \omega_2^2) = -(\omega_1^4 - \omega_2^4) L$$

$$\Leftrightarrow \left( R^2 - 2\frac{L}{C} \right) \omega_1^2 + \omega_2^2 = \left( 2\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \right) = 2 \left( \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} \right) \quad (1)$$

$$\text{Suy ra } U_C = U_{C_{\max}} \text{ khi } \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta thu được: } 2\omega^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 \Rightarrow 2f^2 = f_1^2 + f_2^2$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{f_1^2 + f_2^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(30\sqrt{2})^2 + (40\sqrt{2})^2} = 50\text{Hz.}$$

Chọn đáp án B

**Câu 12 (THPT Nam Đàn I lần 3 – 2016):** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 120\text{ V}$ , tần số  $f$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây thuần cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện  $C$  mắc nối tiếp theo thứ tự đó. Khi tần số là  $f_1$  thì điện áp hai đầu đoạn mạch chứa  $RC$  và điện áp hai đầu cuộn dây  $L$  lệch pha nhau một góc  $135^\circ$ . Khi tần số là  $f_2$  thì điện áp hai đầu đoạn mạch chứa  $RL$  và điện áp hai đầu tụ điện lệch pha nhau một góc  $135^\circ$ . Khi tần số là  $f_3$  thì xảy ra hiện tượng cộng

hưởng. Biết rằng  $\left( 2\frac{f_2}{f_3} \right)^2 - \left( \frac{f_2}{f_1} \right)^2 = \frac{96}{25}$ . Điều chỉnh tần số đến khi điện áp hiệu

dụng hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại là  $U_{C_{\max}}$ . Giá trị  $U_{C_{\max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 123 V.

B. 223 V.

C. 130 V.

D. 180,3 V.

**Hướng dẫn giải:**

Khi  $f = f_1$  thì  $(\vec{u}_{RC}; \vec{u}_L) = 135^\circ \Rightarrow$  vẽ giản đồ ra có được:  $Z_{RC} = R \Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{RC}$  và

$$C = \frac{1}{R\omega_1} \quad (1).$$

Khi  $f = f_2$  thì  $(\vec{u}_{RL}; \vec{u}_C) = 135^\circ \Rightarrow$  vẽ giản đồ ra có được:  $Z_{2L} = R \Rightarrow \omega_2 = \frac{R}{L}$  và

$$L = \frac{R}{\omega_2} \quad (2).$$

Khi  $f = f_3$  thì cộng hưởng  $\Rightarrow \omega_3 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3).$

Từ (1), (2) và (3) suy ra được:  $\omega_3^2 = \omega_1 \cdot \omega_2 \quad (4).$

Mặt khác:  $\left(2 \frac{f_2}{f_3}\right)^2 - \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = \frac{96}{25} \Rightarrow 4 \left(\frac{\omega_2}{\omega_3}\right)^2 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{96}{25}.$

Thay (4) vào được:  $4 \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{96}{25}$  (5)

Thay đổi  $f$  để  $U_C$  đạt cực đại thì  $U_{C_{\max}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$

Thay (1) và (2) vào ta được:  $U_{C_{\max}} = \frac{2U}{\sqrt{4 \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}$

Thay (5) vào ta được:  $U_{C_{\max}} = \frac{2.120}{\sqrt{\frac{96}{25}}} = 122,48 \text{ V}.$

Chọn đáp án A

**Câu 13:** Cho mạch điện xoay chiều gồm các phần tử  $R, L, C$  mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, với tần số của dòng điện thay đổi. Khi tần số của dòng điện là  $f = f_1 = 66\text{Hz}$  hoặc  $f = f_2 = 88\text{Hz}$  thấy rằng hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu cuộn cảm không thay đổi. Khi tần số bằng  $f = f_3$  thì  $U_L = U_{L_{\max}}$ . Giá trị của  $f_3$  là:

- A. 45,2 Hz.      B. 23,1 Hz.      C. 74,7 Hz.      D. 65,7 Hz.

Hướng dẫn giải:

Ta có:  $U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

Khi  $U_{L1} = U_{L2}$  thì  $\omega_1^2 \left[ R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2 \right] = \omega_2^2 \left[ R^2 + \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2 \right]$

$\Leftrightarrow \omega_1^2 R^2 + \omega_1^2 \omega_1^2 L^2 - 2\omega_1^2 \frac{L}{C} - \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 C^2} = \omega_2^2 R^2 + \omega_2^2 \omega_2^2 L^2 - 2\omega_2^2 \frac{L}{C} - \frac{\omega_2^2}{\omega_2^2 C^2}$

$\Leftrightarrow \left( R^2 - 2\frac{L}{C} \right) (\omega_2^2 - \omega_1^2) = \frac{1}{C^2} \left( \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} - \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \right)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} = \left( 2\frac{L}{C} - R^2 \right) C^2 = 2LC - R^2 C^2$  (1)

Nhận thấy  $U_L = U_{L_{\max}}$  khi

$$\omega = \frac{1}{C} \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{\omega^2} = C^2 \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) = \frac{1}{2} (2LC - R^2 C^2) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{2}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \Rightarrow \frac{2}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$

$$\Rightarrow f = \frac{f_1 f_2 \sqrt{2}}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} = \frac{66.88 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{66^2 + 88^2}} = 74,67 \text{ Hz.}$$

Chọn đáp án C

**Câu 14:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V), có tần số góc thay đổi vào hai đầu mạch AB không phân nhánh gồm điện trở thuần  $R = 100\Omega$ , cuộn cảm thuần  $L$ , tụ điện có điện dung  $C$ . Gọi N là điểm nối giữa điện trở và cuộn cảm thuần. Thay đổi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp ở hai đầu đoạn mạch NB bằng 0. Khi  $\omega = \omega_2$  thì  $U_{C_{\max}}$ . So sánh  $\omega_2$  và  $\omega_1$ , ta có:

A.  $\omega_1 = \omega_2$

B.  $\omega_1 < \omega_2$

C.  $\omega_1 > \omega_2$

D.  $\omega_1 = \omega_2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_{NB} = 0 \Rightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow$  cộng hưởng  $\Rightarrow \omega_1^2 = \frac{1}{LC} \quad (1)$

Khi  $\omega = \omega_2$  thì  $U_{C_{\max}}$ . Ta có:

$$U_C = IZ_C = U \frac{Z_C}{Z} = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 C^2 \omega^2 + (LC\omega^2 - 1)^2}}$$

Đặt  $y = R^2 C^2 \omega^2 + (LC\omega^2 - 1)^2 \Rightarrow Y = R^2 C^2 \omega^2 + L^2 C^2 \omega^4 - 2LC\omega^2 + 1$

Để  $U_{C_{\max}}$  khi  $Z_{\min} \Rightarrow y_{\min} \Rightarrow$  theo tính chất của parabol thì khi đó

$$\omega_2^2 = \frac{2LC - R^2 C^2}{2L^2 C^2} = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L} < \frac{1}{LC} = \omega_1^2 \Rightarrow \omega_2^2 < \omega_1^2 \Rightarrow \omega_2 < \omega_1$$

Chọn đáp án C

**Bài 15:** Đoạn mạch AB gồm 2 cuộn dây và một tụ điện mắc nối tiếp. M là điểm nối 2 cuộn dây, N là điểm nối cuộn dây 2 với tụ điện. Cuộn 1 thuần cảm. Khi đặt điện áp  $u_{AB} = U\cos\omega t$  (V) thì cảm kháng cuộn 1 bằng dung kháng tụ điện  $C$ , điện áp  $u_{AN}$

sớm pha hơn  $u_{MB}$  một góc  $\frac{\pi}{3}$  và có giá trị hiệu dụng  $U_{AN} = 2U_{MB}$ . Tỉ số độ tự cảm

của 2 cuộn dây  $\frac{L_1}{L_2}$  là?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải:

Để  $U_{AN}$  nhanh pha hơn  $U_{NB}$  một góc  $\frac{\pi}{3}$  thì cuộn dây 2 phải có điện trở  $R$ .

Do  $U_{AN} = 2U_{MB}$  nên  $Z_{AN} = 2Z_{MB}$

Ta có  $Z_{L1} = Z_C$

$$\Leftrightarrow R^2 + (Z_{L1} + Z_{L2})^2 = 4(Z_C - Z_{L2})^2 + 4R^2 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 3R^2 = (Z_{L1} + Z_{L2})^2 - 4(Z_C - Z_{L2})^2$$

Giãn đồ vectơ như hình bên.

Ta lại có:  $\cos \frac{\pi}{3} = \cos(\varphi_1 + \varphi_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{R}{Z_{AN}} \cdot \frac{R}{Z_{MB}} - \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{Z_{AN}} \cdot \frac{Z_C - Z_{L2}}{Z_{MB}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{R^2}{R^2 + (Z_{L1} + Z_{L2})^2} - \frac{2(Z_{L1}^2 - Z_{L2}^2)}{R^2 + (Z_{L1} + Z_{L2})^2}$$

$$\Leftrightarrow 3R^2 = (Z_{L1} + Z_{L2})^2 + 4(Z_{L1}^2 - Z_{L2}^2) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$Z_{L1}^2 - Z_{L2}^2 = -(Z_{L1} + Z_{L2})^2 \Rightarrow Z_{L1} = Z_{L2} \Rightarrow L_1 = L_2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 1.$$

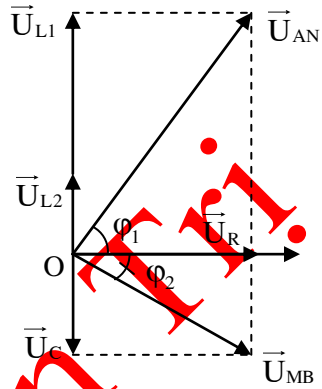
Chọn đáp án A

**Câu 16:** Cho đoạn mạch xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Đặt vào 2 đầu mạch 1 điện áp xoay chiều có tần số thay đổi được. Khi tần số của điện áp 2 đầu mạch là  $f_0 = 60\text{Hz}$  thì  $U_L = U_{L\max}$ . Khi tần số của điện áp 2 đầu mạch là  $f = 50\text{Hz}$  thì điện áp 2 đầu cuộn cảm là  $u_L = U_L \sqrt{2} \cos(100\pi t + \varphi_1)$  (V). Khi  $f = f'$  thì điện áp 2 đầu cuộn cảm là  $u_L = U_{0L} \cos(\omega t + \varphi_2)$  (V). Biết  $U_L = \frac{U_{0L}}{\sqrt{2}}$ . Giá trị của  $\omega'$  bằng:

- A.  $160\pi \text{ rad/s}$       B.  $130\pi \text{ rad/s}$       C.  $144\pi \text{ rad/s}$       D.  $20\sqrt{30} \pi \text{ rad/s}$

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } U_L = IZ_L = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{UL}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$



Nhận thấy  $U_L = U_{L \max}$  khi  $y_{\min} = \left[ \frac{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}{\omega^2} \right]_{\min}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{C^2}{2} (2L - R^2 C) \quad (1) \quad \text{Với } \omega_0 = 120\pi \text{ rad/s.}$$

Khi  $f = f$  và  $f = f'$  ta đều có  $U_{0L} = U_L \sqrt{2}$ .

Suy ra:

$$\begin{aligned} U_L = U'_L &\Leftrightarrow \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{\omega'}{\sqrt{R^2 + \left( \omega' L - \frac{1}{\omega' C} \right)^2}} \\ &\Leftrightarrow \omega^2 \left[ R^2 + \left( \omega' L - \frac{1}{\omega' C} \right)^2 \right] = \omega'^2 \left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] \\ &\Leftrightarrow (\omega^2 - \omega'^2) (2L - R^2 C) = \frac{1}{C^2} \left( \frac{\omega^2}{\omega'^2} - \frac{\omega'^2}{\omega^2} \right) = \frac{1}{C^2} (\omega^2 - \omega'^2) \left( \frac{1}{\omega'^2} + \frac{1}{\omega^2} \right) \\ &\Leftrightarrow C^2 (2L - R^2 C) = \left( \frac{1}{\omega'^2} + \frac{1}{\omega^2} \right) \quad (2) \end{aligned}$$

Với  $\omega = 100 \text{ rad/s}$ . Từ (1) và (2) ta có:  $\frac{2}{\omega_0^2} = \frac{1}{\omega'^2} + \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow \omega'^2 = \frac{\omega^2 \omega_0^2}{2\omega^2 - \omega_0^2}$

$$\Rightarrow \omega' = \frac{\omega \omega_0}{\sqrt{2\omega^2 - \omega_0^2}} = \frac{100\pi \cdot 120\pi}{\sqrt{2(100\pi)^2 - (120\pi)^2}} = 160,36\pi \text{ rad/s.}$$

Chọn đáp án A

**Câu 17 (ĐH - 2013):** Đặt một điện áp xoay chiều  $u = 120\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) ( $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì  $U_C \max$ . Khi  $f = f_2 = f_1 \sqrt{2}$  thì  $U_R \max$ . Khi  $f = f_3$  thì  $U_L \max$ . Giá trị của  $U_{L \max}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 173 V

B. 57 V

C. 145 V

D. 85 V.

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Áp dụng công thức:  $\left( \frac{U}{U_{L \max}} \right)^2 + \left( \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)^2 = 1$  hay  $\left( \frac{U}{U_{L \max}} \right)^2 + \frac{f_C^2}{f_L^2} = 1$

Với  $f_3 f_1 = f_2^2$  nên  $f_3 = 2f_1$  hay  $f_L = 2f_C \Rightarrow U_{L \max} = 80\sqrt{3}V = 138,56V$ .

Chọn đáp án C

**Cách giải 2:** Nếu ta đặt  $\frac{f_2}{f_1} = \frac{\omega_2}{\omega} = n$  thì  $U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{n^2 U}{\sqrt{n^4 - 1}}$

Khi đó:  $U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{(\sqrt{2})^2 \cdot 120}{\sqrt{(\sqrt{2})^4 - 1}} = 80\sqrt{3}V = 138,56V.$

Chọn đáp án C

**Cách giải 3:**

Ta có:  $f_{C\max} = f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2L - R^2C}{2L^2C}}$

$f_{R\max} = f_2 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} = f_1 \sqrt{2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2L - R^2C}{2L^2C}} \sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{2L - R^2C}{L}} = 1 \Rightarrow 2L - R^2C = L \Rightarrow L = R^2C$

Vậy  $U_{L\max} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{2UR^2C}{R\sqrt{4R^2C^2 - R^2C^2}} = \frac{2U}{\sqrt{3}} = 139V.$

Chọn đáp án C

**Câu 18:** Cho mạch RLC nối tiếp, cuộn cảm thuần,  $\omega$  thay đổi được. Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu mạch. Điều chỉnh  $\omega = \omega_0$  để công suất của mạch đạt cực đại. Điều chỉnh  $\omega = \omega_L = 48\pi \text{ rad/s}$  thì  $U_{L\max}$ . Ngắt mạch RLC ra khỏi điện áp rồi nối với một máy phát điện xoay chiều một pha có 1 cặp cực nam châm và điện trở trong không đáng kể. Khi tốc độ quay của roto bằng  $n_1 = 20$  vòng/s hoặc  $n_2 = 60$  vòng/s thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm bằng nhau. Giá trị của  $\omega_0$  gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A. 149,37 rad/s      B. 156,1 rad/s      C. 161,54 rad/s      D. 172,3 rad/s

**Hướng dẫn giải:**

Điều chỉnh  $\omega = \omega_0$  thì  $P_{\max} \Leftrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow LC = \frac{1}{\omega_0^2} \quad (1)$

Điều chỉnh  $\omega = \omega_L$  thì  $U_{L\max} \Leftrightarrow \omega_L^2 = \frac{2}{2LC - R^2C^2} \Leftrightarrow 2LC - R^2C^2 = \frac{2}{\omega_L^2} \quad (2)$

Ta có:

$$U_L = \frac{E}{Z} \cdot Z_L = \frac{NBS\omega L\omega}{\sqrt{2} \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{NBSL}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \frac{1}{\omega^6} + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right) \frac{1}{\omega^4} + L^2 \frac{1}{\omega^2}}}$$

Đặt  $x = \frac{1}{\omega^2}$  xét  $f(x) = \frac{1}{C^2}x^3 + \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right)x^2 + L^2x$

Áp dụng Viét ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = -\frac{\left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right)}{\frac{1}{C^2}} = 2LC - R^2C^2 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \frac{c}{a} = (LC)^2 \end{cases} \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3) ta được :

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} = \frac{1}{\omega_L^2} \\ \frac{1}{\omega_1^2} \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \frac{1}{\omega_3^2} + \frac{1}{\omega_1^2} \frac{1}{\omega_3^2} = \frac{1}{\omega_0^4} \end{cases} \xrightarrow[\omega_1 = 4\pi \text{ rad/s}]{\substack{n_1=20 \Rightarrow \omega_1=40\pi \text{ rad/s} \\ n_2=20 \Rightarrow \omega_2=120\pi \text{ rad/s}}} \begin{cases} \omega_3 = 238,43 \text{ rad/s} \\ \omega_0 = 156,12 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Chọn đáp án B

**Câu 19:** Một mạch điện xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu mạch không đổi, tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Mạch gồm các phần tử điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Biết rằng biểu thức  $L = CR^2$ . Điều chỉnh  $\omega$  đến giá trị  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2 = 9\omega_1$  thì mạch có cùng hệ số công suất. Giá trị của hệ số công suất là:

- A.  $\frac{2}{\sqrt{13}}$       B.  $\frac{2}{\sqrt{21}}$       C.  $\frac{4}{\sqrt{67}}$       D.  $\frac{3}{\sqrt{73}}$

**Hướng dẫn giải:**

**Cách giải 1:** Khi chỉnh  $\omega$  đến 2 giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  thì mạch có cùng hệ số công suất  $\Rightarrow \cos\varphi_2 = \cos\varphi_1$

$$\Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow |Z_{L1} - Z_{C1}| = |Z_{L2} - Z_{C2}| \Leftrightarrow \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow 9\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \text{ và } L = CR^2 \Leftrightarrow LC = R^2C^2 = \frac{1}{9\omega_1^2} \text{ và } CR = \frac{1}{3\omega_1} \quad (1)$$

$$\text{Xét } \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{RC\omega_1}{\sqrt{R^2C^2\omega_1^2 + (LC\omega_1^2 - 1)^2}}$$

Thay các giá trị từ (1) ta được:  $\cos \varphi_1 = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{1}{9} + \left(\frac{1}{9} - 1\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{73}}.$

Chọn đáp án D

**Cách giải 2:** Tổng quát bài toán: Mạch RLC có  $\omega$  thay đổi.  $U = \text{const.}$  Khi điều chỉnh  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2 = n\omega_1$  thì mạch tiêu thụ cùng hệ số công suất, nghĩa là  $\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1$  với  $L = CR^2$ .

Tương tự từ đề ta có:  $\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 \Rightarrow |Z_{L1} - Z_{C1}| = |Z_{L2} - Z_{C2}|$

$$\Leftrightarrow Z_{L1} + Z_{L2} = Z_{C1} + Z_{C2} \quad (1) \Leftrightarrow LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow L\omega_1 = \frac{1}{C\omega_2} \Leftrightarrow Z_{L1} = Z_{C2} \Rightarrow Z_{L2} = Z_{C1} \quad (\text{do (1)})$$

$$\text{Lúc này ta xét } \tan \varphi_1 = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R} = \frac{Z_{L1} - Z_{L2}}{R}$$

$$\Leftrightarrow \tan \varphi_1 = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{R} = \frac{CL(\omega_1 - \omega_2)}{CR}$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \varphi_1 = \frac{(LC)^2 (\omega_1 - \omega_2)^2}{(CR)^2} = \frac{(LC)^2 (\omega_1 - \omega_2)^2}{C \cdot CR^2} = \frac{(LC)^2 (\omega_1 - \omega_2)^2}{LC}$$

(vì  $L = CR^2$ )

$$\Leftrightarrow \tan^2 \varphi_1 = LC(\omega_1 - \omega_2)^2 = \frac{1}{\omega_1 \omega_2} (\omega_1^2 - 2\omega_1 \omega_2 + \omega_2^2)$$

$$= \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} - 2 + \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) = \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \tan \varphi_1 = \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} = \sqrt{\frac{f_1}{f_2}} - \sqrt{\frac{f_2}{f_1}} \quad (\text{công thức này chỉ áp dụng khi } L = CR^2)$$

Từ tỉ lệ giữa  $\omega_1$  và  $\omega_2$  ta tính dễ dàng ra  $\tan \varphi_1$  rồi dùng máy tính cầm tay suy  $\cos \varphi_1$ .

Hoặc có thể áp dụng công thức  $1 + \tan^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi}.$

$$\text{Áp dụng cho bài trên ta có } \tan \varphi_1 = \sqrt{\frac{1}{9}} - \sqrt{\frac{9}{1}} = -\frac{8}{9} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{3}{\sqrt{73}}.$$

Chọn đáp án D

## 6. Khi $\omega$ thay đổi $U_{RL}$ hoặc $U_{RC}$ cực đại

### a. Khi $\omega$ thay đổi để $U_{RL\max}$

**Phương pháp 1:**



Ta có:  $U_{RL} = \frac{UZ_{RL}}{Z} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2}}}$

Thay  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{L}{C} \frac{1}{\omega L} = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_L}$ . Đặt  $\begin{cases} x = Z_L^2 \\ a = \frac{L}{2C} \end{cases}$

$U_{RL} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{2L}{C} \frac{-Z_L^2 + \frac{L}{2C}}{Z_L^4 + R^2 Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + 4a \frac{-x + a}{x^2 + R^2 x}}}$

Xét hàm  $y = \frac{-x + a}{x^2 + R^2 x} = \frac{0 \cdot x^2 - x + a}{x^2 + R^2 x + 0}$ . Để  $U_{RL \max}$  thì  $y_{\min}$ .

Ta có  $y' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & R^2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} -1 & a \\ R^2 & 0 \end{vmatrix}}{(x^2 + R^2 x)^2} = \frac{x^2 - 2ax - aR^2}{(x^2 + R^2 x)^2} = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = a - \sqrt{a^2 + aR^2} < 0 \\ x_2 = a + \sqrt{a^2 + aR^2} > 0 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$x_1$	0	$x_2$	$+\infty$
$y'$			-	0	+
y			$+\infty$	$y_{\min}$	$+\infty$
$U_{RL}$			0	$U_{RL \max} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$	U

Vậy,  $U_{RL \max}$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} Z_L = \sqrt{x} = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C}R^2}} \Rightarrow \omega_{RL} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C}R^2}} \\ Z_C = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_L} = \frac{L}{C} \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C}R^2}}} \end{cases}$$

Khi đó:  $U_{RL\max} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

**Phương pháp 2:**

Ta có:  $U_{RL} = \frac{UZ_{RL}}{Z} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}$

$$= \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{\frac{1}{\omega^2 C^2} - \frac{2L}{C}}{R^2 + \omega^2 L^2}}}$$

Xét hàm số  $y = \frac{\frac{1}{C^2}x - \frac{2L}{C}}{R^2 + L^2x} = \frac{-\frac{2L}{C}x + \frac{1}{C^2}}{L^2x^2 + R^2x}$  với  $x = \omega^2$ .

Để  $U_{RL\max}$  thì  $y_{\min} \Rightarrow y' = 0$ .

Ta có

$$y' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -\frac{2L}{C} \\ L^2 & R^2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{C^2} \\ L^2 & 0 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} -\frac{2L}{C} & \frac{1}{C^2} \\ R^2 & 0 \end{vmatrix}}{(L^2x^2 + R^2x)^2} = \frac{\frac{2L^3}{C}x^2 - \frac{2L^2}{C^2}x - \frac{R^2}{C^2}}{(L^2x^2 + R^2x)^2} = 0$$

Với  $\Delta' = \frac{L^4}{C^4} + \frac{2L^3}{C^3}R^2 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C}R^2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \omega^2 = \frac{\frac{L^2}{C^2} + \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{\frac{2L^3}{C}} > 0 \\ x_2 = \omega^2 = \frac{\frac{L^2}{C^2} - \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{\frac{2L^3}{C}} < 0 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$x_1 < 0$	0	$x_2 > 0$	$+\infty$
$y'$			-	0	+
y			$+\infty$	$y_{\min}$	0
$U_{RL}$			0	$U_{RL\max} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$	U

Biến đổi nghiệm

$$x_1 = \omega^2 = \frac{\frac{L^2}{C^2} + \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{\frac{2L^3}{C}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{\frac{L}{C} + \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{2L^2} \quad (1)$$

Nhân cả hai vế (1) cho  $L^2$ , ta được

$$Z_L^2 = \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} + \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2} \quad \text{hay} \quad Z_L = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C} R^2}}$$

Nhân cả hai vế (1) cho  $C^2$  rồi nghịch đảo, ta được

$$Z_C^2 = \frac{1}{\omega^2 C^2} = \frac{2 \frac{L^2}{C^2}}{\frac{L}{C} + \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}} \quad \text{hay} \quad Z_C = \frac{\frac{L}{C}}{\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C} R^2}}}$$

$$\text{Khi đó: } U_{RL\max} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

**b. Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{RCmax}$**

**Phương pháp 1:**

Ta có:  $U_{RC} = \frac{UZ_{RC}}{Z} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}}}$

Thay  $Z_L = \omega L = \omega C \frac{L}{C} = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_C}$ . Đặt  $\begin{cases} x = Z_C^2 \\ a = \frac{L}{2C} \end{cases}$

$U_{RC} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{2L}{C} \frac{-Z_C^2 + \frac{L}{2C}}{Z_C^4 + R^2 Z_C^2}}} = U \frac{1}{\sqrt{1 + 4a \frac{-x + a}{x^2 + R^2 x}}}$

Xét hàm  $y = \frac{-x + a}{x^2 + R^2 x} = \frac{0 \cdot x^2 - x + a}{x^2 + R^2 x + 0}$ . Để  $U_{RCmax}$  thì  $y_{min}$ .

Ta có  $y' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & R^2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} -1 & a \\ R^2 & 0 \end{vmatrix}}{(x^2 + R^2 x)^2} = \frac{x^2 - 2ax - aR^2}{(x^2 + R^2 x)^2} = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = a - \sqrt{a^2 + aR^2} = \frac{\frac{L^2}{C^2} - \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{L^2 R^2} < 0 \\ x_2 = a + \sqrt{a^2 + aR^2} = \frac{\frac{L^2}{C^2} + \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{L^2 R^2} > 0 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$x_1$	0	$x_2$	$+\infty$
$y'$			-	0	+
$y$			$+\infty$	$y_{min}$	0
$U_{RC}$			0	$U_{RCmax} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$	U

Vậy,  $U_{RCmax}$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} Z_C = \sqrt{x} = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}} \Rightarrow \omega_{RC} = \frac{1}{C\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}} \\ Z_L = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_C} = \frac{L}{C} \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}} \end{cases}$$

Khi đó:  $U_{RCmax} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

**Phương pháp 2:**

Ta có:  $U_{RC} = \frac{UZ_{RC}}{Z} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}$

$$= \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2 L^2 - \frac{2L}{C}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}}$$

Xét hàm số  $y = \frac{L^2 \frac{1}{x} - \frac{2L}{C}}{R^2 + \frac{1}{C^2}x} = \frac{L^2 x^2 - \frac{2L}{C}x}{R^2 x + \frac{1}{C^2}}$  với  $x = \omega^2$ .

Để  $U_{RCmax}$  thì  $y_{min} \Rightarrow y' = 0$ .

Ta có

$$y' = \frac{\begin{vmatrix} L^2 - \frac{2L}{C} & 0 \\ 0 & R^2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} L^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C^2} \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} -\frac{2L}{C} & 0 \\ R^2 & \frac{1}{C^2} \end{vmatrix}}{\left(R^2 x + \frac{1}{C^2}\right)^2} = \frac{L^2 R^2 x^2 + \frac{2L^2}{C^2}x - \frac{2L}{C^3}}{\left(R^2 x + \frac{1}{C^2}\right)^2} = 0$$

Với  $\Delta' = \frac{L^4}{C^4} + \frac{2L^3}{C^3}R^2 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C}R^2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \omega^2 = \frac{-\frac{L^2}{C^2} - \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{L^2 R^2} < 0 \\ x_2 = \omega^2 = \frac{-\frac{L^2}{C^2} + \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{L^2 R^2} > 0 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$x_1 < 0$	0	$x_2 > 0$	$+\infty$
$y'$			-	0	+
y			$+\infty$	$y_{\min}$	0
$U_{RC}$			0	$U_{RC\max} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$	U

Biến đổi nghiệm

$$x_1 = \omega^2 = \frac{-\frac{L^2}{C^2} + \frac{L}{C} \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{L^2 R^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{2 \frac{L^2}{C^2}}{L^2 \left( \frac{L}{C} + \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2} \right)} \quad (1)$$

Nhân cả hai vế (1) cho  $L^2$ , ta được

$$Z_L^2 = \omega^2 L^2 = \frac{2 \frac{L^2}{C^2}}{\frac{L}{C} + \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}} \text{ hay } Z_L = \frac{\frac{L}{C}}{\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C} R^2}}}$$

Nhân cả hai vế (1) cho  $C^2$  rồi nghịch đảo, ta được

$$Z_C^2 = \frac{1}{\omega^2 C^2} = \frac{\frac{L}{C} + \sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2L}{C} R^2}}{2} \text{ hay } Z_C = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C} R^2}}$$

$$\text{Khi đó: } U_{RC\max} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1:** Cho đoạn mạch AB gồm cuộn dây thuần cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  H, điện trở

$R = \frac{100}{\sqrt{3}} \Omega$  và tụ điện có điện dung  $C = \frac{7 \cdot 10^{-4}}{6\pi}$  F theo thứ tự mắc nối tiếp. Điểm

M nằm giữa cuộn cảm và điện trở, điểm N nằm giữa điện trở và tụ điện. Đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều không đổi và tần số  $f$  thay đổi. Khi  $U_{AN \max}$  thì giá trị của tần số bằng bao nhiêu?

A. 60Hz

B. 50Hz

C. 40Hz

D. 30Hz

**Hướng dẫn giải:**

Khi  $f$  thay đổi để  $U_{AN \max}$  nghĩa là  $U_{RL \max}$  nên:

$$Z_L = Z_C = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C} R^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{1}{\pi}}{2 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-4}}{6\pi}} + \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{\pi}}{2 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-4}}{6\pi}}\right)^2 + \frac{\frac{1}{\pi}}{2 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-4}}{6\pi}} \cdot \left(\frac{100}{\sqrt{3}}\right)^2}} = 100 \Omega$$

$$\text{Tần số: } f_{RL} = \frac{Z_L}{2\pi L} = \frac{100}{2\pi \cdot \frac{1}{\pi}} = 50 \text{Hz.}$$

Chọn đáp án B

**Câu 2:** Cho đoạn mạch AB gồm cuộn dây thuần cảm  $L$ , điện trở  $R = 50\sqrt{2} \Omega$  và tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-3}}{8\pi}$  F theo thứ tự mắc nối tiếp. Với  $L = nR^2C$ ,  $n > 0,5$ .

Điểm M nằm giữa cuộn cảm và điện trở, điểm N nằm giữa điện trở và tụ điện. Đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều không đổi  $U = 90\sqrt{3}V$  và tần số  $f$  thay đổi.

Khi  $f = f_1 = \frac{400}{\sqrt{55}} \text{Hz}$  thì  $U_{AM \max}$ . Khi  $f = f_2 = f_0$  thì  $U_{AN \max}$ , đồng thời  $U_{NB}$  khi đó

gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 130V

B. 150V

C. 170V

D. 200V

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Khi } U_{AN \max} \text{ thì } Z_C = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{L}{10^{-3}} - \frac{(50\sqrt{2})^2}{2}}$$

$$\Rightarrow f_L = \frac{1}{2\pi C Z_X} \Leftrightarrow \frac{400}{\sqrt{55}} = \frac{1}{2\pi \cdot \frac{10^{-3}}{8\pi} \sqrt{\frac{L}{10^{-3}} - \frac{(50\sqrt{2})^2}{2}}} \Rightarrow L = \frac{1}{\pi} H.$$

Khi  $f = f_2 = f_0$  thì  $U_{AN \max}$ , suy ra

$$\begin{cases} Z_C = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C} R^2}} \\ k = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \frac{R^2}{L/C}} \\ Z_C = \frac{Z_L}{k} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 80\Omega \\ Z_L = 100\Omega \\ k = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Khi đó:

$$U_{NB} = U_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{90\sqrt{3.80}}{\sqrt{(50\sqrt{2})^2 + (100 - 80)^2}} = 120\sqrt{2}V \approx 170V.$$

Chọn đáp án C

**Câu 3 (Chuyên Lê Khiết lần 1 – 2014):** Cho đoạn mạch AB gồm cuộn dây thuần cảm  $L$  có điện trở thuần  $r = 4\Omega$ , điện trở  $R = 26\Omega$  và tụ điện có điện dung  $C$  theo thứ tự mắc nối tiếp. Điểm M nằm giữa  $R$  và  $C$ , điểm N nằm giữa điện trở và tụ điện. Đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều không đổi  $U = 120V$  và tần số  $f$  thay đổi. Thay đổi tần số dòng điện cho đến khi  $U_{MB \min}$  (chứa tụ điện và cuộn dây dẫn). Giá trị của  $U_{MB \min}$  là

- A. 16V      B. 24V      C. 60V      D. 32V

**Hướng dẫn giải:**

Trước khi giải bài toán này, ta đi giải bài toán tổng quát tìm điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch  $LrC$  sau đây:

**Phương pháp 1:**

$$\text{Ta có: } U_{LrC} = I Z_{LrC} = \frac{U \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$



Xét biểu thức 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{r^2 + x}{(R+r)^2 + x} \\ x = (Z_L - Z_C)^2 \geq 0 \end{cases}$$
 Ta có:  $U_{LrCmin} \Leftrightarrow [f(x)]_{min}$ .

Khảo sát  $f(x)$  trong miền giá trị  $x \geq 0$  ta có  $[f(x)]_{min} \Leftrightarrow x = 0 \Leftrightarrow Z_L = Z_C$ , mạch khi đó xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện.

Khi đó:  $U_{LrCmin} = \frac{U_r}{R+r}$

**Phương pháp 2:** Ta có:  $U_{LrC} = \sqrt{U_r^2 + (U_L - U_C)^2}$

Theo tính chất cơ bản của bất đẳng thức thì  $x \geq 0$  nên  $U_r^2 + (U_L - U_C)^2 \geq U_r^2$ .

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $U_L = U_C$ .

Do đó:  $U_{LrCmin} \Leftrightarrow U_L = U_C$ . Cường độ dòng điện qua mạch:  $I = \frac{U}{R+r}$ .

Hiệu điện thế hai đầu mạch LrC khi đó:  $U_{LrC} = Ir = \frac{U_r}{R+r}$ .

Vận dụng vào bài toán trên.

Dòng điện qua mạch:  $I = \frac{U}{R+r} = \frac{120}{26+4} = 4A$ .

Hiệu điện thế hai đầu mạch MB (LrC) khi đó:  $U_{MB} = U_{LrC} = Ir = 4.4 = 16V$ .

Chọn đáp án A

**Chú ý:**

**Các công thức tính nhanh về góc:**

Giả sử:  $\frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n$ . Ta có:  $\frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = \frac{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}{\frac{L}{C}}$

và  $\frac{\omega_{RC}}{\omega_{RL}} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}$  và  $\omega_{RC}\omega_{RL} = \omega_R^2$

$$\text{Khi } \omega = \omega_{RL} \text{ hay } \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n = \frac{Z_L}{Z_C} \text{ thì } \begin{cases} \tan \varphi \tan \varphi_{RL} = \frac{1}{2n} \\ \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -\frac{1}{2n} \\ \tan \varphi = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Khi } \omega = \omega_{RC} \text{ hay } \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n = \frac{Z_C}{Z_L} \text{ thì } \begin{cases} \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = \frac{1}{2n} \\ \tan \varphi \tan \varphi_{RL} = -\frac{1}{2n} \\ \tan \varphi = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Với } \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n = \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}{\frac{L}{C}} \Rightarrow n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2 \frac{R^2}{L} \frac{1}{C}}$$

**Câu 4:** Mạch điện xoay chiều AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Gọi M là điểm nằm giữa cuộn dây và điện trở, N là điểm nằm giữa điện trở và tụ điện. Biết rằng điện áp hiệu dụng hai đầu AB không đổi và mạch có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Chính  $\omega$  đến giá trị  $\omega_1$  rad/s thì  $U_{AN \max}$ . Từ giá trị  $\omega_1$  đó giảm tần số góc đi 40 rad/s thì  $U_{MB \max}$  và khi đó hệ số công suất của mạch bằng  $\frac{3}{\sqrt{10}}$ . Biết rằng  $\omega_1$  nhỏ hơn 100 rad/s. Giá trị của  $\omega_1$

gần với giá trị nào nhất sau đây

- A. 48 rad/s. B. 76 rad/s. C. 89 rad/s. D. 54 rad/s.

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có } \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40}$$

$$\text{Mà: } \cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{10}} \text{ nên } |\tan \varphi| = \frac{1}{3} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \Rightarrow \omega_1 = 60 \text{ rad/s} \\ n = \frac{3}{2} \Rightarrow \omega_1 = 120 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Chọn đáp án D

**Chú ý:** Các công thức tính nhanh về góc:

Giả sử:  $\frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n$ . Ta có:  $\frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = \frac{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}{\frac{L}{C}}$

và  $\frac{\omega_{RC}}{\omega_{RL}} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}$  và  $\omega_{RC}\omega_{RL} = \omega_R^2$

Khi  $\omega = \omega_{RL}$  hay  $\frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n = \frac{Z_L}{Z_C}$  thì

$$\begin{aligned} Z_L &= \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}} \Leftrightarrow Z_L^2 = \frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2} \\ \Leftrightarrow 2Z_L^2 &= Z_L Z_C + \sqrt{Z_L^2 Z_C^2 + 2Z_L Z_C R^2} \Leftrightarrow (2Z_L^2 - Z_L Z_C)^2 = Z_L^2 Z_C^2 + 2Z_L Z_C R^2 \\ \Leftrightarrow 2Z_L^3 &= 2Z_L^2 Z_C + Z_C R^2 \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = \frac{Z_C}{2Z_L} \\ \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RL} &= \frac{Z_C}{2Z_L} = \frac{1}{2n} \end{aligned}$$

Khi  $\omega = \omega_{RC}$  hay  $\frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n = \frac{Z_C}{Z_L}$  thì

$$\begin{aligned} Z_C &= \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}} \Leftrightarrow Z_C^2 = \frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2} \\ \Leftrightarrow 2Z_C^2 &= Z_L Z_C + \sqrt{Z_L^2 Z_C^2 + 2Z_L Z_C R^2} \Leftrightarrow (2Z_C^2 - Z_L Z_C)^2 = Z_L^2 Z_C^2 + 2Z_L Z_C R^2 \\ \Leftrightarrow 2Z_C^3 &= 2Z_C^2 Z_L + Z_L R^2 \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_C}{R} = \frac{Z_L}{2Z_C} \\ \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RC} &= \frac{Z_L}{2Z_C} = \frac{1}{2n} \end{aligned}$$

Ta có bảng chuẩn hóa

$\omega$	$Z_L$	$Z_C$
$\omega_{RC}$	$1$	$n$

$\omega_{RL} = n\omega_{RC}$	$n$	$I$
------------------------------	-----	-----

Khi  $\omega = \omega_{RL} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = \frac{Z_L}{2Z_C} = \frac{1}{2n}$

$\Leftrightarrow \frac{n-1}{R} \cdot \frac{n}{R} = \frac{1}{2n} \Leftrightarrow R = n\sqrt{n-2} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{n-1}{n\sqrt{n-2}} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}}$

Vậy:  $\tan \varphi = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} \Rightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{-1}{n\sqrt{n-2}}$

Nên  $\tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -\frac{1}{2n^2}$

Khi  $\omega = \omega_{RC} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RL} = \frac{Z_C}{2Z_L} = \frac{1}{2n}$

$\Leftrightarrow \frac{n-1}{R} \cdot \frac{-n}{R} = \frac{1}{2n} \Leftrightarrow R = n\sqrt{n-2} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{-n+1}{n\sqrt{n-2}} = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}}$

Vậy:  $\tan \varphi = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} \Rightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RL} = -\frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{1}{n\sqrt{n-2}}$

Nên  $\tan \varphi \tan \varphi_{RL} = -\frac{1}{2n^2}$

**Tìm biểu thức  $U_{RL\max}$  và  $U_{RC\max}$  theo  $n = \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}}$**

$U_{RL\max} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2}}}$ . Theo chuẩn hóa  $\begin{cases} R = n\sqrt{n-2} \\ Z_L = n \\ Z_C = 1 \end{cases}$

Từ đó ta có:

$U_{RL\max} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{1-2.n.1}{n^2(n-2)+n^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} = U \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$

Tương tự, ta cũng có:  $U_{RC\max} = U \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$

Vậy  $U_{RL\max} = U_{RC\max} = U \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$

**Tìm biểu thức liên hệ**

Khi  $\omega = \omega_{RL}$  hay  $\frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n = \frac{Z_L}{Z_C} = \frac{U_L}{U_C}$

ta có  $U_{RL\max}^2 = U^2 \frac{n^2}{n^2 - 1} \Rightarrow \frac{U^2}{U_{RL\max}^2} + \frac{1}{n^2} = 1$

Suy ra:  $\frac{U^2}{U_{RL\max}^2} + \frac{U_C^2}{U_L^2} = 1$  và  $\frac{U^2}{U_{RL\max}^2} + \frac{\omega_{RC}^2}{\omega_{RL}^2} = 1$

Khi  $\omega = \omega_{RC}$  hay  $\frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = n = \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{U_C}{U_L}$

ta có  $U_{RC\max}^2 = U^2 \frac{n^2}{n^2 - 1} \Rightarrow \frac{U^2}{U_{RC\max}^2} + \frac{1}{n^2} = 1$

Suy ra:  $\frac{U^2}{U_{RC\max}^2} + \frac{U_L^2}{U_C^2} = 1$  và  $\frac{U^2}{U_{RC\max}^2} + \frac{\omega_{RL}^2}{\omega_{RC}^2} = 1$

**Câu 5:** Mạch điện xoay chiều AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Gọi M là điểm nằm giữa cuộn dây và điện trở, N là điểm nằm giữa điện trở và tụ điện. Biết rằng điện áp hiệu dụng hai đầu AB là  $100\sqrt{3}V$  và mạch có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Thay đổi  $\omega = \omega_0$  thì  $U_{AN\max}$  và khi đó hiệu điện thế hai đầu MB lệch pha với cường độ dòng điện một góc  $\alpha$  với  $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ . Giá trị hiệu dụng của hiệu điện thế hai đầu AN gần giá

trị nào nhất?

A. 105 V.

B. 185 V.

C. 200 V.

D. 300V.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $\tan \varphi_{\tan \varphi_{RC}} = -\frac{1}{2n^2}$

$$\left. \begin{array}{l} n = \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} \\ \text{với } \tan \varphi = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} \\ \tan \alpha = |\tan \varphi_{RC}| = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{2}{n-1}} \end{array} \right\} \Rightarrow n = 2.$$

Mặt khác:  $U_{AN} = U_{RL\max} = U \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} = 100\sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{2^2 - 1}} \Rightarrow U_{AN} = 200V.$

Chọn đáp án C

Chú ý:

Khi làm những dạng toán liên quan đến góc khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{RL\max}$ ,  $U_{RC\max}$ .  
Nếu không nhớ được các công thức về tan thì có thể sử dụng các đại lượng sau khi đã chuẩn hóa:

$$+ \text{ Khi } \omega = \omega_{RL} \text{ thì } \begin{cases} R = n\sqrt{n-2} \\ Z_L = n \\ Z_C = 1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Khi } \omega = \omega_{RC} \text{ thì } \begin{cases} R = n\sqrt{n-2} \\ Z_L = 1 \\ Z_C = n \end{cases}$$

$$\text{Với } n = \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} \Rightarrow n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \frac{R^2}{L/C}}$$

**Câu 6:** Mạch điện xoay chiều AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp với  $3L = 2CR^2$ . Gọi M là điểm nằm giữa cuộn dây và điện trở, N là điểm nằm giữa điện trở và tụ điện. Biết rằng điện áp hiệu dụng hai đầu AB không đổi và mạch có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Thay đổi  $\omega = \omega_0$  thì  $U_{AN\max}$ . Hệ số công suất của mạch có giá trị gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 0,75.

B. 0,82.

C. 0,89.

D. 0,95

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } 3L = 2CR^2 \Rightarrow \frac{R^2}{L/C} = \frac{3}{2} \text{ nên } n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{L/C}} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{3}{2}.$$

Cách giải 1: Ta có:  $U_{AN\max} = U_{RL\max}$ .

$$\text{Chuẩn hóa } \begin{cases} R = n\sqrt{n-2} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}-2} = \frac{3}{2} \\ Z_L = n = \frac{3}{2} \\ Z_C = 1 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 1\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \approx 0,95.$$

Chọn đáp án D

**Cách giải 2:**

Khi  $U_{AN\max} = U_{RL\max}$  thì

$$\tan \varphi = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n-1}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \varphi = \cos \left( \arctan \frac{1}{3} \right) = \frac{3}{\sqrt{10}} = 0,95.$$

Chọn đáp án D

**Câu 7:** Mạch điện xoay chiều AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp. Gọi M là điểm nằm giữa cuộn dây và điện trở, N là điểm nằm giữa điện trở và tụ điện. Biết rằng điện áp hiệu dụng hai đầu AB là không đổi và mạch có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Thay đổi  $\omega = \omega_0$  thì  $U_{AN\max}$  và khi đó hiệu điện thế hai đầu MB lệch pha với cường độ dòng điện một góc  $\alpha$  với  $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ . Hệ số công suất của mạch có giá trị gần giá trị nào nhất

sau đây?

A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $\tan \alpha = |\tan \varphi_{RC}| = \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{n\sqrt{2n-2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow n = 2.$

Chuẩn hóa  $\begin{cases} R = n\sqrt{n-2} = 2\sqrt{2-2} = 2\sqrt{2} \\ Z_L = n-2 \\ Z_C = 1 \end{cases}$

Suy ra:  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2-1)^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$

Chọn đáp án A

**Câu 8:** Mạch điện xoay chiều AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp. Gọi M là điểm nằm giữa cuộn dây và điện trở, N là điểm nằm giữa điện trở và tụ điện. Biết rằng điện áp hiệu dụng hai đầu AB là không đổi và bằng  $U$  và mạch có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì mạch tiêu thụ công suất bằng  $P_1 = 100W$  với hệ số công suất bằng 1.

Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng  $U_{MB \max}$ , đồng thời mạch tiêu thụ công suất bằng  $P_2$ . Sau đó, giữ nguyên giá trị  $\omega_2$  và tiến hành thay đổi  $L$  (hoặc  $C$ ). Giá trị của  $P_2$  **không thể** là kết quả nào dưới đây?

- A. 88,9W.                      B. 88,3W.                      C. 89,2W.                      D. 94,3W.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ .

Chuẩn hóa  $\begin{cases} R = n\sqrt{n-2} \\ Z_L = n = 2 \\ Z_C = 1 \end{cases}$

Suy ra:

$$\cos^2 \varphi = \frac{1}{1 + \frac{(n-1)^2}{2n^2(n-1)}} = \frac{1}{1 + \frac{(n-1)}{2n^2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n} \right)} = \frac{1}{\frac{9}{8} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{2} \right)^2} \leq \frac{8}{9}$$

Nhận thấy  $(\cos^2 \varphi)_{\min} = \frac{8}{9}$  khi  $n = 2$

Chọn đáp án A

### 7. Bài toán tần số thay đổi đến $\omega_1$ và $\omega_2$ thì $U_{RL}$ hoặc $U_{RC}$ có cùng giá trị

Ý tưởng bắt nguồn từ công thức đã thiết lập

$$n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{L \cdot C}} \Leftrightarrow \left( n - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{L \cdot C}$$

Ta lưu ý rằng  $n = \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}}$ , kết hợp với  $\omega_{RL} \omega_{RC} = \omega_R^2$  ta được  $n = \frac{\omega_{RL}^2}{\omega_R^2} = \frac{\omega_R^2}{\omega_{RC}^2}$

#### a. Khi thay đổi đến $\omega_1$ và $\omega_2$ thì $U_{RL}$ có cùng giá trị

Ta có:  $U_{RL} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{\frac{1}{\omega^2 C^2} - \frac{2L}{C}}{R^2 + \omega^2 L^2}}}$ .

Từ đó ta đặt  $t = \frac{\omega^2}{\omega_R^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega^2 = \left( t + \frac{1}{2} \right) \omega_R^2$  thay vào hàm số



$$y = \frac{\frac{1}{\omega^2 C^2} - \frac{2L}{C}}{R^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow y = \frac{\frac{1}{\left(t + \frac{1}{2}\right)\omega_R^2 C^2} - \frac{2L}{C}}{R^2 + \left(t + \frac{1}{2}\right)\omega_R^2 L^2}, \text{ kết hợp với } \omega_R^2 = \frac{1}{LC}, \text{ ta được:}$$

$$y = \frac{-\frac{2L}{C}}{\frac{L}{C}t + \frac{\frac{R^2}{2} + \frac{L}{4C}}{t} + R^2 + \frac{L}{C}}.$$

$$\text{Để } U_{RL\max} \text{ thì } y_{\min} \Rightarrow \left( \frac{L}{C}t + \frac{\frac{R^2}{2} + \frac{L}{4C}}{t} \right)_{\max}.$$

Hàm này có dạng  $at = \frac{b}{t}$  nên ta có mối liên hệ sau:

$$\text{Gọi } t_0 = \frac{\omega_{RL}^2}{\omega_R^2} - \frac{1}{2} \text{ ứng với khi } U_{RL\max} \text{ và } t_1 = \frac{\omega_1^2}{\omega_R^2} - \frac{1}{2}, t_2 = \frac{\omega_2^2}{\omega_R^2} - \frac{1}{2} \text{ ứng với } U_{RL}$$

có cùng giá trị, khi đó:

$$t_0^2 = t_1 t_2 \Leftrightarrow \left( \frac{\omega_{RL}^2}{\omega_R^2} - \frac{1}{2} \right) = \left( \frac{\omega_1^2}{\omega_R^2} - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{\omega_2^2}{\omega_R^2} - \frac{1}{2} \right) = \left( n - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{C}$$

$$\text{Khi đó: } U_{RL1} = U_{RL2} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left( \frac{1}{LC\omega_1\omega_2} \right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left( \frac{\omega_0^2}{\omega_1\omega_2} \right)^2}}$$

**Chú ý:** Chứng minh hoàn toàn tương tự cho kết quả hai giá trị của  $\omega$  cho cùng  $U_C$

$$U_{L1} = U_{L2} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left( \frac{1}{LC\omega_1\omega_2} \right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left( \frac{\omega_0^2}{\omega_1\omega_2} \right)^2}}$$

**b. Khi thay đổi đến  $\omega_1$  và  $\omega_2$  thì  $U_{RC}$  có cùng giá trị**

Ta có:  $U_{RC} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2 L^2 - \frac{2L}{C}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}}$ .

Từ đó ta đặt  $t = \frac{\omega_R^2}{\omega^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{\omega_R^2}{t + \frac{1}{2}}$  thay vào hàm số

$y = \frac{\omega^2 L^2 - \frac{2L}{C}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \Rightarrow y = \frac{\frac{\omega_R^2}{t + \frac{1}{2}} \cdot L^2 - \frac{2L}{C}}{R^2 + \frac{1}{\frac{\omega_R^2}{t + \frac{1}{2}} \cdot C^2}}$ , kết hợp với  $\omega_R^2 = \frac{1}{LC}$ , ta được:

$y = \frac{-\frac{2L}{C}}{\frac{R^2}{\frac{L}{C}t + \frac{2}{t}} + \frac{L}{C} + R^2 + \frac{L}{C}}$ .

Để  $U_{RCmax}$  thì  $y_{min} \Rightarrow \left( \frac{\frac{R^2 + \frac{L}{C}}{\frac{L}{C}t + \frac{2}{t}} + R^2 + \frac{L}{C}}{\frac{L}{C}t + \frac{2}{t}} \right)_{max}$ .

Hàm này có dạng  $at = \frac{b}{t}$  nên ta có mối liên hệ sau:

Gọi  $t_0 = \frac{\omega_R^2}{\omega_{RC}^2} - \frac{1}{2}$  ứng với khi  $U_{RLmax}$  và  $t_1 = \frac{\omega_R^2}{\omega_1^2} - \frac{1}{2}$ ,  $t_2 = \frac{\omega_R^2}{\omega_2^2} - \frac{1}{2}$  ứng với

$U_{RC}$  có cùng giá trị, khi đó:

$t_0^2 = t_1 t_2 \Leftrightarrow \left( \frac{\omega_R^2}{\omega_{RC}^2} - \frac{1}{2} \right)^2 = \left( \frac{\omega_R^2}{\omega_1^2} - \frac{1}{2} \right) \left( \frac{\omega_R^2}{\omega_2^2} - \frac{1}{2} \right) = \left( n - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{\frac{L}{C}}$

$$\text{Khi đó: } U_{RC1} = U_{RC2} = \frac{U}{\sqrt{1 - (LC\omega_1\omega_2)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_1\omega_2}{\omega_0^2}\right)^2}}$$

**Chú ý:** Chứng minh hoàn toàn tương tự cho kết quả hai giá trị của  $\omega$  cho cùng  $U_C$

$$U_{C1} = U_{C2} = \frac{U}{\sqrt{1 - (LC\omega_1\omega_2)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_1\omega_2}{\omega_0^2}\right)^2}}$$

**Câu 1:** Mạch điện xoay chiều AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp thỏa mãn  $11L = 50CR^2$ . Gọi  $M$  là điểm nằm giữa cuộn dây và điện trở,  $N$  là điểm nằm giữa điện trở và tụ điện. Biết rằng điện áp hiệu dụng hai đầu AB không đổi và mạch có tần số thay đổi được. Khi

$f = 30\sqrt{11}$  Hz thì  $U_{AN \max}$ . Khi  $f = f_1$  Hz và  $f = f_2 = \frac{3}{4}f_1$  Hz thì hiệu điện thế

hiệu dụng giữa hai đầu MB bằng nhau. Giá trị của  $f_1$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 108 Hz.      B. 176 Hz.      C. 89 Hz.      D. 154 Hz.

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } U_{AN \max} = U_{RL \max} \cdot \text{Với } \left. \begin{aligned} n &= \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{L}} \\ 11L &= 50CR^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = \frac{11}{10}.$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{f_{RL}^2}{f_R^2} = n \Rightarrow f_1 = \frac{f_{RL}}{\sqrt{n}} = \frac{30\sqrt{11}}{\sqrt{\frac{11}{10}}} = 30\sqrt{10} \text{ Hz.}$$

$$\text{Khi đó: } \left(n - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{f_R^2}{f_{RC}^2} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{f_R^2}{f_1^2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{f_R^2}{f_2^2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{11}{10} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{f_R^2}{f_{RC}^2} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{(30\sqrt{10})^2}{f_1^2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{(30\sqrt{10})^2}{\frac{9}{14}f_1^2} - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow f_1 = 100 \text{ Hz.}$$

Chọn đáp án A

**Câu 2:** Mạch điện xoay chiều AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp thỏa mãn  $L = nCR^2$ . Gọi  $M$  là điểm nằm giữa cuộn dây và điện trở,  $N$  là điểm nằm giữa điện trở và tụ điện. Biết rằng điện áp hiệu dụng hai đầu AB không đổi và mạch có tần số thay đổi được. Khi

$f = \frac{393\sqrt{35}}{5}$  Hz thì  $U_{AN \max}$ . Khi  $f = 6\sqrt{131}$  Hz và  $f = f_2 = \frac{131\sqrt{6}}{5}$  Hz thì hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu MB bằng nhau. Giá trị của  $n$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,69.                      B. 0,86.                      C. 0,91.                      D. 0,96.

**Hướng dẫn giải:**

Giả sử:  $k = \frac{f_{RL}}{f_{RC}} \Rightarrow \left(k - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{f_R^2}{f_{RC}^2} - \frac{1}{2}\right)^2$  với  $k = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2n}}$

Mà  $f_R^2 = \frac{f_{RL}^2}{k} \left(\frac{f_R^2}{f_{RC}^2} - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{f_R^2}{f_1^2} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{f_R^2}{f_2^2} - \frac{1}{2}\right)$

Khi đó:  $\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{f_{RL}^2}{kf_1^2} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{f_{RL}^2}{kf_2^2} - \frac{1}{2}\right)$

$$= \left(\frac{\left(\frac{393\sqrt{35}}{5}\right)^2}{k(6\sqrt{131})^2} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{\left(\frac{393\sqrt{35}}{5}\right)^2}{k\left(\frac{131\sqrt{6}}{5}\right)^2} - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow k = 1,4.$$

Suy ra:  $1,4 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2n}} \Rightarrow n = \frac{25}{28}$ .

Chọn đáp án C

## XIN CHÀO QUÝ THẦY CÔ

♣ Đa số giáo viên hiện nay đều không có thời gian để biên soạn tài liệu luyện thi đúng nghĩa, vì thời gian bị chi phối bởi việc ở trường, việc ở nhà, ....

♣ Nội dung kiến thức luyện thi thì ngày càng tăng lên (năm 2019 chúng ta phải ôn thi luôn kiến thức của lớp 10 + 11 + 12), các dạng bài tập cũng đa dạng, đòi hỏi người dạy phải mất rất nhiều thời gian để biên soạn đề phục vụ tốt hơn với yêu cầu của người học và nội dung ôn thi (Bao quát, full dạng). Rất thuận tiện để Giáo viên tham khảo.

Quá trình biên soạn những bộ tài liệu này tốn rất nhiều thời gian và công sức nên tôi sẽ chia sẻ những tài liệu file word này đến quý thầy cô với mong muốn có ít phí.

Quý thầy cô đăng kí trước tháng 09/2018 sẽ có những ưu đãi sau: **CÓ TRỌN BỘ CÁC CHUYÊN ĐỀ LUYỆN THI LỚP 10 + 11 + 12 FULL DẠNG, GIẢI CHI TIẾT. 30 ĐỀ THI 2019 CHUẨN CẤU TRÚC GIẢI CHI TIẾT (Phí 800K)**

Các bước đăng kí:

- Chuyển tiền vào tài khoản số: 0121000843071.

Chủ tài khoản: Nguyễn Xuân Trị.

Ngân hàng Vietcombank chi nhánh Đồng Nai.

(Ghi rõ họ tên Giáo viên chuyển tiền và lý do chuyển tiền là mua tài liệu luyện thi THPT Vật lý 2019)

**(Quý thầy cô sẽ nhận được tài liệu trong vòng 24 giờ sau khi đã đăng kí và chuyển phí tài liệu)**

Chú ý: Tài liệu gói thành 2 đợt:

- + Đợt 1: Gói tài liệu HK 1 (lớp 10 + 11 + 12) và 10 đề thi thử 2019
- + Đợt 2: Gói tài liệu HK 2 (lớp 10 + 11 + 12) và 20 đề thi thử 2019

Mọi thắc mắc:

Liên hệ trực tiếp: **0937 944 688 (Thầy Trị)**

Hoặc mail: [tringuyen.physics@gmail.com](mailto:tringuyen.physics@gmail.com)

## CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**Câu 1:** Đặt vào hai đầu một tụ điện một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi và tần số  $f$  thay đổi. Khi  $f = 50\text{Hz}$  thì cường độ hiệu dụng qua tụ là  $2,4\text{A}$ . Để cường độ hiệu dụng qua tụ bằng  $3,6\text{A}$  thì tần số của dòng điện phải bằng:

- A.  $25\text{ Hz}$                       B.  $75\text{ Hz}$                       C.  $100\text{ Hz}$                       D.  $50\text{ Hz}$

**Câu 2:** Cho mạch điện xoay chiều gồm ba đoạn mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở thuần  $R$ , đoạn MN gồm cuộn dây thuần cảm, đoạn NB gồm tụ xoay có thể thay đổi điện dung. Mắc vôn kế thứ nhất vào AM, vôn kế thứ hai vào NB. Điều chỉnh giá trị của  $C$  thì thấy ở cùng thời điểm số, chỉ của  $V_1$  cực đại thì số chỉ của  $V_1$  gấp đôi số chỉ của  $V_2$ . Hỏi khi số chỉ của  $V_2$  cực đại và có giá trị  $V_{2\max} = 200\text{V}$  thì số chỉ của vôn kế thứ nhất là

- A.  $100\text{V}$ .                      B.  $120\text{V}$ .                      C.  $50\text{ V}$ .                      D.  $80\text{ V}$ .

**Câu 3:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp theo thứ tự  $R, L, C$  trong đó cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, điện trở thuần  $R = 100\Omega$ . Thay đổi  $L$  người ta thấy khi  $L = L_1$  và khi  $L = L_2 = \frac{L_1}{2}$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch như nhau nhưng cường độ dòng điện tức thời vuông pha nhau. Giá trị  $L_1$  và điện dung  $C$  lần lượt là:

- A.  $L_1 = \frac{4}{\pi}\text{H}, C = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi}\text{F}$                       B.  $L_1 = \frac{4}{\pi}\text{H}, C = \frac{10^{-4}}{3\pi}\text{F}$   
C.  $L_1 = \frac{2}{\pi}\text{H}, C = \frac{10^{-4}}{3\pi}\text{F}$                       D.  $L_1 = \frac{1}{4\pi}\text{H}, C = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\pi}\text{F}$

**Câu 4:** Cho mạch điện nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, tụ điện có dung kháng  $60\Omega$  và điện trở thuần  $20\Omega$ . Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch  $u = 20\sqrt{5} \cos 100\pi t$  (V). Khi cảm kháng bằng  $Z_L$  thì  $U_{L\max}$ . Giá trị  $Z_L$  và  $U_{L\max}$  lần lượt là

- A.  $\frac{200}{3}\Omega$  và  $200\text{ V}$ .                      B.  $\frac{200}{3}\Omega$  và  $100\text{ V}$ .  
C.  $200\Omega$  và  $200\text{ V}$ .                      D.  $200\Omega$  và  $100\text{ V}$ .

**Câu 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$  và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Điều chỉnh  $L$  để  $U_{L\max}$  thì lấy giá trị cực đại đó bằng  $100\text{ V}$ , điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện bằng  $36\text{ V}$  và điện áp hiệu dụng trên  $R$  là  $U_R$ . Tính  $U$  và  $U_R$ .

- A.  $U = 80\text{ V}$  và  $U_R = 48\text{ V}$ .                      B.  $U = 136\text{ V}$  và  $U_R = 48\text{ V}$ .  
C.  $U = 64\text{ V}$  và  $U_R = 48\text{ V}$ .                      D.  $U = 48\text{ V}$  và  $U_R = 80\text{ V}$ .

**Câu 6:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm  $R = 100\ \Omega$ , tụ điện  $C$  và cuộn cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1 = \frac{1}{\pi}$  H thì cường độ dòng điện qua mạch cực đại. Khi  $L_2 = 2L_1$  thì điện áp ở đầu cuộn cảm thuần đạt cực đại. Tần số  $\omega$  bằng:

- A.  $200\pi$  rad/s      B.  $125\pi$  rad/s      C.  $100\pi$  rad/s      D.  $120\pi$  rad/s

**Câu 7:** Cho mạch điện xoay chiều  $L, R, C$  mắc nối tiếp theo thứ tự đó (cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được). Điều chỉnh  $L$  để  $U_{L_{\max}}$  thì  $U_R = 50\sqrt{3}$  V.

Lúc này, khi điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch là  $-150\sqrt{2}$  V thì điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $RC$  là  $-50\sqrt{2}$  V. Tính trị hiệu dụng của điện áp ở hai đầu đoạn mạch  $AB$ .

- A.  $100\sqrt{3}$  V.      B. 615 V.      C. 200 V.      D. 300 V.

**Câu 8:** Cho mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp gồm các phần tử điện trở thuần  $R$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Mạch chỉ có tần số góc thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1 = 100\pi$  rad/s thì  $U_{L_{\max}}$ . Khi  $\omega = \omega_2 = 2\omega_1$  rad/s thì  $U_{C_{\max}}$ . Biết rằng khi giá trị  $\omega = \omega_1$  thì  $Z_L + 3Z_C = 400\ \Omega$ . Giá trị  $L$  là:

- A.  $\frac{4}{7\pi}$  H      B.  $\frac{3}{4\pi}$  H      C.  $\frac{4}{3\pi}$  H      D.  $\frac{7}{4\pi}$  H

**Câu 9:** Một đoạn mạch RLC, khi  $f_1 = 66$  Hz hoặc  $f_2 = 88$  Hz thì hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn cảm không đổi. Để  $U_{L_{\max}}$  thì  $f$  có giá trị là

- A 45,21      B 23,12      C 74,76      D 65,78

**Câu 10:** Cho mạch điện xoay chiều RLC có cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L$  có thể thay đổi được. Dùng ba vôn kế xoay chiều có điện trở rất lớn để đo điện áp hiệu dụng trên mỗi phần tử. Điều chỉnh giá trị của  $L$  thì thấy  $U_{L_{\max}} = 2U_{R_{\max}}$ . Tính tỉ số

$$\frac{U_{L_{\max}}}{U_{C_{\max}}}$$

- A. 3.      B. 4.      C. 3.      D.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 11:** Cho đoạn mạch điện xoay chiều ANB, đoạn AN chứa  $R$  và  $C$  thay đổi, đoạn NB chứa  $L = \frac{1,5}{\pi}$  H. Biết  $f = 50$  Hz, người ta thay đổi  $C$  sao cho

$$U_{AN_{\max}} = 2U_{AN}. \text{ Tìm } R \text{ và } C:$$

- A.  $Z_C = 200\ \Omega$ ;  $R = 100\ \Omega$       B.  $Z_C = 100\ \Omega$ ;  $R = 100\ \Omega$   
C.  $Z_C = 200\ \Omega$ ;  $R = 200\ \Omega$       D.  $Z_C = 100\ \Omega$ ;  $R = 200\ \Omega$

**Câu 12:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos\omega t$  (V) ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm thuần có độ tự

cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1$  thì  $U_{L_{\max}}$  và lúc này  $U_R = 0,5U_{L_{\max}}$ . Khi  $L = L_2$  thì  $U_{C_{\max}}$ . Tính tỉ số  $\frac{U_{L_{\max}}}{U_{C_{\max}}}$ ?

- A. 0,41.      B.  $\sqrt{2}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D. 2.

**Câu 13:** Mạch điện  $R_1L_1C_1$  có tần số cộng hưởng  $\omega_1$  và mạch  $R_2L_2C_2$  có tần số cộng hưởng  $\omega_2$ , biết  $\omega_1 = \omega_2$ . Mắc nối tiếp hai mạch đó với nhau thì tần số cộng hưởng của mạch sẽ là  $\omega$ . Khi đó  $\omega$  liên hệ với  $\omega_1$  và  $\omega_2$  theo công thức nào?

- A.  $\omega = 2\omega_1$ .      B.  $\omega = 3\omega_1$ .      C.  $\omega = 0$ .      D.  $\omega = \omega_1$ .

**Câu 14:** Cho một đoạn mạch RLC không phân nhánh, cuộn dây thuần cảm, độ tự cảm của cuộn dây có thể thay đổi được. Khi thay đổi giá trị của L thì thấy ở thời điểm  $U_{R_{\max}}$  thì điện áp này gấp bốn điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây. Khi  $U_{L_{\max}}$  thì điện áp này so với điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở khi đó gấp:

- A. 4,25 lần.      B. 2,5 lần.      C. 4 lần.      D.  $4\sqrt{2}$  lần.

**Câu 15:** Đặt điện áp  $u = 90\sqrt{10} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  không đổi) vào hai đầu mạch điện AB nối tiếp theo đúng thứ tự gồm R, C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $Z_L = Z_{L_1}$  hoặc  $Z_L = Z_{L_2}$  thì  $U_{L_1} = U_{L_2} = 270$  V. Biết  $3Z_{L_2} - Z_{L_1} = 150 \Omega$  và tổng trở của đoạn mạch RC trong hai trường hợp là  $100\sqrt{2} \Omega$ . Giá trị  $U_{L_{\max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 150 V.      B. 180 V.      C. 300 V.      D. 175 V.

**Câu 16:** Đoạn mạch RLC mắc nối tiếp gồm điện trở thuần có giá trị  $100\Omega$ , cuộn cảm thuần L và tụ điện C. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều có giá trị ổn định, có tần số góc thay đổi được. Thay đổi tần số góc, khi  $\omega = \omega_1 = 200\pi$  rad/s thì  $U_{L_{\max}}$ , khi  $\omega = \omega_2 = 50\pi$  rad/s thì  $U_{C_{\max}}$ . Độ tự cảm của cuộn dây có giá trị

- A.  $\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\pi}$  H      B.  $\frac{4}{9\pi}$  H      C.  $\sqrt{\frac{2}{3\pi}}$  H      D.  $\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi}$  H

**Câu 17:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1 = \frac{1}{\pi}$  (H) thì u sớm pha hơn i là  $\frac{\pi}{4}$ . Khi  $L = L_2 = \frac{2}{\pi}$  (H) thì  $U_{L_{\max}} = 200$  V. Tính U.

- A. 184,776 V.      B. 76,537 V.      C. 200 V.      D. 150 V.

**Câu 18:** Cho mạch RLC nối tiếp: Điện trở thuần R, L thay đổi được, tụ điện có điện dung C. Điện áp xoay chiều đặt vào 2 đầu mạch  $u = U_0 \cos(\omega t)$  (V). Khi thay đổi độ tự cảm đến  $L_1 = \frac{1}{\pi}$  H thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch cực đại, lúc đó



công suất của mạch bằng 200W. Khi thay đổi đến  $L_2 = \frac{2}{\pi} \text{H}$  thì  $U_{L \max} = 200\text{V}$ .

Điện dung C có giá trị:

- A.  $\frac{200}{\pi} \mu\text{F}$     B.  $\frac{50}{\pi} \mu\text{F}$     C.  $\frac{150}{\pi} \mu\text{F}$     D.  $\frac{100}{\pi} \mu\text{F}$

**Câu 19:** Cho mạch điện nối tiếp gồm điện trở  $20 \Omega$  cuộn dây có độ tự cảm  $\frac{1,4}{\pi} \text{H}$  và điện trở thuần  $30 \Omega$  và tụ xoay có điện dung thay đổi C. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch:  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$ . Tìm C để  $U_{C\max}$ . Tìm giá trị cực đại đó.

- A.  $U_{C\max} = 290\text{V}$  và  $C = 2,23 \cdot 10^{-5} \text{F}$ .    B.  $U_{C\max} = 297\text{V}$  và  $C = 2,23 \cdot 10^{-5} \text{F}$ .  
C.  $U_{C\max} = 297\text{V}$  và  $C = 2,23 \cdot 10^{-6} \text{F}$ .    D.  $U_{C\max} = 290\text{V}$  và  $C = 2,23 \cdot 10^{-6} \text{F}$ .

**Câu 20:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t \text{ (V)}$  ( $U$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn dây và tụ điện. Biết cuộn dây có hệ số công suất 0,8 và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Gọi  $U_d$  và  $U_C$  là điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây và hai đầu tụ điện. Điều chỉnh C để  $(U_d + U_C)_{\max}$ , khi đó tỉ số của cảm kháng với dung kháng của đoạn mạch là

- A. 0,60.    B. 0,71.    C. 0,50.    D. 0,80.

**Câu 21:** Cho mạch điện nối tiếp gồm điện trở  $30\sqrt{2} \Omega$  cuộn dây có độ tự cảm  $\frac{0,3\sqrt{2}}{\pi} \text{(H)}$  và điện trở thuần  $30\sqrt{2} \Omega$  và tụ xoay có điện dung thay đổi C. Điện

áp giữa hai đầu đoạn mạch:  $u = 240\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$ . Khi  $C = C_m$  thì  $U_{C\max} = U_m$ . Giá trị của  $C_m$  và  $U_m$  lần lượt là

- A.  $16 \mu\text{F}$  và  $158 \text{V}$     B.  $15 \mu\text{F}$  và  $158 \text{V}$   
C.  $16 \mu\text{F}$  và  $120 \text{V}$     D.  $12 \mu\text{F}$  và  $120 \text{V}$

**Câu 22:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có  $f$  thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2$

thì dòng điện hiệu dụng trong mạch có giá trị bằng nhau  $I_1 = I_2 = \frac{I_{\max}}{n}$ . Giá trị của điện trở

- A.  $R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 - 1}}$     B.  $R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{\sqrt{n^2 + 1}}$   
C.  $R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{n^2 + 1}$     D.  $R = \frac{L|\omega_1 - \omega_2|}{n^2 - 1}$

**Câu 23:** Cho mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp theo thứ tự đó (cuộn cảm thuần). Điện dung C có thể thay đổi được. Điều chỉnh C để điện áp ở hai đầu C là lớn nhất. Khi đó điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở R là 150 V. Khi điện áp tức

thời hai đầu đoạn mạch là  $100\sqrt{3}$  V thì điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa RL là - 300 V. Tính trị hiệu dụng của điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB.

- A.  $100\sqrt{3}$  V.      B. 615 V.      C. 200 V.      D. 300.

**Câu 24:** Một đoạn mạch xoay chiều mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định, khi điều chỉnh độ tự cảm của cuộn cảm đến giá trị  $L_0$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu các phần tử R, L, C có giá trị lần lượt là 30 V, 20 V và 60 V. Khi điều chỉnh độ tự cảm đến giá trị  $2L_0$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở bằng bao nhiêu?

- A. 50V      B.  $\frac{50}{\sqrt{3}}$  V      C.  $\frac{150}{\sqrt{13}}$  V      D.  $\frac{100}{\sqrt{11}}$  V

**Câu 25:** Đặt điện áp:  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào

đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_0$  thì

$U_{C_{\max}}, U_{RL} = U_1$  đồng thời u trễ hơn i là  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ). Khi  $C = C_1$  thì  $U_C = 470$  V đồng thời u sớm hơn i là  $\alpha$ . Khi  $C = C_2$  thì  $U_C = 470$  V,  $U_{RL} = U_1 - 140$  V. Giá trị U gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 70 V.      B. 140 V.      C. 210 V.      D. 280 V.

**Câu 26:** Đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM

là một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 40\sqrt{3} \Omega$  có độ tự cảm  $L = \frac{0,4}{\pi}$  H, đoạn

mạch MB là một tụ điện có điện dung C thay đổi được, C có giá trị hữu hạn và khác không. Đặt vào AB một điện áp:  $u_{AB} = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max}$ . Cực đại của tổng số này có giá trị.

- A. 240 V.      B.  $120\sqrt{3}$  V.      C. 120 V.      D.  $120\sqrt{2}$  V.

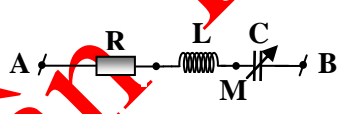
**Câu 27:** Một mạch điện xoay chiều gồm các linh kiện lý tưởng R, L, C mắc nối tiếp. Tần số riêng của mạch là  $\omega_0$ , điện trở có thể thay đổi. Hỏi cần phải đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, có tần số góc  $\omega$  bằng bao nhiêu để điện áp hiệu dụng  $U_{RL}$  không phụ thuộc vào R?

- A.  $\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$       B.  $\omega = \omega_0$       C.  $\omega = \omega_0\sqrt{2}$       D.  $\omega = 2\omega_0$

**Câu 28:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi C thay đổi thì điện

áp hiệu dụng cực đại trên R, L và C lần lượt là x, y, z. Nếu  $\frac{x}{y} = 3$  thì  $\frac{z}{x}$  bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $0,75\sqrt{2}$ .      C. 0,75.      D.  $2\sqrt{2}$ .



**Câu 29:** Cho mạch điện xoay chiều không phân nhánh gồm 3 phần tử: điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần có  $L = \frac{1}{\pi}$  H và tụ điện có điện dung  $C$ . Điện áp tức thời giữa hai

đầu mạch điện là  $u = 90\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$  (V). Khi  $\omega = \omega_1$  thì cường độ dòng điện qua

mạch là  $i = \sqrt{2}\cos\left(240\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$  (A),  $t$  tính bằng s. Cho tần số góc  $\omega$  thay đổi đến

giá trị mà trong mạch có cộng hưởng điện, biểu thức điện áp giữa hai bản tụ điện lúc đó là:

A.  $u_C = 45\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (V)      B.  $u_C = 45\sqrt{2}\cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (V)

C.  $u_C = 60\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (V)      D.  $u_C = 60\cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (V)

**Câu 30:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Khi chỉ thay đổi  $L$  đến giá trị  $L_1$  còn  $C$  và  $R$  giữ nguyên thì  $U_{L_{\max}}$ . Nếu giữ nguyên  $L$ ,  $R$  thay đổi  $C$  đến giá trị  $C_1$  thì  $U_{C_{\max}} = 80$  V. Biết  $Z_{L_1} = 2Z_{C_1}$  và  $Z_C = 5Z_L$ . Giá trị  $U_{L_{\max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 300 V.      B. 260 V.      C. 380 V.      D. 100 V.

**Câu 31:** Cho mạch điện xoay chiều gồm RLC mắc nối tiếp, cuộn cảm thuần có độ tự cảm thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Điều chỉnh độ tự cảm để điện áp trên hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại là  $U_{L_{\max}}$  thì điện áp hiệu dụng trên hai đầu tụ điện là  $U_C = 100$  V. Giá trị  $U_{L_{\max}}$  là

A. 300V      B. 241V      C. 200V      D. 250V

**Câu 32:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi, điện trở thuần  $R = 30 \Omega$  và tụ điện có dung kháng  $80 \Omega$ . Thay đổi  $L$  để  $U_{RL_{\max}}$ . Cảm kháng của cuộn cảm thuần lúc này

A. 50  $\Omega$ .      B. 180  $\Omega$ .      C. 90  $\Omega$ .      D. 56  $\Omega$ .

**Câu 33:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp

RLC có  $R = 50\sqrt{3} \Omega$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F, cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi. Điều

chỉnh  $L = L_1$  thì  $U_{L_{\max}}$ . Khi  $L = L_2$  thì  $U_{RL_{\max}}$ . Khi  $L = L_3$  thì  $U_{C_{\max}}$ . Khi điều chỉnh cho  $L = L_1 + L_2 - L_3$  thì công suất tiêu thụ của mạch gần giá trị nào nhất trong số các giá trị sau đây?

A. 55 W.      B. 90 W.      C. 60 W.      D. 40 W.

**Câu 34:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm cuộn cảm thuần có cảm kháng  $120 \Omega$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi. Khi  $C = C_0$  thì  $U_{RC\max} = 2U$ . Dung kháng của tụ điện lúc này là

- A.  $160 \Omega$ . B.  $100 \Omega$ . C.  $150 \Omega$ . D.  $200 \Omega$ .

**Câu 35:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi  $L = L_1$  thì  $U_{RL\max} = 2U$ , đồng thời hệ số công suất toàn mạch là  $k_1$ . Khi  $L = L_2$  thì hệ số công suất của mạch là  $k_2$ . Chọn các phương án **đúng**.

- A.  $\begin{cases} k_1 = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ k_2 = \frac{3}{\sqrt{13}} \end{cases}$  B.  $\begin{cases} k_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} \\ k_2 = \frac{13}{\sqrt{3}} \end{cases}$  C.  $\begin{cases} k_1 = \frac{3}{\sqrt{5}} \\ k_2 = \frac{2}{\sqrt{13}} \end{cases}$  D.  $\begin{cases} k_1 = \frac{13}{\sqrt{2}} \\ k_2 = \frac{5}{\sqrt{3}} \end{cases}$

**Câu 36:** Đặt một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở  $R$  nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi. Đoạn MB chỉ có tụ điện có điện dung  $C$ . Điều chỉnh  $L = L_1$  để  $U_{MB} = 50V$ ,  $I = 0,5A$  và dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $60^\circ$ . Điều chỉnh  $L = L_2$  thì  $U_{AM\max}$ . Tính  $L_2$ .

- A.  $\frac{1+\sqrt{2}}{\pi}H$ . B.  $\frac{1+\sqrt{3}}{\pi}H$ . C.  $\frac{2+\sqrt{3}}{2\pi}H$ . D.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2\pi}H$ .

**Câu 37:** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần  $L$  thay đổi được, điện trở  $R$  và tụ điện  $C$ . Khi  $L = L_1$  thì  $I = 0,5A$ ,  $U_C = 100V$  đồng thời  $U_C$  trễ pha hơn  $u$  là  $60^\circ$ . Khi  $L = L_2$  thì  $U_{RL\max}$ . Tìm  $L_2$ .

- A.  $\frac{2}{\pi}H$ . B.  $\frac{3}{\pi}H$ . C.  $\frac{4}{\pi}H$ . D.  $\frac{5}{\pi}H$ .

**Câu 38:** Cho đoạn mạch xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Đặt vào 2 đầu mạch 1 điện áp xoay chiều có tần số thay đổi được. Khi tần số của điện áp 2 đầu mạch là  $f_0 = 60Hz$  thì  $U_{L\max}$ . Khi tần số của điện áp 2 đầu mạch là  $f = 50Hz$  thì điện áp 2

đầu cuộn cảm là  $u_L = U_L \cos(100\pi t + \varphi_1)$  V. Khi  $f = f'$  thì điện áp 2 đầu cuộn cảm là  $u_L = U_{0L} \cos(100\pi t + \varphi_2)$  V. Biết  $U_L = \frac{U_{0L}}{\sqrt{2}}$ . Giá trị của  $\omega$  bằng:

- A.  $160\pi$  rad/s      B.  $130\pi$  rad/s      C.  $144\pi$  rad/s      D.  $20\sqrt{30}\pi$  rad/s

**Câu 39:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo đúng thứ tự gồm: cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  xác định; điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh điện

dung  $C$  để  $U_{RC \min} = U_1$  và  $U_{RC \max} = U_2$ . Nếu  $U_2 = \frac{5}{3}U$  thì  $U_1$  là

- A.  $0,43U$ .      B.  $0,64U$ .      C.  $0,68U$ .      D.  $0,72U$ .

**Câu 40:** Cho đoạn mạch AB gồm AM chứa điện trở thuần, MN chứa cuộn cảm thuần  $L$ , NB chứa tụ điện  $C$  có điện dung thay đổi được. Điện áp

$u_{AB} = U_0 \cos \omega t$  (V). Điều chỉnh điện dung  $C$  để  $U_{C \max}$ , khi đó điện áp tức thời cực đại trên  $R$  là  $12a$ . Biết khi điện áp hai đầu mạch là  $16a$  thì điện áp tức thời hai đầu tụ là  $7a$ . Chọn hệ thức đúng.

- A.  $4R = 3\omega L$ .      B.  $3R = 4\omega L$ .      C.  $R = 2\omega L$ .      D.  $2R = \omega L$ .

**Câu 41:** Cho mạch điện xoay chiều nối tiếp RLC với  $C$  thay đổi. Điều chỉnh  $C$  sao cho  $U_{C \max}$  khi đó  $U_R = 75$  V. Khi  $u = 75\sqrt{6}V$  thì  $u_{RL} = 25\sqrt{6}V$ . Tìm điện áp hiệu dụng toàn mạch

- A.  $75\sqrt{6}$  V.      B.  $75\sqrt{3}$  V.      C.  $150$  V.      D.  $150\sqrt{2}$  V.

**Câu 42:** Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V). Điều chỉnh  $C = C_1$  thì công suất của mạch đạt giá trị

cực đại  $P_{\max} = 400W$ . Điều chỉnh  $C = C_2$  thì hệ số công suất của mạch là  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Công suất của mạch khi đó là

- A.  $200W$       B.  $200\sqrt{3}W$       C.  $300W$       D.  $150\sqrt{3}W$

**Câu 43:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0, \omega$ : không đổi) vào hai đầu đoạn mạch  $R, L, C$  mắc nối tiếp (cuộn dây thuần cảm) với  $R$  thay đổi được. Khi  $R = 20 \Omega$  thì  $P_{\max}$ , đồng thời nếu thay tụ  $C$  bằng bất kì tụ nào thì điện áp hiệu dụng trên tụ đều giảm. Dung kháng của tụ lúc này là

- A.  $60 \Omega$ .      B.  $40 \Omega$ .      C.  $30 \Omega$ .      D.  $50 \Omega$ .

**Câu 44:** Đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM là một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 40 \Omega$  và độ tự cảm  $L = \frac{0,4}{\pi}H$ , đoạn mạch

MB là một tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được,  $C$  có giá trị hữu hạn và khác không. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp:  $u_{AB} = U_0 \cos 100\pi t$  (V).

Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max}$ . Tìm độ lệch pha giữa điện áp tức thời trên AM và trên AB.

- A.  $\frac{\pi}{6}$ . B.  $\frac{3\pi}{16}$ . C.  $\frac{3\pi}{8}$ . D.  $\frac{\pi}{4}$ .

**Câu 45:** Đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM là một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 51,97 \Omega$  và độ tự cảm  $L = \frac{0,3}{\pi} \text{H}$ , đoạn mạch MB là một tụ điện có điện dung C thay đổi được, C có giá trị hữu hạn và khác không vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp:  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$ . Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max}$ . Tìm  $U_{AM}$ .

A.  $2U$ . B.  $U$ . C.  $0,5U$ . D.  $0,25U$ .

**Câu 46:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t \text{ (V)}$  vào đoạn AB gồm cuộn dây và tụ điện mắc nối tiếp. Biết hệ số công suất của cuộn dây là 0,8 và điện dung của tụ thay đổi được. Điều chỉnh C sao cho  $(U_{cd} + U_C)_{\max}$ . Khi đó, tỉ số  $\frac{Z_L}{Z_C}$  bằng

A. 0,50. B. 0,8. C. 0,60. D. 0,71.

**Câu 47:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  vào 2 đầu mạch điện gồm cuộn dây có điện trở thuần  $100 \Omega$ , độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi} \text{H}$  mắc nối tiếp tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{F}$ . Thay đổi tần số f, khi  $U_{C\max}$  thì f có giá trị bằng:

- A. 25 Hz B.  $25\sqrt{2} \text{ Hz}$  C. 50 Hz D.  $25\sqrt{6} \text{ Hz}$

**Câu 48:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t \text{ (V)}$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo đúng thứ tự gồm, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở R, tụ điện có điện dung C thay đổi được. Ban đầu điều chỉnh  $U_{RC\max}$ , sau đó giảm giá trị này đi 3 lần thì  $U_{C\max}$ . Giá trị của  $\frac{R}{Z_L}$  gần giá trị nhất nào sau đây?

- A. 3,6. B. 2,8. C. 3,2. D. 2,4.

**Câu 49:** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được, điện trở R và tụ điện C. Khi  $L = L_1$  thì  $I = 0,5 \text{ A}$ ,  $U_C = 100 \text{ V}$  đồng thời  $u_C$  trễ hơn u là  $\frac{\pi}{6}$ . Khi  $L = L_2$  thì  $U_{RL\max}$ . Tìm  $L_2$ .

- A.  $\frac{3}{\pi} \text{H}$ . B.  $\frac{3}{\pi} \text{H}$ . C.  $\frac{2,414}{\pi} \text{H}$ . D.  $\frac{1,414}{\pi} \text{H}$ .

**Câu 50:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào 2 đầu đoạn mạch AB gồm cuộn dây có điện trở thuần  $r$  và tụ điện mắc nối tiếp, trong đó  $2r = \sqrt{3}Z_C$ . Chỉ thay đổi độ tự cảm  $L$ , khi  $U_{L\max}$  thì cảm kháng của cuộn dây là:

- A.  $Z_L = Z_C$       B.  $Z_L = 2Z_C$       C.  $Z_L = 0,5Z_C$       D.  $Z_L = 1,5Z_C$

**Câu 51:** Cho mạch điện xoay chiều RLC có cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L$  có thể thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $L$  thì thấy  $U_{L\max} = 3U_{C\max}$ . Tính tỉ số

$$\frac{U_{L\max}}{U_{C\max}} ?$$

- A. 3.      B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .      C. 3.      D.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 52:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 30\sqrt{2}$  V vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Biết cuộn dây thuần cảm, có độ cảm  $L$  thay đổi được. Khi  $U_{L\max}$  thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện là 30V. Giá trị của  $U_{L\max}$  là:

- A. 60V      B. 120V      C.  $30\sqrt{2}$  V      D.  $60\sqrt{2}$  V

**Câu 53:** Đoạn mạch AB gồm AM nối tiếp với MB. Đoạn AM gồm điện trở thuần  $R$  nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , đoạn MB chỉ có tụ điện có điện dung  $C$  với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào AB một điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V),  $U$  ổn định và  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_C$  thì  $U_{C\max}$ , khi đó điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch AM và hai đầu đoạn mạch AB lệch pha so với dòng điện lần lượt là  $\varphi_{RL}$  và  $\varphi$ . Giá trị của  $\tan\varphi_{RL} \tan\varphi$  là:

- A.  $-\frac{1}{2}$ .      B. 2.      C. 1.      D. -1.

**Câu 54:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $L = R^2C$ . Khi  $f = f_0$  thì  $U_{C\max}$  và khi  $f = f_0 + 50\sqrt{2}$  Hz thì  $U_{L\max}$ . Giá trị của  $f_0$ .

- A.  $25\sqrt{2}$ Hz.      B. 50Hz.      C.  $50\sqrt{2}$ Hz.      D. 25Hz.

**Câu 55:** Đặt vào hai đầu RLC mắc nối tiếp một điện áp xoay chiều có  $U$  không đổi và  $f$  thay đổi được. Khi điều chỉnh tần số đến giá trị  $f = f_1$  và  $f = f_2$  thì mạch tiêu thụ cùng một công suất. Biết rằng  $f_1 + f_2 = 125$ Hz, độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  H và tụ điện có điện

dung  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F. Giá trị của  $f_1$  và  $f_2$  là:

- A. 72Hz và 53 Hz      B. 25Hz và 100Hz  
C. 50Hz và 75Hz      D. 60Hz và 65 Hz

**Câu 56:** Cho đoạn mạch RLC nối tiếp cuộn dây thuần  $L$  và có thể thay đổi được,  $R$ ,  $C$  xác định. Mạch điện mắc vào nguồn có điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) không đổi.

Khi thay đổi giá trị  $L$  thì  $\frac{U_{R \max}}{U_{L \max}} = 2$ . Giá trị của  $U_{C \max}$  là:

- A.  $2U$       B.  $U\sqrt{3}$       C.  $\frac{U\sqrt{3}}{2}$       D.  $\frac{2U}{\sqrt{3}}$

**Câu 57:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $L = \frac{5}{9} R^2 C$ . Khi  $f = x$  Hz thì  $U_{C \max}$ , khi

$f = x^2 - 1200$  Hz thì  $U_{L \max}$  và khi  $f = y$  Hz thì  $U_{R \max}$ . Chọn các phương án **đúng**.

- A.  $\begin{cases} x = 30 \\ y = 40\sqrt{5} \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 30 \\ y = 40\sqrt{10} \end{cases}$   
C.  $\begin{cases} x = 40 \\ y = 40\sqrt{5} \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 40 \\ y = 40\sqrt{10} \end{cases}$

**Câu 58:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Gọi M và N lần lượt là điểm nối  $L$  với  $R$  và điểm nối  $R$  với  $C$ . Biết  $u_{AN}$  luôn luôn vuông pha với  $u_{MB}$  và khi  $f = 50$  Hz thì  $U_{C \max}$ . Khi mạch xảy ra cộng hưởng thì  $f$  có giá trị.

**Câu 59:** Cho mạch điện xoay chiều AB gồm  $R$ ,  $L$ ,  $C$  mắc nối tiếp. Cuộn cảm thuần có độ tự cảm thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn AB một điện áp xoay chiều ổn định  $u = 100\sqrt{6} \cos 100\pi t$  (V). Điều chỉnh độ tự cảm để  $U_{L \max}$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện là 200V. Giá trị của  $U_{L \max}$

- A. 100V      B. 150V      C. 300V      D. 250V

**Câu 60:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  (với  $2L > R^2 C$ ). Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$  và  $6(R + Z_L)(Z_L + Z_C) = 7R(R + Z_C)$ . Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì  $U_L = U$ . Tính  $f_0$ .

- A. 50 Hz.      B. 60 Hz.      C. 75 Hz.      D. 100 Hz.

**Câu 61:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng là  $U$  vào 2 đầu mạch AB gồm điện trở thuần  $R = 50\Omega$ , tụ điện có dung kháng  $C = 100\Omega$  và cuộn cảm thuần  $L$  nối tiếp,  $L$  thay đổi được. Khi thay đổi  $L = L_0$  thì điện áp hiệu dụng  $U_{RL \max}$ . Cảm kháng của cuộn cảm có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.  $120,7\Omega$       B.  $120,5\Omega$       C.  $120,3\Omega$       D.  $120,1\Omega$



**Câu 62:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  (với  $2L > R^2 C$ ).  $M$  là điểm nối giữa cuộn cảm và tụ điện. Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$  và  $6(R + Z_L)(Z_L + Z_C) = 7R(R + Z_C)$ . Khi  $f = f_0 + 75 \text{ Hz}$  thì  $U_L = U$ . Tìm  $f$  để  $U_{AM}$  không phụ thuộc  $R$  (nếu  $R$  thay đổi).

- A. 50 Hz.      B.  $50\sqrt{2}$  Hz.      C. 75 Hz.      D.  $25\sqrt{5}$  Hz.

**Câu 63:** Đặt điện áp  $u = 50\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $2L > CR^2$ . Khi  $\omega = 100 \pi \text{ rad/s}$  thì  $U_{C_{\max}}$ . Khi  $\omega = 120 \pi \text{ rad/s}$  thì  $U_{L_{\max}}$ . Giá trị của  $U_{C_{\max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 85 V.      B. 145 V.      C. 57 V.      D. 173 V.

**Bài 64:** Một mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây không thuần cảm và hai tụ điện có điện dung lần lượt là  $C_1$  và  $C_2$ . Nếu mắc  $C_1$  song song  $C_2$  rồi mắc nối tiếp với cuộn dây thì tần số góc cộng hưởng là  $\omega_1 = 48 \pi \text{ rad/s}$ . Nếu mắc  $C_1$  nối tiếp  $C_2$  rồi mắc nối tiếp với cuộn dây thì tần số góc cộng hưởng là  $\omega_2 = 100 \pi \text{ rad/s}$ . Nếu chỉ mắc riêng  $C_1$  nối tiếp với cuộn dây thì tần số cộng hưởng là:

- A.  $60 \pi \text{ rad/s}$       B.  $74 \pi \text{ rad/s}$       C.  $50 \pi \text{ rad/s}$       D.  $70 \pi \text{ rad/s}$

**Câu 65:** Đoạn mạch xoay chiều  $R, L, C$  có cuộn cảm thuần  $L$  có giá trị thay đổi được. Dùng ba vôn kế xoay chiều có điện trở rất lớn đo điện áp hiệu dụng trên mỗi phần tử. Điều chỉnh giá trị của  $L$  thì thấy  $U_{L_{\max}}$  lớn gấp hai lần  $U_{R_{\max}}$ . Hỏi  $U_{L_{\max}}$  gấp bao nhiêu lần điện áp hiệu dụng trên tụ?

- A.  $\frac{3}{4}$       B. 4      C.  $\sqrt{3}$       D.  $\frac{4}{3}$

**Câu 66 (ĐH – 2013):** Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) ( $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $2L > CR^2$ . Khi  $f = f_1$  thì  $U_{C_{\max}}$ . Khi  $f = f_2 = f_1\sqrt{2}$  thì  $U_{R_{\max}}$ . Khi  $f = f_3$  thì  $U_{L_{\max}}$ . Giá trị của  $U_{L_{\max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 85 V.      B. 145 V.      C. 57 V.      D. 173 V.

**Câu 67:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), ( $U$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C_{\max}}$  khi đó  $U_{C_{\max}} = 90 \text{ V}$  và  $U_{RL} = 30\sqrt{5} \text{ V}$ . Giá trị của  $U$ .

- A. 65 V.      B.  $90\sqrt{2} \text{ V}$ .      C.  $60\sqrt{2} \text{ V}$ .      D. 73 V.

**Câu 68:** Mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây có  $L = \frac{0,4}{\pi} \text{ H}$  mắc nối tiếp với tụ điện  $C$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V). Khi  $C = C_1 =$

$\frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} F$  thì  $U_{C_{\max}} = 100\sqrt{5} V$ . Khi  $C = 2,5C_1$  thì cường độ dòng điện trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so

với điện áp hai đầu đoạn mạch. Giá trị của  $U$  là

- A. 50V      B. 100V      C.  $100\sqrt{2} V$       D.  $50\sqrt{5} V$

**Câu 69:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi 150V vào 2 đầu mạch AB gồm AM chỉ chứa R, đoạn mạch MB chứa tụ C và cuộn cảm thuần L nối tiếp, L thay đổi được. Biết sau khi thay đổi L thì điện áp hiệu dụng 2 đầu mạch MB tăng  $2\sqrt{2}$  lần và dòng điện trước và sau khi thay đổi L lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ . Điện áp hiệu dụng ở 2 đầu mạch AM khi chưa thay đổi L là

- A.  $100\sqrt{3} V$       B. 120V      C. 100V      D.  $100\sqrt{2} V$

**Câu 70:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 200\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) (V)$  với  $\omega$  biến thiên vào hai đoạn mạch RLC nối tiếp với cuộn dây thuần cảm. Thay đổi  $\omega$  cho đến khi tỉ số  $\frac{Z_L}{Z_C} = \frac{9}{41}$  thì  $U_{C_{\max}}$ . Xác định giá trị  $U_{C_{\max}}$  đó?

- A. 200 V.      B. 205 V.      C. 320 V.      D. 400 V.

**Câu 71:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần  $L = \frac{1}{\pi} H$ , điện trở thuần

$R = 100\sqrt{2} \Omega$  và tụ điện  $C = \frac{0,2}{\pi} mF$ . Gọi  $\omega_{RL}$  và  $\omega_{RC}$  lần lượt là các giá trị của  $\omega$  để  $U_{RL \max}$  và  $U_{RC \max}$ . Chọn kết quả **đúng**.

- A.  $\omega_{RL} = 50\pi \text{ rad/s}$       B.  $\omega_{RC} = 100\pi \text{ rad/s}$ .  
C.  $\omega_{RL} + \omega_{RC} = 160\pi \text{ rad/s}$       D.  $\omega_{RL} - \omega_{RC} = 50\pi \text{ rad/s}$ .

**Câu 72:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần  $L = \frac{1}{\pi} H$ , đoạn

MN chứa điện trở thuần  $R = 50 \Omega$  và đoạn NB chứa tụ điện  $C = \frac{0,2}{\pi} mF$ . Gọi

$\omega_R, \omega_L, \omega_C, \omega_{RL}$  và  $\omega_{RC}$  lần lượt là các giá trị của  $\omega$  để  $U_R, U_L, U_{RL}$  và  $U_{RC \max}$ .

Trong số các kết quả:  $\omega_R = 50\sqrt{2}\pi \text{ rad/s}$ ,  $\omega_L = \frac{200\pi}{\sqrt{3}} \text{ rad/s}$ ,  $\omega_C = 25\sqrt{3}\pi \text{ rad/s}$ ,

$\omega_{RL} = 50\pi\sqrt{2+\sqrt{5}} \text{ rad/s}$ ,  $\omega_C = 100\pi\sqrt{-2+\sqrt{5}} \text{ rad/s}$ . Số kết quả **đúng** là

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 1.

**Câu 73:** Đặt một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) vào hai đầu một đoạn mạch AB gồm điện trở R, cuộn dây cảm thuần L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Tụ C có điện dung thay đổi được. Thay đổi C, khi  $Z_C = Z_{C1}$  thì cường độ dòng điện trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch, khi  $Z_C = Z_{C2} = 6,25Z_{C1}$  thì  $U_{C \max}$ . Tính

hệ số công suất của mạch.

- A. 0,6 B. 0,8 C. 0,7 D. 0,9

**Câu 74:** Mạch điện  $R_1 L_1 C_1$  có tần số cộng hưởng  $\omega_1$  và mạch  $R_2 L_2 C_2$  có tần số cộng hưởng  $\omega_2$ , biết  $\omega_1 = \omega_2$ . Mắc nối tiếp hai mạch đó với nhau thì tần số cộng hưởng của mạch sẽ là  $\omega$ . Khi đó  $\omega$  liên hệ với  $\omega_1$  và  $\omega_2$  theo công thức nào?

- A.  $\omega = 2\omega_1$ . B.  $\omega = 3\omega_1$ . C.  $\omega = 0$ . D.  $\omega = \omega_1$ .

**Câu 75:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) (U không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa điện trở thuần R, đoạn MN chứa cuộn cảm có độ tự cảm  $L = \frac{2}{\pi\sqrt{3}}$  H, có điện trở r và đoạn NB chứa

tụ điện có điện dung C. Khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  thì dòng điện hiệu dụng qua mạch có cùng giá trị  $I_1$ . Khi  $\omega = \omega_3 = 100\sqrt{3}\pi$  rad/s thì  $U_{MB \min}$  và dòng điện hiệu dụng qua

mạch bằng  $I_2 = \frac{\sqrt{21}}{3} I_1$ . Khi  $\omega = \omega_4 = k\omega_1$  thì  $U_{AN \max}$ . Biết  $\omega_1^2 - 6\omega_2^2 = \omega_3^2$ . Giá trị của k.

- A. 1,17. B. 1,5. C. 2,15. D. 1,25.

**Câu 76:** Cho đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được, tụ điện có điện dung C và điện trở R. Có hai giá trị khác nhau của L là  $L_1$  và  $L_2$  thì điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm có cùng một giá trị. Giá trị của L để  $U_{L \max}$  là

- A.  $L = \sqrt{L_1 + L_2}$ . B.  $L = \frac{1}{2}(L_1 + L_2)$ .  
C.  $L = \frac{2L_1 L_2}{L_1 + L_2}$ . D.  $L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$ .

**Câu 77:** Đặt một điện áp xoay chiều  $u = 220\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) với f thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở R, cuộn dây cảm thuần L và tụ điện có điện dung C biến đổi mắc nối tiếp.  $R = 100\Omega$ ;  $L = \frac{1}{\pi}$  H. Điều chỉnh  $C = C_x$ , sau đó

điều chỉnh tần số, khi  $f = f_x$  thì  $U_{C \max}$  và  $U_{C \max} = \frac{5}{3}$  lần điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch AB. Giá trị  $C_x$  và  $f_x$  bằng:

A.  $\frac{4 \cdot 10^{-5}}{\pi}$  F;  $50\sqrt{2}$  Hz

B.  $\frac{4 \cdot 10^{-5}}{\pi}$  F; 50 Hz

C.  $\frac{3,6 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  F; 50 Hz

D.  $\frac{3,6 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  F;  $50\sqrt{2}$  Hz

**Câu 78:** Mạch điện xoay chiều RLC không phân nhánh, dung kháng bằng  $50 \Omega$ , điện trở thuần  $R$  và cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  thay đổi. Người ta nhận thấy khi  $Z_L$  có giá trị ứng với  $100\Omega$  và  $300\Omega$  thì điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm có cùng một giá trị. Tính  $R$ .

A.  $25 \Omega$ .

B.  $19 \Omega$ .

C.  $50\sqrt{2} \Omega$ .

D.  $50 \Omega$ .

**Câu 79:** Một mạch điện xoay chiều nối tiếp gồm cuộn cảm và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi. Dùng vôn kế có điện trở rất lớn mắc vào hai đầu tụ điện. Thay đổi  $C$  người ta thấy khi  $C = 40\mu\text{F}$  và  $C = 20\mu\text{F}$  thì vôn kế chỉ cùng trị số. Tìm  $C$  để vôn kế chỉ giá trị cực đại.

A.  $20 \mu\text{F}$ .

B.  $10 \mu\text{F}$ .

C.  $30 \mu\text{F}$ .

D.  $60 \mu\text{F}$ .

**Câu 80:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{6,25}{\pi}$  H, tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-3}}{4,8\pi}$  F. Đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay

chiều  $u = 200\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$  V có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Thay đổi  $\omega$ , thấy rằng tồn tại  $\omega_1 = 30\pi\sqrt{2}$  rad/s hoặc  $\omega_1 = 40\pi\sqrt{2}$  rad/s thì điện áp hiệu dụng trên cuộn dây có giá trị bằng nhau. Giá trị của  $U_{L\max}$  là:

A.  $120\sqrt{5}$  V

B.  $150\sqrt{2}$  V

C.  $120\sqrt{3}$  V

D.  $100\sqrt{2}$  V

**Câu 81:** Đặt một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V) vào đoạn mạch RLC có  $R = 100\sqrt{2} \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L < 1,5\pi$  H và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Khi điện dung tụ điện lần lượt là  $C_1 = \frac{25}{\pi} \mu\text{F}$  và  $C_2 = \frac{125}{3\pi} \mu\text{F}$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ có cùng giá trị. Để  $U_{R\max}$  thì giá trị của  $C$  là

A.  $\frac{50}{\pi} \mu\text{F}$ .

B.  $\frac{200}{3\pi} \mu\text{F}$ .

C.  $\frac{20}{\pi} \mu\text{F}$ .

D.  $\frac{100}{\pi} \mu\text{F}$ .

**Câu 82:** Cho đoạn mạch AB gồm 2 hộp đen X, Y nối tiếp (trong mỗi hộp chỉ chứa 1 trong các phần tử: điện trở thuần, cuộn dây hoặc tụ điện). Đặt vào 2 đầu mạch điện áp  $u = 100\sqrt{6} \cos 2\pi f t$  (V). Ban đầu,  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu các hộp đen X, Y lần lượt là  $U_X = 100$  V,  $U_Y = 200$  V. Sau đó, nếu tăng  $f$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng  $I$  qua mạch giảm. Hệ số công suất của mạch lúc đầu

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

C. 1.

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 83:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn dây cảm thuần  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Khi  $C = C_1$  thì

dòng điện trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Khi  $C = \frac{C_1}{6,25}$  thì  $U_{C \max}$ .

Tính hệ số công suất mạch AB khi đó.

- A. 0,6. B. 0,7. C. 0,8. D. 0,9.

**Câu 84:** Cho mạch điện RLC, với C thay đổi được. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn

mạch có dạng  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V). Cảm kháng  $L = \frac{2}{\pi}$  H. Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi}$  F thì

cường độ dòng điện i trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với u. Khi  $C = C_2 = \frac{10^{-4}}{2,5\pi}$  F thì  $U_{C \max}$ . Giá trị

của tần số góc  $\omega$ .

- A.  $200\pi$  rad/s B.  $50\pi$  rad/s C.  $10\pi$  rad/s D.  $100\pi$  rad/s

**Câu 85:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm điện trở

R, cuộn dây cảm thuần  $L = \frac{2}{\pi}$  H và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi

$C = C_1 = \frac{0,1}{\pi}$  mF thì dòng điện trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Khi

$C = \frac{C_1}{2,5}$  thì  $U_{C \max}$ . Tính tần số góc của dòng điện.

- A.  $200\pi$  rad/s. B.  $50\pi$  rad/s. C.  $100\pi$  rad/s. D.  $10\pi$  rad/s.

**Câu 86:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$  (V) (f thay đổi được và U tỉ lệ với f) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi  $f = f_1$  hoặc  $f = 4f_1$  thì mạch tiêu thụ cùng công suất. Khi  $f = 150$  Hz thì công suất của mạch là cực đại. Giá trị của  $f_1$  gần giá trị nào nhất sau đây?

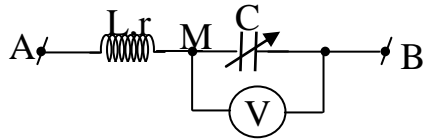
- A. 74 Hz. B. 60 Hz. C. 51 Hz. D. 109 Hz.

**Câu 87:** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Cuộn dây có độ tự cảm

$L = \frac{\sqrt{3}}{\pi}$  H, điện trở thuần  $r = 100\Omega$ . Đặt

vào hai đầu đoạn mạch một điện áp

$u_{AB} = 100\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V). Tính giá trị của C để vôn kế có giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó của vôn kế.



- A.  $C = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} \cdot 10^{-4}$  F và  $U_{C \max} = 120$  V B.  $C = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \cdot 10^{-4}$  F và  $U_{C \max} = 180$  V  
C.  $C = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \cdot 10^{-4}$  F và  $U_{C \max} = 220$  V D.  $C = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot 10^{-4}$  F và  $U_{C \max} = 220$  V

**Câu 88:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) (f thay đổi được và U tỉ lệ với f) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi  $f = f_1$  hoặc  $f = 4f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ có cùng giá trị. Khi  $f = 150$  Hz thì  $U_{C \max}$ . Giá trị của  $f_1$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 77 Hz.                      B. 60 Hz.                      C. 51 Hz.                      D. 109 Hz.

**Câu 89:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) (U không đổi còn f thay đổi trong phạm vi từ 0 đến  $\infty$ ) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở thuần  $R = 200\Omega$  và tụ điện có điện dung  $C = \frac{200}{\pi} \mu F$ . Khi f thay đổi người ta nhận thấy có những giá trị  $U_L$  tương ứng với hai giá trị  $f_1$  và  $f_2$  của f. Giá trị L có thể là

- A.  $\frac{3}{\pi}$  H.                      B.  $\frac{1}{\pi}$  H.                      C.  $\frac{2}{\pi}$  H.                      D.  $\frac{4}{\pi}$  H.

**Câu 90:** Đoạn mạch xoay chiều AB theo đúng thứ tự gồm: điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C \max}$ . Khi đó  $U_{C \max} = 1,25U$ . Hệ số công suất đoạn mạch AB khi đó là

- A.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\sqrt{\frac{5}{6}}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 91:** Một đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R nối tiếp với cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{0,4}{\pi}$  H và mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung có thể thay đổi.

Đặt vào hai đầu mạch AB một điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V). Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{2\pi}$  F thì

dòng điện trong mạch trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch AB. Khi

$C = C_2 = \frac{10^{-3}}{5\pi}$  F thì  $U_{C \max}$ . Giá trị của R là:

- A.  $50\Omega$                       B.  $40\Omega$                       C.  $10\Omega$                       D.  $20\Omega$

**Câu 92:** Đoạn mạch xoay chiều AB theo đúng thứ tự gồm: điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Gọi M là điểm nối giữa L và C. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C \max}$ . Khi đó  $U_{C \max} = 1,25U$ . Hệ số công suất đoạn mạch AM khi đó là

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      C.  $\sqrt{\frac{5}{6}}$ .      D.  $\frac{2}{\sqrt{7}}$ .

**Câu 93:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), ( $U$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C_{\max}}$  khi đó  $U_{C_{\max}} = 250$  V và  $U_{RL} = 50\sqrt{21}$  V. Giá trị của  $U$ .

- A. 200 V.      B. 150 V.      C.  $100\sqrt{2}$  V.      D.  $24\sqrt{10}$  V.

**Câu 94:** Đoạn mạch xoay chiều gồm RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  có tần số  $f$  thay đổi. Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{\max}}$  và lúc này  $U_C = U$ . Khi  $f = f_C$  thì  $U_{C_{\max}} = 1,5U$ . Khi  $f = f_L$  thì hệ số công suất của mạch AB gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,6.      B. 0,8.      C. 0,75.      D. 0,96.

**Câu 95:** Đoạn mạch xoay chiều AB theo đúng thứ tự gồm: điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện  $C$  nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), trong đó  $U$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Gọi  $M$  là điểm nối giữa  $L$  và  $C$ . Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C_{\max}}$ . Khi đó  $U_{C_{\max}} = 1,25U$ . Hỏi điện áp hai đầu AB sớm pha hay trễ pha hơn dòng điện bao nhiêu?

- A. sớm hơn  $\frac{\pi}{3}$ .      B. sớm hơn  $\frac{\pi}{6}$ .      C. trễ hơn  $\frac{\pi}{3}$ .      D. trễ hơn  $\frac{\pi}{6}$ .

**Câu 96:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), ( $U$  không đổi còn  $f$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì  $U_{C_{\max}}$  và mạch tiêu thụ công suất  $P = \frac{3}{4}P_{\max}$ . Khi  $f = f_1 + 100$  Hz thì  $U_{L_{\max}}$ . Giá trị của  $f_1$ .

- A. 125 Hz.      B.  $75\sqrt{5}$  Hz.      C. 150 Hz.      D.  $75\sqrt{2}$  Hz.

**Câu 97:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), (có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi, tần số  $f$  thay đổi được) vào 2 đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $f = f_0$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện  $U_C = U$ . Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm  $U_L = U$  và hệ số công suất của toàn mạch lúc này là  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Hỏi  $f_0$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 75 Hz.      B. 16 Hz.      C. 25 Hz.      D. 180 Hz.

**Câu 98:** Đoạn mạch xoay chiều  $R, L, C$  nối tiếp (cuộn dây thuần cảm), tần số dòng điện thay đổi được. Khi  $f = f_1$  thì  $U_{C_{\max}} = U_{\max}$ . Khi  $f = f_2$  thì  $U_{L_{\max}}$ , lúc này điện

áp hai đầu tụ là  $\frac{2}{3}U_{\max}$ . Hệ số công suất của mạch khi  $f = f_1$  và  $f = f_2$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,6. B. 0,8. C. 0,7. D. 0,9.

**Câu 99:** Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều, mạch RLC nối tiếp, điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1$  điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là 40V và trễ pha hơn điện áp giữa hai đầu đoạn mạch góc  $\varphi_1$ . Khi  $C = C_2$  điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện là 40V và trễ pha hơn điện áp giữa hai đầu đoạn mạch góc  $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3}$ . Khi  $C = C_3$  thì  $U_{C\max}$ , và mạch thực hiện công suất bằng 50% công suất cực đại mà mạch xoay chiều đạt được. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch là:

- A.  $\frac{80}{\sqrt{6}}$  V. B.  $\frac{40}{\sqrt{6}}$  V. C.  $\frac{40}{\sqrt{3}}$  V. D.  $\frac{80}{\sqrt{3}}$  V.

**Câu 100:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ , với tần số thay đổi. Khi  $\omega = \omega_C$  thì  $U_{C\max}$ . Khi  $\omega = \omega_0$  thì  $U_C = U$ . Chọn hệ thức đúng.

- A.  $\omega_C = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ . B.  $\omega_C = \frac{\omega_0}{\sqrt{3}}$ . C.  $\omega_C = \frac{\omega_0}{2}$ . D.  $\omega_C = \omega_0\sqrt{2}$ .

**Câu 101:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ , với tần số thay đổi. Khi  $\omega = \omega_L$  thì  $U_{L\max}$ . Khi  $\omega = \omega_0$  thì  $U_L = U$ . Chọn hệ thức đúng.

- A.  $\omega_C = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ . B.  $\omega_C = \frac{\omega_0}{\sqrt{3}}$ . C.  $\omega_C = \frac{\omega_0}{2}$ . D.  $\omega_C = \omega_0\sqrt{2}$ .

**Câu 102:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 45\sqrt{26}\cos\omega t$  (V) với  $\omega$  biến thiên vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Thay đổi  $\omega$  cho đến khi tỉ số  $\frac{Z_L}{Z_C} = \frac{2}{11}$  thì  $U_{C\max}$ . Xác định giá trị  $U_{C\max}$  đó?

- A. 200 V. B. 165 V. C. 172 V. D. 210 V.

**Câu 103:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$  (V) ( $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, với  $CR^2 < 2L$ . M là điểm nối giữa cuộn cảm và tụ điện. Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$  và lúc này dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\alpha$  ( $\tan\alpha = 0,75$ ). Khi  $f = f_0 + 45$  Hz thì  $U_L = U$ . Tìm  $f$  để  $U_{AM}$  không phụ thuộc R (nếu R thay đổi).

- A. 50 Hz. B.  $30\sqrt{5}$  Hz. C. 75 Hz. D.  $25\sqrt{5}$  Hz.



**Câu 104:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Khi  $\omega = 2\omega_1$  thì  $U_{C_{\max}}$  và  $\omega = 3\omega_1$  thì  $U_{L_{\max}} = 300V$  thì **U gần giá trị nào nhất** sau đây:

A. 200 V.

B. 170 V.

C. 190 V.

D. 220 V.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U = I_1 Z_{1C} = I_2 Z_{2C} \Leftrightarrow \frac{I_1}{2\pi f_1 C} = \frac{I_2}{2\pi f_2 C} \Leftrightarrow 2,4f_2 = 3,6f_1$ . Suy ra  $f_2 = 75\text{Hz}$ .

**Câu 2:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Khi  $U_{V1} = U_{R_{\max}}$  thì trong mạch có cộng hưởng, khi đó

$$U_{V2} = U_C = U_L = \frac{U_{R_{\max}}}{2} \Rightarrow Z_L = \frac{R}{2}$$

Khi  $U_{V2} = U_{C_{\max}}$  thì  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = 2,5R$ .

$$\text{Suy ra: } \frac{U_{V1}}{R} = \frac{U_{V2_{\max}}}{Z_C} = \frac{U_{V2_{\max}}}{2,5R} \Rightarrow U_{V1} = \frac{U_{V2_{\max}}}{2,5} = \frac{200}{2,5} = 80V.$$

**Câu 3:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

$$\text{Ta có: } P = P_2 \Leftrightarrow I_1 = I_2 \Leftrightarrow Z_1 = Z_2 \Leftrightarrow (Z_{L1} - Z_C)^2 = (Z_{L2} - Z_C)^2$$

$$\text{Vì } Z_{L1} \neq Z_{L2} \text{ nên } Z_{L1} - Z_C = -(Z_{L2} - Z_C) = Z_C - \frac{Z_{L1}}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}Z_{L1} = 2Z_C \quad (1)$$

Mặt khác:

$$\left. \begin{aligned} \tan \varphi_1 &= \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} = \frac{Z_{L1}}{4R} \\ \tan \varphi_2 &= \frac{Z_{L2} - Z_C}{R} = \frac{\frac{Z_{L1}}{2} - Z_C}{R} = -\frac{Z_{L1}}{4R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = -1$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{L_1}^2 = 16R^2 \Rightarrow Z_{L_1} = 4R = 400\Omega \Rightarrow L_1 = \frac{Z_{L_1}}{\omega} = \frac{400}{100\pi} = \frac{4}{\pi} \text{H} \\ Z_C = \frac{3}{4}Z_{L_1} = 300\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 300} = \frac{10^{-4}}{3\pi} \text{F} \end{cases}$$

**Câu 4:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{R_C}$

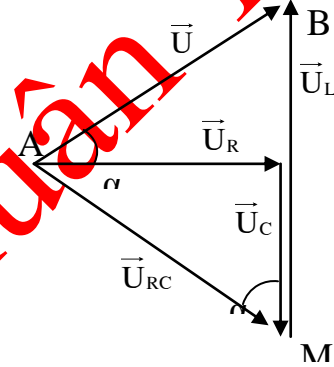
$$\Rightarrow \begin{cases} U_{L_{\max}} = \frac{10\sqrt{10}\sqrt{20^2 + 60^2}}{20} = 100\text{V} \\ Z_L = \frac{20^2 + 60^2}{60} = \frac{200}{3}\Omega \end{cases}$$

**Câu 5:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

$U_{L_{\max}} \Leftrightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$ , áp dụng hệ thức lượng

trong tam giác vuông  $b^2 = ab'$  và  $h^2 = b'c'$  ta được:

$$\begin{cases} U^2 = U_L (U_L - U_C) = 100(100 - 36) = 80\text{V} \\ U_R^2 = U_C (U_L - U_C) = 36(100 - 36) = 48\text{V} \end{cases}$$



**Câu 6:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Khi  $L = L_1$  thì  $I_{\max} \Rightarrow$  cộng hưởng  $\Rightarrow Z_{L_1} = Z_C$

Khi  $L = L_2 = 2L_1$  (nghĩa là  $Z_{L_2} = 2Z_{L_1}$ ) thì  $U_{L_{\max}} \Rightarrow Z_{L_2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$

$$\Rightarrow Z_C = Z_{L_1} = R = 100 \Rightarrow \omega = 100\pi.$$

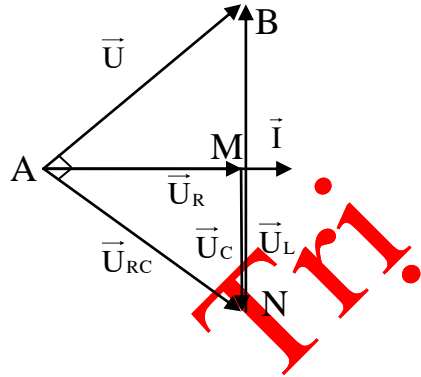
**Câu 7:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $L$  thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  thì  $\vec{U}_{RC} \perp \vec{U}$  ( $U_{RC}$  và  $U$  là hai cạnh của tam giác vuông còn  $U_{L_{\max}}$  là cạnh huyền,  $U_R$  là đường cao thuộc cạnh huyền):

$$\begin{cases} \left( \frac{u_{RC}}{U_{RC}\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{u}{U\sqrt{2}} \right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_{RC}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_R^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left( \frac{-50\sqrt{2}}{U_{RC}\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{-150\sqrt{2}}{U\sqrt{2}} \right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_{RC}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{50^2 \cdot 3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U = 100\sqrt{3} \text{ (V)}$$



**Câu 8:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $\omega_1 = 100\pi$  thì  $U_{L\max} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{2}{2LC - R^2C^2}$

Khi  $\omega_2 = 200\pi$  thì  $U_{C\max} \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{2LC - R^2C^2}{2L^2C^2}$

Từ đây suy ra  $\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_1\omega_2}$  (1)

Mặt khác  $Z_L + 3Z_C = 400 \Rightarrow LC\omega_1^2 + 3 = 400C\omega_1$  (2)

Thay  $LC = \frac{1}{\omega_1\omega_2}$  vào (2)  $\Rightarrow C = \frac{8,75 \cdot 10^{-5}}{\pi}$  F, thế ngược trở lại vào (2)  $\Rightarrow L = \frac{4}{7\pi}$  H.

**Câu 9:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Để  $U_{L\max}$  thì  $\frac{2}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}$  hay  $\frac{2}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$

Suy ra :  $f = \frac{f_1 f_2 \sqrt{2}}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} = 74,67 \text{ Hz.}$

**Câu 10:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Khi L thay đổi thì  $U_{R\max}$  và  $U_{C\max} \Leftrightarrow$  cộng hưởng

$$\Leftrightarrow I_{\max} = \frac{U}{R} \Rightarrow \begin{cases} U_{R\max} = U \\ U_{C\max} = I_{\max} Z_C = \frac{U}{R} Z_C \end{cases} \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

Theo bài ra:  $U_{L\max} = 2U_{R\max}$  hay  $\frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = 2U \Rightarrow Z_C = R\sqrt{3}$

Khi đó:  $\frac{U_{L\max}}{U_{C\max}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_C} = \frac{\sqrt{R^2 + 3R^2}}{R\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$

**Câu 11:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}$  thì  $U_{RC\max} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L}$  (R và C mắc liên tiếp

nhau).

Vì  $U_{AN\max} = 2U_{AN}$  suy ra:

$$1 = \frac{R}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L} \Rightarrow 4R^2 + Z_L^2 - 2Z_L\sqrt{4R^2 + Z_L^2} + Z_L^2 = R^2$$

$$\Leftrightarrow 3R^2 + 2Z_L^2 = 2Z_L\sqrt{4R^2 + Z_L^2} \Rightarrow 9R^4 + 12(R^2Z_L^2) + 4Z_L^4 = 4Z_L^2(4R^2 + Z_L^2)$$

$$\Leftrightarrow 9R^4 + (12Z_L^2 - 16Z_L^2)R^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9R^4 - 4Z_L^2R^2 = 0 \Leftrightarrow (9R^2 - 4Z_L^2)R^2 = 0$$

Do  $R \neq 0$  nên

$$(9R^2 - 4Z_L^2)R^2 = 0 \Leftrightarrow 9R^2 - 4Z_L^2 = 0 \Rightarrow R = \frac{2}{3}Z_L = \frac{2}{3}150 = 100\Omega.$$

Khi đó:  $Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2} = \frac{150 + \sqrt{4 \cdot 100^2 + 150^2}}{2} = 200\Omega.$

**Câu 12:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Khi  $L = L_1$  thì  $U_{L\max}$  và lúc này  $U_R = 0,5U_{L\max}$ :

$$\begin{cases} U_{L\max} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \\ U_{L\max} = 2U_R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = R \\ U_{L\max} = U\sqrt{2} \end{cases}$$

Khi  $L = L_2$  thì  $U_{C\max} \Leftrightarrow$  Mạch cộng hưởng  $\Rightarrow U_{C\max} = I_{\max}Z_C = \frac{U}{R}Z_C = U$

$$\Rightarrow \frac{U_{L\max}}{U_{C\max}} = \sqrt{2}.$$

**Câu 13:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \omega^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{(L_1 + L_2) \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \\ \omega_1^2 = \frac{1}{L_1 C_1} \Rightarrow L_1 = \frac{1}{\omega_1^2 C_1} \\ \omega_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2} \Rightarrow L_2 = \frac{1}{\omega_2^2 C_2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } L_1 + L_2 = \frac{1}{\omega_1^2 C_1} + \frac{1}{\omega_2^2 C_2} = \frac{1}{\omega_1^2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{1}{\omega_1^2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (\text{vì } \omega_1 = \omega_2)$$

$$\Rightarrow \omega_1^2 = \frac{1}{(L_1 + L_2) \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} = \omega^2 \Rightarrow \omega = \omega_1.$$

**Câu 14:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $U_{R\max}$  (mạch có cộng hưởng), ta có:

$$U_L = U_C \text{ và } U_{R\max} = U = 4U_L \Rightarrow R = 4Z_C \quad (1)$$

$$\text{Khi } U_{L\max} \text{ ta có: } U_{L\max} = \frac{U_R^2 + U_C^2}{U_C} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) suy ra } U_R = 4U_C \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3) suy ra } U_{L\max} = 4,25 U_R.$$

**Câu 15:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm:

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow \left( 1 - \frac{U^2}{U_L^2} \right) Z_L^2 - 2Z_C Z_L + (R^2 + Z_C^2) = 0$$

$$\Rightarrow \left( 1 - \frac{U^2}{U_L^2} \right) Z_L^2 - 2Z_C Z_L + Z_{RC}^2 = 0$$

$$\Rightarrow \left( 1 - \left( \frac{90\sqrt{5}}{270} \right)^2 \right) Z_L^2 - 2Z_C Z_L + (100\sqrt{2})^2 = 0$$

$$\text{Theo định lý Viet: } \begin{cases} Z_{L1} + Z_{L2} = -\frac{b}{a} = 4,5Z_C \\ Z_{L1} Z_{L2} = \frac{c}{a} = 45000 \end{cases} \xrightarrow{3Z_{L2} - Z_{L1} = 150} \begin{cases} Z_{L2} = 150\Omega \\ Z_{L1} = 300\Omega \\ Z_C = 100\Omega \end{cases}$$

Thay vào  $Z_{RC}^2 = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow (100\sqrt{2})^2 = R^2 + 100^2 \Rightarrow R = 100\Omega$

Giá trị  $U_{L_{\max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = 90\sqrt{5} \frac{\sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 90\sqrt{10} \approx 284,6V$ .

**Câu 16:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $\omega_1 = 100\pi$  thì  $U_{L_{\max}} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{2}{2LC - R^2C^2}$  (1)

Khi  $\omega_2 = 200\pi$  thì  $U_{C_{\max}} \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{2LC - R^2C^2}{2L^2C^2}$  (2)

Từ đây suy ra  $\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_1\omega_2}$  (3)  $\Rightarrow 2LC = \frac{2}{\omega_1\omega_2}$  (4)

Thế  $R = 100\Omega$  và (4) vào (1), ta được:

$$\omega_1^2 = \frac{2}{\frac{2}{\omega_1\omega_2} - 100^2C^2} \Rightarrow \frac{2\omega_1}{\omega_2} - 100^2\omega_1^2 \cdot C^2 = 2$$

$$\Rightarrow C^2 = \frac{6}{100^2\omega_1^2} \Rightarrow C = \frac{\sqrt{6}}{100\omega_1} = \frac{\sqrt{6}}{2\pi \cdot 10^4} = \frac{10^{-4}\sqrt{6}}{2\pi} F \text{ (với } \omega_1 = 200\text{rad/s)}$$

Từ (3) Suy ra:  $L = \frac{1}{\omega_1\omega_2C} = \frac{1}{200\pi \cdot 50\pi \cdot \frac{10^{-4}\sqrt{6}}{2\pi}} = \frac{2}{\pi\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\pi} H$ .

**Câu 17:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $L = L_1 = \frac{1}{\pi}$  (H):  $\tan\phi = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} \Leftrightarrow \tan\frac{\pi}{4} = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} \Rightarrow Z_{L1} = Z_C + R$ .

Khi  $L = L_2 = \frac{2}{\pi}$  (H):

$$\begin{cases} Z_{L2} = 2Z_{L1} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow 2(Z_C + R) = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow Z_C = (\sqrt{2} - 1)R \\ U_{L_{\max}} = U \cdot \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \Leftrightarrow 200 = U \cdot \frac{\sqrt{R^2 + (\sqrt{2} - 1)^2 R^2}}{R} \Rightarrow U \approx 184,776V. \end{cases}$$

**Câu 18:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Khi thay đổi độ tự cảm cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch cực đại thì xảy ra

cộng hưởng:  $Z_C = Z_{L1} \Rightarrow Z_C = Z_{L1} \Rightarrow Z_C = \frac{1}{\omega C} = \omega L_1$  (\*)

Lúc đó:  $P = P_{\max} = \frac{U^2}{R}$  (1)  $\Rightarrow U_{\max} = \sqrt{RP_{\max}}$  (2)

Khi thay đổi đến  $L_2 = \frac{2}{\pi}H$  thì:  $U_{L_{\max}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}U$  (3)

Lấy (1) chia (3), ta được:

$$\frac{P_{\max}}{U_{L_{\max}}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \Leftrightarrow \frac{200}{200} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \Leftrightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = 1 \quad (4)$$

Thế (2) vào (4):  $\frac{\sqrt{RP_{\max}}}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = 1 \Leftrightarrow R^2 + Z_C^2 = RP_{\max}$  (5)

Ta có lúc đầu công hưởng:  $Z_C = Z_{L1}$  (6) với  $L_1 = \frac{1}{\pi}H$

Và ta có lúc sau  $U_{L_{\max}}$  với:  $Z_{L2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$  (7) với  $L_2 = \frac{2}{\pi}H$ .

Lấy (7) chia (6), ta được:

$$2 = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C^2} \Rightarrow 2Z_C^2 = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow Z_C = R \quad (8)$$

Thế (8) vào (5):  $2Z_C = P_{\max} \Rightarrow Z_C = \frac{P_{\max}}{2} = \frac{200}{2} = 100\Omega$ .

Từ biểu thức (\*) ta có:  $\omega = \frac{Z_C}{L_1} = \frac{100}{\frac{1}{\pi}} = 100\pi \text{ rad/s}$ .

Suy ra:  $C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot 100} = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F} = \frac{100}{\pi} \mu\text{F}$ .

**Câu 19:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

$$U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{100\sqrt{20^2 + 140^2}}{20} \approx 297\text{V}$$

Ta có:  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{20^2 + 140^2}{140^2} = \frac{1000}{7} \Omega$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{1000}{7}} \approx 2,23 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

**Câu 20:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $\cos\varphi_d = \frac{R}{Z_d} = 0,8 \Rightarrow Z_d = \frac{R}{0,8} = \frac{5R}{4} \Rightarrow Z_L = \sqrt{Z_d^2 - R^2} = \frac{3R}{4}$ .

Đặt  $Y = (U_d + U_c)^2$ . Tổng  $(U_d + U_c)_{\max}$  khi  $Y_{\max}$ .

$$Y = (U_d + U_c)^2 = I^2 (Z_d + Z_c)^2 = \frac{U^2 (Z_d + Z_c)^2}{R^2 + (Z_L - Z_c)^2} = \frac{U^2 (Z_d + Z_c)^2}{R^2 + Z_L^2 + Z_c^2 - 2Z_L Z_c}$$

Để  $Y = Y_{\max}$  thì đạo hàm  $Y'(Z_c) = 0$

$$\Leftrightarrow (R^2 + Z_L^2 + Z_c^2 - 2Z_L Z_c)2(Z_d + Z_c) - (Z_d + Z_c)^2 2(Z_c - Z_L) = 0.$$

Do  $(Z_d + Z_c) \neq 0$  nên

$$(R^2 + Z_L^2 + Z_c^2 - 2Z_L Z_c) - (Z_d + Z_c)(Z_c - Z_L) = 0$$

$$\Leftrightarrow (Z_d + Z_L)Z_c = R^2 + Z_L^2 + Z_d Z_L \quad (1)$$

Thay  $Z_d$  và  $Z_L$  vào (1) ta được:  $2RZ_c = 2,5R^2 \Rightarrow Z_c = \frac{5R}{4}$ .

Do đó  $\frac{Z_L}{Z_c} = \frac{3}{5} = 0,6$ .

**Câu 21:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Cảm kháng:  $Z_L = \omega L = 30\sqrt{2}\Omega$

$$\begin{cases} U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2}}{R+r} = \frac{100\sqrt{(60\sqrt{2})^2 + (30\sqrt{2})^2}}{60\sqrt{2}} \approx 158V \\ Z_c = \frac{(R+r)^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{(60\sqrt{2})^2 + (30\sqrt{2})^2}{30\sqrt{2}} = 150\sqrt{2}\Omega \end{cases}$$

Điện dung của tụ:  $C = \frac{1}{\omega Z_c} = 15 \cdot 10^{-6} F = 15\mu F$ .

**Câu 22:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Do  $I_1 = I_2 = \frac{I_{\max}}{n} \Rightarrow Z_1 = Z_2 = nZ_{\min} = nR$

$$\Rightarrow Z_1^2 = R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2 = n^2 R^2 \Rightarrow (n^2 - 1)R^2 = \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2 \quad (1)$$

Theo phương pháp đánh giá hàm số, giữa các tần số góc  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  và  $\omega_0$  có mối liên hệ

$$\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2 \text{ mà } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ nên } \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_1 \omega_2 L} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được:



$$(n^2 - 1)R^2 = \left( \omega_1 L - \frac{1}{\frac{1}{\omega_1 \omega_2 L}} \right)^2 = (\omega_1 L - L\omega_2)^2 = L^2 (\omega_1 - \omega_2)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{L^2 (\omega_1 - \omega_2)^2}{n^2 - 1} \Rightarrow R = \frac{L |\omega_1 - \omega_2|}{n^2 - 1}.$$

**Câu 23:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi C thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  thì  $\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}$  ( $U_{RL}$  và  $U$  là hai cạnh của tam giác vuông còn  $U_{C_{\max}}$  là cạnh huyền,  $U_R$  là đường cao thuộc cạnh huyền):

$$\begin{cases} \left( \frac{u_{RL}}{U_{RL}\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{u}{U\sqrt{2}} \right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_{RL}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_R^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left( \frac{-300}{U_{RL}\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{100\sqrt{3}}{U\sqrt{2}} \right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_{RL}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{150^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U = 100\sqrt{3}V$$

**Câu 24:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Khi điều chỉnh  $L = L_0$ : Điện áp hiệu dụng đặt vào hai đầu mạch:

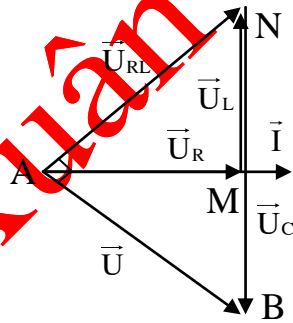
$$U = \sqrt{U_{R1}^2 + (U_{L1} - U_C)^2} = 50V$$

$$\text{Do } \begin{cases} U_{R1} = 30V \\ U_{L1} = 20V \\ U_{C1} = 60V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 2R \\ Z_{L1} = \frac{2R}{3} \end{cases}$$

$$\text{Khi điều chỉnh } L_2 = 2L_0: Z_{L2} = 2Z_{L1} = \frac{4R}{3}.$$

Khi đó tổng trở của mạch

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_{L2} - U_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left( \frac{4R}{3} - 2R \right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{3} R$$

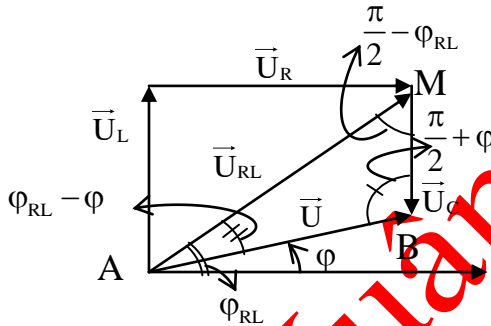


Điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở bằng:  $U_{R2} = \frac{U}{Z} R = \frac{150}{\sqrt{13}} V$

**Câu 25:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác ANB:

$$\frac{U}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{RL}\right)} = \frac{U_{RL}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} = \frac{U_C}{\sin(\varphi_{RL} - \varphi)}$$



Khi  $C = C_0$ :

$$\frac{U}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{RL}\right)} = \frac{U_1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{U_{C_{max}}}{\sin(\varphi_{RL} + \alpha)} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_{RL} = \frac{\pi}{2} - \alpha \\ \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_1}{\cos \alpha} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Khi } C = C_1: \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{470}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)} = \frac{470}{\cos 2\alpha} \quad (2)$$

$$\text{Khi } C = C_2: \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{470}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \varphi_2\right)} = \frac{470}{\cos(\alpha + \varphi_2)} = \frac{U_1 - 140}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_2\right)} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra:  $\alpha + \varphi_2 = -2\alpha \Rightarrow \varphi_2 = -3\alpha$  thay vào (1), (2) và (3):

$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{470}{\cos 2\alpha} = \frac{U_1}{\cos \alpha} = \frac{U_1 - 140}{\cos 3\alpha} = \frac{140}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0,966 \\ U \approx 140,3V \end{cases}$$

**Câu 26:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

$$\text{Cảm kháng: } Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{0,4}{\pi} = 40\Omega.$$

Góc lệch pha:  $\alpha = \arctan \frac{U_R}{U_L} = \arctan \frac{R}{Z_L} = \frac{\pi}{3}$ .

Áp dụng:  $(U_{RL} + U_C)_{\max} = \frac{U}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 240V$ .

**Câu 27:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Ta có:

$$U_{RL} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Để  $U_{RL}$  không phụ thuộc  $R$  thì  $Z_C^2 - 2Z_L Z_C = 0 \Rightarrow 2Z_L = Z_C$

$$\Rightarrow 2\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{2LC}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

**Câu 28:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Nhận thấy  $U_{R\max}$  và  $U_{L\max}$  cộng hưởng

$$\Leftrightarrow I_{\max} = \frac{U}{R} \Rightarrow \begin{cases} x = U_{R\max} = U \\ y = U_{L\max} = I_{\max} Z_L = \frac{U}{R} Z_L \end{cases}$$

Mà:  $z = U_{C\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \xrightarrow{z=y} \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 3Z_L \Rightarrow Z_L = \frac{R}{2\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow z = \frac{u\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = 0,75\sqrt{2}U \Rightarrow \frac{z}{x} = 0,75\sqrt{2}$$

**Câu 29:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Từ biểu thức của  $i$  khi  $\omega = \omega_1$  ta có  $\omega_1 = 240\pi$  rad/s, suy ra  $Z_{L_1} = 240\pi \cdot \frac{1}{4\pi} = 60\Omega$ .

Góc lệch pha giữa  $u$  và  $i$  lúc đó:  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan \varphi = 1$

Ta có:  $Z_1 = \frac{U}{I} = \frac{45\sqrt{2}}{1} = 45\sqrt{2}\Omega$ .

Mặt khác:  $\left. \begin{aligned} Z_1^2 &= R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 2R^2 \\ R &= Z_{L_1} - Z_{C_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = 45\Omega$ .

$$\text{Suy ra: } Z_{C_1} = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_1 Z_{C_1}} = \frac{1}{240\pi \cdot 15} = \frac{1}{3600\pi} \text{ F.}$$

$$\text{Khi mạch có cộng hưởng: } \omega_2^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{3600\pi}} = (120\pi)^2 \Rightarrow \omega_2 = 120\pi \text{ rad/s.}$$

$$\text{Do mạch cộng hưởng nên: } Z_{C_2} = Z_{L_2} = \omega_2 L = 120\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 120\Omega$$

$$I_2 = \frac{U}{R} = \frac{45\sqrt{2}}{45} = \sqrt{2} \text{ A; } u_c \text{ chậm pha hơn } i_2 \text{ tức chậm pha hơn } u \text{ góc } \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Pha ban đầu của } u_{C_2}: \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}. \text{ Ta có: } U_{C_2} = I_2 Z_{C_2} = 30\sqrt{2} \text{ V.}$$

$$\text{Vậy } u_c = 60\cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (V).}$$

**Câu 30:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

$$\text{Khi L thay đổi: } \begin{cases} U_{L\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \\ Z_{L1} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \end{cases}$$

$$\text{Khi C thay đổi: } \begin{cases} U_{C\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = 80 \text{ V} \\ Z_{C1} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases}$$

Từ  $Z_{L1} = 2Z_{C1}$  suy ra:

$$\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = 2 \cdot \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \xrightarrow{Z_C = 5Z_L} Z_L = R\sqrt{0,6} \Rightarrow Z_C = 5\sqrt{0,6}R.$$

$$\text{Xét tỉ số: } \frac{U_{L\max}}{U_{C\max}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{\sqrt{R^2 + 25 \cdot 0,6R^2}}{\sqrt{R^2 + 0,6R^2}} = \sqrt{10}.$$

$$\text{Vậy: } U_{L\max} \approx 252,98 \text{ V.}$$

**Câu 31:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Ta có:

$$\begin{cases} U_{L\max} = \frac{U_R^2 + U_C^2}{U_C} \\ U^2 = U_R^2 + U_{L\max}^2 - 2U_C U_{L\max} + U_C^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_R^2 + U_C^2 = U_C U_{L\max} \\ U^2 = U_{L\max}^2 - 2U_C U_{L\max} + U_C^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow U_{L\max}^2 - 2U_C U_{L\max} - U^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow U_{L\max}^2 - 200U_{L\max} - 100^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_{L\max} = 241V \text{ (nhận)} \\ U_{L\max} = -41V \text{ (loại)} \end{cases}$$

**Câu 32:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Thay đổi L để điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa RL đạt cực đại

$$U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = \frac{80 + \sqrt{80^2 + 4 \cdot 30^2}}{2} = 90\Omega.$$

**Câu 33:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

$$\text{Dung kháng } Z_C = \frac{1}{\omega C} = 100\Omega.$$

$$\text{Khi L thay đổi: } \begin{cases} U_{L\max} \Leftrightarrow Z_{L1} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = 175\Omega \\ U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_{L2} = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = 150\Omega \\ U_{C\max} \Leftrightarrow Z_{L3} = Z_C = 100\Omega \end{cases}$$

$$\text{Khi } L = L_1 + L_2 - L_3 \text{ thì } Z_L = \omega(L_1 + L_2 - L_3) = 225\Omega$$

Công suất tiêu thụ của mạch

$$P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{100^2 \cdot 50 \sqrt{3}}{50^2 \cdot 3 + (225 - 100)^2} = 37,45W.$$

**Câu 34:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa RC đạt cực đại

$$U_{RC\max} = \frac{UR}{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}} \Rightarrow 2U = \frac{UR}{\frac{-120 + \sqrt{120^2 + 4R^2}}{2}} \Rightarrow R = 80\Omega.$$

$$\text{Dung kháng của tụ lúc này: } Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} = 160\Omega.$$

**Câu 35:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $L = L_1$  thì:

$$\begin{cases} U_{RL\max} = \frac{UZ_{L1}}{R} \Leftrightarrow 2U = \frac{UZ_{L1}}{R} \Rightarrow Z_{L1} = 2R \\ Z_{L1} = \frac{Z_C + \sqrt{R_C^2 + 4R^2}}{2} \Leftrightarrow 2R = \frac{Z_C + \sqrt{R_C^2 + 4R^2}}{2} \Rightarrow Z_C = 1,5R \end{cases}$$

$$\Rightarrow k_1 = \cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Khi  $L = L_2$  thì:  $U_{L\max} \Leftrightarrow Z_{L2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{R^2 + (1,5R)^2}{1,5R} = \frac{13}{6}R$

$$\Rightarrow k_2 = \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{13}{6}R - 1,5R\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

**Câu 36:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Khi  $L = L_1$  thì:

$$\begin{cases} Z_C = \frac{U_{MB}}{I} = \frac{50}{0,5} = 100(\Omega) \\ \tan \varphi = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} \Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} = \frac{Z_{L1} - 100}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 100\Omega \\ R = 100\Omega \end{cases}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \frac{U}{I} \Rightarrow \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - 100)^2} = 200$$

Khi  $L = L_2$  thì:

$$U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = 50(1 + \sqrt{5})\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2\pi} H.$$

**Câu 37:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Khi  $L = L_1$  vì  $u_C$  trễ hơn  $u$  là  $60^\circ$  mà  $u_C$  luôn trễ hơn  $i$  là  $\frac{\pi}{2}$  nên  $u$  trễ hơn  $i$  là  $\frac{\pi}{6}$ :

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \\ Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{100}{0,5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 200\Omega \\ R = 100\sqrt{3}\Omega \end{cases}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \frac{U}{I} = \frac{100}{0,5} = 200$$

Khi  $L = L_2$  thì  $U_{RL\max}$  nên

$$Z_{L2} = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = \frac{200 + \sqrt{200^2 + 4 \cdot 100^2 \cdot 3}}{2} = 300\Omega$$

$$\Rightarrow L_2 = \frac{Z_{L2}}{\omega} = \frac{3}{\pi} \text{ H.}$$

**Câu 38:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_L = IZ_L = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$

$$U_L = U_{L\max} \text{ khi } y = \frac{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}{\omega^2} = y_{\min} \Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{C^2}{2} \left( 2\frac{L}{C} - R^2 \right) \quad (1)$$

Với  $\omega_0 = 120\pi \text{ rad/s}$ .

Khi  $f = f$  và  $f = f'$  ta đều có  $U_L = \frac{U_{0L}}{\sqrt{2}}$ .

Suy ra:  $U_L = U'_L \Rightarrow \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{\omega'}{\sqrt{R^2 + (\omega' L - \frac{1}{\omega' C})^2}}$

$$\Rightarrow \omega^2 \left[ R^2 + \left( \omega' L - \frac{1}{\omega' C} \right)^2 \right] = \omega'^2 \left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow (\omega^2 - \omega'^2) \left( 2\frac{L}{C} - R^2 \right) = \frac{1}{C^2} \left( \frac{\omega'^2}{\omega'^2} - \frac{\omega^2}{\omega^2} \right) = \frac{1}{C^2} (\omega^2 - \omega'^2) \left( \frac{1}{\omega'^2} + \frac{1}{\omega^2} \right)$$

$$\Rightarrow C^2 \left( 2\frac{L}{C} - R^2 \right) = \frac{1}{\omega'^2} + \frac{1}{\omega^2} \quad (2)$$

Với  $\omega = 100 \text{ rad/s}$ .

Từ (1) và (2) ta có:  $\frac{2}{\omega_0^2} = \frac{1}{\omega'^2} + \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow \omega'^2 = \frac{\omega^2 \omega_0^2}{2\omega^2 - \omega_0^2}$

$$\Rightarrow \omega' = \frac{\omega \omega_0}{\sqrt{2\omega^2 - \omega_0^2}} = \frac{100\pi \cdot 120\pi}{\sqrt{2 \cdot 100^2 \pi^2 - 120^2 \pi^2}} \approx 160\pi \text{ rad/s.}$$

**Câu 39:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch RC:

$$U_{RC} = IZ_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Nhận thấy:

$$\begin{cases} Z_C = -\frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \Rightarrow U_2 = U_{RC\max} = \frac{2UR}{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}} = \frac{2U}{-x + \sqrt{x^2 + 4}} \\ Z_C = \infty \Rightarrow U_{RC(\infty)} = U \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_C = 0 \Rightarrow U_{RC(\infty)} = U \sqrt{\frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}} = \frac{U}{\sqrt{1+x^2}} < U \Rightarrow U_1 = \frac{U}{\sqrt{1+x^2}} \end{cases}$$

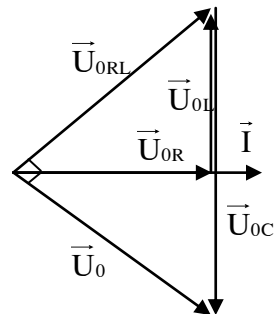
Đặt  $Z_L = xR$

$$\begin{cases} \frac{5}{3}U = \frac{2U}{-x + \sqrt{x^2 + 4}} \Rightarrow x = \frac{16}{15} \\ \text{Theo bài ra: } U_1 = \frac{U}{\sqrt{1 + \left(\frac{16}{15}\right)^2}} \approx 0,68U \end{cases}$$

**Câu 40:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

$$\text{Khi } U_{C\max} \Rightarrow \vec{U}_0 \perp \vec{U}_{0RL} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{U_{0R}^2} \\ \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{u_{RL}}{U_{0RL}}\right)^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \xrightarrow[u_{RL}=u-u_C=9a]{U_{0RL}=12a} \end{matrix} \begin{cases} \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{(12a)^2} \\ \left(\frac{16a}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{9a}{U_{0RL}}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0RL} = 15a \\ U_0 = 20a \end{cases}$$



$$\text{Mà } U_{0RL}^2 = U_{0R}^2 + U_{0L}^2 \Rightarrow (15a)^2 = (12a)^2 + U_{0L}^2 \Rightarrow U_{0L} = 9a.$$

$$\text{Từ } U_{0R} = 12a \text{ và } U_{0L} = 9a, \text{ suy ra: } \frac{R}{Z_L} = \frac{12}{9} \Rightarrow 4\omega L = 3R.$$

**Câu 41:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

$$\text{Khi } U_{C\max} \Leftrightarrow \vec{U}_0 \perp \vec{U}_{0RL} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{U_{0R}^2} \\ \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{u_{RL}}{U_{0RL}}\right)^2 = 1 \end{cases}$$



$$\frac{U_{0R}=75\sqrt{2}V}{u=75\sqrt{6}V; u_{RL}=25\sqrt{6}V} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{(75\sqrt{2})^2} \\ \left(\frac{75\sqrt{6}}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{25\sqrt{6}}{U_{0RL}}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0RL} = 150V \\ U_0 = 150V \end{cases}$$

**Câu 42:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Khi  $C = C_1$ :  $P_{\max} = UI_1$  (1)

Khi  $C = C_2$ :  $P = UI_2 \cos \varphi$  (2)

Từ (1) và (2) ta có:  $\frac{P}{P_{\max}} = \frac{I_2 \cos \varphi}{I_1} \Rightarrow P = P_{\max} \frac{I_2 \cos \varphi}{I_1}$  (3)

Mặt khác:  $\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{R} \\ I_2 &= \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{R} \cos \varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \cos \varphi$  (4)

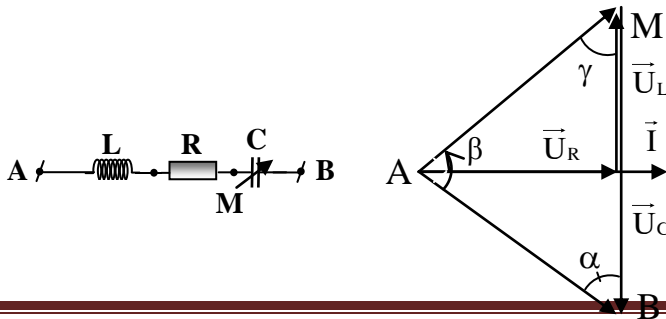
Từ (3) và (4) ta được:  $P = P_{\max} \cos^2 \varphi = 400 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 300 \text{ W}$ .

**Câu 43:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Nhận thấy mạch xảy ra cực đại kép:  $\begin{cases} P_{\max} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| \\ U_{C\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = Z_L + \frac{R^2}{Z_L} > Z_L \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = Z_C - Z_L \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = Z_L + \frac{R^2}{Z_L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = Z_L + \frac{R^2}{Z_L} - Z_L \Rightarrow Z_L = R = 20\Omega \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = Z_L + \frac{R^2}{Z_L} = 40\Omega \end{cases}$$

**Câu 44:** Chọn C. *Hướng dẫn:*



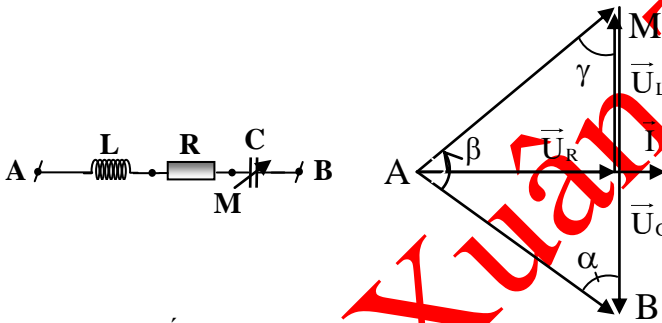
Sử dụng định lý hàm số sin cho tam giác AMB:

$$\frac{U}{\sin \gamma} = \frac{U_{AM}}{\sin \alpha} = \frac{U_{MB}}{\sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

(Vì  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$  nên  $\sin \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \frac{\gamma}{2}$  )

Vậy:  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max} \Leftrightarrow \alpha = \beta = \frac{\pi - \gamma}{2} = \frac{3\pi}{8}$  (Vì  $\tan \gamma = \frac{R}{Z_L} = 1 \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{4}$ ).

**Câu 45:** Chọn B. *Hướng dẫn:*



Sử dụng định lý hàm số sin cho tam giác AMB:

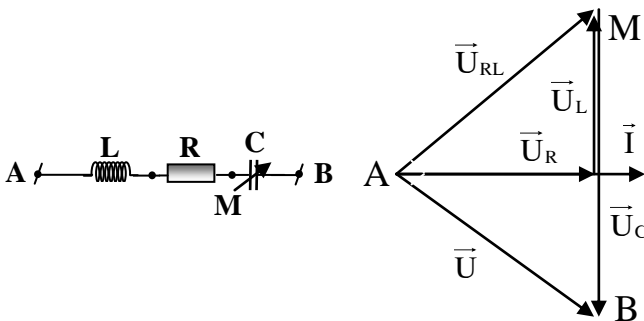
$$\frac{U}{\sin \gamma} = \frac{U_{AM}}{\sin \alpha} = \frac{U_{MB}}{\sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

(Vì  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$  nên  $\sin \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \frac{\gamma}{2}$  )

Vậy:  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max} \Leftrightarrow \alpha = \beta = \frac{\pi - \gamma}{2} = \frac{\pi}{3}$  (Vì  $\tan \gamma = \frac{R}{Z_L} = \sqrt{3} \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{3}$  )

$\Rightarrow$  Tam giác AMB đều  $\Rightarrow U_{AM} = U$ .

**Câu 46:** Chọn C. *Hướng dẫn:*



Ta đã biết:  $(U_{cd} + U_C)_{\max}$  khi  $\Delta AMB$  cân tại M, suy ra:

$$Z_C = Z_{RL} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow \cos \varphi_{RL} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{R}{Z_C} = 0,8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L = 0,75R \\ Z_C = 1,25R \end{cases} \Rightarrow \frac{Z_L}{Z_C} = \frac{0,75R}{1,25R} = 0,6.$$

**Câu 47:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_C = \frac{UZ_C}{Z} = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

Khảo sát sự biến thiên của  $U_C$  theo  $\omega$  ta có  $U_C = U_{C\max}$  khi

$$\omega = 2\pi f = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = 50\pi\sqrt{6} \Rightarrow f = 25\sqrt{6} \text{ Hz}$$

**Câu 48:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Khi C thay đổi:  $\begin{cases} U_{RC\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \\ U_{C\max} \Leftrightarrow Z'_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases}$

$$\xrightarrow{Z'_C = 3Z_C} \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = 3 \cdot \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \Rightarrow \frac{R}{Z_L} \approx 3,2.$$

**Câu 49:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Khi  $L = L_1$  vì  $u_C$  trễ hơn  $u$  là  $30^\circ$  luôn trễ hơn  $i$  là  $\frac{\pi}{2}$  nên  $u$  trễ hơn  $i$  là  $\frac{\pi}{3}$ :

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \\ Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{100}{0,5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 200\Omega \\ R = 100\Omega \end{cases}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \frac{U}{I} = \frac{100}{0,5} = 200$$

Khi  $L = L_2$  thì  $U_{RL\max}$  nên

$$Z_{L2} = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = \frac{200 + \sqrt{200^2 + 4 \cdot 100^2}}{2} = 100(1 + \sqrt{2})\Omega$$

$$\Rightarrow L_2 = \frac{Z_{L2}}{\omega} = \frac{1+\sqrt{2}}{\pi} H.$$

**Câu 50:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_d = \frac{UZ_d}{Z} = \frac{U\sqrt{r^2 + Z_L^2}}{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{r^2 + Z_L^2}}}$

Nhận thấy  $U_d = U_{d \max}$  khi  $y = \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{r^2 + Z_L^2} = 1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{r^2 + Z_L^2}$

$$= 1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_C Z_L}{\frac{3}{4}Z_C^2 + Z_L^2} = 1 + 4Z_C \cdot \frac{Z_C - 2Z_L}{3Z_C^2 + 4Z_L^2} = y_{\min}$$

Nếu:  $Z_C - 2Z_L < 0 \Rightarrow Z_C < 2Z_L \Rightarrow Z_L - Z_C < Z_L - 2Z_L = -Z_L \Rightarrow 2Z_L < Z_C$  : mâu thuẫn.

Nếu:  $Z_C - 2Z_L \geq 0 \Rightarrow Z_C \geq 2Z_L \Rightarrow Z_L - Z_C \leq Z_L - 2Z_L = -Z_L \Rightarrow Z_C \geq 2Z_L$

Do vậy  $y = y_{\min}$  khi  $Z_C - 2Z_L = 0 \Rightarrow Z_L = 0,5Z_C$

**Câu 51:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Khi L thay đổi thì  $U_{R \max}$  và  $U_{C \max}$  xảy ra đồng hướng

$$\Leftrightarrow I_{\max} = \frac{U}{R} \Rightarrow \begin{cases} U_{R \max} = U \\ U_{C \max} = I_{\max} Z_C = \frac{U}{R} Z_C \\ U_{L \max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \end{cases}$$

Theo bài ra:  $U_{L \max} = 3U_{R \max}$  hay  $\frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = 3U \Rightarrow Z_C = 2\sqrt{2}R.$

Khi đó:  $\frac{U_{L \max}}{U_{C \max}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_C} = \frac{\sqrt{R^2 + 8R^2}}{2\sqrt{2}R} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$

**Câu 52:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi L thay đổi  $U_{L \max}$  khi  $\begin{cases} Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \\ U_{L \max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \end{cases} \quad (1)$

Ta có:  $\frac{U}{Z} = \frac{U_C}{Z_C} \Rightarrow \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{30}{Z_C} \Rightarrow 2Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \quad (2)$

Thế (1) vào (2) ta được:  $R^4 + Z_C^2 R^2 - 2Z_C^4 = 0 \Rightarrow R^2 = Z_C^2 \Rightarrow R = Z_C$

Do đó  $U_{L\max} = \frac{UR\sqrt{2}}{R} = U\sqrt{2} = 60 \text{ V}.$

**Câu 53:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi tần số thay đổi,  $U_{C\max} \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$   
 $\Rightarrow \frac{(Z_L - Z_C)Z_L}{R^2} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \varphi \cdot \tan \varphi_{RL} = -\frac{1}{2}.$

**Câu 54:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

**Cách giải 1:**

Khi  $U_{C\max}$  thì  $\omega_C L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$   
 Khi  $U_{L\max}$  thì  $\frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$   
 $\Rightarrow \omega_C L \cdot \frac{1}{\omega_L C} = \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \Rightarrow \frac{f_C}{f_L} = \frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2 C}{L}$   
 $\xrightarrow{f_C=f_0; f_L=f_0+50\sqrt{2}} \frac{f_0}{f_0+50\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow f_0 = 50\sqrt{2} \text{ Hz}.$

**Cách giải 2:**

Từ  $\frac{f_C}{f_L} = \frac{\omega_C}{\omega_L} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}}{\frac{1}{C\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}}} = \frac{C}{L} \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2 C}{L}$   
 $\xrightarrow{f_C=f_0; f_L=f_0+50\sqrt{2}} \frac{f_0}{f_0+50\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow f_0 = 50\sqrt{2} \text{ Hz}.$

**Câu 55:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Tổng 2 tần số  $f_1$  và  $f_2$  làm ta nghĩ đến tích của  $f_1 f_2$ . Do khi chỉnh đến 2 giá trị  $f_1$  và  $f_2$  thì mạch tiêu thụ cùng công suất  $\Rightarrow$  để  $P_{\max}$  thì mạch lúc có tính cộng hưởng.

Vậy  $\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega = 100\pi \Rightarrow f = 50$  và  $f^2 = f_1 f_2 = 50^2$  cùng với  $f_1 + f_2 = 125\text{Hz}$ .

Suy ra  $f_1 = 50$  và  $f_2 = 75$  hoặc ngược lại.

**Câu 56:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Ta có: 
$$\begin{cases} U_R = IR \\ U_C = IZ_C \end{cases}$$

Nhận thấy  $U_{R\max}$  và  $U_{C\max}$  khi  $I_{\max}$  suy ra  $Z_L = Z_C$ . Khi đó: 
$$\begin{cases} U_{R\max} = U \\ U_{C\max} = \frac{U}{R} Z_C \\ U_{L\max} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \end{cases}$$

Nếu  $\frac{U_{R\max}}{U_{L\max}} = 2$  thì ta có  $4Z_C^2 = -R^2$  (loại)

Nếu  $\frac{U_{L\max}}{U_{R\max}} = 2$  thì ta có  $Z_C = R\sqrt{3} \Rightarrow U_{C\max} = U\sqrt{3}$ .

**Câu 57:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Theo hệ thức:

$$\frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{R^2 C}{2L} \xrightarrow[f_C = x; f_L = x^2 \cdot 1200]{L = \frac{5}{9} R^2 C} \frac{x}{x^2 - 1200} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 40 \Rightarrow \begin{cases} f_L = 40 \\ f_C = 400 \end{cases}$$

Khi mạch cộng hưởng thì:  $f_R = \sqrt{f_L f_C} \Rightarrow y = \sqrt{40 \cdot 400} = 40\sqrt{10}$ .

**Câu 58:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Vì  $u_{AN}$  luôn luôn vuông pha với  $u_{MB}$  nên  $\tan \varphi_{AN} \tan \varphi_{MB} = -1 \Rightarrow R^2 = \frac{L}{C}$ .

**Cách giải 1:**

\*Khi  $U_{C\max}$  thì:

$$\omega_C L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \xrightarrow{R^2 = \frac{L}{C}} \omega_C L = \sqrt{\frac{L}{2C}} \Rightarrow \omega_C = \sqrt{\frac{1}{2LC}} \quad (1)$$

Khi  $U_{L\max}$  thì:

$$\frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \xrightarrow{R^2 = \frac{L}{C}} \frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{2C}} \Rightarrow \omega_L = \sqrt{\frac{2}{LC}} \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra:  $\omega_L = 2\omega_C \Rightarrow f_L = 2f_C$

Khi mạch cộng hưởng thì  $f_R = \sqrt{f_L f_C} = f_C \sqrt{2} = 50\sqrt{2}\text{Hz}$ .

**Cách giải 2:**

Từ hệ thức:  $\frac{f_C}{f_L} = \frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2 C}{L} \xrightarrow{f_C=50\text{Hz}} \frac{50}{f_L} = 0,5 \Rightarrow f_L = 100\text{Hz}.$

Khi mạch cộng hưởng thì:  $f_R = \sqrt{f_L f_C} = f_C \sqrt{2} = 50\sqrt{2}\text{Hz}.$

**Câu 59:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_L = \frac{U^2 Z_L}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Nhận thấy  $U_L = U_{L\max}$  khi  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$

Khi đó  $\frac{U}{Z} = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{U_{L\max}}{Z_L} \Rightarrow Z = Z_C \frac{U}{U_C} = Z_C \frac{100\sqrt{3}}{200} = \frac{\sqrt{3}}{2} Z_C$

$\Rightarrow Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = \frac{3}{4} Z_C^2 \Rightarrow R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_L Z_C - \frac{3}{4} Z_C^2 = 0$

$\Rightarrow Z_L^2 - Z_L Z_C - \frac{3}{4} Z_C^2 = 0 \Rightarrow Z_L = \frac{3}{2} Z_C$

Vậy:  $\frac{U_C}{Z_C} = \frac{U_{L\max}}{Z_L} \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U_C}{Z_C} Z_L = \frac{3}{2} U_C = 300\text{V}.$

**Câu 60:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$  nên  $Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 & (1) \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{2Z_L} = \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \\ R = xZ_L \end{cases}$

Thay giá trị  $Z_C$  vào  $6(R + Z_L)(Z_L + Z_C) = 7R(R + Z_C)$  ta được:

$6(xZ_L + Z_L) \left( Z_L + \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \right) = 7xZ_L \left( xZ_L + \frac{x^2 + 2}{2} Z_L \right)$

$\Rightarrow 6(x+1)(x^2+3) = 7x(x+1)^2 \Rightarrow x^2 + 7x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = -9 \text{ (loại)} \end{cases}$

$\Rightarrow Z_C = \frac{x^2 Z_L^2 + Z_L^2}{2Z_L} = 2,5Z_L \quad (2)$

Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì  $U_L = U$  nên

$$Z_L'^2 = R^2 + (Z_L' - Z_C')^2 \Rightarrow Z_C'^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 \quad (3)$$

Từ (1) và (3)  $\Rightarrow Z_L = Z_C' \quad (4)$ .

Thay (4) vào (2):  $Z_C = 2,5Z_C' \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi f_0} = 2,5 \frac{1}{2\pi(f_0 + 75)} \Rightarrow f_0 = 50\text{Hz}$ .

**Câu 61:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $U_{RL\max}$  thì  $Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = \frac{100 + \sqrt{100^2 + 4.50^2}}{2} = 120,7\Omega$

**Câu 62:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

$$\begin{cases} Z_L^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 & (1) \\ Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{2Z_L} = \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \\ R = xZ_L \end{cases}$$

Thay giá trị  $Z_C$  vào  $6(R + Z_L)(Z_L + Z_C) = 7R(R + Z_C)$ . ta được:

$$\begin{aligned} 6(xZ_L + Z_L) \left( Z_L + \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \right) &= 7xZ_L \left( xZ_L + \frac{x^2 + 2}{2} Z_L \right) \\ \Rightarrow 6(x + 1)(x^2 + 3) &= 7x(x + 1)^2 \Rightarrow x^2 + 7x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = -9 \text{ (loại)} \end{cases} \\ \Rightarrow Z_C &= \frac{x^2 Z_L^2 + Z_L^2}{2Z_L} = 2,5Z_L \quad (2) \end{aligned}$$

Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì  $U_L = U$  nên  $Z_L'^2 = R^2 + (Z_L' - Z_C')^2 \Rightarrow Z_C'^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 \quad (3)$ .

Từ (1) và (3)  $\Rightarrow Z_L = Z_C' \quad (4)$ .

Thay (4) vào (2):  $Z_C = 2,5Z_C' \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi f_0} = 2,5 \frac{1}{2\pi(f_0 + 75)} \Rightarrow f_0 = 50\text{Hz}$ .

Thay  $f_0 = 50$  Hz vào (2), ta được:  $\frac{1}{100\pi C} = 2,5.100\pi L \Rightarrow \frac{1}{LC} = 2,5.(100\pi)^2 \quad (5)$



Ta lại có:  $U_{AM} = U_{RL} = IZ_{RL} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \notin R$

$$\Leftrightarrow Z_C = 2Z_L \Leftrightarrow \frac{1}{LC} = 2(2\pi f)^2 \quad (6)$$

Thay (5) vào (6) ta được:  $2(2\pi f)^2 = 2,5(100\pi)^2 \Rightarrow f = 25\sqrt{5}\text{Hz}$ .

**Câu 63:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi tần số thay đổi: 
$$\begin{cases} U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \\ U_{C_{\max}} = U \frac{\frac{L}{C}}{R \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} = U \frac{Z_L Z_C}{R \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}} \end{cases}$$

Giá trị điện áp hiệu dụng cực đại:

$$U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{R^2 C}{4L}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega C}{\omega_L}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{120\pi}{100\pi}\right)^2}} = 90,45\text{V}.$$

**Câu 64:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Cuộn dây không thuần cảm  $L$  có  $r$ . Hai tụ có điện dung lần lượt  $C_1$  và  $C_2$ . Mắc song song  $C_1$  và  $C_2$  ta  $C = C_1 + C_2$  thì có tần số góc cộng hưởng là

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{L(C_1 + C_2)} \quad (1)$$

Mắc nối tiếp  $C_1$  và  $C_2$  ta được  $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$  và tần số  $\omega_2^2 = \frac{1}{LC'}$  (2)

Khi chỉ mắc  $C_1$  thì lúc này tần số góc cộng hưởng là  $\omega_x^2 = \frac{1}{LC_1}$ .

Từ (1) thêm bớt ta thấy  $\frac{1}{\omega_1^2} = L(C_1 + C_2) \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{\omega_Y^2} + \frac{1}{\omega_X^2}$  (3)

Với  $\omega_X^2, \omega_Y^2$  lần lượt là tần số góc cộng hưởng khi chỉ có  $C_1$  hoặc  $C_2$ .

Từ (2) thêm bớt tương tự ta có:  $\omega_2^2 = \omega_X^2 + \omega_Y^2$  (4)

Từ (3) và (4) ta có hệ phương trình 2 ẩn  $\Rightarrow \omega_X = 60\pi \text{ rad/s}$ .

**Câu 65:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_{R_{\max}} = U_{AB} \Rightarrow U_{L_{\max}} = 2U_{AB}$

Mặt khác ta có  $U_{L_{\max}}$  khi  $U_{AB} \perp U_{RC}$

suy ra  $U_{L_{\max}}^2 = U_{AB}^2 + U_{RC}^2 = U_{AB}^2 + U_R^2 + U_C^2$  và  $U_R^2 = U_C(U_L - U_C) = U_L U_C - U_C^2$

Suy ra 
$$\begin{cases} U_{L\max}^2 = U_{AB}^2 + U_{RC}^2 = U_{AB}^2 + U_L U_C - U_C^2 + U_C^2 = U_{AB}^2 + U_L U_C \\ U_{L\max} = 2U_{AB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{L\max} = \frac{4}{3} U_C.$$

**Câu 66:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $f_{C\max} = f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2L - R^2 C}{2L^2 C}}$

$$f_{R\max} = f_2 = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} = f_1 \sqrt{2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2L - R^2 C}{2L^2 C}} \cdot \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2L - R^2 C}{L}} = 1 \Rightarrow 2L - R^2 C = L \Rightarrow L = R^2 C$$

Khi đó:  $U_{L\max} = \frac{2LU}{R\sqrt{4LC - R^2 C^2}} = \frac{2R^2 CU}{R\sqrt{4R^2 C^2 - R^2 C^2}} = \frac{2U}{\sqrt{3}} = 139 \text{ V}.$

**Câu 67:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C\max} \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$

$$\Leftrightarrow Z_L^2 = Z_L Z_C - \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_L^2 + R^2 = 0 \Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_{RL}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow U_L^2 - 2U_L U_C + U_{RL}^2 = 0 \Leftrightarrow U_L^2 - 2.90U_C + 5.30^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_L = 30V \\ U_L = 150V > U_{RL} \end{cases}$$

Thay  $U_L = 30V$  vào  $U_{RL}^2 = U_R^2 + U_L^2 \Rightarrow 30^2.5 = U_R^2 + 30^2 \Rightarrow U_R = 60V$

$$\Rightarrow U = \sqrt{R^2 + (U_L - U_C)^2} = 60\sqrt{2}V.$$

**Câu 68:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Nhận thấy  $U_C = U_{C\max}$  khi  $Z_{C1} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$  và  $U_{C\max} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$

Cường độ dòng điện trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch

$$\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} = \tan\frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow R = Z_L - Z_{C2} = Z_L - 0,4Z_{C1}$$

(vì  $C_2 = 2,5C_1$  nên  $Z_{C2} = 0,4Z_{C1}$ )

Suy ra  $R = Z_L - 0,4 \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow RZ_L = Z_L^2 - 0,4R^2 - 0,4Z_L^2$

$$\Rightarrow 0,4R^2 + Z_L R - 0,6Z_L^2 = 0 \Rightarrow R = 0,5Z_L \text{ hay } Z_L = 2R$$

$$\text{Do đó } U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{U\sqrt{R^2 + 4R^2}}{R} = U\sqrt{5} \Rightarrow U = \frac{U_{C_{\max}}}{\sqrt{5}} = 100V.$$

**Câu 69:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } U'_{MB} &= 2\sqrt{2} U_{MB} \Rightarrow \frac{U|Z'_L - Z_C|}{\sqrt{R^2 + (Z'_L - Z_C)^2}} = 2\sqrt{2} \frac{U|Z_L - Z_C|}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ \Rightarrow \frac{(Z'_L - Z_C)^2}{R^2 + (Z'_L - Z_C)^2} &= 8 \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad (1) \end{aligned}$$

Dòng điện trong 2 trường hợp vuông pha nhau nên:

$$\tan \phi \tan \phi' = -1 \Leftrightarrow (Z_L - Z_C)(Z'_L - Z_C) = -R^2$$

$$\Leftrightarrow (Z'_L - Z_C)^2 = \frac{R^4}{(Z_L - Z_C)^2} \quad (2).$$

Thay (2) vào (1), ta được

$$\frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 8 \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Leftrightarrow (Z_L - Z_C)^2 = \frac{R^2}{8}$$

Điện áp hiệu dụng ở 2 đầu mạch AM khi chưa thay đổi L:

$$U_{AM} = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{2\sqrt{2}UR}{\sqrt{9R^2}} = \frac{2\sqrt{2}U}{3} = 100\sqrt{2} \text{ V.}$$

**Câu 70:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

$$\left\{ \begin{aligned} U_{C_{\max}} &\Leftrightarrow Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \quad (1) \end{aligned} \right.$$

Khi  $\omega$  thay đổi:

$$\left\{ \begin{aligned} U_{C_{\max}} &= U \frac{\frac{L}{C}}{R\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} = U \frac{Z_L Z_C}{R\sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}} \quad (2) \end{aligned} \right.$$

$$\text{Thay } Z_L = \frac{9}{41} Z_C \text{ vào (1) suy ra: } R = \frac{24}{41} Z_C.$$

Thay các kết quả vào (2) ta được:

$$U_{C_{\max}} = U \frac{Z_L Z_C}{R\sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}} = 200. \frac{\frac{9}{41} Z_C \cdot Z_C}{\frac{24}{41} Z_C \sqrt{\frac{9}{41} Z_C \cdot Z_C - \left(\frac{24}{41}\right)^2 \frac{Z_C^2}{4}}} = 205V.$$

**Câu 71:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } U_{RL\max} &\Leftrightarrow Z_L = \omega_{RL} L = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right) R^2}} \\ \Rightarrow \omega_{RL} &= \frac{\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right) R^2}}}{L} \\ &= \frac{\sqrt{\frac{1}{2.0,2.10^{-3}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2.0,2.10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2.0,2.10^{-3}}\right) \cdot 100^2 \cdot 2}}}{\frac{1}{\pi}} = 100\pi \text{ rad/s.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tương tự: } U_{RC\max} &\Leftrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_{RC} C} = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right) R^2}} \\ \Rightarrow \omega_{RC} &= \frac{1}{C \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right) R^2}}} \\ &= \frac{1}{\frac{0,2.10^{-3}}{\pi} \sqrt{\frac{1}{2.0,2.10^{-3}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2.0,2.10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2.0,2.10^{-3}}\right) \cdot 100^2 \cdot 2}}} = 50\pi \text{ rad/s.} \end{aligned}$$

**Câu 72:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Khi  $U_{R\max}$  thì mạch cộng hưởng:  $\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 50\sqrt{2}\pi \text{ rad/s}$

Ta có:

$$\begin{aligned} + U_{L\max} &\Leftrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \\ \Rightarrow \omega_L &= \frac{1}{C \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} = \frac{1}{\frac{0,2.10^{-3}}{\pi} \sqrt{\frac{1}{0,2.10^{-3}} - \frac{50^2}{2}}} = \frac{200\pi}{\sqrt{6}} \text{ rad/s.} \\ + U_{C\max} &\Leftrightarrow Z_L = \omega_C L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \omega_C = \frac{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}}{L} = \frac{\sqrt{\frac{\frac{1}{\pi}}{0,2 \cdot 10^{-3}} - \frac{50^2}{2}}}{\frac{1}{\pi}} = 25\sqrt{6}\pi \text{ rad/s.}$$

Ta lại có:  $U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L = \omega_{RL} L = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}$

$$\Rightarrow \omega_{RL} = \frac{\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}}{L}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{1}{2,0 \cdot 2,10^{-3}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2,0 \cdot 2,10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2,0 \cdot 2,10^{-3}}\right) \cdot 50^2}}}{\frac{1}{\pi}} = 50\pi\sqrt{1+\sqrt{2}} \text{ rad/s.}$$

Tương tự:  $U_{RC\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_{RC} C} = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}$

$$\Rightarrow \omega_{RC} = \frac{1}{C \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}}$$

$$= \frac{1}{0,2 \cdot 10^{-3} \pi \sqrt{\frac{1}{2,0 \cdot 2,10^{-3}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2,0 \cdot 2,10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2,0 \cdot 2,10^{-3}}\right) \cdot 50^2}}}$$

$$= 100\pi\sqrt{-1+\sqrt{2}} \text{ rad/s.}$$

**Câu 73:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $\tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow R = Z_L - Z_{C1} \Rightarrow Z_{C1} = Z_L - R$

Mặt khác:  $U_{C2} = U_{C\max} \Rightarrow Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow 6,25Z_{C1}Z_L = R^2 + Z_L^2$

$$\Rightarrow 6,25(Z_L - R)Z_L = R^2 + Z_L^2 \Rightarrow 5,25Z_L^2 - 6,25RZ_L - R^2 = 0$$

$$\Rightarrow 21Z_L^2 - 25RZ_L - 4R^2 = 0 \Rightarrow Z_L = \frac{4}{3}R$$

$$\text{Khi đó: } Z_{C_2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{R^2 + \frac{16}{9}R^2}{\frac{4}{3}R} = \frac{25}{12}R$$

$$\text{Hệ số công suất của mạch: } \cos\varphi_2 = \frac{R}{Z_2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{4}{3}R - \frac{25}{12}R\right)^2}} = 0,8$$

**Câu 74:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

$$\text{Ta có: } \omega^2 = \frac{1}{LC} = \frac{1}{(L_1 + L_2) \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1^2 = \frac{1}{L_1 C_1} \Rightarrow L_1 = \frac{1}{\omega_1^2 C_1} \\ \omega_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2} \Rightarrow L_2 = \frac{1}{\omega_2^2 C_2} \end{cases}$$

$$\text{Với: } \begin{cases} \omega_1 = \omega_2 \\ L_1 + L_2 = \frac{1}{\omega_1^2 C_1} + \frac{1}{\omega_2^2 C_2} = \frac{1}{\omega_1^2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{1}{\omega_1^2} \left( \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \end{cases}$$

$$\omega_1^2 = \frac{1}{(L_1 + L_2) \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} = \omega^2 \Rightarrow \omega = \omega_1.$$

**Câu 75:** Chọn A. *Hướng dẫn.*

$$\text{Khi } \omega = \omega_3 \text{ thì } U_{MB} = IZ_{MB} = U \sqrt{\frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\text{Nhận thấy } U_{MB\min} \Leftrightarrow Z_L = Z_C \Leftrightarrow 100\sqrt{3}\pi \cdot \frac{2}{\sqrt{3}\pi} = \frac{1}{100\sqrt{3}\pi C} \Rightarrow C = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{3}\pi} \text{ F.}$$

$$\text{Lúc này, mạch cộng hưởng nên: } I_2 = \frac{\sqrt{21}}{3} I_1 = I_{\max} \Rightarrow I_1 = \frac{3}{\sqrt{21}} I_{\max}.$$

Khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  thì dòng điện hiệu dụng qua mạch có cùng giá trị

$$I_1 = \frac{3}{\sqrt{21}} I_{\max} \text{ nên: } Z_1 = Z_2 = \frac{\sqrt{21}}{3} R$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(R+r)^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2} = \frac{\sqrt{21}}{3}(R+r)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{2}{\sqrt{3}}(R+r) \\ \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = -\frac{2}{\sqrt{3}}(R+r) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_3^2 \xrightarrow{\omega_3^2 - 6\omega_2^2 = \omega_1^2} \begin{cases} \omega_1 = 300\pi \text{ rad/s} \\ \omega_2 = 100\pi \text{ rad/s} \end{cases} \\ L(\omega_1 - \omega_2) = \frac{2}{\sqrt{3}}(R+r) \xrightarrow[r=50\Omega]{L=\frac{2}{\pi\sqrt{3}}H} R+r = 200\Omega \end{cases}$$

Mặt khác  $U_{RrL \max} \Leftrightarrow Z_L = \omega_{RL} L = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)(R+r)^2}}$

$$\Rightarrow \omega_4 = \omega_{RL} = \frac{\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)(R+r)^2}}}{L}$$

$$= \frac{\sqrt{20000 + \sqrt{(20000)^2 + (20000)(200)^2}}}{\frac{2}{\pi\sqrt{3}}} = 202,44\pi \text{ rad/s.}$$

Vậy:  $k = \frac{\omega_4}{\omega_3} = \frac{202,44\pi}{100\sqrt{3}\pi} = 1,17.$

**Câu 76:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2)\frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C\frac{1}{Z_L} + 1}}$

$U_L$  phụ thuộc  $\frac{1}{Z_L}$  theo kiểu hàm tam thức bậc 2 nên:

$$\frac{1}{Z_{L0}} = \frac{\frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}}}{2} \Rightarrow L_0 = \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2}.$$

**Câu 77:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_C = IZ_C = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ .

Nhận thấy  $U_C = U_{C_{\max}}$  khi  $\omega = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$

với điều kiện  $\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} > 0 \Rightarrow 2L > R^2 C \Rightarrow C < \frac{2L}{R^2} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F}.$

Khi đó  $U_{C_{\max}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} = \frac{5}{3}U \Rightarrow C^2 - \frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi}C + \frac{36 \cdot 10^{-8}}{25\pi^2} = 0$

Phương trình có hai nghiệm: 
$$\begin{cases} C = \frac{3,6 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F} > \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F} \text{ (loại)} \\ C = \frac{4 \cdot 10^{-5}}{\pi} \text{ F} < \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ F} \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Vậy:  $\omega = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow 2\pi f = \pi \sqrt{\frac{10^5}{4} - \frac{10^4}{2}} = 100\pi\sqrt{2} \Rightarrow f = 50\sqrt{2} \text{ Hz}.$

**Câu 78:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}},$

$U_L$  phụ thuộc  $\frac{1}{Z_L}$  theo kiểu hàm tam thức bậc 2 nên:

$$\frac{1}{Z_{L0}} = \frac{\frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}}}{2} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow \frac{50}{R^2 + 50^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{100} + \frac{1}{300} \right) \Rightarrow R = 50\sqrt{2} \Omega.$$

**Câu 79:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}},$$

$U_C$  phụ thuộc  $\frac{1}{Z_C}$  theo kiểu hàm tam thức bậc 2 nên:



$$\frac{1}{Z_{C0}} = \frac{\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}}}{2} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow C = \frac{C_1 + C_2}{2} = 30\mu\text{F}.$$

**Câu 80:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm thuần:

$$U_L = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 - \frac{2L}{C} + (\omega L)^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} = \frac{UL}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 + \left(R^2 - \frac{2L}{C}\right) \left(\frac{1}{\omega^2}\right) + L}}$$

Với  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì điện áp trên cuộn cảm có cùng giá trị, với  $\omega = \omega_0$  thì điện áp trên cuộn cảm cực đại. Ta có quan hệ:

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) = \left( \frac{2L}{C} - R^2 \right) \frac{C^2}{2} \Rightarrow \omega_0 = 48\pi \text{ rad/s}.$$

$$\Rightarrow Z_L = 300\Omega; Z_C = 100\Omega; R = 200\Omega \Rightarrow U_{L\max} = 150\sqrt{2} \text{ V}.$$

**Câu 81:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

$$\text{Ta có: } \begin{cases} Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{25 \cdot 10^{-6}}{\pi}} = 400\Omega \\ Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{125 \cdot 10^{-6}}{3\pi}} = 240\Omega \end{cases}$$

Theo giả thuyết:

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}}$$

$U_C$  phụ thuộc  $\frac{1}{Z_C}$  theo kiểu hàm tam thức bậc 2 nên:

$$\frac{1}{Z_{C0}} = \frac{\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}}}{2} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} = \frac{1}{300} \Rightarrow Z_L = 100\Omega.$$

$$\text{Vậy: } U_{R\max} \Leftrightarrow Z_C = Z_L = 100 \Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{100}{\pi} \mu\text{F}.$$

**Câu 82:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Vì  $U_Y - U_X = 100\text{V}$  và  $U = 100\sqrt{3} \text{ V}$  nên mạch không thể chứa LC.

Khi  $f$  tăng  $I$  giảm nên mạch chứa RL.

Giả sử:  $U_Y = U_R \Rightarrow \cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{2}{\sqrt{3}} > 1$  (loại)

Vậy:  $U_X = U_R = 100V \Rightarrow \cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{1}{\sqrt{3}} < 1$ .

**Câu 83:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

Khi  $C = C_1 \Rightarrow \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow R = Z_L - Z_{C1}$

Khi  $C = \frac{C_1}{6,25} \Rightarrow \begin{cases} Z_{C2} = 6,25Z_{C1} \\ U_{Cmax} \Leftrightarrow Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow 6,25Z_{C1} = \frac{(Z_L - Z_{C1})^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} Z_{C1} = 8Z_L \\ Z_{C1} = \frac{Z_L}{4} \Rightarrow R = \frac{3Z_L}{4} \\ Z_{C2} = \frac{25Z_L}{16} \end{cases}$

Hệ số công suất mạch AB khi đó:

$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}} = \frac{\frac{3Z_L}{4}}{\sqrt{\left(\frac{3Z_L}{4}\right)^2 + \left(Z_L - \frac{25Z_L}{16}\right)^2}} = 0,8$ .

**Câu 84:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi} F$  thì dòng điện  $i$  trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so  $u$  nên:  $Z_L - Z_{C1} = R$  (1)

Khi  $C = C_2 = \frac{10^{-4}}{2,5\pi} F$  thì điện áp hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại nên:

$Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$  (2)

Thay (1) vào (2) ta có:  $\frac{8}{\pi^2} \omega^4 - 9 \cdot 10^4 \omega^2 + 10^8 \pi^2 = 0 \begin{cases} \frac{50\pi}{\sqrt{2}} \text{ rad/s (loại)} \\ 100\pi \text{ rad/s (nhận)} \end{cases}$

**Câu 85:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

$$\text{Khi } C = C_1 \Rightarrow \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow R = Z_L - Z_{C1}$$

$$\text{Khi } C = \frac{C_1}{2,5} \Rightarrow \begin{cases} Z_{C2} = 2,5Z_{C1} \\ U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow 2,5Z_{C1} = \frac{(Z_L - Z_{C1})^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{Z_{C1}} = 2 \Rightarrow \omega^2 LC_1 = 2 \Rightarrow \omega^2 \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} = 2 \Rightarrow \omega = 100\pi \text{ rad/s.}$$

**Câu 86:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Công suất mạch tiêu thụ (với  $U = k\omega$ ):

$$P = I^2 R = \frac{k\omega^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{\frac{kR}{L^2}}{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}$$

Nhận thấy  $P$  phụ thuộc  $\frac{1}{\omega^2}$  theo kiểu hàm tam thức bậc 2 nên:

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{150^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{161^2} \right) \Rightarrow f_1 = 109,33 \text{ Hz.}$$

**Câu 87:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

$$\text{Ta có: } Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{\pi} = 100\sqrt{3} \Omega.$$

Mặt khác:

$$U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{100^2 + (100\sqrt{3})^2}{100\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} \Omega.$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{400}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \cdot 10^{-4} \text{ F.}$$

$$\text{Khi đó: } U_{C_{\max}} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{100 \sqrt{100^2 + (100\sqrt{3})^2}}{100} = 200 \text{ V.}$$

**Câu 88:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Điện áp hiệu dụng trên tụ (với  $U = k\omega$ ):

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{Z} = \frac{k\omega \cdot \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{\frac{k}{C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Nhận thấy  $U_C$  phụ thuộc theo hàm kiểu phân thức đối với  $\omega$  nên:

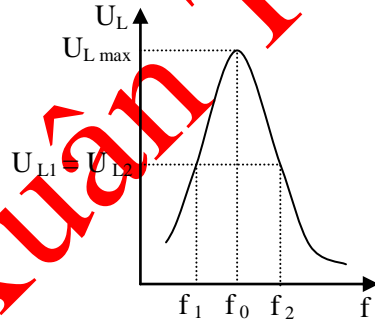
$$\omega_0^2 = \omega_1 \omega_2 \Leftrightarrow 150^2 = f_1 \cdot 4f_1 \Rightarrow f_1 = 75\text{Hz}.$$

**Câu 89:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Vì có những giá trị  $U_L$  tương ứng với hai giá trị  $f_1$  và  $f_2$  của  $f$  nên tồn tại  $U_{L\max}$  và đồ thị có dạng như hình vẽ:

$$U_L = IZ_L = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2 \underbrace{\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right)}_b \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}}$$



Nhận thấy  $U_{L\max}$  khi

$$x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}{\frac{1}{C^2}} = C^2 \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) > 0 \Rightarrow L = \frac{R^2 C}{2} = \frac{4}{\pi} \text{H}.$$

**Câu 90:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C\max} \Leftrightarrow U_C$  là cạnh huyền với  $U$  và  $U_L$  là hai cạnh góc vuông, tức là:

$$U_{C\max}^2 = U^2 + U_L^2 \xrightarrow{U_{C\max}=1,25U} U_L = 0,75U \xrightarrow{U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2} U_R = \frac{\sqrt{3}}{2} U$$

$$\text{Hệ số công suất đoạn mạch AB khi đó: } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

**Câu 91:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Ta có: 
$$\begin{cases} C = C_1 = \frac{10^{-3}}{2\pi} F \\ \varphi = \frac{\pi}{4} \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_{C1} = R \\ Z_L > Z_{C1} \end{cases} \quad (1)$$

Ta lại có: 
$$\begin{cases} C = C_1 = \frac{10^{-3}}{2\pi} F \Rightarrow Z_{C2} = \frac{5}{2} Z_{C1} \\ U_{C2\max} \Rightarrow Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases} \Rightarrow R = 20\Omega. \quad (2)$$

Lập tỉ số (2) và (1), ta được:

$$Z_L = 2Z_{C1} \Leftrightarrow \frac{Z_L}{Z_{C1}} = 2 \Leftrightarrow \frac{\omega L}{\frac{1}{\omega C_1}} = 2 \Leftrightarrow LC_1 \omega^2 = 2 \Rightarrow \omega = 100\pi \text{ rad/s.}$$

**Câu 92:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C\max} \Leftrightarrow U_C$  là cạnh huyền với  $U$  và  $U_L$  là hai cạnh góc vuông, tức là:

$$U_{C\max}^2 = U^2 + U_L^2 \xrightarrow{U_{C\max} = 1,25U} U_L = 0,75U \xrightarrow{U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2} U_R = \frac{\sqrt{3}}{2} U$$

Hệ số công suất đoạn mạch AB khi đó:

$$\cos \varphi_{AM} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{U_R}{\sqrt{U_R^2 + U_L^2}} = \frac{0,5U\sqrt{3}}{\sqrt{(0,5U\sqrt{3})^2 + (0,75U)^2}} = \frac{2}{\sqrt{7}}.$$

**Câu 93:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C\max} \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$

$$\Leftrightarrow Z_L^2 = Z_L Z_C - \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_L^2 + R^2 = 0 \Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_{RL}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_{RL}^2 = 0 \Leftrightarrow Z_L^2 - 2.250Z_C + 21.50^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_L = 150V \\ U_L = 350V > U_{RL} \end{cases}$$

Thay  $U_L = 150V$  vào  $U_{RL}^2 = U_R^2 + U_L^2 \Rightarrow 50^2.21 = U_R^2 + 150^2$

$$\Rightarrow U_R = 100\sqrt{3}V \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 200V.$$

**Câu 94:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

Khi  $f$  thay đổi  $U_{C_{\max}} = U_{L_{\max}}$  và theo bài ra thì  $U_{C_{\max}} = U_{L_{\max}} = 1,5U$ .

Khi  $f = f_L$  thì  $U_{C_{\max}} = 1,5U$  và  $U_C = U$  nên thay vào:  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$

$$\Rightarrow U^2 = U_R^2 + (1,5U - U)^2 \Rightarrow U_R = \frac{U\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} \approx 0,866.$$

**Câu 95:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow U_C$  là cạnh huyền và  $U$  và  $U_L$  là hai cạnh góc vuông, tức là:

$$U_{C_{\max}}^2 = U^2 + U_L^2 \xrightarrow{U_{C_{\max}}=1,25U} U_L = 0,75U \xrightarrow{U^2=U_R^2+(U_L-U_C)^2} U_R = \frac{\sqrt{3}}{2}U$$

$$\text{Độ lệch pha: } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{U_L - U_C}{U_R} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}.$$

**Câu 96:** Chọn C. *Hướng dẫn:*

$$\text{Khi } U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow Z_C = \frac{2Z_L^2 + R^2}{2Z_L}$$

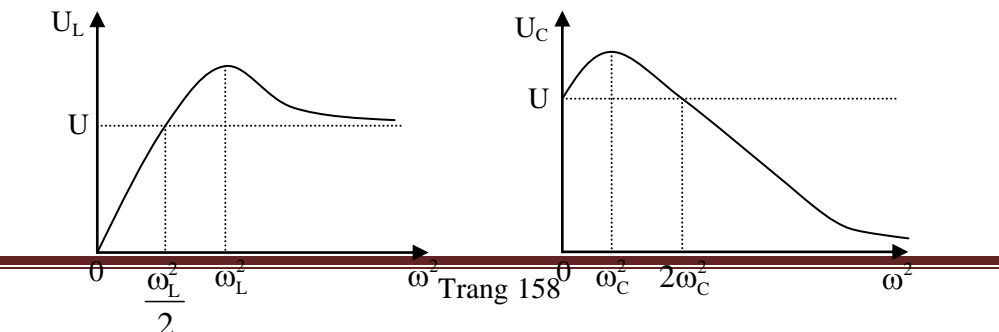
$$\text{Từ } P = \frac{3}{4} P_{\max} \text{ suy ra } \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{3}{4} \frac{U^2 R}{R^2 + 0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R^2 + \left( Z_L - \frac{2Z_L^2 + R^2}{2Z_L} \right)^2} = \frac{3}{4R^2} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{R\sqrt{3}}{2} \\ Z_C = \frac{5R}{2\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{C} = Z_L Z_C = 1,25R^2$$

$$\text{Khi } U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{1,25R^2 - \frac{R^2}{2}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Từ đó suy ra: } \frac{Z_C}{Z_C} = \frac{f_1 + 100}{f_1} = \frac{5}{3} \Rightarrow f_1 = 150\text{Hz}.$$

**Câu 97:** Chọn B. *Hướng dẫn:*



Gọi  $\omega_L$  và  $\omega_C$  lần lượt là giá trị của  $\omega$  để  $U_{L\max}$  và  $U_{C\max}$ .

Ta đã biết:  $\omega_L \omega_C = \frac{1}{LC}$  (1).

Từ đồ thị ta thấy:

$U_C = U$  thì  $\omega = \omega_0 = \omega_C \sqrt{2}$  (2) và  $U_L = U$  thì  $\omega = \omega'_0 = \frac{\omega_L}{\sqrt{2}}$  (3).

Thay (2), (3) vào (1):

$\omega'_0 \sqrt{2} \cdot \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{LC} \xrightarrow{\omega_0 = \omega'_0 - 150\pi} \omega'_0 (\omega'_0 - 150\pi) = \frac{1}{LC}$  (4)

Khi  $\omega = \omega'_0$  thì  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$  và  $U_L = U$  hay

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow U_R = \frac{U}{\sqrt{3}} \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Rightarrow U_C = \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)U \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U_C}{U_L} = 1 - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{1}{\omega'_0 LC}$$
 (5)

Từ (4), (5) suy ra: 
$$\begin{cases} \omega'_0 (\omega'_0 - 150\pi) = \omega'^2_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \Rightarrow \omega'_0 \approx 577,15 \text{ rad/s} \\ \omega_0 = 577,15 - 150\pi \approx 105,91 \text{ rad/s} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 16,86 \text{ Hz} \end{cases}$$

**Câu 98:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Ta có:  $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L2} = Z_{C1} \\ Z_{C2} = Z_{L1} \end{cases} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2$

Khi tần số thay đổi:  $U_{L\max} = U_{C\max} = U_{\max}$

Khi  $f = f_2$ : 
$$\begin{cases} U_L = I_2 Z_{L2} = U_{\max} \\ U_C = I_2 Z_{C2} = \frac{2}{3} U_{\max} \end{cases} \Rightarrow Z_{C2} = \frac{2}{3} Z_{L2} \quad (1)$$

Mặt khác:  $U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_{C2} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow Z_{C2} = \sqrt{Z_{L2}Z_{C2} - \frac{R^2}{2}} \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra:  $Z_{L2} = 1,5R$  và  $Z_{C2} = R$ .

Do đó:  $\cos \varphi_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1,5R - R)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,894$ .

**Câu 99:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Sử dụng công thức giải nhanh ta có  $P = P_{\max} \cos^2 \varphi_3 \Rightarrow \cos \varphi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_3 = \frac{\pi}{4}$

Mặt khác khi chỉnh C đến  $C_1$  và  $C_2$  thì  $U_{C1} = U_{C2}$  nên ta có công thức:  $\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$

kết hợp  $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_2 = \frac{5\pi}{12} \\ \varphi_1 = \frac{\pi}{12} \end{cases}$ .

Một công thức giải nhanh khác là  $U_{C1} = U_{C_{\max}} \cos(\varphi_1 - \varphi_3)$  với  $\tan \varphi_3 = \frac{R}{Z_L}$

$\Rightarrow 40 = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12}\right) \Rightarrow U = \frac{80}{\sqrt{6}} \text{ V.}$

**Câu 100:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Nhận thấy  $U_{C_{\max}}$  khi  $Z_C = \omega_C L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \quad (1)$

Nếu  $U_C = U$  thì  $Z_C = Z$  hay

$\frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{R^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right)^2} \Rightarrow \frac{\omega_0 L}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra:  $\omega_C = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 101:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

Ta thấy  $U_{L_{\max}}$  khi  $Z_C = \frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \quad (1)$

Nếu  $U_L = U$  thì  $Z_L = Z$  hay  $\omega_0 L = \sqrt{R^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \quad (2)$



Từ (1) và (2) suy ra:  $\omega_c = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 102:** Chọn A. *Hướng dẫn:*

$$\text{Khi tần số thay đổi: } \begin{cases} U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} & (1) \\ U_{C_{\max}} = U_{L_{\max}} = U \frac{\frac{L}{C}}{R \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} = U \frac{Z_L Z_C}{R \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}} & (2) \end{cases}$$

Thay  $Z_L = \frac{2}{11} Z_C$  vào (1) suy ra:  $R = \frac{6}{11} Z_C$ .

Thay các kết quả vào (2):

$$U_{C_{\max}} = U \frac{Z_L Z_C}{R \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}} = 45\sqrt{13} \cdot \frac{\frac{2Z_C Z_C}{11}}{\frac{6Z_C}{11} \sqrt{\frac{2Z_C Z_C}{11} - \left(\frac{6}{11}\right)^2 \frac{Z_C^2}{4}}} = 165V.$$

**Câu 103:** Chọn B. *Hướng dẫn:*

$$\text{Khi } f = f_0 \text{ thì } U_C = U \text{ nên } Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 & (1) \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{2Z_L} = \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \\ R = xZ_L \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Leftrightarrow -0,75 = \frac{Z_L - \frac{x^2 + 1}{2} Z_L}{xZ_L}$$

$$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} R = 2Z_L \\ Z_C = \frac{2^2 + 1}{2} Z_L = 2,5Z_L \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Khi } f = f_0 + 45 \text{ Hz thì } U_L = U \text{ nên } Z_L'^2 = R^2 + (Z_L' - Z_C')^2 \Rightarrow Z_C'^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (3)} \Rightarrow Z_L = Z_C' \quad (4).$$

Thay (4) vào (2):  $Z_C = 2,5Z'_C \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi f_0} = 2,5 \cdot \frac{1}{2\pi(f_0 + 45)} \Rightarrow f_0 = 30\text{Hz}.$

Thay  $f_0 = 30\text{ Hz}$  vào (2), ta được:  $\frac{1}{60\pi C} = 2,5 \cdot 100\pi L \Rightarrow \frac{1}{LC} = 2,5(60\pi)^2 \quad (5)$

Khi đó:  $U_{AM} = IZ_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \notin R$

$\Leftrightarrow Z_L = 2Z_C \Leftrightarrow \frac{1}{LC} = 0,5(2\pi f)^2 \quad (6)$

Thay (5) vào (6):  $0,5(2\pi f)^2 = 2,5(60\pi)^2 \Rightarrow f = 30\sqrt{5}\text{Hz}.$

**Câu 104:** Chọn D. *Hướng dẫn:*

Từ công thức:  $\left(\frac{\omega_C}{\omega_L}\right)^2 + \left(\frac{U}{U_{C,L\max}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{U}{300}\right)^2 = 1 \Rightarrow U \approx 223,6\text{V}.$

## XIN CHÀO QUÝ THẦY CÔ

♣ Đa số giáo viên hiện nay đều không có thời gian để biên soạn tài liệu luyện thi đúng nghĩa, vì thời gian bị chi phối bởi việc ở trường, việc ở nhà, ....

♣ Nội dung kiến thức luyện thi thì ngày càng tăng lên (năm 2019 chúng ta phải ôn thi luôn kiến thức của lớp 10 + 11 + 12), các dạng bài tập cũng đa dạng, đòi hỏi người dạy phải mất rất nhiều thời gian để biên soạn để phục vụ tốt hơn với yêu cầu của người học và nội dung ôn thi (Bao quát, full dạng). Rất thuận tiện để Giáo viên tham khảo.

Quá trình biên soạn những bộ tài liệu này tốn rất nhiều thời gian và công sức nên tôi sẽ chia sẻ những tài liệu file word này đến quý thầy cô với mong muốn có ít phí.

Quý thầy cô đăng kí sẽ có những ưu đãi sau: **CÓ TRỌN BỘ CÁC CHUYÊN ĐỀ LUYỆN THI LỚP 10 + 11 + 12**

**FULL DẠNG, GIẢI CHI TIẾT. 30 ĐỀ THI 2019 CHUẨN  
CẤU TRÚC GIẢI CHI TIẾT (Phí 800K)**

**Các bước đăng kí:**

- Chuyển tiền vào tài khoản số: 0121000843071.  
Chủ tài khoản: Nguyễn Xuân Trị.  
Ngân hàng Vietcombank chi nhánh Đồng Nai.  
(Ghi rõ họ tên Giáo viên chuyển tiền và lý do chuyển tiền là  
mua tài liệu luyện thi THPT Vật lý 2019)

**(Quý thầy cô sẽ nhận được tài liệu trong  
vòng 24 giờ sau khi đã đăng kí và chuyển  
phí tài liệu)**

- Điền thông tin vào biểu mẫu dưới đây để nhận  
tài liệu

[https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScqJ78hKic1EktNm\\_I9b7SMihlYQdC6B\\_wBqDb8JzBWhHDPJQ/viewform?c=0&w=1](https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScqJ78hKic1EktNm_I9b7SMihlYQdC6B_wBqDb8JzBWhHDPJQ/viewform?c=0&w=1)

**Chú ý: Tài liệu gởi thành 2 đợt:**

- + Đợt 1: Gởi tài liệu HK 1 (lớp 10 + 11 + 12) và 10 đề thi thử 2019
- + Đợt 2: Gởi tài liệu HK 2 (lớp 10 + 11 + 12) và 20 đề thi thử 2019

**Mọi thắc mắc:**

**Liên hệ trực tiếp: 0937 944 688 (Thầy Trị)**

**Hoặc mail: [tringuyen.physics@gmail.com](mailto:tringuyen.physics@gmail.com)**

**Nguyễn Xuân Trị**