

CHỦ ĐỀ 1

BIỂU DIỄN PHỨC DÒNG ĐIỆN VÀ ĐIỆN ÁP XOAY CHIỀU

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Sự tương tự giữa số phức và dao động điện.

Xét một đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Giả sử điện áp hai đầu đoạn mạch có biểu thức $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$.

→ Ta biểu diễn vectơ các điện áp của đoạn mạch trên:

- \vec{U}_R nằm ngang, \vec{U}_L thẳng đứng hướng lên, \vec{U}_C thẳng đứng hướng xuống.
- Điện áp hai đầu mạch $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$.

Ta có $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$,
 $\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$.

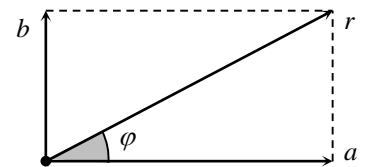
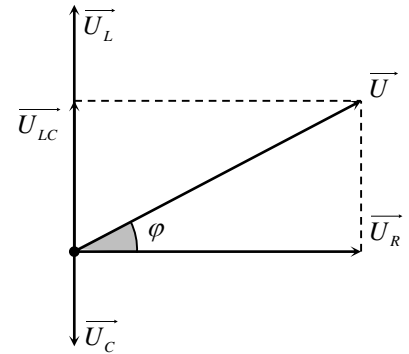
+ Với một số phức $z = a + bi$ – được ghi dưới dạng lượng giác là $z = r \angle \varphi$, trong đó a là phần thực và b là phần ảo. $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ là modun của số phức, φ được gọi là acgumen của số phức

$$+ \begin{cases} \cos \varphi = \frac{a}{r} \\ \sin \varphi = \frac{b}{r} \end{cases} \rightarrow \tan \varphi = \frac{b}{a}$$

→ Biểu diễn hình học của số phức trên trong hệ trục tọa độ gồm hai trục thực và ảo vuông góc nhau.

+ Từ các biểu diễn trên, ta thấy rằng nếu tổng trở Z của mạch là một số phức thì R đóng vai trò là phần thực của số phức này và $Z_L - Z_C$ sẽ tương ứng với phần ảo →

$$Z = R + (Z_L - Z_C)i \text{ hay } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \angle \varphi.$$



2. Biểu diễn phức tổng trở, dòng điện và điện áp xoay chiều.

BIỂU DIỄN PHỨC			
Điện áp	$u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$	$\vec{u} = U_0 \angle \varphi_u$	Mối liên hệ giữa cường độ dòng điện, điện áp và tổng trở $\vec{i} = \frac{\vec{u}}{Z}$
Dòng điện	$i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$	$\vec{i} = I_0 \angle \varphi_i$	
Điện trở	R	$\vec{R} = R$	
Cảm kháng	$Z_L = L\omega$	$\vec{Z}_L = Z_L i$	
Dung kháng	$Z_C = \frac{1}{C\omega}$	$\vec{Z}_C = -Z_C i$	
Tổng trở	$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$	$\vec{Z} = R + (Z_L - Z_C)i$	

II. DẠNG BÀI TẬP VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

Dạng 1: Viết phương trình điện áp và dòng điện

❖ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Áp dụng kết quả biểu diễn phức của tổng trở, điện áp, dòng điện và mối liên hệ giữa chúng, ta có thể viết phương trình điện áp, dòng điện theo các bước sau:

- Biểu diễn phức các đại lượng và nhập liệu và máy tính cầm tay **Casio**
- Dựa vào mối liên hệ giữa u , i và Z để xây dựng phép tính.
- Xuất kết quả trên **Casio**

❖ **VÍ DỤ MINH HỌA**

Ví dụ 1: (Quốc gia – 2009) Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch có RLC mắc nối tiếp. Biết $R = 10 \Omega$, cuộn cảm thuần có $L = \frac{1}{10\pi}$ H, tụ điện có $C = \frac{10^{-3}}{2\pi}$ F và điện áp giữa hai đầu cuộn cảm thuần là

$u_L = 20\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ V. Biểu thức điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là

A. $u = 40 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ V

B. $u = 40 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ V

C. $u = 40\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ V

D. $u = 40\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ V

Hướng dẫn

Dung kháng và cảm kháng của mạch $Z_L = L\omega = \frac{1}{10\pi} \cdot 100\pi = 10 \Omega$, $Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{2\pi}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 100\pi} = 20 \Omega$.

+ Biểu diễn phức điện áp hai đầu đoạn mạch $\bar{u} = i\bar{Z} = \frac{\bar{u}_L}{Z_L} \bar{Z} = \frac{20\sqrt{2} \angle 90}{10i} (10 - 10i) = 40 \angle -45$.

$\rightarrow u = 40 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ V.

Nhập liệu trên Casio

- Chuyển máy tính về số phức: **Mode** \rightarrow **2**
- Nhập phép toán: $\frac{20\sqrt{2} \angle 90}{10i} \times (10 - 10i)$.
- Xuất kết quả: **Shift** \rightarrow **2** \rightarrow **3** \rightarrow =

\rightarrow **Đáp án B**

Chú ý: Nếu muốn xuất kết quả dưới dạng phức $Z = R + (Z_L - Z_C)i$ thì ở bước xuất kết quả ta chọn lệnh **Shift**

\rightarrow **2** \rightarrow **4** \rightarrow =

Xuân Dương

Ví dụ 2: (Quốc gia – 2009) Khi đặt hiệu điện thế không đổi 30 V vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm $\frac{1}{4\pi}$ H thì dòng điện trong đoạn mạch là dòng điện một chiều có cường độ 1 A. Nếu đặt vào hai đầu đoạn mạch này điện áp $u = 150\sqrt{2} \cos(120\pi t)$ V thì biểu thức của cường độ dòng điện trong đoạn mạch là

A. $i = 5\sqrt{2} \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ A

B. $i = 5 \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ A

C. $i = 5\sqrt{2} \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ A

D. $i = 5 \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ A

Hướng dẫn

+ Điện trở của cuộn cảm $r = \frac{U}{I} = \frac{30}{1} = 30 \Omega$.

Cảm kháng của cuộn dây khi có dòng điện xoay chiều chạy qua $Z_L = L\omega = \frac{1}{4\pi} \cdot 120\pi = 30 \Omega$.

\rightarrow Cường độ dòng điện qua mạch $\bar{i} = \frac{\bar{u}}{Z} = \frac{150\sqrt{2} \angle 0}{30 + 25i} = 5 \angle -45 \rightarrow i = 5 \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ A.

\rightarrow **Đáp án D**

Dạng 2: Xác định thành phần hộp X**❖ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

Với một hộp X đơn giản gồm hai trong ba phần tử: điện trở thuần R , cuộn cảm thuần Z_L và tụ điện có điện dung Z_C . Ta có thể xác định được thành phần của hộp bằng cách

- Biểu diễn phức các đại lượng và nhập liệu và máy tính cầm tay **Casio**
- Xác định tổng trở của mạch $\overline{Z} = \frac{\overline{u}}{i}$.
- Xuất kết quả trên Casio dưới dạng $a + bi \rightarrow a = R$, nếu $b > 0$ thì $Z_L = b$, nếu $b < 0$ thì $Z_C = |b|$

❖ VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Trong một hộp kín chứa 2 trong 3 phần tử : điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện. Hai phần tử trong hộp mắc nối tiếp và 2 đầu nối ra ngoài là M và N. Đặt vào 2 đầu M, N điện áp xoay chiều $u = 120\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ V thì cường độ dòng điện chạy trong hộp có biểu thức $i = 3\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$

A. Các phần tử trong hộp là

- A. điện trở $R = 20 \Omega$, tụ điện có $C = \frac{10^{-3}}{2\sqrt{3}\pi}$ F. B. điện trở $R = 20 \Omega$, cuộn dây có $L = \frac{1}{5\pi\sqrt{3}}$ F.
C. điện trở $R = 20\sqrt{3} \Omega$, tụ điện có $C = \frac{10^{-3}}{2\pi}$ F. D. điện trở $R = 20\sqrt{3} \Omega$, cuộn dây có $L = \frac{1}{5\pi}$ F.

Hướng dẫn

+ Biểu diễn về dạng cos phương trình dòng điện $i = 3\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) = i = 3\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ A.

→ Tổng trở phức của mạch $\overline{Z} = \frac{\overline{u}}{i} = \frac{120\sqrt{2} \angle 60}{3\sqrt{2} \angle 30} = 20\sqrt{3} + 20i$.

+ Vậy đoạn mạch chứa hai phần tử là $R = 20\sqrt{3} \Omega$ và cuộn dây $L = \frac{1}{5\pi}$ F.

→ **Đáp án D**

Ví dụ 2: Khi đặt điện áp $u = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ V vào hai đầu một hộp X chứa hai trong ba linh kiện điện là R_0 , L_0 , C_0 mắc nối tiếp thì cường độ dòng điện qua đoạn mạch có biểu thức $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

A. Nếu mắc hộp X nối tiếp với cuộn cảm thuần có $L = \frac{\sqrt{3}}{\pi}$ H rồi mắc vào điện áp trên thì cường độ dòng điện qua đoạn mạch là

- A. $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ A B. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ A
C. $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ A D. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ A

Hướng dẫn

+ Tổng trở phức của hộp X : $\overline{Z}_X = \frac{\overline{u}_X}{i_X} = \frac{200\sqrt{2} \angle -30}{2\sqrt{2} \angle 30} = 50 - 50\sqrt{3}i \rightarrow$ Hộp X chứa hai phần tử là $R_0 = 50 \Omega$ và $Z_{C_0} = 50\sqrt{3} \Omega$.

+ Cảm kháng của cuộn dây $Z_L = L\omega = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot 100\pi = 100\sqrt{3} \Omega$.

$$\rightarrow \text{Phương trình dòng điện } \vec{i} = \frac{\vec{u}}{\vec{Z}} = \frac{200\sqrt{2}\angle -30}{50 + (100\sqrt{3} - 50\sqrt{3})i} = 2\sqrt{2}\angle -90 \rightarrow i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ A.}$$

→ **Đáp án D**

III. BÀI TẬP RÈN LUYỆN:

Câu 1: (Quốc gia – 2013) Đặt điện áp có $u = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ V vào hai đầu một đoạn mạch gồm điện trở có $R = 100 \, \Omega$, tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{ F}$ và cuộn cảm có độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi} \text{ H}$. Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch là:

A. $i = 2,2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ A}$

B. $i = 2,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ A}$

C. $i = 2,2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ A}$

D. $i = 2,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ A}$

Câu 2: (Quốc gia – 2016) Cho dòng điện có cường độ $i = 5\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (i tính bằng A, t tính bằng s) chạy qua một đoạn mạch chỉ chứa tụ điện. Tụ điện có điện dung $\frac{250}{\pi} \text{ mF}$. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện bằng

A. 200 V

B. 250 V

C. 400 V

D. 220 V

Câu 3: Đặt vào hai đầu cuộn cảm thuần có độ tự cảm $0,318 \text{ H}$ một điện áp xoay chiều ổn định $u = 200 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$ thì biểu thức cường độ dòng điện trong mạch là

A. $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{3\pi}{4}\right) \text{ A.}$

B. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{3\pi}{4}\right) \text{ A.}$

C. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ A.}$

D. $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ A.}$

Câu 4: Cho đoạn mạch không phân nhánh gồm điện trở $R = 100 \, \Omega$, cuộn cảm thuần có độ tự cảm $L = \frac{2}{\pi} \text{ H}$

và tụ điện có dung kháng $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$. Đặt điện áp $u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ V}$ vào hai đầu đoạn mạch thì cường độ dòng điện qua mạch có biểu thức

A. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ A.}$

B. $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ A.}$

C. $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ A.}$

D. $i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ A.}$

Câu 5: Một mạch điện chỉ có một phần tử (R hoặc L hoặc C) nhưng chưa biết rõ là gì? Nhưng qua khảo sát thấy dòng điện trong mạch có biểu thức $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ A}$, còn hiệu điện thế có biểu thức là

$u = 50 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ V}$. Vậy đó là phần tử gì?

A. $R = 25 \, \Omega$

B. Đáp án khác.

C. $L = \frac{0,25}{\pi} \text{ H.}$

D. $C = \frac{10^{-3}}{2,5} \text{ F.}$

Câu 6: Cho điện áp hai đầu tụ có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ là $u = 100 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ V}$. Biểu thức dòng điện qua mạch là

A. $i = \cos(100\pi t) \text{ A.}$

B. $i = 4 \cos(100\pi t) \text{ A.}$

C. $i = \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ A.}$

D. $i = 4 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ A.}$

Câu 7: Cho đoạn mạch gồm hai phần tử X, Y mắc nối tiếp. Trong đó X, Y có thể là điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L hoặc tụ điện có điện dung C. Cho biết hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch là $u = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ V và $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ A. Cho biết X, Y là những phần tử nào và tính giá trị của các phần tử đó?

A. $R = 50 \Omega$ và $L = \frac{1}{\pi}$ H.

B. $R = 50 \Omega$ và $C = \frac{100}{\pi} \mu\text{F}$.

C. $R = 50\sqrt{3} \Omega$ và $L = \frac{1}{2\pi}$ H.

D. $R = 50\sqrt{3} \Omega$ và $L = \frac{1}{\pi}$ H.

Câu 9: Cho đoạn mạch gồm điện trở thuần $R = 40 \Omega$, tụ điện có $C = \frac{10^{-3}}{6\pi}$ F và cuộn dây thuần cảm có $L = \frac{1}{\pi}$

H mắc nối tiếp. Điện áp hai đầu mạch $u = 120\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ V. Biểu thức cường độ dòng điện trong mạch:

A. $i = 3 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ A.

B. $i = 3 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ A.

C. $i = 3 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ A.

D. $i = 3\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ A.

Câu 10: Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần $R_1 = 40 \Omega$ mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung $\frac{10^{-3}}{4\pi}$ F, đoạn mạch MB gồm điện trở thuần R_2 mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Đặt vào A, B điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi thì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là: $u_{AM} = 50\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{7\pi}{12}\right)$ V và $u_{MB} = 150 \cos(100\pi t)$ V. Hệ số công suất của đoạn mạch AB là

A. 0,86.

B. 0,84.

C. 0,91.

D. 0,71.

Câu 11: Đặt điện áp xoay chiều $u = 200 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ V vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở có $R = 100$

Ω và tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F ghép nối tiếp. Biểu thức của điện áp hai đầu tụ điện khi đó là

A. $u_C = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ V

B. $u_C = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ V

C. $u = 100 \cos(100\pi t)$ V

D. $u_C = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ V

Câu 12: Đặt điện áp $u = 120\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ V vào hai đầu điện trở có $R = 50 \Omega$. Biểu thức cường độ dòng điện chạy qua điện trở là

A. $i = 2,4 \cos 100\pi t$ A.

B. $i = 2,4\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ A.

C. $i = 2,4 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ A.

D. $i = 1,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ A.

Câu 13: Cho đoạn mạch điện MN gồm điện trở R, tụ C và cuộn dây mắc nối tiếp theo thứ tự trên. Biết $R = 200 \Omega$, $C = \frac{200}{3\pi} \mu\text{F}$ và $L = \frac{1}{\pi}$ H. Đặt vào hai đầu đoạn mạch MN một điện áp xoay chiều có tần số 50 Hz. Điện áp hai đầu đoạn mạch RC lệch pha $0,5\pi$ so với điện áp hai đầu cuộn dây. Điện trở của cuộn dây bằng

A. 0.

B. 75Ω .

C. 150Ω .

D. $133,3 \Omega$.

Câu 14: Cho ba linh kiện gồm điện trở thuần $R = 60 \Omega$, cuộn cảm thuần L và tụ điện C . Lần lượt đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp RL hoặc RC thì biểu thức cường độ dòng điện trong mạch lần lượt là $i_1 = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) \text{A}$ và $i_2 = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) \text{A}$. Nếu đặt điện áp trên vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp thì dòng điện trong mạch có biểu thức

A. $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{A}$

B. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{A}$

C. $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{A}$

D. $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{A}$

