

**SUÙ TẦM VÀ TỔNG HỢP CÁC BÀI TOÁN DAO ĐỘNG CƠ HAY  
LẠ KHÓ TỪ CÁC ĐỀ THI THỬ CỦA CÁC TRƯỜNG PHỔ  
THÔNG TRÊN CẢ NƯỚC**

*Quý thầy cô, quý bạn đọc, các em học sinh sinh viên cần file word xin  
liên hệ địa chỉ bên dưới*

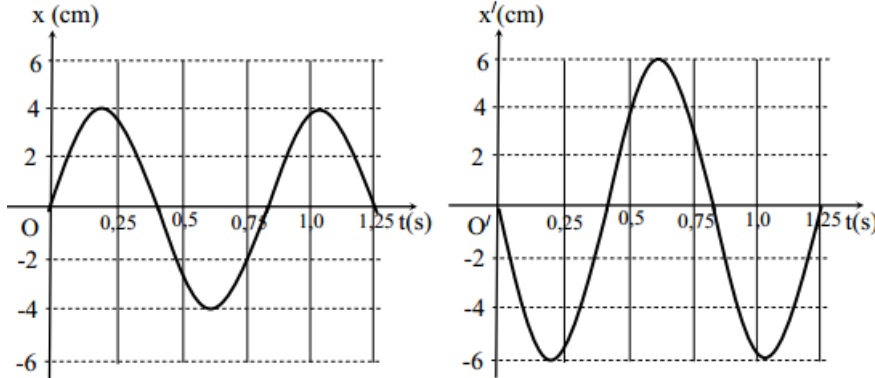
---

Email : [phamvannguyenphs@gmail.com](mailto:phamvannguyenphs@gmail.com)

Phone : 01256 839 587

## CÁC BÀI TOÁN THỜI GIAN DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA. HAI CHẤT ĐIỂM DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

1. Một điểm sáng  $M$  đặt trên trục chính của một thấu kính và cách thấu kính 30 cm. Chọn hệ trục tọa độ  $Ox$  vuông góc với trục chính của thấu kính,  $O$  trên trục chính. Cho  $M$  dao động điều hòa trên trục  $Ox$  thì ảnh  $M'$  của  $M$  dao động điều hòa trên trục  $O'x'$  song song và cùng chiều  $Ox$ . Đồ thị li độ dao động của  $M$  và  $M'$  như hình vẽ. Tiêu cự của thấu kính là



- A.  $f = 20$  cm. B.  $f = 90$  cm. C.  $f = 12$  cm. D.  $f = 18$  cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta thấy, ảnh ngược chiều vật  $\rightarrow$  ảnh thật  $\rightarrow$  thấu kính hội tụ

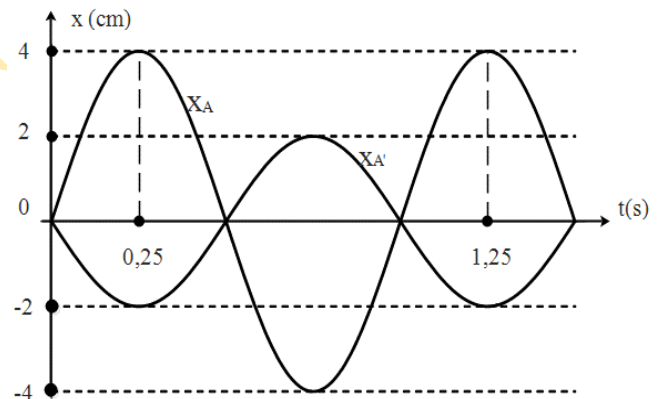
Độ phóng đại :  $k = \frac{f}{f-d} = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow f = 18$  cm  $\rightarrow$  chọn D

2. Điểm sáng A đặt trên trục chính của một thấu kính, cách thấu kính 30cm. Chọn trục tọa độ  $Ox$  vuông góc với trục chính, gốc O nằm trên trục chính của thấu kính. Cho A dao động điều hòa theo phương của trục  $Ox$ . Biết phương trình dao động của A và ảnh A' của nó qua thấu kính được biểu diễn như hình vẽ. Tiêu cự của thấu kính là

- A. 10 cm. B. 15 cm.  
C. -10 cm. D. -15cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Tương tự câu trên  $\rightarrow$  Chọn A



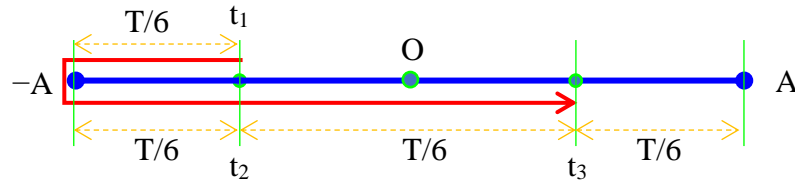
3. Một chất điểm đang dao động điều hòa, vào ba thời điểm liên tiếp  $t_1, t_2, t_3$  vật có gia tốc lần lượt là  $a_1, a_2, a_3$  với  $a_1 = a_2 = -a_3$ . Biết rằng  $t_3 - t_1 = 3(t_3 - t_2)$ . Tại thời điểm  $t_3$  chất điểm có vận tốc là  $\sqrt{3}$  m/s và sau thời điểm này  $\pi/30$  (s) thì li độ của vật đạt cực đại. Gia tốc cực đại của chất điểm bằng

- A. 5 m/s<sup>2</sup>. B. 20 m/s<sup>2</sup>. C. 1,6 m/s<sup>2</sup>. D. 10 m/s<sup>2</sup>.

**HƯỚNG DẪN:**

Tại thời điểm  $t_3$  vận tốc  $v = \sqrt{3} > 0 \rightarrow$  vật đang chuyển động theo chiều dương

Vì  $a_1 = a_2 = -a_3$  nên  $t_3 - t_1 = \frac{T}{2} \Rightarrow t_3 - t_2 = \frac{T}{6}$ . Ta có sơ đồ thời gian sau :



→ Các vị trí ứng với các thời điểm trên là  $x = \pm \frac{A}{2}$  (hình vẽ).

Thời gian vật chuyển động ra biên từ thời điểm  $t_3$  là  $\frac{T}{6} = \frac{\pi}{30} \Leftrightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$

Các gia tốc tại các thời điểm trên là  $a_1 = a_2 = -a_3 = \frac{a_{\max}}{2}$

Ta có :  $\frac{v^2}{v_{\max}^2} + \frac{a^2}{a_{\max}^2} = 1 \Leftrightarrow v_{\max} = 2 \text{ m/s} \rightarrow a_{\max} = v_{\max} \omega = 2 \cdot 10 = 20 \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{Chọn B}$

4. Một vật nhỏ dao động điều hòa trên trục  $Ox$  với chu kỳ  $T = 2 \text{ s}$ . Gốc  $O$  trùng vị trí cân bằng. Tại thời điểm  $t_1$  vật có li độ  $x_1$ , tại thời điểm  $t_2 = t_1 + 0,5 \text{ (s)}$  vận tốc của vật có giá trị là  $v_1 = b$ . Tại thời điểm  $t_3 = t_2 + 1 \text{ (s)}$  vận tốc của vật có giá trị  $v_2 = b + 8\pi \text{ (cm/s)}$ . Li độ  $x_1$  có độ lớn gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 4,8 cm.

B. 4,2 cm.

C. 5,5 cm.

D. 3,5 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $t_3 = t_2 + 1 = t_2 + \frac{T}{2} \rightarrow v_2 = -v_1 \Leftrightarrow b + 8\pi = -b \Leftrightarrow b = -4\pi \text{ cm/s}$

$t_2 = t_1 + 0,5 = t_1 + \frac{T}{4} \rightarrow |v_1| = |\omega x_1| \Leftrightarrow |x_1| = \frac{|v_1|}{\omega} = 4 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn B}$

5. Một vật dđdh với biên độ  $A$  và chu kỳ  $T$ . Thời điểm ban đầu  $t_0 = 0 \text{ (s)}$ , vật nhỏ ở vị trí  $x_0$  và có vận tốc  $v_0$  ( $v_0 < 0$ ). Đến thời điểm  $t_1 = t_0 + \Delta t \text{ (s)}$ , vật nhỏ ở vị trí  $x_1$  và có vận tốc  $v_1$ . Đến thời điểm  $t_2 = t_0 + 3\Delta t \text{ (s)}$ , vật nhỏ đến vị trí  $x_2 > 0$ . Biết rằng  $v_0 = \sqrt{3}v_1$ ,  $x_0^2 + x_2^2 = A^2$  và  $\Delta t \leq T/4$ . Pha ban đầu của chất điểm xấp xỉ bằng

A. 1,05 rad.

B. 0,52 rad.

C. 2,09 rad.

D. 2,62 rad.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $x_0^2 + x_2^2 = A^2 \rightarrow 3\Delta t = (2n+1)\frac{T}{4} \Leftrightarrow \Delta t = (2n+1)\frac{T}{12}$  (với  $n = 0; 1; 2; \dots$ )

Vì  $\Delta t \leq T/4 \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$  hoặc  $\Delta t = \frac{T}{4}$

Ban đầu, tại thời điểm  $t_0 = 0$  thì  $v_0 < 0$ . Sau đó,  $t_2 = t_0 + 3\Delta t$  thì  $x_2 > 0 \rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$

→  $x_0 > 0$

Do đó :  $v_0 = \sqrt{3}v_1 \Leftrightarrow \sin \varphi = \sqrt{3} \cos \varphi \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \approx 1,05 \text{ rad} \rightarrow \text{Chọn A}$

6. Hai chất điểm dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song cạnh nhau, có cùng tần số, cùng vị trí cân bằng. Cho biết quan hệ giữa li độ của hai chất điểm là  $x_1^2 + x_2^2 = 13$ . Tại thời

điểm  $t$ , chất điểm 1 có li độ  $x_1 = 2$  cm, tốc độ  $v_1 = 15$  cm/s thì tốc độ của chất điểm 2 có giá trị là

- A.** 10 cm/s.      **B.** 18 cm/s.      **C.**  $10\sqrt{3}$  cm.      **D.**  $9\sqrt{3}$  cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Theo đề bài thì  $x_1^2 + x_2^2 = 13$  (1)

Khi  $x_1 = 2$  cm  $\Rightarrow x_2 = \pm 3$  cm

Từ (1) ta thấy hai chất điểm dao động vuông pha và cùng biên độ  $A = \sqrt{13}$  cm, ta có :

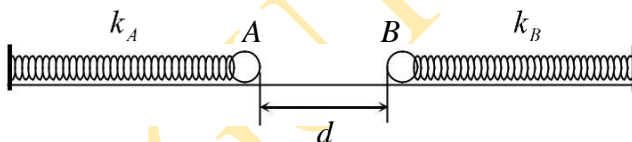
$$|v_1| = |\omega x_2| \text{ và } |v_2| = |\omega x_1| \rightarrow |v_2| = \left| \frac{v_1 x_1}{x_2} \right| = \left| \frac{15 \cdot 2}{3} \right| = 10 \text{ cm/s} \rightarrow \text{chọn A}$$

**Cách 2**

Đạo hàm 2 vế của (1) :  $v_1 x_1 + v_2 x_2 = 0$  (2)

Thay các giá trị  $x_1, x_2, v_1$  vào (2) ta được :  $v_2 = \pm 10$  cm/s

- 7.** Trên mặt phẳng nằm ngang có hai con lắc lò xo. Các vật nhỏ A và B có khối lượng như nhau; các lò xo có cùng chiều dài tự nhiên, có độ cứng  $k_B = 4k_A$ . Khi ở vị trí cân bằng, hai vật cách nhau một khoảng là  $d$ . Ban đầu, A và B được giữ ở vị trí sao cho lò xo gắn với A bị dãn 4 cm còn lò xo gắn với B bị nén 4 cm. Đồng thời thả nhẹ để hai vật dao động điều hòa trên cùng một đường thẳng (hình vẽ). Để khi dao động hai vật A và B không bao giờ va vào nhau thì khoảng cách  $d$  nhỏ nhất phải **gần nhất** với giá trị nào sau đây?



- A.** 4,1 cm.      **B.** 4,6 cm.      **C.** 2,6 cm.      **D.** 8,1 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có  $k_B = 4k_A \Rightarrow \omega_B = 2\omega_A$

Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật A, chiều dương là chiều dãn của lò xo  $k_A$ . Phương trình dao động của hai vật là :

$$x_A = 4 \cos \omega_A t \text{ và } x_B = d + 4 \cos \omega_B t = d + 4 \cos 2\omega_A t$$

Khoảng cách giữa hai vật là :

$$x = x_B - x_A = d + 4(\cos 2\omega_A t - \cos \omega_A t) = d + 4(2 \cos^2 \omega_A t - \cos \omega_A t - 1)$$

Để hai vật không va chạm nhau thì  $x > 0 \Leftrightarrow d > 4(-2 \cos^2 \omega_A t + \cos \omega_A t + 1) > 0$

Đặt  $u = \cos \omega_A t \Rightarrow y = -2u^2 + u + 1$

Hàm  $y$  là hàm bậc 2 nên có một cực trị  $u_0 = \frac{1}{4}$  và  $y_{\max} = \frac{9}{8}$

$\rightarrow d > 4 \cdot \frac{9}{8} = 4,5$  cm  $\rightarrow$  chọn B

- 8.** Hai con lắc lò xo đặt trên mặt nằm ngang không ma sát, hai đầu gắn hai vật nặng khối lượng  $m_1 = m_2$ , hai đầu lò xo còn lại gắn cố định vào hai tường thẳng đứng đối diện sao cho trục chính của chúng trùng nhau. Độ cứng tương ứng của mỗi lò xo lần lượt là  $k_1 = 100$  N/m,  $k_2 = 400$  N/m. Vật  $m_1$  đặt bên trái,  $m_2$  đặt bên phải. Kéo  $m_1$  về bên trái và  $m_2$  về bên phải rồi buông nhẹ hai vật cùng thời điểm cho chúng dao động điều hòa cùng cơ năng 0,125 J. Khi hai vật ở vị trí cân bằng chúng cách nhau 10 cm. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai vật trong quá trình dao động là:

- A.** 3,32 cm.      **B.** 6,25 cm.      **C.** 9,8 cm.      **D.** 2,5 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

$$\begin{cases} k_2 = 4k_1 = 400 \text{ N/m} \\ W_1 = W_2 = 0,125 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_2 = 2\omega_1 \\ A_1 = 2A_2 = 5 \text{ cm} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = A_1 \cos \omega_1 t = 5 \cos \omega_1 t \\ x_2 = A_2 \cos \omega_2 t = 2,5 \cos 2\omega_1 t \end{cases}$$

Khoảng cách giữa hai vật :  $d = 10 + (x_2 - x_1) = 5 \cos^2 \omega_1 t - 5 \cos \omega_1 t + 7,5$  (với  $d \geq 0$ )

Đặt :  $\cos \omega_1 t = z \Rightarrow y = 5z^2 - 5z + 7,5 > 0$

$\rightarrow y_{\min} = c - \frac{b^2}{4a} = 6,25 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn B}$

- 9.** Con lắc lò xo treo thẳng đứng tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Quả nặng của con lắc dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng với biên độ  $A = 15 \text{ cm}$ . Trong một chu kì dao động  $T$  thì thời gian mà độ lớn gia tốc của quả nặng lớn hơn gia tốc rơi tự do  $g$  tại nơi treo con lắc là  $\frac{2T}{3}$ . Tốc độ cực đại của dao động **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

- A.** 0,86 m/s.      **B.** 2,94 m/s.      **C.** 3,14 m/s.      **D.** 1,72 m/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $|a| = \omega^2 |x| = \frac{g}{\Delta \ell_0} |x| \geq g \Leftrightarrow |x| \geq \Delta \ell_0$

Vì thời gian mà gia tốc của quả nặng lớn hơn gia tốc rơi tự do là  $\frac{2T}{3}$ , sử dụng vòng tròn lượng

giác ta tính được :  $|x| \geq \frac{A}{2} \rightarrow \Delta \ell_0 = \frac{A}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm}$

Vận tốc cực đại của vật là :  $v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{g}{\Delta \ell_0}} \cdot A = \sqrt{\frac{9,81}{0,075}} \cdot 0,15 \approx 1,72 \text{ m/s} \rightarrow \text{Chọn D}$

- 10.** Một lò xo có độ cứng  $k$ , một đầu treo vào điểm cố định, đầu còn lại gắn vào quả nặng có khối lượng  $m$ . Khi m ở vị trí cân bằng lò xo dãn một đoạn  $\Delta \ell$ . Kích thích cho quả nặng dao động điều hòa theo phương thẳng đứng xung quanh vị trí cân bằng của nó với chu kì  $T$ . Xét trong một chu kì dao động thì thời gian mà độ lớn gia tốc của quả nặng lớn hơn gia tốc rơi tự do  $g$  tại nơi treo con lắc là  $2T/3$ . Biên độ dao động của quả nặng  $m$  là

- A.**  $\sqrt{3}\Delta \ell$ .      **B.**  $\Delta \ell/2$ .      **C.**  $\sqrt{2}\Delta \ell$ .      **D.**  $2\Delta \ell$ .

**HƯỚNG DẪN:**

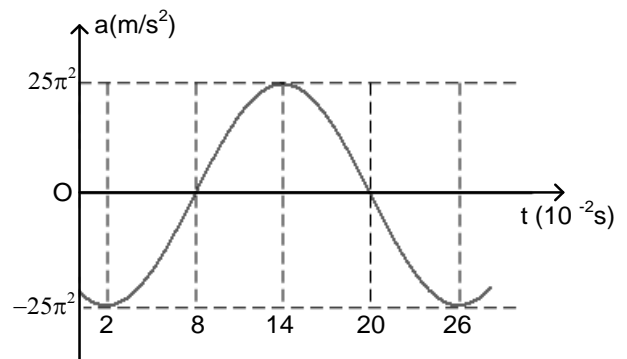
Tương tự câu trên  $\rightarrow \text{Chọn D}$

- 11.** Một chất điểm dao động điều hòa có đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của gia tốc  $a$  vào thời gian  $t$  như hình vẽ. Ở thời điểm  $t = 0$ , vận tốc của chất điểm là

- A.**  $15\pi \text{ m/s}$ .  
**B.**  $3\pi \text{ m/s}$ .  
**C.**  $0,75\pi \text{ m/s}$ .  
**D.**  $-1,5\pi \text{ m/s}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta có :  $a_{\max} = 25\pi^2 \text{ m/s}^2$ ;  $T = 0,24 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{25}{3}\pi \text{ rad/s}$



Tại thời điểm  $t=0$  thì  $|a_0| = a_{\max} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2} \pi^2 \text{ m/s}^2$  và đang giảm  $\rightarrow v_0 < 0$

Ta có :  $\frac{a_0^2}{a_{\max}^2} + \frac{\omega^2 v_0^2}{a_{\max}^2} = 1 \Leftrightarrow v_0 = -\frac{\sqrt{a_{\max}^2 - a_0^2}}{\omega} = -1,5\pi \text{ m/s} \rightarrow \text{Chọn D}$

- 12.** Hai vật tham gia hai dao động điều hoà cùng phương, cùng vị trí cân bằng với li độ  $x_1$  và  $x_2$  có đồ thị như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai vật vào thời điểm  $t = 1,375 \text{ s}$  là:

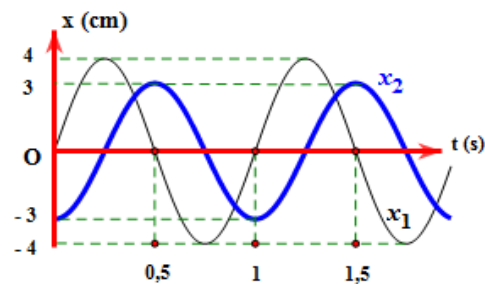
A. 0,86 cm.                      B. 1,41 cm.  
C. 0,7 cm.                        D. 1,0 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta có các phương trình dao động :  $x_1 = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$ ;  $x_2 = 3 \cos(2\pi t + \pi) \text{ cm}$

Khoảng cách giữa hai chất điểm tại thời điểm  $t = 1,375 \text{ s}$  là :

$d = |x_1 - x_2| = |2\sqrt{2} - 1,5\sqrt{2}| \approx 0,7 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn C}$



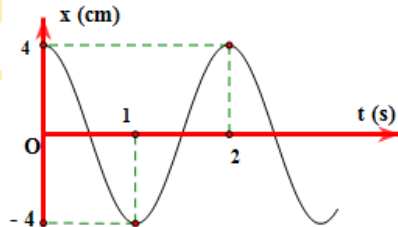
- 13.** Cho hai dao động cùng phương  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  ( $x$  tính bằng cm,  $t$  được tính bằng s). Đồ thị dao động tổng hợp  $x = x_1 + x_2$  có dạng như hình vẽ. Cặp phương trình  $x_1, x_2$  nào sau đây thỏa mãn điều kiện trên

A.  $x_1 = 2\sqrt{2} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$  và  $x_2 = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$ .  
B.  $x_1 = 2 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$  và  $x_2 = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$ .  
C.  $x_1 = 6 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$  và  $x_2 = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$ .  
D.  $x_1 = 4 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$  và  $x_2 = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta có phương trình dao động tổng hợp là  $x = 4 \cos \pi t$

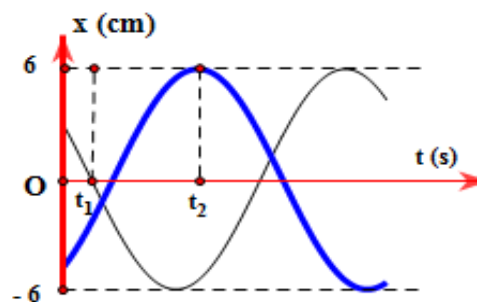
Bấm máy, ta thấy chỉ có đáp án D thỏa mãn  $\rightarrow \text{chọn D}$



- 14.** Một vật thực hiện đồng thời 2 dao động điều hòa cùng phương, cùng chu kì 2 s. Gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng. Đồ thị phụ thuộc thời gian của các li độ được biểu diễn như hình vẽ. Biết  $t_2 - t_1 = \frac{2}{3} \text{ s}$ . Biên độ dao động tổng hợp **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

A. 2 cm.                              B. 3,4 cm.  
C. 7,5 cm.                            D. 8 cm.

**HƯỚNG DẪN:**



Tại thời điểm  $t_1$  dao động 1 (đồ thị nét mảnh) có li độ  $x_1 = 0$  và đang chuyển động theo chiều âm. Đến thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{2}{3} = t_1 + \frac{T}{3}$  thì li độ của dao động 1 là  $x_1 = -3\sqrt{3}$  cm và đang chuyển động theo chiều dương, lúc này thì dao động 2 có li độ cực đại là 6 cm.  
Dựa vào vòng tròn lượng giác ta tính được độ lệch pha giữa hai dao động là  $\frac{5\pi}{6}$ .

Dao động tổng hợp có biên độ :  $A = 6\sqrt{2 + 2\cos\frac{5\pi}{6}} \approx 3,1 \rightarrow$  **Chọn B**

- 15.** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng song song nhau và song song với trục  $Ox$ , có phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Ta đặt  $x_{(-)} = x_1 - x_2$ . Biết biên độ dao động của  $x_{(+)}$  gấp 2 lần biên độ dao động của  $x_{(-)}$ .

Gọi  $\Delta\varphi$  là góc lệch pha cực đại giữa  $x_1$  và  $x_2$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\cos\Delta\varphi$  bằng

- A.** 0,5.      **B.** 0,25.      **C.** -1.      **D.** 0,6.

**HƯỚNG DẪN:**

**Cách 1**

Ta có :  $A_+^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\Delta\varphi$  (1)

$$A_-^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos\Delta\varphi \quad (2)$$

$$\Rightarrow A_+^2 + A_-^2 = 2(A_1^2 + A_2^2)$$

$$\Leftrightarrow 5A_-^2 = 2(A_1^2 + A_2^2) \quad (3)$$

$$\text{Thay (3) vào (2)} : \cos\Delta\varphi = \frac{3}{10} \left( \frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1} \right)$$

$$\text{Theo bất đẳng thức Cauchy thì } \left( \frac{A_1}{A_2} + \frac{A_2}{A_1} \right) \geq 2\sqrt{\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{A_2}{A_1}} = 2$$

$$\rightarrow \cos\Delta\varphi(\min) = \frac{3}{5} = 0,6 \rightarrow \text{chọn D}$$

**Cách 2:**

Ta có giản đồ vectơ như hình vẽ.

$$\cos\Delta\varphi \text{ nhỏ nhất khi } \Delta\varphi \text{ lớn nhất} \rightarrow \vec{A}_- \perp \vec{A}_+ \rightarrow A_1 = A_2$$

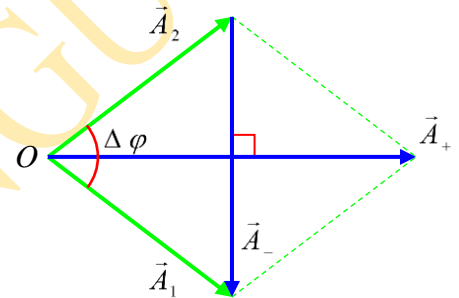
$$\text{Theo đề bài thì } A_+ = 2A_- \Rightarrow A_1 = A_2 = \frac{\sqrt{5}}{2} A_- \Rightarrow \cos\Delta\varphi(\min) = \frac{A_1^2 + A_2^2 - A_-^2}{2A_1A_2} = \frac{3}{5} = 0,6$$

- 16.** Cho hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số, trên hai đường thẳng song song với trục  $Ox$  có phương trình  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Biết rằng giá trị lớn nhất của tổng li độ dao động của hai chất điểm bằng hai lần khoảng cách cực đại của hai chất điểm theo phương  $Ox$  và độ lệch pha của dao động thứ nhất so với dao động thứ hai nhỏ hơn  $90^\circ$ . Độ lệch pha cực đại giữa dao động thứ nhất và dao động thứ hai nhận giá trị là

- A.**  $53,13^\circ$ .      **B.**  $50,30^\circ$ .      **C.**  $60,50^\circ$ .      **D.**  $45,00^\circ$ .

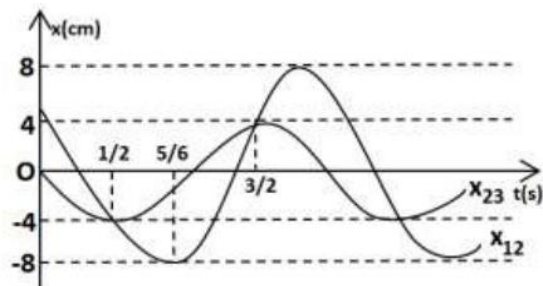
**HƯỚNG DẪN:**

Tương tự bài trên  $\rightarrow$  **chọn A**





17. Cho 3 dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ;  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  và  $x_3 = A_3 \cos(\omega t + \varphi_3)$ . Biết  $A_1 = 1,5A_3$ ;  $\varphi_3 - \varphi_1 = \pi$ . Gọi  $x_{12} = x_1 + x_2$  là dao động tổng hợp của dao động thứ nhất và dao động thứ hai;  $x_{23} = x_2 + x_3$  là dao động tổng hợp của dao động thứ hai và dao động thứ ba. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của li độ hai dao động tổng hợp trên là như hình vẽ. Giá trị của  $A_2$  là :



- A.  $A_2 \approx 4,87$  cm. B.  $A_2 \approx 6,15$  cm. C.  $A_2 \approx 8,25$  cm. D.  $A_2 \approx 3,17$  cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có : 
$$\begin{cases} x_{12} = x_1 + x_2 = 8 \cos \frac{\pi}{6} \\ x_{23} = x_2 + x_3 = 4 \cos \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1,5x_3 + x_2 = 8 \cos \frac{\pi}{6} \\ 1,5x_2 + 1,5x_3 = 6 \cos \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x_2 = \frac{4\sqrt{37}}{5} \cos 0,965$$

→  $A_2 \approx 4,87$  cm → **chọn A**

**Cách 2 :** dùng giản đồ vector

Xét tam giác OMN, theo định lí hàm cosin ta có :

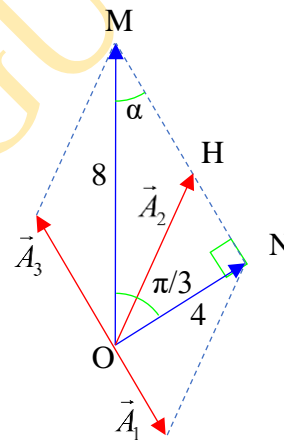
$$MN = \sqrt{8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \cos \frac{\pi}{3}} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

→ tam giác OMN vuông tại N →  $\alpha = \frac{\pi}{6}$

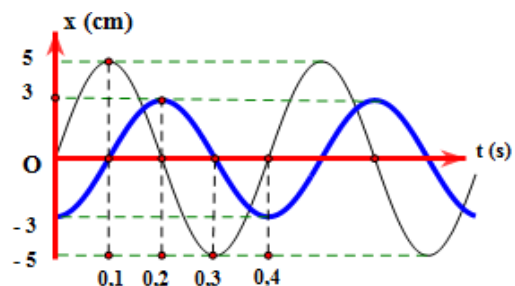
→  $MH = \frac{3}{5}MN = 2,4\sqrt{3} \text{ cm}$

Xét tam giác OMH, theo định lí hàm cosin ta có :

$$A_2 = \sqrt{8^2 + (2,4\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 8 \cdot 2,4\sqrt{3} \cdot \cos \frac{\pi}{6}} = \frac{4\sqrt{37}}{5} \approx 4,87 \text{ cm}$$



18. Cho hai chất điểm dao động điều hòa trên 2 đường thẳng song song với nhau và cùng song song với trục tọa độ Ox. Vị trí cân bằng của hai chất điểm đều nằm trên một đường thẳng qua O và vuông góc với Ox. Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của li độ theo thời gian của hai chất điểm được biểu diễn như hình vẽ. Thời điểm đầu tiên lúc hai chất điểm cách xa nhau nhất **gần nhất** với giá trị nào sau đây?



- A. 0,0756 s. B. 0,0656 s. C. 0,0856 s. D. 0,0556 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta có phương trình dao động của hai chất điểm :

$$x_1 = 5 \cos \left( 5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ cm và } x_2 = 3 \cos (5\pi t + \pi) \text{ cm}$$

Khoảng cách giữa hai chất điểm :

$$x = |x_1 - x_2| = \sqrt{34} |\cos (5\pi t - 1,03)| \text{ cm}$$

**Cách 1:**



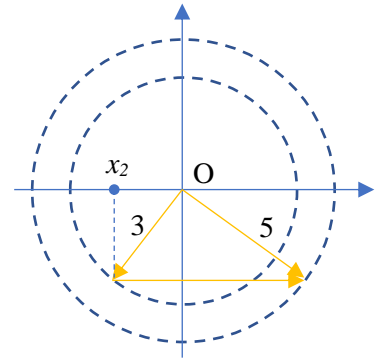
Khi khoảng cách giữa hai vật lớn nhất lần đầu tiên thì ta có giản đồ vectơ như hình vẽ.

Ta có :  $|x_2| \sqrt{34} = 3^2 \Leftrightarrow |x_2| = \frac{9}{\sqrt{34}} \text{ cm}$

$\rightarrow t_{\min} = \frac{\arccos \frac{|x_2|}{A_2}}{\omega} = \frac{\arccos \frac{3}{\sqrt{34}}}{5\pi} \approx 0,0656 \text{ s} \rightarrow \text{chọn B}$

**Cách 2 :** giải phương trình lượng giác

$\sqrt{34} = \sqrt{34} |\cos(5\pi t - 1,03)|$



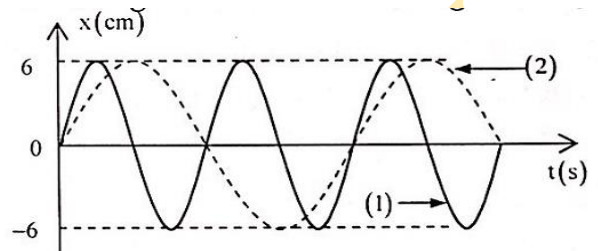
- 19.** Đồ thị li độ theo thời gian của chất điểm 1 (đường 1) và chất điểm 2 (đường 2) như hình vẽ, tốc độ cực đại của chất điểm 2 là  $3\pi$  (cm/s). Không kể thời điểm  $t = 0$ , thời điểm hai chất điểm có cùng li độ lần thứ 5 là:

- A. 5,0 s.                      B. 4,33 s.  
C. 4,67 s.                      D. 5,25 s.

**HƯỚNG DẪN:**

$T_2 = 2T_1 = \frac{2\pi A_2}{v_{2\max}} = 4 \text{ s}$

$\frac{9}{4}T_1 < t < \frac{5}{4}T_2 \Leftrightarrow 4,5 < t < 5 \rightarrow \text{chọn C}$



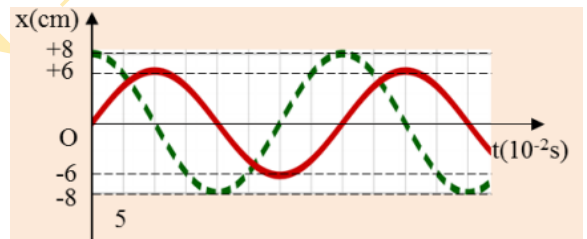
- 20.** Một vật có khối lượng 200 g đồng thời thực hiện hai dao động điều hòa được mô tả bởi đồ thị như hình vẽ. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Lực phục hồi cực đại tác dụng lên vật có giá trị

- A. 1,6 N.                      B. 5 N.  
C. 2,5 N.                      D. 3 N.

**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta có :  $\begin{cases} T = 0,4 \text{ (s)} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ (rad/s)} \\ A = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (cm)} \end{cases}$

$\rightarrow F_{hp\max} = m\omega^2 A = 0,2 \cdot (5\pi)^2 \cdot 0,1 = 5 \text{ N} \rightarrow \text{Chọn B}$

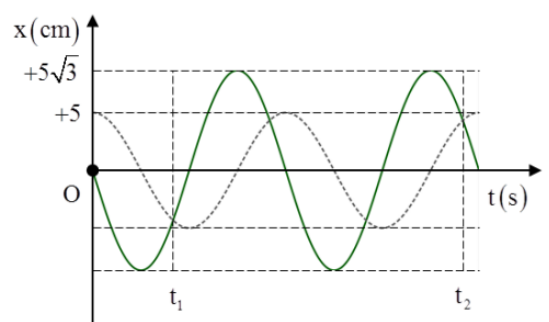


- 21.** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số trên hai đường thẳng song song, cách nhau 5 cm và song song với trục tọa độ  $Ox$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc li độ của 2 vật theo thời gian như hình vẽ. Vị trí cân bằng của hai chất điểm cùng ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với  $Ox$ . Biết  $t_2 - t_1 = 1,08 \text{ s}$ . Kể từ lúc  $t = 0$ , hai chất điểm cách nhau  $5\sqrt{3} \text{ cm}$  lần thứ 2017 ở thời điểm

- A. 362,87 s.                      B. 362,71 s.                      C. 362,74 s.                      D. 362,91 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Chu kì :  $t_2 - t_1 = 1,5T = 1,08 \Leftrightarrow T = \frac{18}{25} \text{ s}$



Từ đồ thị ta có được phương trình dao động của hai vật :

$$x_1 = 5 \cos \frac{25\pi}{9} t \text{ cm và } x_2 = 5\sqrt{3} \cos \left( \frac{25\pi}{9} t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ cm}$$

Khoảng cách theo phương ngang của hai vật :  $|x| = |x_1 - x_2| = 10 \left| \cos \left( \frac{25\pi}{9} t - \frac{\pi}{3} \right) \right| \text{ cm}$

Khoảng cách giữa hai chất điểm là :  $d = \sqrt{x^2 + 5^2} = 5\sqrt{3} \Leftrightarrow |x| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$

Trong một chu kì  $|x| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$  4 lần

Ta có :  $\frac{2017}{4} = 504 \text{ dư } 1$

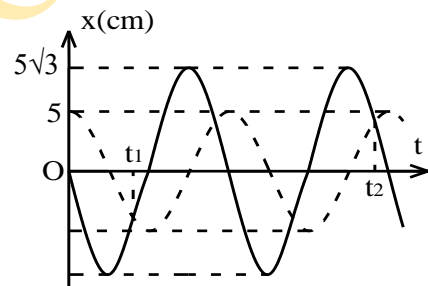
→ Sau  $504T$  thì  $|x| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$  2016 lần và trở lại vị trí ban đầu. Tại thời điểm ban đầu khoảng cách giữa hai vật theo phương  $x$  là :  $|x_0| = 5 \text{ cm}$

Để đạt được  $|x| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$  lần thứ 2017 thì hai vật tiếp tục dao động từ vị trí  $|x_0| = 5 \text{ cm}$  đến vị trí  $|x| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ . Dùng vòng tròn lượng giác ta tính được khoảng thời gian đó là  $\frac{T}{24}$

Vậy thời điểm hai vật cách nhau  $5\sqrt{3} \text{ cm}$  lần thứ 2017 là  $t = \left( 504 + \frac{1}{24} \right) \frac{18}{25} \approx 362,91 \text{ s}$

→ Chọn D

- 22.** Hai chất điểm dao động điều hòa cùng tần số trên hai đường thẳng song song kề nhau cách nhau 5 cm và cùng song song với  $Ox$  có đồ thị li độ như hình vẽ. Vị trí cân bằng của hai chất điểm đều ở trên một đường thẳng qua gốc tọa độ và vuông góc với  $Ox$ . Biết  $t_2 - t_1 = 3 \text{ s}$ . Kể từ lúc  $t = 0$ , hai chất điểm cách nhau  $5\sqrt{3} \text{ cm}$  lần thứ 2018 là



**A.**  $\frac{3022}{3} \text{ s.}$

**B.**  $\frac{6047}{6} \text{ s.}$

**C.**  $\frac{2015}{2} \text{ s.}$

**D.**  $\frac{12103}{12} \text{ s.}$

**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta thấy :  $t_2 - t_1 = 1,5T = 3 \Leftrightarrow T = 2 \text{ s}$

Ta có phương trình dao động của hai vật lần lượt là :

$$x_1 = 5 \cos(\pi t) \text{ (cm) và } x_2 = 5\sqrt{3} \cos \left( \pi t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (cm)}$$

Khoảng cách theo phương  $Ox$  của hai vật là :  $|x| = |x_1 - x_2| = 10 \left| \cos \left( \pi t - \frac{\pi}{3} \right) \right| \text{ (cm)}$

Khoảng cách thực giữa hai vật là :  $d = \sqrt{x^2 + 5^2}$

Để khoảng cách giữa hai vật là  $d = 5\sqrt{3} \Leftrightarrow |x| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$

Ta biết rằng trong một chu kì thì  $|x| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$  bốn lần

Ta có :  $\frac{2018}{4} = 504 \text{ dư } 2$

→ Thời điểm hai chất điểm cách nhau  $5\sqrt{3} \text{ cm}$  lần thứ 2018 là :  $t = 504T + \Delta t$

$\Delta t$  là khoảng thời gian mà  $x = x_0$  đến  $|x| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$  lần thứ 2

Tại thời điểm ban đầu thì :  $x = 5 \text{ cm}$  và đang tăng. Dùng vòng tròn lượng giác ta tính được thời gian  $\Delta t = \frac{T}{24} + \frac{T}{4} = \frac{7T}{24}$

Vậy :  $t = \left(504 + \frac{7}{24}\right)T = \frac{12103}{12} \text{ s} \rightarrow \text{chọn D}$

23. Hai vật dao động điều hòa trên hai trục tọa độ song song, cùng chiều, ngay cạnh nhau, gốc tọa độ nằm trên đường vuông góc chung. Phương trình dao động hai vật là  $x_1 = 10 \cos(20\pi t + \varphi_1)$  cm và  $x_2 = 6\sqrt{2} \cos(20\pi t + \varphi_2)$  cm. Sau khi hai vật đi ngang và ngược chiều nhau ở tọa độ  $x = 6 \text{ cm}$  một khoảng thời gian  $t = 1/120 \text{ (s)}$  thì khoảng cách giữa hai vật là:

A. 14 cm. B. 8 cm. C. 7 cm. D. 10 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Khoảng cách giữa hai vật dao động điều hòa  $x = x_2 - x_1 = A \cos(20\pi t + \varphi)$  cũng là đại lượng biến thiên điều hòa theo thời gian với chu kỳ  $T = \frac{1}{10} \text{ s}$  và biên độ  $A$ .

Giả sử  $x_1$  sớm pha hơn  $x_2$ , chọn góc thời gian là lúc hai vật đi ngang và ngược chiều nhau ở tọa độ 6 cm, ta có giản đồ vectơ Fre-nen :

Từ giản đồ vectơ ta thấy,  $\varphi_1 = \arccos \frac{6}{10} \approx 0,9273 \text{ rad}$  ;  $\varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$  và  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

Khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là : (áp dụng định lý hàm cosin trong tam giác giới hạn bởi 3 vectơ  $\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}$ )

$$10^2 = (6\sqrt{2})^2 + A^2 - 2 \cdot 6\sqrt{2} \cdot A \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow A = 14 \text{ cm}$$

(Hoặc  $A = \sqrt{A_1^2 - 6^2} + \sqrt{A_2^2 - 6^2} = 14$ )

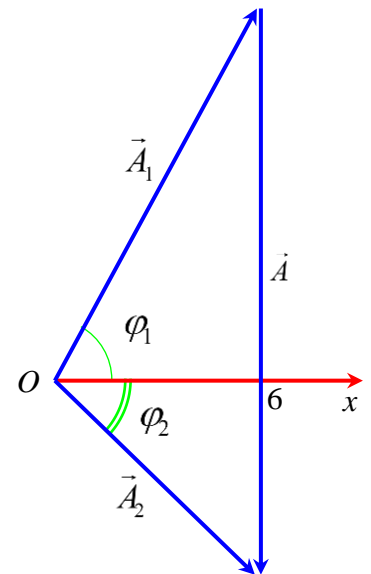
$\rightarrow x = 14 \cos\left(20\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$

Sau thời gian  $t = \frac{1}{120} \text{ s} = \frac{T}{12}$  thì  $x = \frac{A}{2} = 7 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn C}$

**Cách làm nhanh :**

Góc pha biến đổi trong thời gian  $t = \frac{1}{120} \text{ s} = \frac{T}{12}$  là  $\alpha = \frac{\pi}{6}$

$\rightarrow |x| = \left| 6\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) - 10 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \arccos 0,6\right) \right| = 7 \text{ cm}$



24. Hai chất điểm dao động điều hòa với cùng biên độ, có tần số lần lượt là  $f_1 = 2 \text{ Hz}$  và  $f_2 = 6 \text{ Hz}$ . Tại thời điểm nào đó, chúng có tốc độ là  $v_1$  và  $v_2$  với  $v_2 = 3v_1$  thì tỉ số độ lớn gia tốc tương ứng  $\frac{a_1}{a_2}$  bằng

A.  $\frac{1}{9}$ . B. 4. C.  $\frac{1}{4}$ . D. 9.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $f_2 = 3f_1 \Rightarrow v_{2\max} = 3v_{1\max}$

Tại thời điểm  $v_2 = 3v_1 \Rightarrow x_2 = x_1 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{\omega_1^2 x_1}{\omega_2^2 x_2} = \frac{1}{9} \rightarrow \text{Chọn A}$

- 25.** Cho hai con lắc lò xo dao động điều hòa với biên độ  $A_1 = A_2 = A$ . Tần số dao động của hai con lắc thỏa mãn  $f_1 = 2f_2$ , thời điểm ban đầu con lắc thứ nhất ở vị trí biên dương và chậm pha hơn con lắc thứ hai một góc  $\frac{\pi}{2}$ . Hỏi con lắc thứ nhất lần đầu tiên đi qua vị trí động năng bằng ba lần thế năng thì tỉ số vận tốc của hai con lắc trên là
- A.  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\frac{v_1}{v_2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{v_1}{v_2} = -2$ .      D.  $\frac{v_1}{v_2} = 2$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $f_1 = 2f_2 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2}$

Thời điểm con lắc thứ nhất qua vị trí động năng bằng 3 lần thế năng (tức là  $x_1 = \frac{A}{2}$ ) là :

$$t = \frac{T_1}{6} = \frac{T_2}{12} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{\omega_1 A \sqrt{3}}{2} \\ v_2 = \frac{\omega_2 A \sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2 \rightarrow \text{chọn D}$$

- 26.** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số  $x_1, x_2$ . Sự phụ thuộc theo thời gian của  $x_1$  (đường 1) và  $x_2$  (đường 2) được cho như hình vẽ. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tốc độ cực đại của vật trong quá trình dao động là

- A.  $10\pi$  cm/s.      B.  $5\sqrt{2}\pi$  cm/s.  
C.  $20\pi$  cm/s.      D.  $10\sqrt{2}$  cm/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Phương trình của hai dao động thành phần :  $x_1 = A \cos \omega t$  và  $x_2 = A \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$

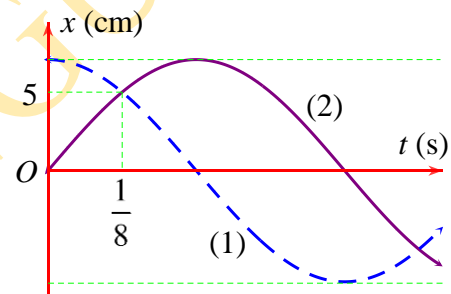
Ta có :  $x_1 = x_2 \Leftrightarrow t = \frac{T}{8} + k\pi \Rightarrow x_1 = x_2 = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$

Từ đồ thị ta thấy : hai dao động có cùng li độ  $x = \frac{A}{\sqrt{2}} = 5 \Leftrightarrow A_1 = A_2 = 5\sqrt{2}$  cm lần đầu tiên

vào thời điểm  $t = \frac{T}{8} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow T = 1$  s

Biên độ dao động tổng hợp  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 10$  cm

$\rightarrow v_{\max} = \frac{2\pi A}{T} = 20\pi$  cm/s  $\rightarrow$  Chọn C



- 27.** Một dao động điều hòa có chu kỳ dao động là  $T$ . Tại thời điểm  $t_1$  tỉ số vận tốc và li độ  $\frac{v_1}{x_1} = \frac{\omega}{\sqrt{3}}$ .

Sau thời gian  $\Delta t$  tỉ số đó là  $\frac{v_2}{x_2} = \omega\sqrt{3}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\Delta t$  là

- A.  $T/3$ .      B.  $T/2$ .      C.  $T/6$ .      D.  $T/12$ .

**HƯỚNG DẪN:**

$$\frac{v_1}{x_1} = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cos(\omega t + \varphi) = -\sqrt{3} \sin(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\omega t + \varphi) = \pm \frac{1}{2} \\ \cos(\omega t + \varphi) = \mp \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\omega t + \varphi) = \frac{5\pi}{6} \\ (\omega t + \varphi) = -\frac{\pi}{6} \end{cases}$$

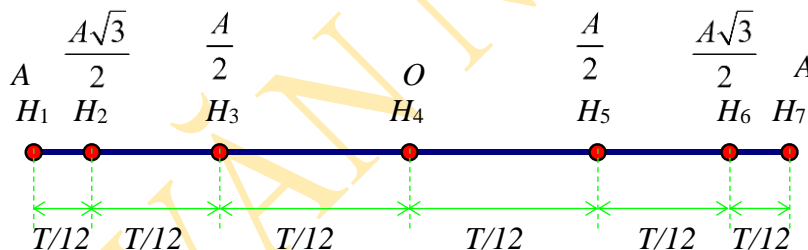
$$\frac{v_2}{x_2} = \omega\sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3} \cos(\omega t + \varphi) = \sin(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\omega t + \varphi) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(\omega t + \varphi) = \mp \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\omega t + \varphi) = \frac{2\pi}{3} \\ (\omega t + \varphi) = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Delta t_{\min} = \frac{\frac{5\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}}{\omega} = \frac{T}{12} \rightarrow \text{Chọn D}$$

- 28.** Một chất điểm đang dao động điều hòa trên một đoạn thẳng. Trên đoạn thẳng đó, có bảy điểm theo đúng thứ tự  $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6$  và  $H_7$  với  $H_4$  là vị trí cân bằng của chất điểm. Biết rằng cứ sau 0,25 s thì chất điểm lại đi qua các điểm  $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6$  và  $H_7$ . Tốc độ của chất điểm khi đi qua  $H_5$  là  $3\pi$  (cm/s). Lấy  $\pi^2 = 10$ . Độ lớn gia tốc của chất điểm khi nó đi qua vị trí  $H_2$  là

**A.** 20 cm/s<sup>2</sup>.      **B.** 60 cm/s<sup>2</sup>.      **C.**  $36\sqrt{3}$  cm/s<sup>2</sup>.      **D.**  $12\sqrt{3}$  cm/s<sup>2</sup>.

**HƯỚNG DẪN:**



Từ hình vẽ ta thấy  $\Delta t = \frac{T}{12} = 0,25 \Leftrightarrow T = 3$  s

Tại vị trí  $H_5$  :  $v = \frac{\omega A \sqrt{3}}{2} = 3\pi \Leftrightarrow \omega A = 2\pi\sqrt{3} \Rightarrow \omega^2 A = \frac{40\sqrt{3}}{3}$

Tại vị trí  $H_2$  :  $a = \frac{\omega^2 A \sqrt{3}}{2} = 20$  cm/s<sup>2</sup> → **Chọn A**

- 29.** Một vật nhỏ dao động điều hòa trên trục tọa độ  $Ox$  vật đạt gia tốc lớn nhất tại li độ  $x_1$ . Sau đó, vật lần lượt đi qua các điểm có li độ  $x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$  trong những khoảng thời gian bằng nhau  $\Delta t = 0,05$  (s). Biết thời gian vật đi từ  $x_1$  đến  $x_7$  hết một nửa chu kỳ, Tốc độ của vật khi đi qua  $x_3$  là  $20\pi$  cm/s. Tìm biên độ dao động?

**A.**  $A = 12$  cm.      **B.**  $A = 6$  cm.      **C.**  $A = 4\sqrt{3}$  cm.      **D.**  $A = 4$  cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Tương tự câu trên → **chọn C**

- 30.** Hai chất điểm dao động điều hòa trên hai đường thẳng song song gần kề nhau có vị trí cân bằng nằm trên cùng một đường thẳng vuông góc với quỹ đạo của chúng và có cùng tần số góc  $\omega$ , biên độ lần lượt là  $A_1, A_2$ . Biết  $A_1 + A_2 = 8$  (cm). Tại một thời điểm vật 1 và vật 2 có li độ

và vận tốc lần lượt là  $x_1, v_1, x_2, v_2$  và thỏa mãn  $x_1v_2 + x_2v_1 = 8 \text{ (cm}^2\text{.s)}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\omega$  là

- A.** 0,5 rad/s.      **B.** 2 rad/s.      **C.** 1 rad/s.      **D.** 4 rad/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Giả sử phương trình dao động điều hòa của điện tích của hai mạch lần lượt là

$$x_1 = A_1 \cos \omega t \text{ và } x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi)$$

Ta có :  $x_1x_2 = A_1A_2 \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi)$  (1)

Lấy đạo hàm theo thời gian 2 vế của (1):

$$x_2v_1 + x_1v_2 = A_1A_2\omega[-\sin \omega t \cos(\omega t + \varphi) - \cos \omega t \sin(\omega t + \varphi)]$$

$$\Leftrightarrow x_1v_2 + x_2v_1 = -\omega A_1A_2 \sin(2\omega t + \varphi)$$
 (2)

Theo đề bài thì tại một thời điểm nào đó có

$$x_1v_2 + x_2v_1 = 8 \text{ cm}^2\text{.s}$$

$$\Leftrightarrow -\omega A_1A_2 \sin(2\omega t + \varphi) = 8$$

$$\Leftrightarrow \omega = \frac{8}{A_1A_2 \sin(2\omega t + \varphi + \pi)}$$
 (3)

Từ (3), để  $\omega$  có giá trị nhỏ nhất khi  $\sin(2\omega t + \varphi + \pi) = 1$  và  $A_1A_2 = \frac{(A_1 + A_2)^2}{4} = 16$

$\rightarrow \omega_{\min} = \frac{8}{16} = 0,5 \text{ Hz} \rightarrow \text{chọn A}$

- 31.** Một con lắc lò xo dao động theo phương ngang với tần số góc  $\omega$  (rad/s). Vật nhỏ của con lắc có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ . Tại thời điểm  $t = 0$ , vật nhỏ đang ở biên dương. Tại thời điểm  $t = 1/6 \text{ s}$  giá trị vận tốc  $v$  và li độ  $x$  của vật thỏa mãn  $v = \omega x\sqrt{3}$  lần thứ 2. Lấy  $\pi^2 = 10$ . Độ cứng của lò xo là :

- A.** 16 N/m.      **B.** 100 N/m.      **C.** 64 N/m.      **D.** 25 N/m.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $v = \omega x\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin \omega t = \sqrt{3} \cos \omega t \Leftrightarrow \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{T}{3} + \frac{k}{2}$

$k = 1$  tức  $t = \frac{5T}{6} = \frac{1}{6} \text{ s}$  vật qua vị trí có  $v = \omega x\sqrt{3}$  lần 2  $\rightarrow T = 0,2 \text{ s}$

$\rightarrow k = m\omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = 0,1 \cdot \frac{4\pi^2}{0,2^2} = 100 \text{ N/m} \rightarrow \text{Chọn B}$

- 32.** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số, biết phương trình  $x_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi) \text{ cm}$  có phương trình dao động tổng hợp là  $x = 9\cos(\omega t + \varphi)$ . Để biên độ  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $A_1$  có giá trị:

- A.**  $18\sqrt{3} \text{ cm}$ .      **B.** 7 cm.      **C.**  $15\sqrt{3} \text{ cm}$ .      **D.**  $9\sqrt{3} \text{ cm}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

**Cách 1: phương pháp giản đồ vectơ**

Sử dụng định lý hàm sin trong tam giác ta có :

$$\frac{A_2}{\sin \alpha} = \frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} \Leftrightarrow A_2 = \frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} \cdot \sin \alpha$$

$$\rightarrow A_{2\max} = 2A = 18 \text{ cm} \Leftrightarrow \alpha = 90^\circ$$

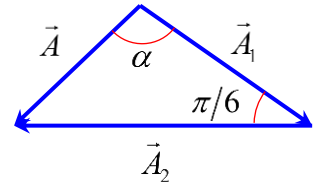
$$\rightarrow A_1 = \sqrt{A_2^2 - A^2} = 9\sqrt{3} \text{ cm} \rightarrow \text{chọn D}$$

**Cách 2: phương pháp đại số**

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow A_2 = \sqrt{9^2 - \frac{1}{4}A_1^2} + \frac{\sqrt{3}}{2}A_1$$

$$\text{Đặt } x = A_1 \Rightarrow y = \sqrt{9^2 - \frac{1}{4}x^2} + \frac{\sqrt{3}}{2}x \Rightarrow y' = \frac{-\frac{1}{4}x}{\sqrt{9^2 - \frac{1}{4}x^2}} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow x = 9\sqrt{3} \Rightarrow y_{\max} = 18 \rightarrow \text{chọn D}$$



- 33.** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình  $x_1 = 10\cos(\omega t - \pi)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi/3)$  (cm). Thay đổi  $A_2$  để biên độ dao động tổng hợp có giá trị nhỏ nhất, khi đó lệch pha giữa dao động tổng hợp và dao động thành phần  $x_1$  là

**A.**  $5\pi/6$  rad.

**B.**  $2\pi/3$  rad.

**C.**  $\pi/6$  rad.

**D.**  $\pi/3$  rad.

**HƯỚNG DẪN:**

**Cách 1 : phương pháp giản đồ vector**

Ta có giản đồ vector như hình vẽ.

Áp dụng định lý hàm sin trong tam giác ta có

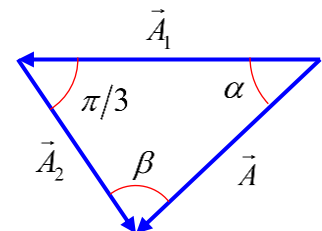
$$\frac{A}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{A_1}{\sin \beta} = \frac{A_2}{\sin \alpha} \Rightarrow A = \frac{A_1}{\sin \beta} \cdot \sin \frac{\pi}{3}$$

$$A_{\min} = 5\sqrt{3} \text{ cm} \Leftrightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \rightarrow \text{Chọn C}$$

**Cách 2 : phương pháp đại số**

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow A^2 = (A_2 - 5)^2 + 3.5^2$$

$$A_{\min} = 5\sqrt{3} \text{ cm} \Leftrightarrow A_2 = 5 \text{ cm} \rightarrow \cos \alpha = \frac{10^2 + 3.5^2 - 5^2}{2 \cdot 10 \cdot 5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$



- 34.** Một vật có khối lượng không đổi, thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình dao động lần lượt là  $x_1 = 10\cos(2\pi t + \varphi)$  cm và  $x_2 = A_2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm thì dao động tổng hợp là  $x = A \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Thay đổi  $A_2$  sao cho năng lượng dao động của vật cực đại thì biên độ dao động  $A_2$  có giá trị là

**A.**  $20/\sqrt{3}$  cm.

**B.**  $10\sqrt{3}$  cm.

**C.**  $10/\sqrt{3}$  cm.

**D.** 20 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Tương tự câu trên  $\rightarrow$  chọn B



- 35.** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo 40 cm có treo 1 quả cầu, dao động tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kích thích cho con lắc dao động trong buồng tối. Một đèn chớp sáng với chu kỳ  $\frac{8}{\pi} \text{ s}$  tạo ra ánh sáng để quan sát quả cầu. Trong thời gian quan sát kể từ lúc  $t = 0$  đến  $t = \frac{64}{\pi} \text{ s}$ . Người quan sát thấy quả cầu qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần? Biết rằng lúc  $t = 0$  quả cầu đi qua vị trí cân bằng và tính là lần thứ nhất (lấy  $\pi^2 = 10$ )

A. 18.

B. 8.

C. 16.

D. 9.

**HƯỚNG DẪN:**

Chu kỳ của con lắc đơn :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 0,4\pi = \frac{4}{\pi} \text{ s}$

Ta thấy chu kỳ chớp của đèn bằng 2 lần chu kỳ của con lắc

Tại thời điểm  $t = 0$  đèn chớp sáng lần đầu và vật đang qua vị trí cân bằng, đến khi đèn chớp lần hai thì con lắc đã thực hiện được 2 dao động toàn phần và vật nặng cũng đang ở vị trí cân bằng, cứ như thế mỗi lần chớp của đèn ta lại quan sát được vật qua vị trí cân bằng một lần

→ số lần qua sát được là :  $n = \frac{64}{\pi} : \frac{8}{\pi} + 1 = 9$  lần → **chọn D**

- 36.** Đồ thị biểu diễn hai dao động điều hòa  $x_1(t)$  và  $x_2(t)$  tương ứng với đường cong (1) và (2) như hình vẽ. Lệch pha dao động  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  của chúng ở thời điểm  $t = 2 \text{ s}$  là

A. 0 rad.

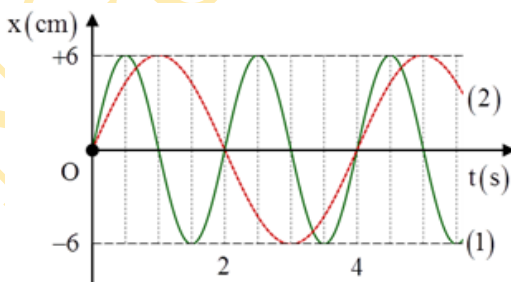
B.  $\pi \text{ rad}$ .

C.  $-\pi/2 \text{ rad}$ .

D.  $\pi/2 \text{ rad}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

$$\Delta\varphi = \left(\omega_1 \cdot 2 - \frac{\pi}{2}\right) - \left(\omega_2 \cdot 2 - \frac{\pi}{2}\right) = \left(2\pi - \frac{\pi}{2}\right) - \left(\pi - \frac{\pi}{2}\right) = \pi \text{ rad} \rightarrow \text{chọn B}$$



- 37.** Một chất điểm dao động điều hòa có đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của gia tốc  $a$  vào thời gian  $t$  như hình vẽ. Ở thời điểm  $t = 0$ , vận tốc của chất điểm là

A.  $1,5\pi \text{ m/s}$ .

B.  $3\pi \text{ m/s}$ .

C.  $0,75\pi \text{ m/s}$ .

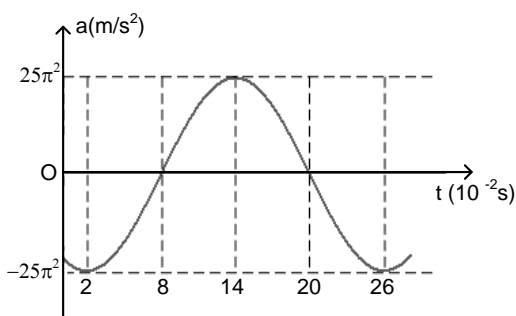
D.  $-1,5\pi \text{ m/s}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

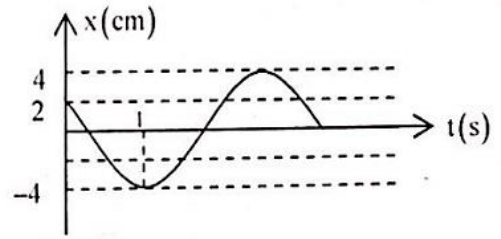
Từ đồ thị ta có :  $T = 0,24 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{25\pi}{3} \text{ rad/s}$

Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$  vật đang có gia tốc  $a = -\frac{a_{\max}\sqrt{3}}{2}$  và đang chuyển động theo chiều dương.

→  $\frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2 \Leftrightarrow v = \frac{\sqrt{a_{\max}^2 - a^2}}{\omega} = 0,75\pi \text{ m/s} \rightarrow \text{chọn C}$



- 38.** Một vật dao động điều hòa theo quy luật  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Đồ thị li độ theo thời gian như hình vẽ. Thời điểm vật qua vị trí động năng bằng thế năng lần thứ 2018 có giá trị **gần nhất** với giá trị nào sau đây?



- A. 1514 s.                      B. 504 s.  
C. 1511 s.                      D. 1510 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Chu kỳ dao động của vật là :  $\frac{T}{3} = 1 \Leftrightarrow T = 3 \text{ s}$

Tại thời điểm ban đầu vật ở vị trí  $x = 2 = \frac{A}{2}$  và đang giảm

Vị trí mà động năng bằng thế năng là  $|x| = \frac{A}{\sqrt{2}}$

Ta biết rằng trong một chu kỳ vật qua vị trí động năng bằng thế năng 4 lần

Ta có :  $\frac{2018}{4} = 504 \text{ dư } 2$

Dựa vào vòng tròn lượng giác ta định được thời gian từ thời điểm ban đầu đến khi vật qua vị trí có động năng bằng thế năng lần 2 là :  $\frac{11T}{24}$

Để vật qua vị trí trên 2018 lần thì vật phải thực hiện thêm 504 dao động toàn phần.

Thời điểm vật qua vị trí có động năng bằng thế năng lần thứ 2018 là :

$$t = \left( \frac{11}{24} + 504 \right) T = \frac{12107}{8} = 1513,375 \text{ s} \rightarrow \text{chọn A}$$

- 39.** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 25 \text{ N/m}$  một đầu được gắn với hòn bi nhỏ có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ . Tại thời điểm  $t = 0$ , thả cho con lắc rơi tự do sao cho trục của lò luôn nằm theo phương thẳng đứng và vật nặng ở phía dưới lò xo. Đến thời điểm  $t_1 = 0,02\sqrt{30} \text{ s}$  thì đầu trên của lò xo được giữ lại đột ngột. Lấy  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát, và lực cản. Vận tốc của hòn bi tại thời điểm  $t_2 = t_1 + 0,1 \text{ s}$  có độ lớn **gần nhất** giá trị nào sau đây?

- A. 63,2 cm/s.                      B. 89,4 cm/s.                      C. 209,5 cm/s.                      D. 109,5 cm/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Vận tốc của vật sau khi giữ đột ngột đầu trên của lò xo :  $v_1 = gt = 0,2\sqrt{30} \text{ m/s} = 20\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$

Sau đó con lắc dao động điều hòa với vị trí cân bằng cách vị trí lò xo không biến dạng là :

$$\Delta l_0 = x = \frac{mg}{k} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

Và biên độ dao động là :  $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 8 \text{ cm}$

Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + 0,1 = t_1 + \frac{T}{4}$  ta có :  $v_1^2 + v_2^2 = v_{\max}^2 \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{v_{\max}^2 - v_1^2} = 20\pi \approx 62,8 \text{ cm/s}$

**→ chọn A**

- 40.** Một dao động điều hòa trên trục  $Ox$  có chu kỳ  $T$ . Khi vật đi từ vị trí  $x_1 = -12 \text{ cm}$  đến vị trí  $x_2 = 16 \text{ cm}$  thì thời gian đi là  $\frac{T}{4}$  và tốc độ trung bình của vật trên quãng đường đó bằng  $\frac{56}{\pi} \text{ (cm/s)}$ . Tốc độ tức thời cực đại của vật trên quãng đường đó bằng

**A.** 20 (cm/s).

**B.**  $20\pi$  (cm/s).

**C.**  $16\pi$  (cm/s).

**D.** 16 (cm/s).

**HƯỚNG DẪN:**

Vì hai thời điểm vuông pha nên ta có :  $A = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = 20$  cm

Quãng đường vật chuyển động được trong khoảng thời gian trên là :

$$s = 12 + 16 = 28 \text{ cm}$$

Ta có :  $v_{tb} = \frac{s}{t} = \frac{4s}{T} \Leftrightarrow \frac{56}{\pi} = \frac{4.28}{T} \Leftrightarrow T = 2\pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$

$\rightarrow v_{\max} = \omega A = 1.20 = 20 \text{ cm/s} \rightarrow \text{Chọn A}$

- 41.** Một chất điểm dao động điều hòa trên trục  $Ox$  có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp  $t_1 = 1,625$  s và  $t_2 = 2,375$  s; tốc độ trung bình trong khoảng thời gian đó là 16 cm/s. Ở thời điểm  $t = 0$ , vận tốc  $v_0$  (cm/s) li độ  $x_0$  (cm) của vật thỏa mãn hệ thức:

**A.**  $x_0 v_0 = 12\pi\sqrt{3}$ .

**B.**  $x_0 v_0 = -12\pi\sqrt{3}$ .

**C.**  $x_0 v_0 = 4\pi\sqrt{3}$ .

**D.**  $x_0 v_0 = -4\pi\sqrt{3}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $\frac{T}{2} = 2,375 - 1,625 = 0,75 \Leftrightarrow T = 1,5 \text{ s}$

Và  $v_{tb} = \frac{2A}{T/2} = 4 \frac{A}{T} = 16 \text{ cm/s} \Leftrightarrow A = 6 \text{ cm}$

Ta thấy :  $t_1 = 1,625 = T + \frac{T}{12}$

$\rightarrow$  tại thời điểm  $t = 0$  thì  $x_0 = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} = \pm 3\sqrt{3} \text{ cm}$  và  $v_0 = \pm \frac{\omega A}{2} = \pm \pi \frac{A}{T} = \pm 4\pi \text{ cm/s}$

$\rightarrow x_0 v_0 = 12\pi\sqrt{3} \text{ cm/s} \rightarrow \text{chọn A}$

- 42.** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Biết dao động thành phần thứ nhất có biên độ  $A_1 = 4\sqrt{3}$  cm, dao động tổng hợp có biên độ  $A = 4$  cm. Dao động thành phần thứ hai sớm pha hơn dao động tổng hợp là  $\pi/3$ . Dao động thành phần thứ hai có biên độ  $A_2$  là

**A.**  $4\sqrt{3}$  cm.

**B.**  $6\sqrt{3}$  cm.

**C.** 4 cm.

**D.** 8 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 \Leftrightarrow \vec{A}_1 = \vec{A} - \vec{A}_2$$

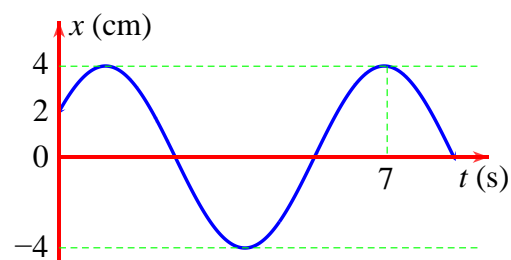
$$\Rightarrow A_1^2 = A^2 + A_2^2 - 2AA_2 \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow (4\sqrt{3})^2 = 4^2 + A_2^2 - 2.4.A_2 \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow A_2 = 8 \text{ cm} \rightarrow \text{Chọn D}$$

- 43.** Đồ thị dao động của một chất điểm dao động điều hòa như hình vẽ. Phương trình biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc của vật theo thời gian là :

**A.**  $v = \frac{4\pi}{3} \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm/s).

**B.**  $v = \frac{4\pi}{3} \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{6}\right)$  (cm/s).

**C.**  $v = 4\pi \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm/s).



**D.**  $v = 4\pi \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm/s).

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $T + \frac{T}{6} = 7 \Leftrightarrow T = 6 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$

Tại thời điểm ban đầu  $t=0$  thì  $x_0 = 2 = \frac{A}{2}$  và đang tăng  $\rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$

Phương trình dao động của vật là :  $x = 4\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm

Phương trình vận tốc của vật là :  $v = -\frac{4\pi}{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{4\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$  cm/s  $\rightarrow$  chọn A

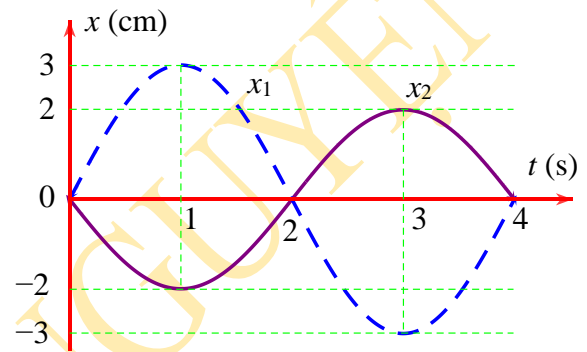
- 44.** Đồ thị của hai dao động điều hòa cùng tần số có dạng như hình vẽ. Phương trình nào sau đây là phương trình dao động tổng hợp của chúng:

**A.**  $x = 5\cos\frac{\pi}{2}t$  cm.

**B.**  $x = \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm.

**C.**  $x = 5\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)$  cm.

**D.**  $x = 5\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \pi\right)$  cm.



**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta có :  $x_1 = 3\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm và  $x_2 = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm

Dao động tổng hợp :  $x = x_1 + x_2 = \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$  cm  $\rightarrow$  Chọn B

- 45.** Hai vật dao động điều cùng phương, cùng tần số, cùng vị trí cân bằng có phương trình li độ lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  cm và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  cm. Đồ thị (1) biểu diễn  $x_{12} = x_1 + x_2$ , đồ thị (2) biểu diễn  $x_{21} = x_1 - x_2$  theo thời gian. Khi giá trị gia tốc của vật một cực tiểu thì giá trị vận tốc của vật hai là

**A.**  $4\pi\sqrt{2}$  cm/s.

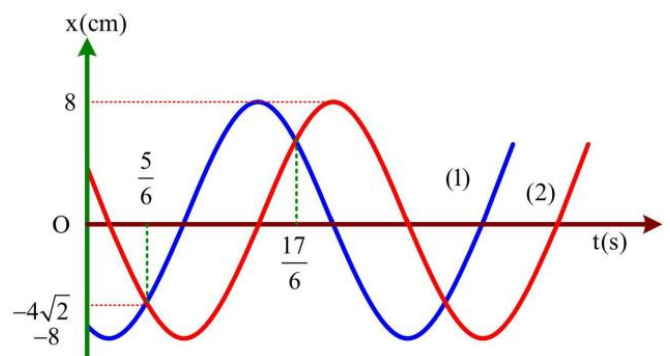
**B.**  $2\pi\sqrt{2}$  cm/s.

**C.**  $-4\pi\sqrt{2}$  cm/s.

**D.**  $-2\pi\sqrt{2}$  cm/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $\frac{17}{6} - \frac{5}{6} = \frac{T}{2} \Leftrightarrow T = 4 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$



$$\rightarrow \begin{cases} x_{12} = 8 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ cm} \\ x_{21} = 8 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{7\pi}{12}\right) \text{ cm} \\ x_2 = 4\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{11\pi}{12}\right) \text{ cm} \end{cases}$$

Ta thấy  $x_2$  sớm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $x_1$

Tại thời điểm vật 1 có giá trị gia tốc cực tiểu (tức vật đang ở biên dương) thì vật 2 qua vị trí cân bằng theo chiều âm  $v_2 = -\omega A = -2\pi\sqrt{2} \text{ cm/s} \rightarrow$  **chọn D**

- 46.** Một vật dao động điều hòa trên trục  $Ox$  với biên độ 8 cm, khoảng thời gian trong một chu kì vật có giá trị vận tốc lớn hơn  $16\pi \text{ (cm/s)}$  và giá trị gia tốc lớn hơn  $64\pi^2 \text{ (cm/s}^2\text{)}$  là  $\frac{1}{24} \text{ s}$ . Chu kì của vật là

**A.** 0,5 s.

**B.** 0,25 s.

**C.** 1 s.

**D.** 2 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $\omega \Delta t = 2 \arccos \frac{v}{v_{\max}} = 2 \arccos \frac{a}{a_{\max}} \Leftrightarrow \frac{v}{v_{\max}} = \frac{a}{a_{\max}}$

$$\Leftrightarrow \frac{16\pi}{8\omega} = \frac{64\pi^2}{8\omega^2} \Leftrightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s} \Rightarrow T = 0,5 \text{ s} \rightarrow \text{chọn A}$$

- 47.** Hai con lắc đơn  $P$  và  $Q$  được treo tại cùng một nơi trên mặt đất. Kéo đồng thời hai con lắc đơn ra khỏi theo phương thẳng đứng một góc  $\alpha_0$  nhỏ rồi thả nhẹ. Biết hai con lắc đơn dao động điều hòa có chu kỳ lần lượt là  $T_P = 3 \text{ (s)}$ ,  $T_Q = 6 \text{ (s)}$ . Thời điểm và tỉ số độ lớn vận tốc  $v_Q/v_P$  khi phương hai dây treo trùng nhau lần đầu tiên kể từ khi thả là

**A.**  $t = 2 \text{ s}$ ;  $v_P/v_Q = 2:1$ .

**B.**  $t = 2 \text{ s}$ ;  $v_P/v_Q = 1:2$ .

**C.**  $t = 6 \text{ s}$ ;  $v_P/v_Q = 2:1$ .

**D.**  $t = 6 \text{ s}$ ;  $v_P/v_Q = 1:2$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Phương trình li độ góc của hai con lắc là :  $\alpha_P = \alpha_0 \cos \frac{2\pi}{3}t$  và  $\alpha_Q = \alpha_0 \cos \frac{\pi}{3}t$

Phương của hai dây treo trùng nha tức là hai con lắc có cùng li độ góc :

$$\alpha_P = \alpha_Q \Leftrightarrow \cos \frac{2\pi}{3}t = \cos \frac{\pi}{3}t \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6k \\ t = 2k \end{cases} \text{ với } k = 0, 1, 2, \dots \rightarrow t_{\min} = 2 \text{ s}$$

Ta có :  $v_P = \sqrt{gl_P(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$  và  $v_Q = \sqrt{gl_Q(\alpha_0^2 - \alpha^2)} \rightarrow \frac{v_P}{v_Q} = \sqrt{\frac{l_P}{l_Q}} = \frac{T_P}{T_Q} = \frac{1}{2} \rightarrow$  **chọn B**

- 48.** Một chất điểm khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  đồng thời thực hiện hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Ở thời điểm  $t$  bất kỳ li độ của hai dao động thành phần này luôn thỏa mãn  $16x_1^2 + 9x_2^2 = 36$  ( $x_1$  và  $x_2$  tính bằng cm). Biết lực phục hồi cực đại tác dụng lên chất điểm trong quá trình dao động là  $F = 0,25 \text{ N}$ . Tần số góc của dao động là

**A.** 8 (rad/s).

**B.**  $4\pi$  (rad/s).

**C.** 10 (rad/s).

**D.**  $10\pi$  (rad/s).

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $16x_1^2 + 9x_2^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x_1^2}{9} + \frac{x_2^2}{4} = 1 \text{ (*)}$

Biểu thức trên có dạng vuông pha :  $\frac{x_1^2}{A_1^2} + \frac{x_2^2}{A_2^2} = 1 \rightarrow A_1 = 1,5 \text{ cm}$  và  $A_2 = 2 \text{ cm}$

$$\rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 2,5 \text{ cm}$$

Mặt khác :  $F_{\max} = m\omega^2 A \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{F_{\max}}{mA}} = \sqrt{\frac{0,25}{0,1 \cdot 0,025}} = 10 \text{ rad/s} \rightarrow \text{chọn C}$

- 49.** Một vật nhỏ dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng trên trục  $Ox$ . Thời điểm ban đầu vật đi qua vị trí cân bằng, ở thời điểm  $t_1 = \pi/6 \text{ s}$  vật chưa đổi chiều chuyển động, động năng của vật giảm đi 4 lần so với lúc đầu. Từ lúc đầu đến thời điểm  $t_2 = 5\pi/12 \text{ s}$  vật đi được quãng đường 12 cm. Tốc độ ban đầu của vật là

**A.** 8 cm/s.      **B.** 16 cm/s.      **C.** 10 cm/s.      **D.** 20 cm/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Động năng giảm 4 lần  $\rightarrow$  vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí  $|x| = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

$$\rightarrow t_1 = \frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{6} \Leftrightarrow T = \pi \text{ s} \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

Ta có :  $t_2 = \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{T}{4} + \frac{T}{6} \rightarrow s = A + \frac{A}{2} = 12 \Leftrightarrow A = 8 \text{ cm} \rightarrow v_0 = \omega A = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm/s}$

$\rightarrow$  chọn B

- 50.** Một chất điểm thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số. Nếu hai dao động thành phần lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$  thì biên độ dao động tổng hợp là 20 cm. Nếu hai dao động thành phần ngược pha thì biên độ dao động tổng hợp là 15,6 cm. Biết biên độ của dao động thành phần thứ nhất lớn hơn so với biên độ của dao động thành phần thứ 2. Hỏi nếu hai dao động thành phần trên cùng pha với nhau thì biên độ dao động tổng hợp có giá trị **gần giá trị nào nhất** sau đây?

**A.** 21,2 cm.      **B.** 27,5 cm.      **C.** 23,9 cm.      **D.** 25,4 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $\begin{cases} A_1^2 + A_2^2 = 20^2 \\ A_1 - A_2 = 15,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 \approx 19,6 \text{ cm} \\ A_2 \approx 4,0 \text{ cm} \end{cases} \rightarrow A_1 + A_2 = 23,6 \text{ cm} \rightarrow \text{Chọn C}$

- 51.** Hai con lắc lò xo giống nhau gồm lò xo nhẹ và vật nặng có khối lượng 500 g, dao động điều hòa với phương trình lần lượt là  $x_1 = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$  và  $x_2 = \frac{3A}{4} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$  trên hai trục tọa độ song song cùng chiều gần nhau và cùng gốc tọa độ. Biết trong quá trình dao động, khoảng cách giữa hai vật lớn nhất bằng 10 cm và vận tốc tương đối giữa chúng có độ lớn cực đại bằng 1 m/s. Để hai con lắc trên dừng lại thì phải thực hiện lên hệ hai con lắc một công cơ học có tổng độ lớn bằng :

**A.** 0,15 J.      **B.** 0,1 J.      **C.** 0,25 J.      **D.** 0,50 J.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta thấy hai dao động vuông pha

$\rightarrow$  khoảng cách lớn nhất giữa chúng :  $\sqrt{A^2 + \left(\frac{3A}{4}\right)^2} = 10 \Leftrightarrow A = 8 \text{ cm}$

Độ lớn vận tốc tương đối cực đại giữa hai vật :  $\sqrt{(\omega A)^2 + \left(\frac{3\omega A}{4}\right)^2} = 1 \text{ m} \Leftrightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$

Để hai con lắc dừng lại thì phải thực hiện một công bằng cơ năng của hai con lắc :

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \left(1 + \frac{9}{16}\right) = 0,25 \text{ J} \rightarrow \text{chọn C}$$

52. Dao động của một chất điểm là sự tổng hợp của hai dao động điều hòa với phương trình lần lượt là  $x_1 = 2A \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = 3A \cos(\omega t + \varphi_2)$ . Tại thời điểm mà tỉ số vận tốc và tỉ số li độ của dao động thứ hai so với dao động thứ nhất lần lượt là 1 và -2 thì li độ dao động tổng hợp bằng  $\sqrt{15}$  cm. Tại thời điểm mà tỉ số vận tốc và tỉ số li độ của dao động thứ hai so với dao động thứ nhất lần lượt là -2 và 1 thì li độ dao động tổng hợp của chất điểm có thể bằng
- A.  $\sqrt{21}$  cm.      B.  $2\sqrt{15}$  cm.      C.  $\sqrt{15}$  cm.      D.  $2\sqrt{21}$  cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Tại thời điểm thứ nhất

$$\begin{cases} \frac{v_2}{v_1} = 1 \\ \frac{x_2}{x_1} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \sin(\omega t + \varphi_2) = 2 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ 3 \cos(\omega t + \varphi_2) = -4 \cos(\omega t + \varphi_1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos(\omega t + \varphi_1) = \pm \sqrt{\frac{5}{12}} \\ \cos(\omega t + \varphi_2) = \mp \sqrt{\frac{20}{27}} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có :  $|x| = |x_1 + x_2| = \left| 2A \sqrt{\frac{5}{12}} - 3A \sqrt{\frac{20}{27}} \right| = \sqrt{15} \Leftrightarrow A = 3 \text{ cm}$

Tại thời điểm thứ hai :

$$\begin{cases} \frac{v_2}{v_1} = -2 \\ \frac{x_2}{x_1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \sin(\omega t + \varphi_2) = -4 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ 3 \cos(\omega t + \varphi_2) = 2 \cos(\omega t + \varphi_1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos(\omega t + \varphi_1) = \pm \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} \\ \cos(\omega t + \varphi_2) = \pm \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{3}} \end{cases}$$

$\rightarrow |x| = \left| 2A \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}} + 3A \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{3}} \right| = 2\sqrt{21} \text{ cm} \rightarrow \text{chọn D}$

## CON LẮC Lò XO

### HAI VẬT NẶNG CỦA CON LẮC Lò XO TREO THẲNG ĐỨNG

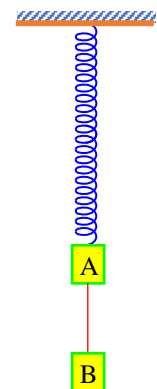
53. Hai vật A và B có cùng khối lượng 100 g và có kích thước nhỏ được nối với nhau bởi sợi dây mảnh nhẹ và đủ dài, hai vật được treo vào lò xo có độ cứng  $k = 20 \text{ N/m}$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Từ vị trí cân bằng, người ta kéo hai vật xuống dưới để lò xo giãn 30 cm rồi thả nhẹ để hệ dao động điều hòa. Quảng đường mà vật A đi được từ lúc thả đến khi nó dừng lại lần đầu tiên gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 38 cm.      B. 40 cm.  
C. 30 cm.      D. 35 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi treo vật A, tại vị trí cân bằng thì lò xo giãn :  $\Delta l_A = \frac{m_A g}{k} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$

Khi treo cả hai vật A và B, tại vị trí cân bằng thì lò xo giãn :





$$\Delta l_0 = \frac{(m_A + m_B)g}{k} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

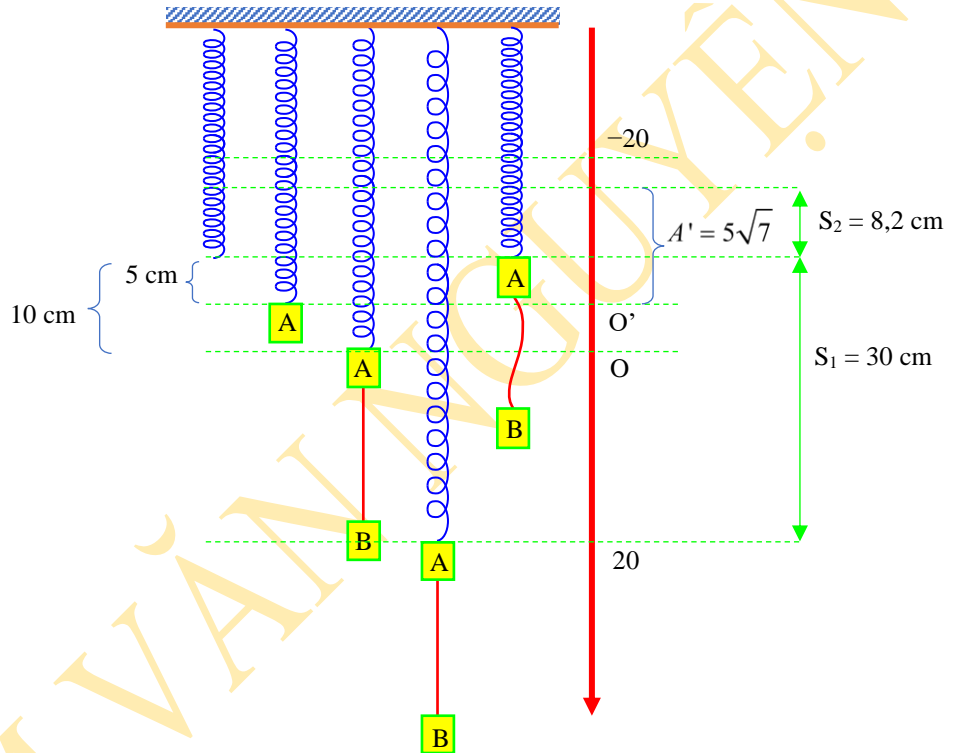
Tần số góc của con lắc :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_A + m_B}} = 10 \text{ rad/s}$

Kéo vật xuống vị trí lò xo giãn 30 cm thì hai vật A và B dao động với biên độ 20 cm, chiều dương hướng xuống (hình vẽ).

Con lắc dao động đến vị trí lò xo không giãn  $x = -10 \text{ cm}$ , thì dây bị chùng. Con lắc lúc này chỉ gồm vật A và lò xo, tiếp tục dao động.

Quãng đường vật A đi được từ lúc bắt đầu dao động đến khi dây bị chùng là  $s_1 = 30 \text{ cm}$

Và tốc độ của vật A tại thời điểm dây bắt đầu chùng là :  $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 100\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .



Sau khi dây chùng vật A dao động điều hòa với vị trí cân bằng mới  $O' \rightarrow x' = -5 \text{ cm}$

Và có tần số góc  $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_A}} = 10\sqrt{2} \text{ rad/s}$

Biên độ dao động của vật A là :  $A' = \sqrt{(-5)^2 + \left(\frac{100\sqrt{3}}{10\sqrt{2}}\right)^2} = 5\sqrt{7} \text{ cm}$

Quãng đường vật A đi tiếp cho đến khi dừng lại là  $s_2 = 5\sqrt{7} - 5 \text{ cm}$

Vậy quãng đường tổng cộng mà vật A đi được là :  $s = s_1 + s_2 = 30 + 5\sqrt{7} - 5 = 38,2 \text{ cm}$

→ chọn A

- 54.** Một lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, đầu trên được treo vào một điểm cố định, đầu dưới gắn vào vật nhỏ A có khối lượng 250 g; vật A được nối với vật nhỏ B có khối lượng 250 g bằng một sợi dây mềm, mảnh, nhẹ, không dẫn và đủ dài. Từ vị trí cân bằng của hệ, kéo vật B thẳng đứng xuống dưới một đoạn 10 cm rồi thả nhẹ để vật B đi lên với vận tốc ban đầu bằng không. Bỏ qua các lực cản, lấy giá trị gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Quãng đường đi được của vật A từ khi thả tay cho đến khi vật A dừng lại lần đầu tiên là

A. 21,6 cm.      B. 20,0 cm.      C. 19,1 cm.      D. 22,5 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Tương tự câu trên → **Chọn C**

- 55.** Cho cơ hệ như bên, vật nhỏ  $m_1$ ,  $m_2$  nối với nhau nhờ sợi dây nhẹ, không dẫn có chiều dài  $\ell = 12$  cm, ban đầu lò xo không biến dạng. Tại  $t_0 = 0$  kéo đầu B của lò xo đi lên theo phương thẳng đứng với tốc độ  $v_0 = 40$  (cm/s) trong khoảng thời gian  $t$  thì dừng lại đột ngột để hệ dao động điều hòa. Biết độ cứng của lò xo  $k = 40$  N/m,  $m_1 = 400$  g,  $m_2 = 600$  g, lấy  $g = 10$  (m/s<sup>2</sup>). Giá trị của  $t$  nhỏ nhất gần nhất với giá trị là :

- A. 1,083 s.                      B. 1,095 s.  
C. 0,875 s.                      D. 1,035 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Đầu B chuyển động lên làm lò xo giãn, vật  $m_1$  bắt đầu rời khỏi vật  $m_2$  khi lò xo giãn một đoạn

$\Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k} = 10$  cm. Lúc này ta xem như vật  $m_1$  dao động tương đối với đầu B với vận tốc cực

đại  $v_{1\max} = 40$  cm/s và tần số góc  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{40}{0,4}} = 10$  rad/s; biên độ của vật  $m_1$  là

$$A_1 = \frac{v_{1\max}}{\omega_1} = 4 \text{ cm}$$

Ta thấy  $\frac{12}{40} \approx \frac{T_1}{2}$ , do đó vật  $m_1$  dao động xuống biên dưới rồi quay trở lại vị trí cân bằng cũng đúng lúc sợi dây bắt đầu căng.

→ Suy ra quãng đường của đầu B từ khi bắt đầu chuyển động đến khi dây căng là  $s_1 = 10 + 12 = 22$  cm

Đầu B tiếp tục chuyển động đến khi vật  $m_2$  bắt đầu rời khỏi sàn khi lò xo giãn thêm một đoạn

$$\Delta l_2 = \frac{m_2 g}{k} = 15 \text{ cm}$$

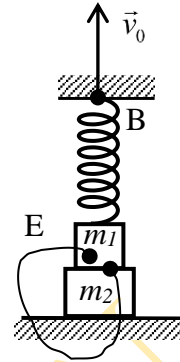
Hệ hai vật lúc này dao động điều hòa tương đối với đầu B với vận tốc cực đại  $v_{\max} = 40$  cm/s

và tần số góc của hệ  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 2\sqrt{10}$  rad/s; biên độ của hệ  $A = \frac{v_{\max}}{\omega} = 2\sqrt{10}$  cm

Để khi đầu B dừng lại mà hệ tiếp tục dao động điều hòa thì vị trí cân bằng của hệ phải cách sàn ít nhất bằng biên độ của hệ

$$\rightarrow s_2 \geq 15 + 2\sqrt{10} \rightarrow s = s_1 + s_2 \geq 22 + 15 + 2\sqrt{10} = 37 + 2\sqrt{10} \text{ cm}$$

$$\rightarrow \text{Giá trị } t \text{ nhỏ nhất là: } t_{\min} = \frac{37 + 2\sqrt{10}}{40} \approx 1,083 \text{ s} \rightarrow \text{chọn A}$$



- 56.** Cho một con lắc lò xo treo thẳng đứng. Một học sinh tiến hành hai lần kích thích dao động. Lần thứ nhất, nâng vật lên rồi thả nhẹ thì thời gian ngắn nhất để vật đến vị trí lực đàn hồi triệt tiêu là  $x$ . Lần thứ hai, đưa vật về vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ thì thời gian ngắn nhất đến lúc lực hồi phục đổi chiều là  $y$ . Tỉ số  $x/y = 2/3$ . Tỉ số gia tốc của vật và gia tốc trọng trường ngay khi thả lần thứ nhất là

- A. 2.                      B. 3/2.                      C. 1/5.                      D. 3.

**HƯỚNG DẪN:**

Lần thứ hai : lực phục hồi đổi chiều khi vật qua vị trí cân bằng →  $y = \frac{T}{4}$

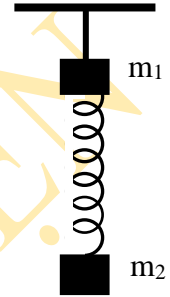
Mà ta có :  $x/y = 2/3 \Rightarrow x = \frac{T}{6}$

**Lần thứ nhất :** vị trí lực đàn hồi triệt tiêu là vị trí lò xo không biến dạng  $\rightarrow$  vị trí đó có li độ là  $\frac{A}{2} \rightarrow$  biên độ dao động  $A = 2\Delta\ell_0$

Ngay khi thả vật lần thứ nhất thì vật đang có gia tốc cực đại

$$a = \omega^2 A = \frac{g}{\Delta\ell_0} \cdot 2\Delta\ell_0 = 2g \Leftrightarrow \frac{a}{g} = 2 \rightarrow \text{Chọn A}$$

- 57.** Hai vật nhỏ khối lượng  $m_1, m_2 = 400$  g, được nối với nhau bằng một lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 40$  N/m. Vật  $m_1$  được treo bởi sợi dây nhẹ không giãn. Bỏ qua mọi sức cản. Từ vị trí cân bằng, kéo  $m_2$  xuống dưới sao cho lò xo bị giãn một đoạn  $17,07 \approx 10 + 5\sqrt{2}$  cm, rồi truyền cho vật vận tốc  $v_0$  dọc theo trục lò xo hướng xuống để sau đó  $m_2$  dao động điều hòa. Lựa chọn thời điểm cắt dây nối  $m_1$  với giá treo thích hợp thì với  $v_0$  truyền cho vật, sau khi cắt dây khoảng cách giữa hai vật sẽ luôn không thay đổi.  $v_0$  có giá trị **gần nhất** với
- A.** 70,5 cm/s.      **B.** 99,5 cm/s.      **C.** 40 cm/s.      **D.** 25,4 cm/s.



**HƯỚNG DẪN:**

Để khi cắt dây mà khoảng cách giữa hai vật không đổi thì thời điểm cắt vật  $m_2$  có vận tốc bằng 0 và lò xo không biến dạng  $\rightarrow m_2$  dao động với biên độ  $A = \Delta\ell_0$

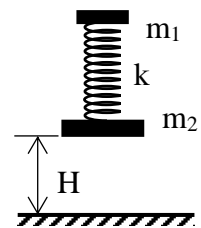
Khi vật  $m_2$  cân bằng thì lò xo dãn một đoạn :  $\Delta\ell_0 = \frac{m_2 g}{k} = \frac{0,4 \cdot 10}{40} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$

Tần số góc của dao động :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{40}{0,4}} = 10 \text{ rad/s}$

Khi kéo lò xo dãn  $10 + 5\sqrt{2}$  (cm) tức vật  $m_2$  đang có li độ  $x = 5\sqrt{2}$  (cm) (chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống)

$\rightarrow v_0 = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 50\sqrt{2} \approx 70,7 \text{ cm/s} \rightarrow \text{Chọn A}$

- 58.** Hai vật nhỏ có khối lượng  $m_1 = 400$  g và  $m_2 = 1,2$  kg được gắn chặt vào hai đầu một lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 80$  N/m. Giữ hai vật ở vị trí sao cho lò xo có phương thẳng đứng và không biến dạng đồng thời vật  $m_2$  ở đầu dưới lò xo nằm cách mặt bàn ngang một đoạn  $H$ . Thả đồng thời hai vật để chúng rơi tự do. Ngay sau khi va chạm với mặt bàn thì vật  $m_2$  dừng lại và nằm yên trên bàn. Để sau đó  $m_2$  bị nhấc lên khỏi mặt bàn thì độ cao  $H$  phải lớn hơn một độ cao tối thiểu  $H_{\min}$  nào đó? Giá trị của  $H_{\min}$  là



- A.** 40,0 cm.      **B.** 37,5 cm.      **C.** 22,5 cm.      **D.** 60,0 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi  $m_2$  chạm sàn thì  $m_1$  dao động điều hòa, vị trí cân bằng của  $m_1$  cách vị trí lò xo không

dãn một đoạn :  $\Delta\ell_0 = \frac{m_1 g}{k}$

Để  $m_2$  bị nhấc lên thì  $m_1$  phải dao động với biên độ

$$A \geq \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{m_1 g}{k}\right)^2 + \frac{m_1 v^2}{k}} \geq \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \Leftrightarrow v^2 \geq \frac{((m_1 + m_2)g)^2 - (m_1 g)^2}{km_1}$$

Mặt khác :  $v^2 = 2gH$

$$\rightarrow H \geq \frac{(m_1 + m_2)^2 - m_1^2}{2km_1} g = 0,375 \text{ m} = 37,5 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn B}$$

- 59.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm lò xo có độ cứng  $k$  và vật nặng có khối lượng  $m_1$ . Khi  $m_1$  cân bằng ở  $O$  thì lò xo dãn 10 cm. Đưa vật nặng tới vị trí dãn 20 cm, gắn thêm vào  $m_1$  vật nặng có khối lượng  $m_2 = 0,25m_1$  rồi thả nhẹ cho hệ dao động. Bỏ qua ma sát lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi hai vật về đến  $O$  thì  $m_2$  tuột khỏi  $m_1$ . Biên độ dao động của  $m_1$  sau khi  $m_2$  tuột khỏi nó gần với giá trị nào sau đây nhất:

**A.** 6,71 cm.

**B.** 5,76 cm.

**C.** 6,32 cm.

**D.** 7,16 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Vị trí cân bằng  $O'$  sau khi gắn thêm vật  $m_2$ :

$$\Delta l_2 = \frac{m_1 + m_2}{k} = \frac{1,25m_1}{k} = 1,25 \cdot 10 = 12,5 \text{ cm}$$

Sau khi thả nhẹ hai vật dao động với biên độ  $A = 20 - 12,5 = 7,5 \text{ cm}$

$$\text{Tần số góc } \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_2}} = \sqrt{\frac{10}{0,125}} = 4\sqrt{5} \text{ rad/s}$$

Khi hai vật đến vị trí  $O$  tức là hai vật có li độ 2,5 cm thì vật  $m_2$  tuột ra.

$$\text{Vận tốc của hai vật khi đó là : } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 20\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

Sau khi vật  $m_2$  thì vật  $m_1$  vẫn dao động điều hòa với vị trí cân bằng là  $O$ . Khi đó li độ mới

$$\text{của vật } m_1 \text{ là } x' = 0 \rightarrow A' = \frac{v}{\omega'} = v \sqrt{\frac{\Delta l_1}{g}} = 20\sqrt{10} \cdot \sqrt{\frac{0,1}{10}} \approx 6,32 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn C}$$

## LỰC ĐÀN HỒI CỦA LÒ XO

- 60.** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa mà lực đàn hồi và chiều dài của lò xo có mối liên hệ được cho bởi đồ thị hình vẽ. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Biên độ và chu kỳ dao động của con lắc là

**A.**  $A = 6 \text{ cm}; T = 0,28 \text{ s}$ .

**B.**  $A = 4 \text{ cm}; T = 0,28 \text{ s}$ .

**C.**  $A = 8 \text{ cm}; T = 0,56 \text{ s}$ .

**D.**  $A = 6 \text{ cm}; T = 0,56 \text{ s}$ .

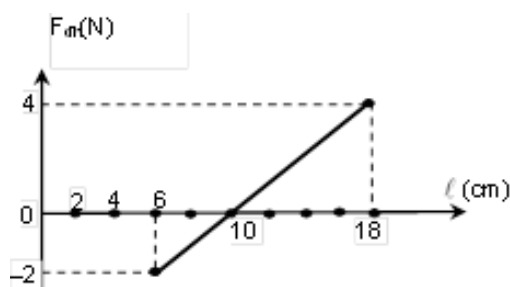
**HƯỚNG DẪN:**

$$\text{Biên độ dao động : } A = \frac{\ell_{\max} - \ell_{\min}}{2} = \frac{18 - 6}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng : } \ell_{cb} = \frac{\ell_{\max} + \ell_{\min}}{2} = \frac{18 + 6}{2} = 12 \text{ cm}$$

Từ đồ thị ta thấy vị trí lò xo có độ dài  $\ell_0 = 10 \text{ cm}$  thì lực đàn hồi bằng 0, đó là vị trí lò xo không biến dạng

$$\rightarrow \text{độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng : } \Delta \ell_0 = \ell_{cb} - \ell_0 = 12 - 10 = 2 \text{ cm}$$



→ chu kỳ dao động của con lắc lò xo là :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta\ell_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,02}{10}} \approx 0,28 \text{ s} \rightarrow \text{chọn A}$

- 61.** Dao động điều hòa dọc theo trục  $Ox$  có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống dưới, gốc  $O$  tại vị trí cân bằng của vật, năng lượng dao động của vật bằng 67,5 mJ. Độ lớn lực đàn hồi cực đại bằng 3,75 N. Khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí biên dương đến vị trí có độ lớn lực đàn hồi bằng 3 N là  $\Delta t_1$ . Khoảng thời gian lò xo bị nén trong một chu kỳ là  $\Delta t_2 = 2\Delta t_1$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Khoảng thời gian lò xo bị giãn trong một chu kỳ **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

A. 0,182 s.

B. 0,293 s.

C. 0,346 s.

D. 0,212 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $\frac{F_{\max}}{W} = \frac{2(\Delta\ell_0 + A)}{A^2} = \frac{3,75}{67,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{500}{9} \Leftrightarrow \frac{500}{9} A^2 - 2A - 2\Delta\ell_0 = 0$

→  $A = \frac{9}{500} + \sqrt{\frac{9^2}{500^2} + \frac{9\Delta\ell_0}{250}} \quad (1)$

Khi lực đàn hồi là 3 N thì vật có li độ  $x$ , ta có :

$\frac{F}{F_{\max}} = \frac{3}{3,75} \Leftrightarrow \frac{\Delta\ell_0 + x}{\Delta\ell_0 + A} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \Delta\ell_0 = 4A - 5x \quad (2)$

Mặt khác, thời gian  $\Delta t_1 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x}{A}$  và  $\Delta t_2 = \frac{2}{\omega} \arccos \frac{\Delta\ell_0}{A}$

Mà  $\Delta t_2 = 2\Delta t_1 \Leftrightarrow \frac{2}{\omega} \arccos \frac{\Delta\ell_0}{A} = 2 \cdot \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x}{A} \Leftrightarrow \Delta\ell_0 = x \quad (3)$

Từ (1), (2) và (3) ta được :  $A = 6 \text{ cm}$ ;  $\Delta\ell_0 = 4 \text{ cm}$

Dựa vào vòng tròn lượng giác ta tính được thời gian lò xo giãn trong một chu kỳ là :

$t = 2 \cdot \frac{\pi - \arccos \frac{\Delta\ell_0}{A}}{\omega} = 2 \cdot \frac{\pi - \arccos \frac{4}{6}}{\sqrt{\frac{\pi^2}{0,04}}} \approx 0,2929 \text{ s} \rightarrow \text{chọn B}$

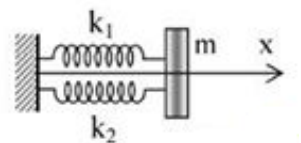
- 62.** Cho cơ hệ như hình vẽ. Cho chiều dài tự nhiên của các lò xo lần lượt là  $l_{01} = 30 \text{ cm}$  và  $l_{02} = 20 \text{ cm}$ ; độ cứng tương ứng là  $k_1 = 300 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = 100 \text{ N/m}$ ; vật nặng có khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$ . Vật đang ở vị trí cân bằng như hình vẽ, kéo vật dọc theo trục  $x$  đến khi lò xo  $k_1$  không biến dạng rồi thả nhẹ cho vật dao động. Bỏ qua ma sát. Chiều dài của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là

A. 25 cm.

B. 26 cm.

C. 27,5 cm.

D. 24 cm.



**HƯỚNG DẪN:**

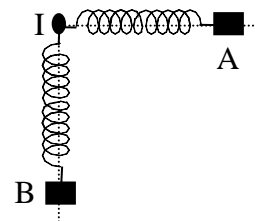
Vì chiều dài của hai lò xo không bằng nhau nên khi cân bằng lò xo  $k_2$  sẽ bị giãn và lò xo  $k_1$  sẽ bị nén

Ta có :  $\begin{cases} 300\Delta l_1 - 100\Delta l_2 = 0 \\ \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta l_1 = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm} \\ \Delta l_2 = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm} \end{cases}$

→ Chiều dài của các lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là :  $l = l_{02} + \Delta l_2 = l_{01} - \Delta l_1 = 27,5 \text{ cm}$

→ Chọn C

- 63.** Trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn có hai con lắc lò xo. Các lò xo có cùng độ cứng  $k = 50 \text{ N/m}$ . Các vật nhỏ  $A$  và  $B$  có khối lượng lần lượt là  $m$  và  $4m$ . Ban đầu,  $A$  và  $B$  được giữ ở vị trí sao cho hai lò xo đều bị dãn  $8 \text{ cm}$ . Đồng thời thả nhẹ để hai vật dao động điều hòa trên hai đường thẳng vuông góc với nhau đi qua giá  $I$  cố định (hình vẽ). Trong quá trình dao động, lực đàn hồi tác dụng lên giá  $I$  có độ lớn nhỏ nhất là



- A.  $1,8 \text{ N}$ .      B.  $2,0 \text{ N}$ .      C.  $1,0 \text{ N}$ .      D.  $2,6 \text{ N}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Phương trình dao động của hai con lắc lần lượt là :

$$x_A = A \cos \omega_A t = A \cos 2\omega_B t \text{ và } x_B = A \cos \omega_B t$$

Lực đàn hồi của mỗi lò xo tác dụng lên điểm  $I$  là :

$$F_A = kx_A = kA \cos 2\omega_B t \text{ và } F_B = kx_B = kA \cos \omega_B t$$

Vì hai lò xo đặt vuông góc nhau nên lực đàn hồi tác dụng vào điểm  $I$  được tính là :

$$F = \sqrt{F_A^2 + F_B^2} = kA \sqrt{\cos^2 2\omega_B t + \cos^2 \omega_B t} = kA \sqrt{4\cos^4 \omega_B t - 3\cos^2 \omega_B t + 1}$$

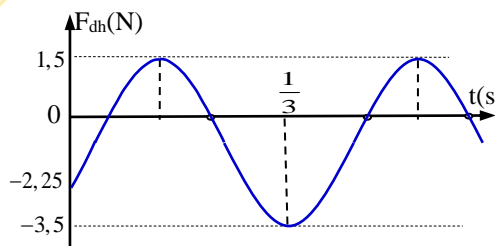
Ta có :  $F = F_{\min}$  khi  $y = 4\cos^4 \omega_B t - 3\cos^2 \omega_B t + 1 = y_{\min}$

Đặt  $u = \cos^2 \omega_B t$  với  $0 \leq u \leq 1 \Rightarrow y = 4u^2 - 3u + 1$  (\*)

(\*) là hàm bậc 2 với hệ số  $a = 4 > 0$  nên có một cực tiểu  $\rightarrow y_{\min} = c - \frac{b^2}{4a} = 1 - \frac{3^2}{4 \cdot 4} = \frac{7}{16}$

$$\rightarrow F_{\min} = 50 \cdot 0,08 \cdot \sqrt{\frac{7}{16}} = \sqrt{7} \approx 2,6 \text{ N} \rightarrow \text{Chọn D}$$

- 64.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng có độ cứng  $k = 25 \text{ N/m}$  dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Biết trục  $Ox$  thẳng đứng hướng xuống, gốc  $O$  trùng với vị trí cân bằng. Biết giá trị đại số của lực đàn hồi tác dụng lên vật biến thiên theo đồ thị. Viết phương trình dao động của vật?



- A.  $x = 8 \cos(4\pi t + \pi/3) \text{ cm}$ .  
 B.  $x = 8 \cos(4\pi t - \pi/3) \text{ cm}$ .  
 C.  $x = 10 \cos(5\pi t + \pi/3) \text{ cm}$ .  
 D.  $x = 10 \cos(5\pi t - 2\pi/3) \text{ cm}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $F_{dh} = -k\Delta l = -k(\Delta l_0 + x) = -k\Delta l_0 - kA \cos(\omega t + \varphi)$

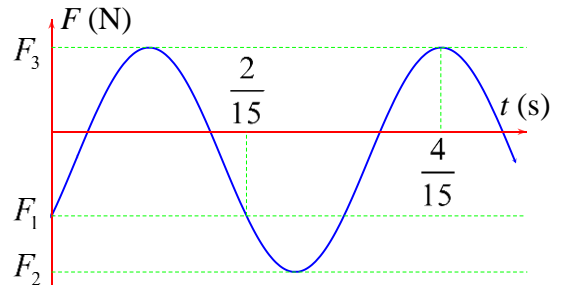
Từ đồ thị ta thấy :  $\frac{F_{nen\max}}{F_{dan\max}} = \frac{1,5}{3,5} \Leftrightarrow \frac{A - \Delta l_0}{A + \Delta l_0} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow A = 2,5\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0 = 4 \text{ cm}$  và  $A = 10 \text{ cm}$

$$\rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{0,04}} = 5\pi \text{ rad/s}$$

Tại thời điểm  $t = 0$ , lực đàn hồi có giá trị  $-2,25 \text{ N}$  và đang tăng ta có :

$$-2,25 = -1 - 2,5 \cos \varphi \Leftrightarrow \cos \varphi = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \rightarrow \text{Chọn C}$$

- 65.** Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ có khối lượng  $m = 200 \text{ g}$  và lò xo có độ cứng  $k$ , đang dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống dưới. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lực đàn hồi theo thời gian được cho như hình vẽ. Biết  $F_1 + 3F_2 + 6F_3 = 0$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tỉ số thời gian lò xo giãn với thời gian lò xo nén trong một chu kì **gần nhất** với giá trị nào sau đây?



**A.** 2,46.                      **B.** 1,38.                      **C.** 1,27.                      **D.** 2,15.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $F_{dh} = -k(\Delta l_0 + x) \Leftrightarrow x = -\left(\frac{F_{dh}}{k} + \Delta l_0\right) = A \cos(\omega t + \varphi)$

*Từ đồ ta thấy :*

Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp lực đàn hồi có giá trị  $F_1$  là  $\frac{2}{15} \text{ s}$  và sau đó cũng một khoảng thời

gian  $\frac{4}{15} - \frac{2}{15} = \frac{2}{15} \text{ s}$  thì lực đàn hồi có giá trị  $F_3$ .

Tung ứng, tại thời  $t = 0$  vật đang ở li độ  $x_0$  và đang chuyển động lên biên trên rồi trở lại vị trí  $x_0$  mất

khoảng thời gian  $\frac{2}{15} \text{ s}$ , tiếp tục sau đó  $\frac{2}{15} \text{ s}$  vật chuyển động đến biên trên.

Dựa vào vòng tròn lượng giác ta tính được :

$$2 \cdot \frac{\pi - \arccos \frac{x_0}{A}}{\omega} = \frac{\pi + \arccos \frac{x_0}{A}}{\omega} \Leftrightarrow \arccos \frac{x_0}{A} = \varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{A}{2} \Rightarrow F_1 = -k(\Delta l_0 + x_0)$$

Theo điều kiện đề bài :  $F_1 + 3F_2 + 6F_3 = 0$

$$\Leftrightarrow F_1 = -3F_2 - 6F_3 = 3k(A + \Delta l_0) - 6k(A - \Delta l_0) = -3k(A - 3\Delta l_0)$$

$$\Leftrightarrow -k\left(\Delta l_0 + \frac{A}{2}\right) = -3k(A - 3\Delta l_0) \Leftrightarrow A = 4\Delta l_0$$

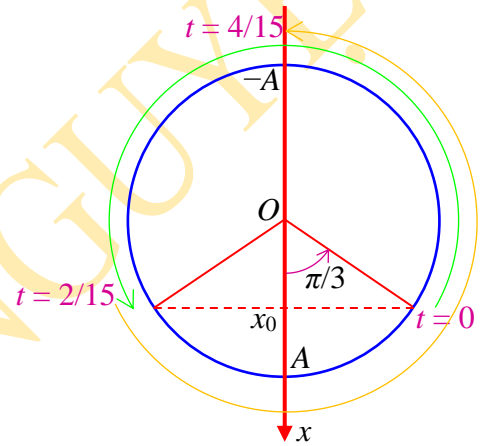
Dùng vòng tròn lượng giác ta tính được tỉ số giữa thời gian lò xo giãn và thời gian lò xo nén :

$$\frac{t_d}{t_n} = \frac{\pi - \arccos \frac{\Delta l_0}{A}}{\arccos \frac{\Delta l_0}{A}} \approx 1,38 \rightarrow \text{Chọn B}$$

**Cách khác :**

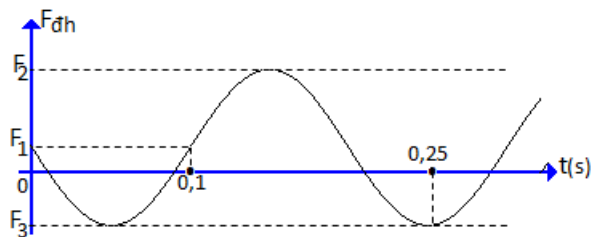
Gọi khoảng thời gian giữa hai lần lực đàn hồi có giá trị  $F_1$  là  $\Delta t$ . Từ đồ thị ta có :

$$T + \frac{\Delta t}{2} = 2\Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{2T}{3} \rightarrow x_0 = \frac{A}{2}$$





- 66.** Một lò xo nhẹ có độ cứng  $k$  treo thẳng đứng, đầu trên cố định, đầu dưới gắn với một vật nhỏ có khối lượng  $m$ . Kích thích cho hệ dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương hướng lên. Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lực đàn hồi tác dụng lên quả nặng theo thời gian được cho như hình vẽ. Biết  $6F_1 + F_2 + 5F_3 = 0$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Tỉ số thời gian lò xo nén với thời gian lò xo giãn trong một chu kì gần giá trị nào nhất sau đây

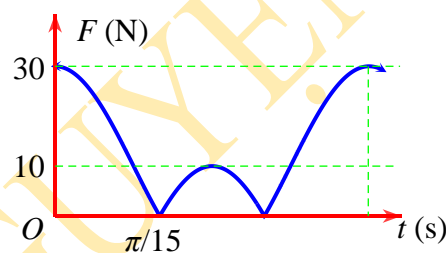


A. 0,75.                      B. 0,55.                      C. 0,65.                      D. 0,85.

**HƯỚNG DẪN:**

Tương tự câu trên → chọn C

- 67.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$  đang dao động điều hòa trên trục  $Ox$  thẳng đứng hướng lên. Cho đồ thị biểu diễn độ lớn của lực đàn hồi lò xo vào thời gian như hình vẽ. Độ cứng lò xo và khối lượng vật nặng lần lượt bằng



A. 100 N/m; 1 kg.                      B. 100 N/m; 100 g.  
C. 10 N/m; 1 kg.                      D. 10 N/m; 100 g.

**HƯỚNG DẪN:**

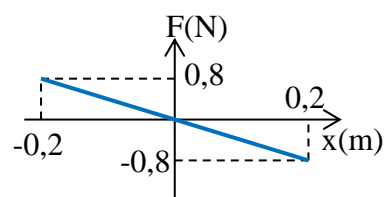
$$\frac{F_d}{F_n} = 3 \Leftrightarrow \frac{A + \Delta l_0}{A - \Delta l_0} = 3 \Leftrightarrow A = 2\Delta l_0$$

Thời gian từ khi con lắc lần đầu cực đại đến khi lực đàn hồi bằng 0 là

$$t = \frac{T}{3} = \frac{\pi}{15} \Leftrightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s} \rightarrow \Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = 0,1 \text{ m} \Rightarrow A = 0,2 \text{ m}$$

Ta có :  $F_d = k(A + \Delta l_0) \Leftrightarrow k = \frac{F_d}{A + \Delta l_0} = \frac{30}{0,2 + 0,1} = 100 \text{ N/m} \rightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = 1 \text{ kg} \rightarrow$  **chọn A**

- 68.** Một vật có khối lượng  $m = 0,01 \text{ kg}$  dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng dưới tác dụng của lực được chỉ ra trên đồ thị bên (hình vẽ). Chu kì dao động của vật bằng

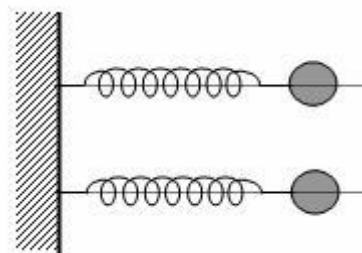


A. 0,256 s.                      B. 0,152 s.  
C. 0,314 s.                      D. 1,255 s.

**HƯỚNG DẪN:**

$$F_{\max} = m\omega^2 A = m \frac{4\pi^2}{T^2} A \Leftrightarrow 0,8 = 0,01 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot 0,2 \Leftrightarrow T = 0,314 \text{ s} \rightarrow$$
 **Chọn C**

- 69.** Hai con lắc lò xo giống nhau được gắn cố định vào tường như hình vẽ. Khối lượng mỗi vật nặng là 100 g. Kích thích cho hai con lắc dao động điều hòa dọc theo hai trục cùng vuông góc với tường. Trong quá trình dao động, khoảng cách lớn nhất giữa hai vật theo phương ngang là 6 cm. Ở thời điểm  $t_1$ , vật 1 có tốc độ bằng 0 thì vật 2 cách vị trí cân bằng 3 cm. Ở thời điểm  $t_2 = t_1 + \pi/30 \text{ (s)}$ , vật 2 có tốc độ bằng 0. Ở thời điểm  $t_3$ , vật 1 có tốc độ lớn nhất thì vật 2 có tốc độ là 30 cm/s. Độ lớn cực đại của hợp lực do hai lò xo tác dụng vào tường là



A.  $0,6\sqrt{3} \text{ N}$ .                      B.  $0,3\sqrt{3} \text{ N}$ .                      C. 0,3 N.                      D. 0,6 N.

**HƯỚNG DẪN:**

Do hai con lắc nằm ngang nên lực đàn hồi bằng lực kéo về. Hợp lực đàn hồi của hai con lắc tác dụng lên tường là :

$$F = F_1 + F_2 = m\omega^2 A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + m\omega^2 A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \Leftrightarrow F = m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$

Từ các dữ kiện đề bài ta có :  $t_3 = t_1 + \frac{T}{4} \Rightarrow |v_{23}| = |\omega x_{21}| \Leftrightarrow \omega = \frac{|v_{23}|}{|x_{21}|} = \frac{30}{3} = 10 \text{ rad/s}$

$$\Delta\varphi = \omega \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \Rightarrow A_2 = \frac{3}{\cos \frac{\pi}{3}} = 6 \text{ cm}$$

Khoảng cách lớn nhất giữa hai vật là 6 cm  $\rightarrow 6^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \Leftrightarrow A_1 = 6 \text{ cm}$

$\rightarrow A = 6\sqrt{3} \text{ cm} = 0,06\sqrt{3} \text{ m} \rightarrow F_{\max} = m\omega^2 A = 0,1 \cdot 10^2 \cdot 0,06\sqrt{3} = 0,6\sqrt{3} \text{ N} \rightarrow \text{Chọn A}$

- 70.** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng ngang như hình vẽ. Đầu A gắn với vật nhỏ khối lượng  $m = 169,5 \text{ g}$ , đầu B tựa vào tường (không gắn vào tường) và được giữ sao cho lò xo bị nén 5 cm. Khi  $t = 0$  thì thả nhẹ để hệ chuyển động tự do. Bỏ qua ma sát và khối lượng lò xo. Vật nhỏ đi được quãng đường  $s = 10 \text{ cm}$  đầu tiên sau thời gian 0,4 s kể từ khi  $t = 0$ . Độ cứng của lò xo là



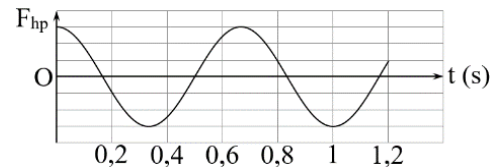
- A.** 5,15 N/m.      **B.** 8,97 N/m.      **C.** 7,00 N/m.      **D.** 10,45 N/m.

**HƯỚNG DẪN:**

Thời gian chuyển động ban đầu là dao động điều hòa của con lắc lò xo. Sau khi vật qua vị trí lò xo không biến dạng thì hết tác dụng lực đẩy lên vật nên vật tiếp tục chuyển động thẳng đều. Quãng đường dao động điều hòa là 5 cm  $\rightarrow$  quãng đường chuyển động thẳng đều là 5 cm.

Ta có :  $\frac{T}{4} + \frac{5}{v_{\max}} = 0,4 \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}} + \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,4 \Leftrightarrow k = 7,00 \text{ N/m} \rightarrow \text{chọn C}$

- 71.** Hình vẽ bên là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lực hồi phục  $F_{hp}$  của một con lắc lò xo vào thời gian  $t$ .



Động năng của con lắc biến thiên với tần số bằng

- A.** 1,5 Hz.      **B.** 3,5 Hz.  
**C.** 3,0 Hz.      **D.** 2,5 Hz.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $1,5T = 1 \Leftrightarrow T = \frac{2}{3} \text{ s} \Rightarrow f = 1,5 \text{ Hz}$

$\rightarrow$  Tần số biên thiên của động năng của con lắc  $f' = 2f = 3 \text{ Hz} \rightarrow \text{chọn C}$

- 72.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng được kích thích cho dao động điều hòa. Thời gian quả cầu đi từ vị trí cao nhất đến vị trí thấp nhất là 0,15 s và tỉ số giữa độ lớn của lực đàn hồi lò xo và trọng lượng quả cầu gắn ở đầu con lắc khi nó ở vị trí thấp nhất là 1,8. Lấy  $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$ . Biên độ dao động của con lắc là:

- A.** 1,25 cm.      **B.** 2,8 cm.      **C.** 1,8 cm.      **D.** 2,25 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

$mg + kA = 1,8mg \Leftrightarrow A = 0,8 \frac{mg}{k} = 0,8 \Delta l_0 = 0,8 \cdot \frac{gT^2}{4\pi^2} = 0,018 \text{ m} = 1,8 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn C}$

## NĂNG LƯỢNG CỦA CON LẮC Lò XO

- 73.** Hai chất điểm có khối lượng lần lượt là  $m_1, m_2$  dao động điều hòa cùng phương cùng, tần số. Đồ thị biểu diễn động năng của  $m_1$  và thế năng của  $m_2$  theo li độ như hình vẽ. Tỉ số  $m_1/m_2$  là :

A. 2/3.                      B. 3/2.  
C. 4/9.                      D. 9/4.

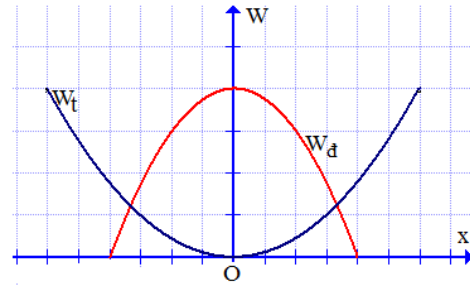
**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta thấy :

- + Cơ năng của hai con lắc bằng nhau
- + Biên độ của con lắc  $m_1$  là :  $A_1 = 4$  đơn vị
- + Biên độ của con lắc  $m_2$  là :  $A_2 = 6$  đơn vị

Theo đề bài thì hai con lắc dao động cùng tần số

Ta có :  $\frac{1}{2} m_1 \omega^2 A_1^2 = \frac{1}{2} m_2 \omega^2 A_2^2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{A_2^2}{A_1^2} = \frac{6^2}{4^2} = \frac{9}{4} \rightarrow \text{chọn D}$



- 74.** Hai vật cùng khối lượng gắn vào hai lò xo dao động cùng tần số và ngược pha nhau. Có biên độ lần lượt là  $A_1$  và  $A_2$  biết  $A_1 = 2A_2$ , khi dao động 1 có động năng  $W_{d1} = 0,48$  J thì dao động 2 có thế năng  $W_{t2} = 0,04$  J. Hỏi khi dao động 1 có động năng  $W_{d1} = 0,04$  J thì dao động 2 có thế năng là bao nhiêu?

A. 0,32 J.                      B. 0,16 J.                      C. 0,12 J.                      D. 0,15 J.

**HƯỚNG DẪN:**

Vì hai dao động ngược pha và  $A_1 = 2A_2$  nên tại mọi thời điểm ta luôn có :

$|x_1| = 2|x_2| \rightarrow W_{t1} = 4W_{t2} \text{ và } W_1 = 4W_2$

Tại thời điểm  $W_{d1} = 0,48$  J thì  $W_{t2} = 0,04$  J  $\rightarrow W_{t1} = 0,16$  J  $\rightarrow W_1 = 0,64$  J và  $W_2 = 0,16$  J

Khi  $W_{d1} = 0,04$  J  $\rightarrow W_{t1} = 0,60$  J  $\rightarrow W_{t2} = 0,15$  J  $\rightarrow \text{Chọn D}$

- 75.** Ba con lắc lò xo giống hệt nhau dao động điều hòa với biên độ  $A$  và cơ năng  $W$ . Tại thời điểm  $t$ , li độ và động năng của các vật thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \frac{n}{2} A^2$ ;  $W_{d1} + W_{d2} + W_{d3} = \frac{3}{4} W$ . Giá trị của  $n$  là?

A. 1,5.                      B. 2,5.                      C. 3,5.                      D. 4,5.

**HƯỚNG DẪN:**

Vì các con lắc giống hệt nhau nên, ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \frac{n}{2} A^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} kx_1^2 + \frac{1}{2} kx_2^2 + \frac{1}{2} kx_3^2 = \frac{n}{2} \frac{1}{2} kA^2$$

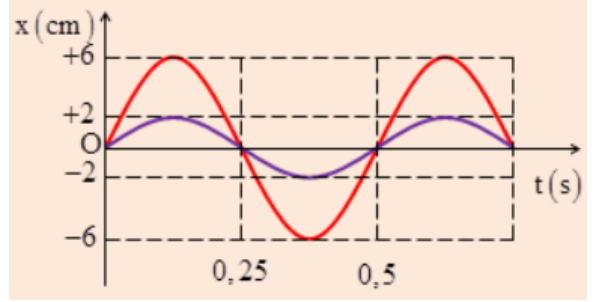
$$\Leftrightarrow W_{t1} + W_{t2} + W_{t3} = \frac{n}{2} W \quad (1)$$

Mặt khác :  $W_{d1} + W_{d2} + W_{d3} = \frac{3}{4} W \quad (2)$

Cộng (1) và (2) về theo về ta được :

$$3W = \left( \frac{n}{2} + \frac{3}{4} \right) W \Leftrightarrow n = 4,5 \rightarrow \text{Chọn D}$$

- 76.** Hai con lắc lò xo giống nhau, có cùng khối lượng vật nặng  $m$  và cùng độ cứng lò xo  $k$ . Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng, hai con lắc có đồ thị dao động như hình vẽ. Biên độ dao động của con lắc thứ nhất lớn hơn biên độ dao động của con lắc thứ hai. Ở thời điểm  $t$ , con lắc thứ nhất có động năng  $0,06 \text{ J}$ , con lắc thứ hai có thế năng  $4.10^{-3} \text{ J}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Khối lượng  $m$  là:



- A.  $\frac{2}{9} \text{ kg}$ .                      B.  $\frac{1}{3} \text{ kg}$ .  
C.  $3 \text{ kg}$ .                      D.  $2 \text{ kg}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta thấy hai con lắc dao động cùng pha và  $A_1 = 6 \text{ cm}$ ;  $A_2 = 2 \text{ cm}$

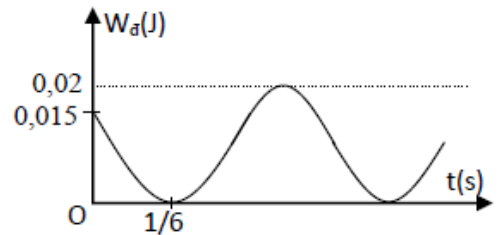
$$\rightarrow \begin{cases} A_1 = 3A_2 \\ x_1 = 3x_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} W_1 = 9W_2 \\ W_{t1} = 9W_{t2} \end{cases}$$

Ở thời điểm  $t$  thì  $\begin{cases} W_{d1} = 0,06 \text{ J} \\ W_{t2} = 4.10^{-3} \text{ J} \end{cases} \Rightarrow W_{t1} = 0,036 \text{ J} \Rightarrow W_1 = 0,096 \text{ J}$

Cũng từ đồ thị ta thấy chu kì dao động của hai con lắc là  $T = 0,5 \text{ s} \rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$

$$\rightarrow m = \frac{2W_1}{\omega^2 A_1^2} = \frac{2.0,096}{(4\pi)^2 . 0,06^2} = \frac{1}{3} \text{ kg} \rightarrow \text{chọn B}$$

- 77.** Một vật có khối lượng  $400 \text{ g}$  dao động điều hoà có đồ thị động năng như hình vẽ. Tại thời điểm  $t = 0$ , vật đang chuyển động theo chiều dương, lấy  $\pi^2 = 10$ . Phương trình dao động của vật là:

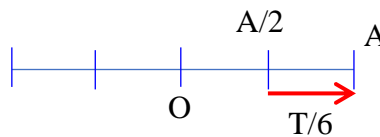


A.  $x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .

B.  $x = 10 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .

C.  $x = 5 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ .

D.  $x = 10 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$ .



**HƯỚNG DẪN:**

Tại thời điểm  $t = 0$ , vật đang chuyển động theo chiều dương  $\rightarrow \varphi < 0$

Từ đồ thị ta thấy khi  $t = 0 : W_d = \frac{3}{4}W$  và đang giảm  $\rightarrow x = \frac{A}{2} \rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3}$

Vật có động năng bằng 0 tại thời điểm  $t = \frac{1}{6} \text{ s} \rightarrow T = 1 \text{ s} \rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$

Biên độ dao động của vật :  $A = \sqrt{\frac{2W}{m\omega^2}} = 0,05 \text{ m} \rightarrow \text{chọn A}$

- 78.** Một chất điểm dao động điều hoà với biên độ  $A$ . Từ vị trí cân bằng chất điểm đi một đoạn đường  $s$  thì động năng là  $0,096 \text{ J}$ . Đi tiếp một đoạn  $s$  nữa thì động năng chất điểm là  $0,084 \text{ J}$ . Biết  $A > 3s$ . Đi thêm một đoạn  $s$  nữa thì động năng chất điểm là :

**A.** 0,072 J.

**B.** 0,064 J.

**C.** 0,048 J.

**D.** 0,076 J.

**HƯỚNG DẪN:**

$$\text{Ta có : } \begin{cases} W - \frac{1}{2}ks^2 = 0,096 \\ W - \frac{1}{2}k(2s)^2 = 0,084 \\ W - \frac{1}{2}k(3s)^2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} W = 0,1 \text{ J} \\ \frac{1}{2}ks^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J} \\ x = 0,064 \text{ J} \end{cases} \rightarrow \text{chọn B}$$

- 79.** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Khi vật nặng vừa đi khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $S$  thì động năng của chất điểm là 0,091 J. Đi tiếp một đoạn  $2S$  thì động năng chỉ còn 0,064 J và nếu đi thêm một đoạn  $S$  nữa ( $A > 3S$ ) thì động năng của vật là

**A.** 96 mJ.

**B.** 48 mJ.

**C.** 36 mJ.

**D.** 19 mJ.

**HƯỚNG DẪN:**

$$\text{Ta có : } \begin{cases} W - \frac{1}{2}ks^2 = 0,091 \\ W - \frac{1}{2}k(2s)^2 = 0,061 \\ W - \frac{1}{2}k(3s)^2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} W = 0,100 \text{ J} \\ \frac{1}{2}ks^2 = 0,009 \text{ J} \\ x = 0,019 \text{ J} \end{cases} \rightarrow \text{chọn D}$$

- 80.** Hai con lắc lò xo  $M$  và  $N$  giống hệt nhau, đầu trên của hai lò xo được cố định ở cùng một giá đỡ nằm ngang. Vật nặng của mỗi con lắc dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ của con lắc  $M$  là  $A$ , của con lắc  $N$  là  $A\sqrt{3}$ . Trong quá trình dao động chênh lệch độ cao lớn nhất của hai vật là  $A$ . Khi động năng của con lắc  $M$  cực đại và bằng 0,12 J thì động năng của con lắc  $N$  là :

**A.** 0,08 J.

**B.** 0,12 J.

**C.** 0,27 J.

**D.** 0,09 J.

**HƯỚNG DẪN:**

Khoảng cách cực đại giữa hai chất điểm :  $A = \sqrt{A^2 + 3A^2 - 2\sqrt{3}A^2 \cos \Delta\varphi} \Leftrightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

Vì  $A_N = \sqrt{3}A_M \Rightarrow W_N = 3W_M$

Khi  $W_{dM \max} = W_M = 0,12 \text{ J} \rightarrow W_{dN} = \frac{3}{4}W_N = \frac{9}{4}W_M = 0,27 \text{ J} \rightarrow \text{Chọn C}$

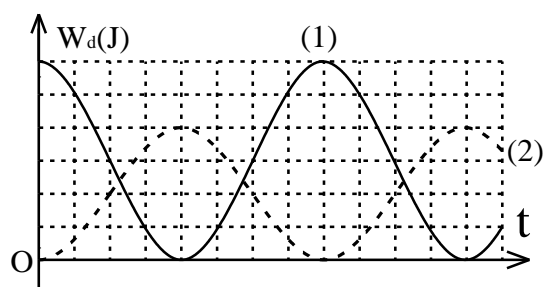
- 81.** Hai con lắc lò xo dao động điều hòa có động năng biến thiên theo thời gian như đồ thị, con lắc (1) là đường liền nét và con lắc (2) là đường nét đứt. Vào thời điểm thế năng hai con lắc bằng nhau thì tỉ số động năng con lắc (1) và động năng con lắc (2) là

**A.**  $\frac{81}{25}$ .

**B.**  $\frac{3}{2}$ .

**C.**  $\frac{9}{4}$ .

**D.**  $\frac{9}{5}$ .



**HƯỚNG DẪN:**

**Cách 1 :**

Từ đồ thị ta thấy dao động của hai con lắc là vuông pha, cùng tần số và  $\frac{W_1}{W_2} = \frac{k_1 A_1^2}{k_2 A_2^2} = \frac{3}{2}$

Ta có :  $W_{t1} = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 = \frac{1}{2} k_1 A_1^2 \sin^2(\omega t)$

$$W_{t2} = \frac{1}{2} k_2 x_2^2 = \frac{1}{2} k_2 A_2^2 \cos^2(\omega t)$$

Khi thế năng của hai con lắc bằng nhau thì :

$$W_{t1} = W_{t2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} k_1 A_1^2 \sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} k_2 A_2^2 \cos^2(\omega t)$$

$$\Leftrightarrow \cos^2(\omega t) = \frac{3}{5} \text{ và } \sin^2(\omega t) = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow W_{t1} = W_{t2} = \frac{1}{2} k_1 A_1^2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{2} k_2 A_2^2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5} W_2$$

Tỉ số động năng của hai con lắc là :  $\frac{W_{d1}}{W_{d2}} = \frac{W_1 - W_{t1}}{W_2 - W_{t2}} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{9}{4} \rightarrow \text{Chọn C}$

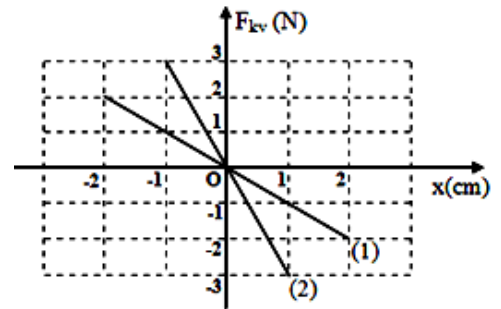
### Cách 2 : Đoán

Vì động năng và thế năng tương hỗ với nhau, chuyển hóa lẫn nhau nên, tỉ số động năng của hai con lắc khi thế năng của chúng bằng nhau cũng bằng tỉ số thế năng của hai con lắc khi động năng của chúng bằng nhau.

Trên đồ thị ta thấy, vị trí động năng của hai con lắc bằng nhau là điểm giao nhau của hai đồ thị. Điểm này cách trục hoành khoảng 2,4 đơn vị do đó ta có :

$$\left[ \frac{W_{d1}}{W_{d2}} \right]_{W_{t1}=W_{t2}} = \left[ \frac{W_{t1}}{W_{t2}} \right]_{W_{d1}=W_{d2}} = \frac{W_1 - W_{d1}}{W_2 - W_{d2}} = \frac{6 - 2,4}{4 - 2,4} = \frac{9}{4}$$

- 82.** Hai con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa cùng tần số dọc theo hai đường thẳng song song kề nhau và song song với trục  $Ox$ . Vị trí cân bằng của hai dao động đều nằm trên một đường thẳng qua  $O$  và vuông góc với  $Ox$ . Đồ thị (1), (2) lần lượt biểu diễn mối liên hệ giữa lực kéo về  $F_{kv}$  và li độ  $x$  của con lắc 1 và con lắc 2. Biết tại thời điểm  $t$ , hai con lắc có cùng li độ và đúng bằng biên độ của con lắc 2, tại thời điểm  $t_1$  ngay sau đó, khoảng cách của hai vật theo phương  $Ox$  là lớn nhất. Động năng của con lắc 2 tại thời điểm  $t_1$  là



- A.** 15 mJ.      **B.** 10 mJ.      **C.** 3,75 mJ.      **D.** 11,25 mJ.

### HƯỚNG DẪN:

Giả sử phương trình hai dao động của hai chất điểm lần lượt là :

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi) \text{ và } x_2 = A_2 \cos \omega t$$

Từ dữ kiện đề bài thì tại thời điểm  $t$  :  $x_1 = x_2 = A_2 = \frac{A_1}{2} \Rightarrow \cos \omega t = 1 \Leftrightarrow \omega t = 0 \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{3}$

Khoảng cách giữa hai vật :  $|x| = |x_1 - x_2| = \sqrt{3} \left| \cos \left( \omega t \pm \frac{\pi}{2} \right) \right|$

Tại thời điểm  $t_1$  khoảng cách giữa hai chất điểm là lớn nhất



$$\rightarrow \left| \cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) \right| = 1 \Leftrightarrow \omega t = k\pi \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow x_2 = 0$$

$$\rightarrow W_{d2} = W_2 = \frac{1}{2} k_2 A_2^2 = \frac{1}{2} F_{2\max} A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0,01 = 0,015 \text{ J} \rightarrow \text{chọn A}$$

- 83.** Kích thích vật  $m$  dao động điều hòa với phương trình  $x_1 = A_1 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  thì cơ năng là  $W_1$ .

Kích thích vật  $m$  dao động điều hòa với phương trình  $x_2 = A_2 \cos(\omega t)$  thì cơ năng là  $W_2 = 9W_1$ .

Khi vật  $m$  thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa trên thì cơ năng là  $W$ . Hệ thức nào sau đây đúng?

- A.**  $W = 13W_1$ .      **B.**  $W = 9W_2$ .      **C.**  $W = 9W_1$ .      **D.**  $W = 13W_2$ .

**HƯỚNG DẪN:**

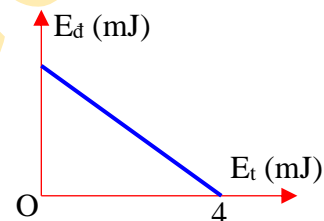
$$W_2 = 9W_1 \Rightarrow A_2 = 3A_1$$

Khi vật thực hiện đồng thời hai dao động thì biên độ dao động tổng hợp là :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{\pi}{3}} = A_1 \sqrt{13} \rightarrow W = 13W_1 \rightarrow \text{chọn A}$$

- 84.** Động năng dao động của một con lắc lò xo được mô tả theo thế năng dao động của nó bằng đồ thị (hình vẽ). Cho biết khối lượng của vật bằng 100 g, vật dao động giữa hai vị trí cách nhau 8 cm. Tính tần số góc của vật.

- A.** 5 rad/s.      **B.**  $5\sqrt{2}$  rad/s.  
**C.**  $5\sqrt{3}$  rad/s.      **D.** 2,5 rad/s.



**HƯỚNG DẪN:**

Từ đồ thị ta thấy cơ năng của con lắc :  $E = 4 \text{ mJ} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = 4 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow \omega = 2,5 \text{ rad/s}$

**→ Chọn D**

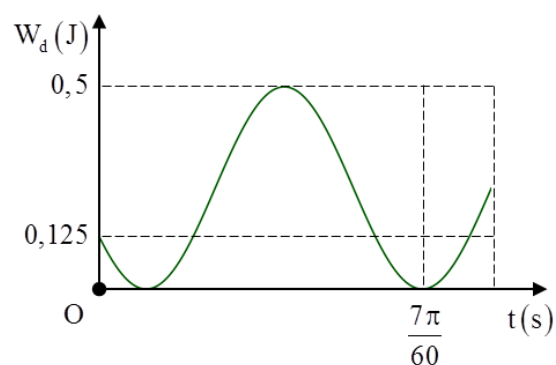
- 85.** Hai con lắc lò xo nằm ngang dao động điều hòa cùng biên độ, có cùng độ cứng lò xo. Chọn gốc thế năng là vị trí cân bằng. Con lắc lò xo thứ nhất (1) có khối lượng bằng hai lần con lắc lò xo thứ hai (2). Khi hai con lắc cùng cách vị trí cân bằng một khoảng như nhau thì tỉ số động năng của con lắc thứ nhất (1) và con lắc thứ hai (2) là

- A.** 1/2.      **B.** 2.      **C.** 1/4.      **D.** 1.

**HƯỚNG DẪN:**

- 86.** Một vật có khối lượng 250 g dao động điều hòa, chọn gốc tính thế năng ở vị trí cân bằng, đồ thị động năng theo thời gian như hình vẽ. Thời điểm đầu tiên vật có vận tốc thỏa mãn  $v = -10x$  ( $x$  là li độ) là

- A.**  $\frac{7\pi}{12}$  s.      **B.**  $\frac{\pi}{30}$  s.  
**C.**  $\frac{\pi}{20}$  s.      **D.**  $\frac{\pi}{24}$  s.



**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $t = \frac{T}{6} + \frac{T}{3} + \frac{T}{12} = \frac{7\pi}{60} \text{ s} \Leftrightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$



Tại thời điểm ban đầu :  $W_d = \frac{1}{4}W \Rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$  và động năng đang giảm (tức vật đang chuyển động ra biên)

→  $x = A \cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$  hoặc  $x = A \cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$

Thời điểm  $v = -10x \Leftrightarrow \sin x = \cos x \Leftrightarrow x = \pm \frac{A}{2} \Rightarrow W_d = W_t$

Dùng sơ đồ thời gian ta tính được :  $t = \frac{5T}{24} = \frac{\pi}{24}$  s → **chọn D**

## CON LẮC Lò XO CHỊU THÊM TÁC DỤNG CỦA NGOẠI LỰC

- 87.** Một con lắc lò xo nằm ngang gồm vật nhỏ có khối lượng  $m=250$  g và lò xo có độ cứng  $k=100$  N/m. Bỏ qua ma sát. Ban đầu, giữ vật ở vị trí lò xo nén 1 cm. Buông nhẹ vật, đồng thời tác dụng vào vật một lực  $F=3$  N không đổi có hướng dọc theo trục lò xo và làm lò xo giãn. Sau khoảng thời gian  $\Delta t = \pi/40$  thì ngừng tác dụng  $F$ . Vận tốc cực đại của vật sau đó bằng

- A.** 0,8 m/s.      **B.** 2 m/s.      **C.** 1,4 m/s.      **D.** 1 m/s.

### HƯỚNG DẪN:

Khi tác dụng lực  $F$  thì vị trí cân bằng của vật  $O$  cách vị trí lò xo không giãn  $O'$  một đoạn:

$$OO' = \frac{F}{k} = \frac{3}{100} = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

→ Vật dao động với biên độ  $A = 3 + 1 = 4$  cm

Chu kì dao động của con lắc :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10}$  s  $\Rightarrow \omega = 20$  rad/s

Sau khoảng thời gian  $\Delta t = \frac{\pi}{40} = \frac{T}{4}$  vật qua vị trí cân bằng  $O$  →  $v = v_{\max} = \omega A = 80$  cm/s

Sau khi ngừng tác dụng lực  $F$  thì vị trí cân bằng mới của con lắc là vị trí lò xo không giãn  $O'$   
Li độ của vật so với vị trí cân bằng mới :  $x' = 3$  cm

Vì vận tốc của vật ngay trước và sau khi thôi tác dụng lực  $F$  vẫn là  $v$ , biên độ của con lắc sau

khi thôi tác dụng lực  $F$  :  $A' = \sqrt{x'^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 5$  cm

→  $v'_{\max} = \omega A' = 20 \cdot 5 = 100$  cm/s = 1 m/s → **Chọn D**

- 88.** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ có khối lượng 100 g và lò xo có độ cứng 40 N/m được đặt trên mặt phẳng nằm ngang không ma sát. Vật nhỏ đang nằm yên ở vị trí cân bằng, mang điện tích  $q = 40$   $\mu$ C. Tại  $t = 0$ , có điện trường đều  $E = 5 \cdot 10^4$  V/m theo phương ngang làm con lắc dao động điều hòa đến thời điểm  $t = \frac{\pi}{3}$  s thì ngừng tác dụng của điện trường. Dao động điều hòa của con lắc sau khi không còn điện trường có giá trị biên độ **gần nhất** giá trị nào sau đây?

- A.** 7 cm.      **B.** 5 cm.      **C.** 9 cm.      **D.** 11 cm.

### HƯỚNG DẪN:

Khi có điện trường con lắc dao động điều hòa với biên độ :  $A = \Delta l = \frac{qE}{k} = 5$  cm

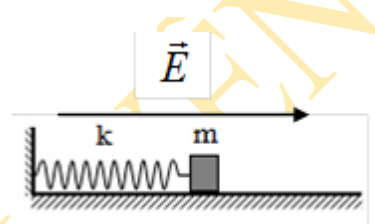
Chu kì dao động của con lắc :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{10} \text{ s} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$

Tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{3} = T + \frac{T}{3}$  thì con lắc có :  $W_d = \frac{3}{4}W$  và  $x = \frac{A}{2}$

Sau khi ngừng tác dụng của điện trường thì vật vẫn dao động điều hòa với vị trí cân bằng là vị trí lò xo không biến dạng, do đó li độ của con lắc lúc sau là :  $x' = x + \Delta l = \frac{3}{2}A$

Động năng của con lắc ngay trước và sau khi ngừng tác dụng của điện trường là bằng nhau nên ta có :  $W_d = \frac{3}{4}W = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA'^2 - \frac{1}{2}kx'^2 \Leftrightarrow A' = \sqrt{3}A \approx 8,66 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn C}$

89. Con lắc lò xo nằm ngang như hình 2, có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ , vật nặng khối lượng  $100 \text{ g}$ , được tích điện  $q = 2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$  ( cách điện với lò xo, lò xo không tích điện), hệ được đặt trong điện trường  $E = 10^5 \text{ V/m}$  nằm ngang như hình . Bỏ qua ma sát lấy  $\pi^2 = 10$ . Ban đầu kéo lò xo đến vị trí giãn  $6 \text{ cm}$ , rồi buông cho nó dao động điều hòa ( $t = 0$ ). Xác định thời điểm vật qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ 2017.
- A. 402,46 s.      B. 201,3 s.      C. 402,50 s.      D. 201,7 s.



**HƯỚNG DẪN:**

Vật nặng tích điện nên khi đặt trong điện trường sẽ chịu tác dụng của lực điện trường  $F = qE$

Khi vật  $m$  cân bằng thì lò xo giãn một đoạn  $\Delta \ell_0 = \frac{qE}{k} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$

Kéo vật đến khi lò xo giãn  $6 \text{ cm}$  rồi buông cho vật dao động  $\rightarrow$  biên độ dao động là  $A = 4 \text{ cm}$   
Giả sử vị trí lò xo giãn cực đại là biên dương thì phương trình dao động của con lắc là :

$x = 4\cos 10\pi t \text{ (cm)} \rightarrow$  vị trí lò xo không biến dạng là vị trí có li độ  $x = -2 \text{ cm}$

Ta biết rằng trong một chu kì thì vật nặng qua vị trí  $x = -2 \text{ cm}$  2 lần, sau khoảng thời gian 1008 chu kì thì vật qua vị trí  $x = -2 \text{ cm}$  2016 lần và trở về vị trí biên dương như cũ. Để vật qua vị trí  $x = -2 \text{ cm}$  lần thứ 2017 thì vật phải dao động tiếp từ vị trí biên dương đến vị trí  $x = -2 \text{ cm}$ . Khoảng thời gian đó là  $\frac{T}{3}$

Vậy thời điểm vật qua vị trí  $x = -2 \text{ cm}$  lần thứ 2017 là :  $t = \left(1008 + \frac{1}{3}\right)T \approx 201,7 \text{ s}$

90. Con lắc lò xo có độ cứng  $k = 10 \text{ N/m}$  và vật khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  đặt trên phương nằm ngang. Vật có khối lượng  $m_0 = 300 \text{ g}$  được tích điện  $q = 10^{-4} \text{ C}$  gần cách điện với vật  $m$ , vật  $m_0$  sẽ bong ra nếu lực kéo tác dụng lên nó đạt giá trị  $0,5 \text{ N}$ . Đặt điện trường đều  $\vec{E}$  dọc theo phương lò xo và có chiều hướng từ điểm gắn cố định của lò xo đến vật. Đưa hệ vật đến vị trí sao cho lò xo nén một đoạn  $10 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ cho hệ vật dao động. Bỏ qua ma sát. Sau thời gian  $\frac{2\pi}{15} \text{ (s)}$  kể từ khi buông tay thì vật  $m_0$  bong ra khỏi vật  $m$ . Điện trường  $\vec{E}$  có độ lớn là

- A.  $\frac{1}{11} \cdot 10^4 \text{ V/m}$ .      B.  $\frac{1}{14} \cdot 10^2 \text{ V/m}$ .      C.  $\frac{1}{14} \cdot 10^4 \text{ V/m}$ .      D.  $\frac{1}{11} \cdot 10^2 \text{ V/m}$ .

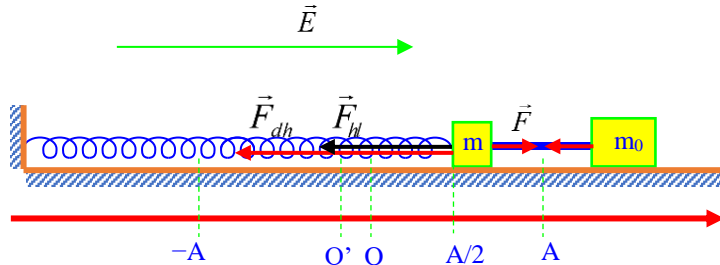
**HƯỚNG DẪN:**

Chu kì dao động của hệ con lắc lò xo :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m_0}{k}} = \frac{\pi}{5} \text{ (s)}$

Do có lực điện tác dụng vào hệ nên vị trí cân bằng  $O$  của hệ cách vị trí lò xo không biến dạng một đoạn :  $k\Delta l_0 = qE \Leftrightarrow \Delta l_0 = \frac{qE}{k}$

Khi lò xo bị nén một đoạn 10 cm thì ta có :  $A - \Delta l_0 = 10 \text{ cm}$  (1)

Sau thời gian  $t = \frac{2\pi}{15} = \frac{T}{3}$  vật  $m_0$  bong ra  $\rightarrow x = \frac{A}{2}$  và  $a = -\omega^2 \frac{A}{2}$



Thời điểm  $m_0$  bong ra, tức là vật  $m_0$  bị vật  $m$  tác dụng một lực kéo là  $F = 0,5 \text{ N}$

Theo định luật III Newton thì vật  $m_0$  cũng tác dụng lên vật  $m$  một lực kéo  $F = 0,5 \text{ N}$  nhưng ngược hướng (hình vẽ).

Xét chuyển động của vật  $m$  dưới tác dụng của các lực gồm lực đàn hồi của lò xo  $\vec{F}_{dh}$  và lực kéo  $\vec{F}$  của vật  $m_0$ , phương trình động lực học cho vật  $m$  là :

$$\vec{F}_{hl} = \vec{F}_{dh} + \vec{F} = m\vec{a} \quad (*)$$

Chiếu phương trình vector (\*) lên phương chuyển động :

$$-F_{dh} + F = ma$$

$\Leftrightarrow$

$$F_{dh} + ma = F$$

$\Leftrightarrow$

$$k\left(\frac{A}{2} + \Delta l_0\right) - m\omega^2 \frac{A}{2} = 0,5$$

$\Leftrightarrow$

$$k\left(\frac{A}{2} + \Delta l_0 - \frac{m}{m+m_0} \frac{A}{2}\right) = 0,5$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{3}{8} A + \Delta l_0 = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} A - \Delta l_0 = 10 \\ \frac{3}{8} A + \Delta l_0 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{120}{11} \text{ cm} = \frac{1,2}{11} \text{ m} \\ \Delta l_0 = \frac{10}{11} \text{ cm} = \frac{0,1}{11} \text{ m} \end{cases}$$

$\rightarrow$  Cường độ điện trường  $E = \frac{k\Delta l_0}{q} = \frac{10 \cdot \frac{0,1}{11}}{10^{-4}} = \frac{1}{11} \cdot 10^4 \text{ V/m} \rightarrow \text{chọn A}$

- 91.** Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng gồm: lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 60 \text{ N/m}$ , một quả cầu nhỏ khối lượng  $m = 150 \text{ g}$  và mang điện tích  $q = 3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ . Coi quả cầu nhỏ là hệ cô lập về điện. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Đưa quả cầu nhỏ theo phương dọc trục lò xo đến vị trí lò xo không

biến dạng rồi truyền cho nó một vận tốc ban đầu có độ lớn  $v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$  theo phương thẳng

đứng hướng xuống, con lắc dao động điều hòa. Chọn gốc thời gian là lúc quả cầu nhỏ được truyền vận tốc. Mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Sau khoảng thời gian ngắn nhất kể từ thời điểm ban đầu quả cầu nhỏ đi qua vị trí có động năng bằng ba lần thế năng, một điện trường

đều được thiết lập có hướng thẳng đứng xuống dưới và có độ lớn  $E = 2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$ . Sau đó, quả cầu nhỏ dao động điều hòa với biên độ bằng bao nhiêu ?

- A.**  $\sqrt{18} \text{ cm}$ .      **B.**  $\sqrt{21} \text{ cm}$ .      **C.**  $\sqrt{20} \text{ cm}$ .      **D.**  $\sqrt{19} \text{ cm}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Khi vật ở vị trí cân bằng lò xo giãn một đoạn :  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$

Tốc độ góc của lò xo :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20 \text{ rad/s}$

Biên độ dao động :  $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 5 \text{ cm}$

Vị trí động năng bằng 3 lần thế năng là vị trí có li độ  $x = \frac{A}{2} = 2,5 \text{ cm} \rightarrow v = v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$

Sau khi điện trường được thiết lập thì vị trí cân bằng mới cách vị trí cân bằng cũ một đoạn

$OO' = \frac{qE}{k} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm} \rightarrow$  li độ ứng với vị trí cân bằng mới là  $x' = x - 1 = 1,5 \text{ cm}$

Biên độ dao động của con lắc sau khi có điện trường :  $A' = \sqrt{x'^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{21} \text{ cm} \rightarrow$  **Chọn B**

- 92.** Treo thẳng đứng một con lắc đơn và một con lắc lò xo vào trần một thang máy đang đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kích thích cho hai con lắc dao động điều hòa thấy chúng đều có tần số góc bằng  $10 \text{ rad/s}$  và biên độ dài đều bằng  $1 \text{ cm}$ . Đúng lúc vật nặng của hai con lắc cùng đi qua vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Tỉ số giữa biên độ dài hai con lắc đơn và con lắc lò xo sau khi thang máy chuyển động **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

- A.** 2.      **B.** 1,5.      **C.** 0,55.      **D.** 0,45.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi vật ở vị trí cân bằng lò xo giãn một đoạn là :  $\Delta \ell_0 = \frac{g}{\omega^2} = 0,1 \text{ m}$

Vật qua vị trí cân bằng thì có tốc độ cực đại  $v_{\max} = \omega A = 10 \text{ cm/s}$

Sau khi thang máy chuyển động xuống thì vị trí cân bằng mới  $O'$  của con lắc lò xo dịch chuyển

lên cách vị trí cân bằng cũ  $O$  một đoạn :  $OO' = \frac{a}{\omega^2} = 0,025 \text{ m} \rightarrow x' = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$

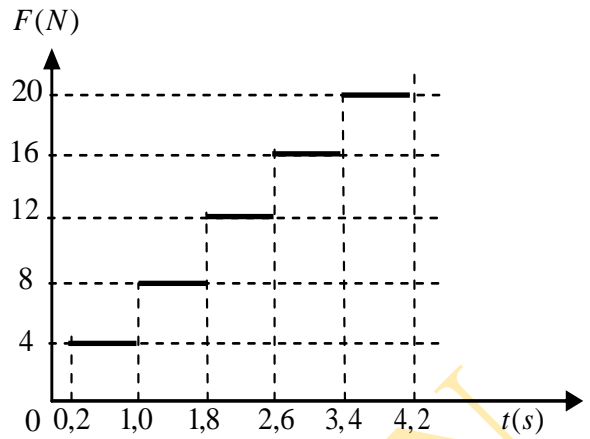
Biên độ dao động mới của con lắc lò xo :  $A' = \sqrt{x'^2 + \frac{v_{\max}^2}{\omega^2}} = \frac{\sqrt{29}}{2} \text{ cm}$

Đối với con lắc đơn ta áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$\frac{1}{2} m \frac{g-a}{l} S_0'^2 = \frac{1}{2} m \frac{g}{l} S_0^2 \Leftrightarrow S_0' = \sqrt{\frac{g}{g-a}} S_0 = \sqrt{\frac{4}{3}} \text{ cm}$$

$\rightarrow$  Tỉ số giữa biên độ dài của hai con lắc là :  $\frac{S_0'}{A'} = \frac{\sqrt{29}/2}{\sqrt{4/3}} \approx 0,4288 \rightarrow$  **Chọn D**

- 93.** Một lò xo nhẹ, có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  được treo vào một điểm cố định, đầu dưới treo vật nhỏ khối lượng  $m = 400 \text{ g}$ . Giữ vật ở vị trí lò xo không biến dạng rồi buông nhẹ để vật dao động điều hòa tự do dọc theo trục lò xo. Chọn trục tọa độ thẳng đứng chiều dương hướng xuống, gốc thời gian là lúc buông vật. Tại thời điểm  $t = 0,2 \text{ s}$ , một lực  $\vec{F}$  thẳng đứng, có cường độ biến thiên theo thời gian biểu diễn như đồ thị trên hình bên, tác dụng vào vật. Biết điểm treo chỉ chịu được lực kéo tối đa có độ lớn  $20 \text{ N}$ . Tại thời điểm lò xo bắt đầu rời khỏi điểm treo, tốc độ của vật là



- A.  $20\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .      B.  $9 \text{ cm/s}$ .      C.  $20\pi \text{ cm/s}$ .      D.  $40\pi \text{ cm/s}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Khi vật cân bằng thì lò xo dãn một đoạn :  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,4 \cdot 10}{100} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$

Kéo con lắc đến vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ thì con lắc dao động với biên độ

$$A = 4 \text{ cm và tần số góc } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 5\pi \text{ rad/s} \rightarrow T = 0,4 \text{ s}$$

Điểm treo bị bong ra khi  $F_{dh} \geq 20 \text{ N} \Leftrightarrow \Delta l \geq \frac{20}{100} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$

+ Tại thời điểm  $t = 0,2 \text{ s}$ , con lắc đang ở vị trí biên dưới cách  $O$   $4 \text{ cm}$ , là vị trí  $O_1$ . Lúc này lực  $F = 4 \text{ N}$  tác dụng vào vật làm cho vị trí cân bằng dời xuống một đoạn

$$OO_1 = \frac{4}{k} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \rightarrow \text{vị trí cân bằng mới là } O_1 \rightarrow \text{vật lúc này tiếp}$$

tục đứng yên

+ Đến thời điểm  $t = 1 \text{ s}$ , thì lực  $F = 8 \text{ N}$  tác dụng vào vật là cho vị trí cân bằng dời xuống một đoạn  $O_1O_2 = \frac{8-4}{k} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$

$\rightarrow$  vị trí cân bằng mới là  $O_2$  vật dao động với biên độ  $4 \text{ cm}$ .

+ Thời điểm  $t = 1,8 \text{ s}$  vật dao động được hai chu kì và trở lại vị trí biên trên  $O_1$ . Lực  $F = 12 \text{ N}$  tác dụng vào vật làm cho vị trí cân bằng dời xuống

một đoạn  $O_2O_3 = \frac{12-8}{k} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \rightarrow$  sau đó vật dao động với biên độ  $8 \text{ cm} \rightarrow$  vị trí cân bằng là  $O_3$

Khi vật chuyển động đến vị trí  $O_4$  là vị trí lò xo dãn  $20 \text{ cm}$  và điểm treo bắt đầu bong ra. Vị trí đó cách  $O_3$   $4 \text{ cm}$

$\rightarrow$  Vận tốc của vật khi điểm treo bong ra là  $v = 5\pi\sqrt{8^2 - 4^2} = 20\pi\sqrt{3} \text{ cm/s} \rightarrow$  **Chọn A**

- 94.** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$  và vật nặng có khối lượng  $400 \text{ g}$ , được treo vào trần của một thang máy. Khi vật nặng đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì thang máy đột ngột chuyển động nhanh dần đều đi lên với gia tốc  $a = 5 \text{ m/s}^2$  và sau  $5 \text{ s}$  kể từ khi bắt đầu chuyển động nhanh dần đều thì thang máy chuyển động thẳng đều. Lấy  $\pi^2 = 10$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Biên độ dao động của vật khi thang máy chuyển động thẳng đều là

**A.** 4 cm.

**B.**  $4\sqrt{2}$  cm.

**C.** 8 cm.

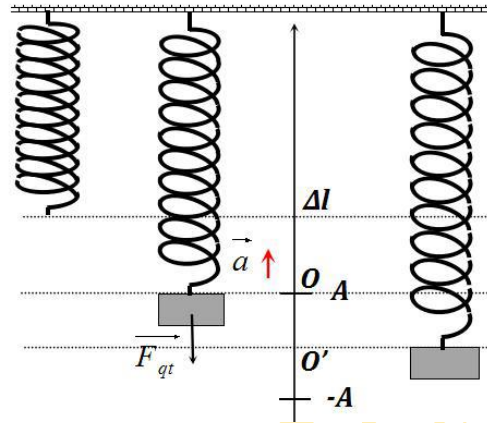
**D.**  $8\sqrt{2}$  cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi thang máy đột ngột chuyển động nhanh dần đều đi lên với gia tốc  $a$ , con lắc chịu thêm lực quán tính làm cho vị trí cân bằng của vật bị kéo xuống một đoạn  $OO' = \frac{ma}{k} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$

→ con lắc dao động với biên độ  $A = 2 \text{ cm}$  quanh vị trí cân bằng  $O'$ . Tần số góc của dao động là  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\pi \text{ rad/s} \Rightarrow T = 0,4 \text{ s}$

Sau thời gian  $t = 5 \text{ s} = 12,5T$  con lắc đang ở vị trí biên dưới. Lúc này thang máy chuyển động đều nên không còn lực quán tính tác dụng vào con lắc. Con lắc dao động quanh vị trí cân bằng  $O \rightarrow$  biên độ dao động lúc sau là 4 cm → **Chọn A**



**CẮT GHÉP Lò XO, Lò XO BỊ CHẶN MỘT ĐOẠN, THAY ĐỔI CẤU TRÚC CON LẮC**

- 95.** Một con lắc lò xo dài  $L$  đang dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với biên độ  $A$ . Khi vật đi qua vị trí mà động năng bằng thế năng thì giữ lò xo tại điểm  $M$  cách điểm cố định một khoảng  $\frac{2L}{3}$ , sau đó con lắc dao động điều hòa với biên độ là  $A'$ . Tỉ số  $\frac{A'}{A}$  bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{6}}{5}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{8}}{5}$ .

**D.**  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có vị trí động năng bằng thế năng thì :  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$

Giữ một đoạn  $\frac{2L}{3}$  thì đoạn dao động tự do còn lại là  $\frac{L}{3} \rightarrow k' = 3k$  và  $x' = \frac{x}{3}$

Động năng của vật ngay trước khi giữ và sau khi giữ là bằng nhau nên :

$$W_d = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k'A'^2 - \frac{1}{2}k'x'^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}3kA'^2 - \frac{1}{2}3k\frac{x^2}{9}$$

$$\Leftrightarrow A'^2 = \frac{A^2 - \frac{2}{3}x^2}{3} = \frac{2A^2}{9} \Rightarrow A' = A\frac{\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow \frac{A'}{A} = \frac{\sqrt{2}}{3} \rightarrow \text{Chọn D}$$

- 96.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Lò xo có chiều dài tự nhiên 50 cm, độ cứng 50 N/m. Vật khối lượng  $m = 400 \text{ g}$ , ban đầu được đưa tới vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ. Khi vật đi tới vị trí lò xo dãn 14 cm thì đột nhiên giữ chặt vị trí trên lò xo cách điểm treo 32 cm. Khoảng cách lớn nhất từ điểm treo tới vật  $m$  sau đó có thể đạt được **gần nhất** với giá trị nào?

**A.** 54,8 cm.

**B.** 62,8 cm.

**C.** 66,8 cm.

**D.** 58,8 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi vật ở vị trí cân bằng lò xo dãn một đoạn :  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$

Đưa vật tới vị trí lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ →  $A = \Delta l_0 = 8 \text{ cm}$

Gọi  $l'$  là chiều dài lò xo sau khi bị giữ chặt tại một điểm,  $l$  là chiều dài của lò xo ban đầu



Khi lò xo giãn 14 cm thì chiều dài tại thời điểm đó của lò xo là 64 cm  $\rightarrow x = 6$  cm

Giữ chặt lò xo tại vị trí cách điểm treo 32 cm tức là điểm chính giữa của lò xo  $\rightarrow l' = \frac{1}{2}l$

Ta có :  $\frac{l'}{l} = \frac{k}{k'} = \frac{x'}{x} = \frac{\Delta l'_0}{\Delta l_0} = \frac{\Delta l'}{\Delta l} = \frac{l'_0}{l_0} \rightarrow$  chiều dài tự nhiên của con lắc lò xo lúc sau là :

$$l'_0 = 25 \text{ cm}$$

Cơ năng của con lắc ngay trước và sau khi bị giữ chặt :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}kA^2 = W_d + \frac{1}{2}kx^2 \\ \frac{1}{2}k'A'^2 = W_d + \frac{1}{2}k'x'^2 \end{cases} \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{l'}{l}(A^2 - x^2) + \left(\frac{l'}{l}x\right)^2} = \sqrt{23} \text{ cm}$$

Khoảng cách lớn nhất từ điểm treo tới vật  $m$  là :  $d_{\max} = 32 + 25 + A' + \Delta l'_0 \approx 65,8 \text{ cm}$

**$\rightarrow$  chọn C**

- 97.** Hai lò xo có khối lượng không đáng kể, ghép nối tiếp có độ cứng  $K_1 = 2K_2$ , đầu còn lại của lò xo 2 nối với vật  $m$  và hệ đặt trên mặt bàn nằm ngang. Bỏ qua mọi lực cản. Kéo vật để hệ lò xo giãn tổng cộng 12 cm, rồi thả để vật dao động điều hòa dọc theo trục lò xo. Ngay khi động năng bằng thế năng lần đầu, người ta giữ chặt điểm nối giữa lò xo. Biên độ dao động của vật sau đó bằng :

**A.**  $6\sqrt{2} \text{ cm}$ .

**B.**  $6\sqrt{3} \text{ cm}$ .

**C.**  $8\sqrt{2} \text{ cm}$ .

**D.**  $4\sqrt{5} \text{ cm}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Độ cứng của hệ hai lò xo mắc nối tiếp :  $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{2k_2}{3}$

Con lắc lò xo dao động với biên độ  $A = 12 \text{ (cm)}$

Gọi  $\Delta \ell_1, \Delta \ell_2$  là độ biến dạng của lò xo 1 và lò xo 2 ở thời điểm bất kì, ta có :

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\Delta \ell_2}{\Delta \ell_1} = 2 \rightarrow x = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 = \frac{3}{2} \Delta \ell_2$$

Khi động năng bằng thế năng thì :  $x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2} \Delta \ell_2 \Leftrightarrow \Delta \ell_2 = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$

Giữ điểm nối giữa hai lò xo  $\rightarrow$  con lắc chỉ còn lò xo 2 và vật  $m$  dao động tự do

Động năng của vật  $m$  ngay trước và sau khi giữ điểm nối là bằng nhau, do đó ta có :

$$W_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \frac{2k_2}{3} A^2 = \frac{1}{2} k_2 A'^2 - \frac{1}{2} k_2 \Delta \ell_2^2 \Leftrightarrow A' = \sqrt{\frac{A^2}{3} + \Delta \ell_2^2} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)} \rightarrow \text{chọn D}$$

- 98.** Một dây chun nhẹ đàn hồi có hệ số đàn hồi  $k_1 = 10 \text{ N/m}$  được luồn vào dọc theo trục của một lò xo nhẹ có độ cứng  $k_2 = 30 \text{ N/m}$  và có cùng chiều dài tự nhiên với dây chun. Hai đầu dây chun được nối chặt với hai đầu tương ứng của lò xo. Đầu nối bên trên được gắn vào một giá cố định còn đầu nối bên dưới được gắn với một quả cầu nhỏ có khối lượng  $m = 400 \text{ g}$  như hình vẽ bên. Từ vị trí cân bằng, kéo vật thẳng xuống một đoạn 20 cm rồi thả nhẹ. Bỏ qua sức cản không khí. Chu kỳ dao động của vật có giá trị gần nhất với với giá trị nào sau đây?

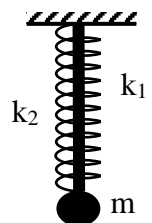
**A.** 0,67 s.

**B.** 0,61 s.

**C.** 0,65 s.

**D.** 0,63 s.

**HƯỚNG DẪN:**





Tại vị trí vật cân bằng thì lò xo và dây chun dẫn một đoạn :  $\Delta \ell_0 = \frac{mg}{k_1 + k_2} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$

Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống 20 cm  $\rightarrow A = 20 \text{ cm}$ . Ta thấy  $A = 2\Delta \ell_0$

$\rightarrow$  Chu kì của con lắc bằng phần thời gian dây chun dẫn và phần thời gian dây chun bị chùng  
Vị trí dây chun bị chùng là vị trí có li độ  $|x| = 10 \text{ cm}$ . Ngay khi dây chun chùng thì con lắc tiếp tục dao động như một con lắc lò xo gồm lò xo và vật nặng.

Tốc độ của vật tại thời điểm dây chun bắt đầu chùng :  $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega A$

Vị trí cân bằng mới  $O'$  cách vị trí lò xo không dẫn một đoạn:  $\Delta \ell'_0 = \frac{mg}{k_2} = \frac{40}{3} \text{ cm}$

$\rightarrow |x'| = \frac{40}{3} \rightarrow A' = \sqrt{x'^2 + \frac{v^2}{\omega'^2}} = \sqrt{x'^2 + \frac{3(k_1 + k_2)A^2}{4k_2}} = \frac{20\sqrt{13}}{3} \approx 24 \text{ cm}$

$\rightarrow$  Thời gian dây chun dẫn :  $t_1 = \frac{2}{3}T_1 = \frac{2}{3} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = \frac{2\pi}{15} \approx 0,419 \text{ s}$

$\rightarrow$  Thời gian dây chun chùng :  $t_2 = 2 \cdot \frac{\arccos \frac{|x'|}{A'}}{\omega'} \approx 0,227 \text{ s}$

Chu kì dao động của vật là :  $T = t_1 + t_2 \approx 0,646 \text{ s} \rightarrow \text{Chọn C}$

## ĐỘ DẪN CỦA LÒ XO

- 99.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, gốc  $O$  ở vị trí cân bằng. Tại các thời điểm  $t_1, t_2, t_3$  lò xo dẫn  $a \text{ (cm)}, 2a \text{ (cm)}, 3a \text{ (cm)}$  tương ứng với tốc độ của vật là  $v\sqrt{6} \text{ (cm/s)}; v\sqrt{5} \text{ (cm/s)}; v\sqrt{3} \text{ (cm/s)}$ . Tỉ số giữa thời gian lò xo nén và lò xo dẫn trong một chu kỳ gần nhất với giá trị nào sau đây?

**A.** 0,7.

**B.** 0,5.

**C.** 0,8.

**D.** 0,6.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $x = \Delta \ell - \Delta \ell_0$  và  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$

$$\rightarrow \begin{cases} (a - \Delta \ell_0)^2 + \frac{6v^2}{\omega^2} = A^2 \\ (2a - \Delta \ell_0)^2 + \frac{5v^2}{\omega^2} = A^2 \\ (3a - \Delta \ell_0)^2 + \frac{3v^2}{\omega^2} = A^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \ell_0 = 0,5a \\ \frac{v}{\omega} = \sqrt{2}a \\ A = 3,5a \end{cases}$$

Dựa vào vòng tròn lượng giác ta tính được tỉ số giữa thời gian lò xo nén và thời gian lò xo

$$\text{dẫn là : } \frac{t_n}{t_g} = \frac{\arccos \frac{0,5}{3,5}}{\pi - \arccos \frac{0,5}{3,5}} \approx 0,83 \rightarrow \text{chọn C}$$

- 100.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng dọc theo trục  $Ox$  có gốc  $O$  trùng với vị trí cân bằng của vật. Tại thời điểm lò xo dẫn  $a \text{ (m)}$  thì tốc độ của vật là  $v\sqrt{8} \text{ m/s}$ ; tại

thời điểm lò xo dãn  $2a$  (m) thì tốc độ của vật là  $v\sqrt{6}$  m/s và tại thời điểm lò xo dãn  $3a$  (m) thì tốc độ của vật là  $v\sqrt{2}$  m/s. Biết tại  $O$  lò xo dãn một khoảng nhỏ hơn  $a$ . Tỉ số tốc độ trung bình khi lò xo nén và tốc độ trung bình khi lò xo dãn trong một chu kì dao động xấp xỉ bằng  
**A.** 0,78.                      **B.** 0,67.                      **C.** 1,25.                      **D.** 0,88.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $x = \Delta\ell - \Delta\ell_0$  và  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a - \Delta\ell_0)^2 + \frac{8v^2}{\omega^2} = A^2 \\ (2a - \Delta\ell_0)^2 + \frac{6v^2}{\omega^2} = A^2 \\ (3a - \Delta\ell_0)^2 + \frac{2v^2}{\omega^2} = A^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta\ell_0 = 0,5a \\ \frac{v}{\omega} = a \\ A = \frac{\sqrt{33}}{2}a \end{cases}$$

Dựa vào vòng tròn lượng giác ta tính được tỉ số tốc độ trung bình giữa thời gian lò xo nén và

thời gian lò xo dãn là :  $\frac{v_n}{v_g} = \frac{\pi - \arccos \frac{1}{\sqrt{33}}}{\arccos \frac{1}{\sqrt{33}}} \cdot \frac{\sqrt{33}-1}{\sqrt{33}+1} \approx 0,88 \rightarrow \text{chọn D}$

- 101.** Một con lắc lò xo có độ dài tự nhiên  $QO$ , độ cứng  $k = 1$  N/m, được đặt trên mặt phẳng nằm ngang, đầu  $Q$  gắn vào điểm cố định, đầu  $O$  gắn vật có khối lượng  $m = 100$  g. Gọi  $M, N$  là hai điểm trên lò xo sao cho khi lò xo không biến dạng thì  $QM = MN = NO = 10$  cm. Từ vị trí cân bằng  $P$  của vật, kéo nó ra một đoạn 6 cm rồi buông nhẹ. Khi đoạn  $QM = 11$  cm người ta giữ chặt điểm  $M$  lại. Sau đó vật qua vị trí  $P$  với tốc độ bằng bao nhiêu? Biết độ cứng của lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên của nó.  
**A.** 14,5 cm/s.                      **B.** 15,0 cm/s.                      **C.** 17,2 cm/s.                      **D.** 5,4 cm/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Ban đầu con lắc dao động với biên độ  $A = 6$  cm

Khi giữ chặt  $M$  và  $QM = 11$  cm  $\rightarrow$  lò xo đang dãn 3 cm  $\rightarrow x = \frac{A}{2} = 3$  cm

$\rightarrow$  Độ dài của phần lò xo dao động tự do sau khi giữ chặt  $M$  là  $l'$

$\rightarrow$  Độ dãn của  $l'$  ngay khi giữ chặt  $M$  là 2 cm và ta có  $\frac{l'}{l} = \frac{k}{k'} = \frac{x'}{x} = \frac{2}{3}$

$\rightarrow$  Vị trí cân bằng mới cách vị trí cân bằng cũ  $PP' = 3 - 2 = 1$  cm

Ta có :  $W_d = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k'A'^2 - \frac{1}{2}k'x'^2 \Leftrightarrow A'^2 = \frac{k}{k'}(A^2 - x^2 + x'^2) = \frac{62}{3} \text{ cm}^2$

Tốc độ của vật khi qua vị trí  $P$  là :  $v = \omega'\sqrt{A'^2 - PP'^2} = \sqrt{\frac{1,5}{0,1}} \cdot \sqrt{\frac{62}{3} - 1^2} = \sqrt{295} \approx 17,2 \text{ cm/s}$

$\rightarrow$  Chọn C

## VA CHẠM CỦA CON LẮC LÒ XO

- 102.** Một vật có khối lượng  $m_1 = 1,25$  kg mắc vào lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 200$  N/m, đầu kia của lò xo gắn chặt vào tường. Vật và lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang có ma sát không đáng kể. Đặt vật thứ hai có khối lượng  $m_2 = 3,75$  kg sát với vật thứ nhất rồi đẩy chậm cả hai vật

cho lò xo nén lại 8 cm. Khi thả nhẹ chúng ra, lò xo đẩy hai vật chuyển động về một phía. Lấy  $\pi^2 = 10$ , khi lò xo dẫn cực đại lần đầu tiên thì hai vật cách xa nhau một đoạn là :

- A.**  $4\pi - 8$  (cm).      **B.** 16 (cm).      **C.**  $2\pi - 4$  (cm).      **D.**  $4\pi - 4$  (cm).

**HƯỚNG DẪN:**

Trong khoảng thời gian từ khi bắt đầu thả đến khi hai vật qua vị trí cân bằng thì hai vật chuyển động như hệ con lắc lò xo dao động điều hòa, gồm lò xo và hai vật  $m_1$  và  $m_2$  với biên độ 8 cm

Tần số góc của hệ con lắc lò xo lúc đầu là :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{200}{1,25 + 3,75}} = 2\pi$  (rad/s)

Khi qua vị trí cân bằng thì vật  $m_2$  không còn chịu tác dụng lực đẩy của vật  $m_1$  và bắt đầu tách khỏi vật  $m_1$ , vật  $m_2$  chuyển động thẳng đều.

Vận tốc của hai vật khi qua vị trí cân bằng là :  $v_{\max} = \omega A = 2\pi \cdot 8 = 16\pi$  (cm/s)

Vật  $m_1$  tiếp tục dao động điều hòa với biên độ và tần số mới :

+ Tần số góc dao động của vật  $m_1$  :  $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{200}{1,25}} = 4\pi$  (rad/s)  $\rightarrow T = 0,5$  (s)

+ Biên độ dao động của vật  $m_1$  :  $A' = \frac{v_{\max}}{\omega'} = \frac{16\pi}{4\pi} = 4$  (cm)

Từ khi hai vật tách rời nhau ở vị trí cân bằng đến khi lò xo dẫn cực đại tức là vật  $m_1$  chuyển động ra biên, khoảng thời gian đó là  $t = \frac{T}{4} = \frac{0,5}{4} = \frac{1}{8}$  (s).

Vật  $m_1$  chuyển động được một quãng đường  $s_1 = A' = 4$  (cm)

Vật  $m_1$  đi được một quãng đường :  $s_2 = v_{\max} t = 16\pi \cdot \frac{1}{8} = 2\pi$  (cm)

Vậy khoảng cách giữa hai vật là  $s = s_2 - s_1 = 2\pi - 4$  (cm)  $\rightarrow$  chọn C

- 103.** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng đầu dưới có treo vật nặng khối lượng  $m$ . Nâng các vật lên cao hơn vị trí cân bằng rồi thả nhẹ cho hệ dao động. Con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kỳ 0,4 s và độ biến dạng lớn nhất của lò xo trong quá trình dao động là 10 cm. Khi vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều đi xuống thì thả nhẹ một vật khác cũng có khối lượng  $m$  dính vào vật nặng của con lắc. Sau đó hệ dao động điều hòa với biên độ  $A'$ . Lấy  $g = \pi^2$  m/s<sup>2</sup>. Giá trị của  $A'$  gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A.** 4 cm.      **B.** 9,5 cm.      **C.** 10 cm.      **D.** 6 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Vị trí cân bằng ban đầu cách vị trí lò xo không dẫn một đoạn :  $\Delta l_1 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = 0,04$  m = 4 cm

$\rightarrow A = 10 - 4 = 6$  cm

Sau khi đặt thêm vật nặng khối lượng  $m$  vào con lắc thì vị trí cân bằng mới cách vị trí lò xo không dẫn một đoạn là :  $\Delta l_2 = 2\Delta l_1 = 0,08$  m = 8 cm

Ban đầu khi vật qua vị trí cân bằng thì vật nặng của con lắc có tốc độ là :  $v = v_{\max} = \omega A$

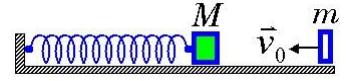
Thả vật thứ hai có cùng khối lượng  $m$  dính với vật thứ nhất. Ta có thể xem trường hợp này là va chạm mềm. Theo định luật bảo toàn động lượng ta có :  $mv = 2mv' \Leftrightarrow v' = \frac{v}{2} = \frac{\omega A}{2}$

Hai vật sau khi dính vào nhau và cùng dao động điều hòa với vị trí cân bằng mới cách vị trí cân bằng cũ một đoạn :  $OO' = \Delta l_2 - \Delta l_1 = 4$  cm  $\rightarrow$  li độ của hai vật lúc sau là  $|x'| = 4$  cm

Tần số góc của hệ lúc sau là :  $\omega' = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$

Ta có :  $A' = \sqrt{x'^2 + \frac{v'^2}{\omega'^2}} = \sqrt{OO'^2 + \frac{A^2}{2}} = \sqrt{34} \approx 5,83 \text{ cm} \rightarrow \text{Chọn D}$

- 104.** Một con lắc lò xo, gồm lò xo, có độ cứng  $k = 50 \text{ (N/m)}$  và vật nặng  $M = 500 \text{ (g)}$  dao động điều hoà với biên độ  $A_0$  dọc theo trục  $Ox$  trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang dao động thì một vật  $m = \frac{500}{3} \text{ (g)}$  bắn vào  $M$  theo phương nằm ngang với vận tốc  $v_0 = 1 \text{ (m/s)}$ . Giả thiết va



chạm là hoàn toàn đàn hồi và xảy ra vào thời điểm lò xo có chiều dài nhỏ nhất. Sau khi va chạm vật  $M$  dao động điều hoà làm cho lò xo có chiều dài cực đại và cực tiểu lần lượt là  $l_{\max} = 100 \text{ (cm)}$  và  $l_{\min} = 80 \text{ (cm)}$ . Cho  $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Xác định biên độ dao động trước va chạm.

**A.**  $A_0 = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$ .      **B.**  $A_0 = 5 \text{ (cm)}$ .      **C.**  $A_0 = 10 \text{ (cm)}$ .      **D.**  $A_0 = 4 \text{ (cm)}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn cơ năng

$$\begin{cases} mv_0 = Mv + mv' \\ mv_0^2 = Mv^2 + mv'^2 \end{cases} \Rightarrow v = \frac{2mv_0}{m+M} = 0,5 \text{ m/s}$$

Sau va chạm vật  $M$  dao động với biên độ :  $A = \frac{100-80}{2} = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

Và tần số góc :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{50}{0,5}} = 10 \text{ rad/s}$

Vận tốc cực đại của vật  $M$  sau khi va chạm  $v_{\max} = \omega A = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm/s} = 1 \text{ m/s}$

Ta thấy  $v = \frac{v_{\max}}{2} \Rightarrow x = A_0 = A \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ cm} \rightarrow \text{chọn A.}$

- 105.** Treo vật  $A$  khối lượng  $m$  vào đầu dưới một lò xo có đầu trên cố định. Khi vật  $A$  đứng yên ở vị trí cân bằng thì lò xo dãn  $2,5 \text{ cm}$ , người ta đặt nhẹ vật  $B$  khối lượng  $m$  lên trên vật  $A$  và đánh vào  $A$  thì hệ bắt đầu dao động. lấy  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Trong quá trình dao động, hệ đạt tốc độ cực đại bằng

**A.**  $35\sqrt{2} \text{ cm/s}$ .      **B.**  $70 \text{ cm/s}$ .      **C.**  $35 \text{ cm/s}$ .      **D.**  $70\sqrt{2} \text{ cm/s}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Khi vật  $A$  cân bằng lò xo dãn một đoạn  $\Delta l_1 = \frac{mg}{k} = 2,5 \text{ cm}$

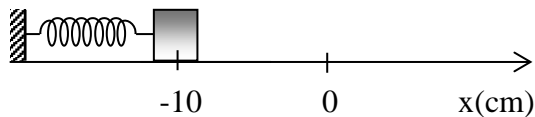
Khi đặt vật  $B$  lên vật  $A$  thì tại vị trí cân bằng mới lò xo dãn một đoạn :  $\Delta l_2 = \frac{2mg}{k} = 5 \text{ cm}$

$\rightarrow$  Vị trí cân bằng mới cách vị trí cân bằng cũ một đoạn  $OO' = \Delta l_2 - \Delta l_1 = 2,5 \text{ cm}$

$\rightarrow A = 2,5 \text{ cm}$

Tốc độ cực đại của hệ vật :  $v_{\max} = \omega A = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_2}} \cdot A = \sqrt{\frac{9,8}{0,05}} \cdot 2,5 = 35 \text{ cm/s} \rightarrow \text{chọn C}$

- 106.** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 12,5 \text{ N/m}$  và vật nặng có khối lượng  $m = 50 \text{ g}$ , đặt trên mặt sàn nằm ngang. Biết giữa vật và mặt sàn có ma sát với hệ số ma sát nghỉ xấp xỉ hệ số ma sát trượt và bằng  $\mu$ . Chọn trục tọa độ  $Ox$  trùng với trục lò xo, có gốc tọa độ tại vị trí của vật lúc lò xo không biến dạng và chiều dương như hình vẽ. Đưa vật dọc theo trục  $Ox$  đến vị trí vật có tọa độ  $x = -10 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ cho dao động tắt dần. Chọn gốc thời gian ( $t = 0$ ) lúc buông vật. Tại thời điểm  $t = 4/15 \text{ s}$ , vật đang qua vị trí có tọa độ  $x = 4,5 \text{ cm}$  lần thứ hai. Giá trị của  $\mu$  bằng

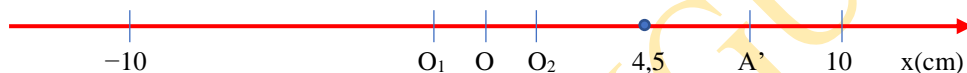


- A. 0,25.                      B. 0,08.                      C. 0,50.                      D. 0,10.

**HƯỚNG DẪN:**

Do có ma sát nên trong quá trình dao động vị trí cân bằng của vật không nằm ở  $O$ . Trong nửa chu kì đầu vị trí cân bằng của vật là  $O_1$ . Trong nửa chu kì sau vị trí cân bằng của vật là  $O_2$ . Ta có :  $OO_1 = OO_2 = \frac{\mu mg}{k}$ ; sau mỗi nửa chu kì biên độ của vật giảm một lượng

$$\Delta A = \frac{2\mu mg}{k} = 2OO_2; \text{ chu kì dao động của con lắc } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,4 \text{ s}$$

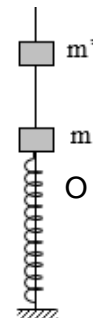


Ta thấy  $t = 4/15 = \frac{2}{3}T \rightarrow$  vật dao động tới vị trí lò xo giãn cực đại (biên  $A'$ ) rồi quay lại vị trí

$x = 4,5 \text{ cm}$  lần thứ hai  $\rightarrow$  vị trí  $x = 4,5 \text{ cm}$  là vị trí  $\frac{A'}{2}$  của nửa chu kì sau.

Ta có :  $4,5 = \frac{10 - OO_2}{2} \Leftrightarrow OO_2 = 1 \text{ cm} \rightarrow \mu = 0,25 \rightarrow$  chọn A

- 107.** Một con lắc lò xo gồm một lò xo nhẹ độ cứng  $k = 20 \text{ N/m}$ , đầu trên gắn với vật nhỏ  $m$  khối lượng  $100 \text{ g}$ , đầu dưới cố định. Con lắc thẳng đứng nhờ một thanh cứng cố định luôn dọc theo trục lò xo và xuyên qua vật  $m$  (hình vẽ). Một vật nhỏ  $m'$  khối lượng  $100 \text{ g}$  cũng được thanh cứng xuyên qua, ban đầu được giữ ở độ cao  $h = 80 \text{ cm}$  so với vị trí cân bằng của vật  $m$ . Thả nhẹ vật  $m'$  để nó rơi tự do tới va chạm với vật  $m$ . Sau va chạm hai vật chuyển động với cùng vận tốc. Bỏ qua ma sát giữa các vật với thanh, coi thanh đủ dài, lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chọn mốc thời gian là lúc hai vật va chạm nhau. Đến thời điểm  $t$  thì vật  $m'$  rời khỏi vật  $m$  lần thứ nhất. Giá trị của  $t$  gần nhất với giá trị nào sau đây?



- A. 0,31 s.                      B. 0,15 s.                      C. 0,47 s.                      D. 0,36 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi  $m$  cân bằng lò xo bị nén một đoạn :  $\Delta l_1 = \frac{mg}{k} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$

Khi vật  $m'$  va chạm với vật  $m$ , theo định luật bảo toàn động lượng thì ta có :

$$v = \frac{m'}{m+m'}\sqrt{2gh} = 2 \text{ m/s} = 200 \text{ cm/s}$$

Hai vật cùng dao động điều hòa với vị trí cân bằng là vị trí lò xo bị nén một đoạn :

$$\Delta l_2 = \frac{(m+m')g}{k} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm} \text{ và tốc độ góc là } \omega = \sqrt{\frac{k}{m+m'}} = 10 \text{ rad/s}$$

Chọn hệ trục tọa độ  $Ox$  có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của hai vật.

→ Vị trí va chạm là vị trí có li độ  $x = -5 \text{ cm}$  →  $A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 5\sqrt{17} \text{ cm}$

Vật  $m'$  rời khỏi vật  $m$  khi hai vật qua vị trí lò xo không giãn và đang chuyển động đi lên  
Dùng vòng tròn lượng giác ta tính được thời điểm  $t$  là :

$$t = \frac{\left( \pi - \arccos \frac{|x|}{A} \right) + \left( \pi - \arccos \frac{\Delta l_2}{A} \right)}{\omega} \approx 0,389 \text{ s} \rightarrow \text{Chọn D}$$

- 108.** Một vật  $M$  có khối lượng 300 g được treo ở đầu một lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ , đầu còn lại của lò xo mắc vào một giá cố định. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật  $M$  đang đứng yên, một vật có khối lượng 200 g bay theo phương thẳng đứng từ dưới lên với tốc độ 1 m/s, tới va chạm vào  $M$ ; sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Biên độ dao động và động năng cực đại của hệ lần lượt là

**A.**  $2\sqrt{3} \text{ cm}$ ; 60 mJ.    **B.**  $2\sqrt{2} \text{ cm}$ ; 40 mJ.    **C.**  $4\sqrt{3} \text{ cm}$ ; 0,24 J.    **D.**  $5\sqrt{2} \text{ cm}$ ; 0,25 J.

**HƯỚNG DẪN:**

Vận tốc của hai vật ngay sau khi va chạm là  $v = \frac{0,2}{0,2 + 0,3} \cdot 1 = 0,4 \text{ m/s} = 40 \text{ cm/s}$

Vị trí cân bằng mới của hệ cách vị trí cân bằng của vật  $M$  một đoạn là :

$$x = \frac{mg}{k} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm} \text{ và tần số góc của dao động}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = 10\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

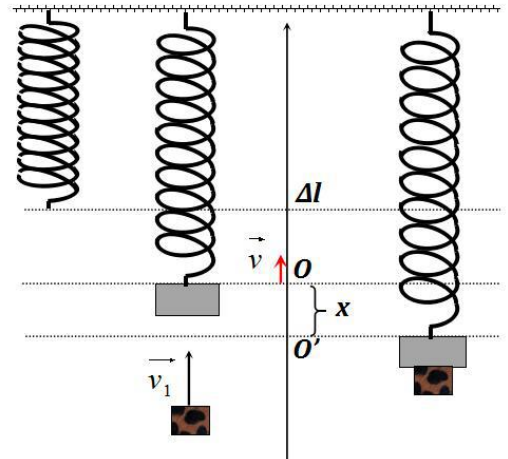
Biên độ dao động của hai vật :

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

Năng lượng dao động của hệ :

$$W = \frac{1}{2}(m+M)\omega^2 A^2 = 0,06 \text{ J} = 60 \text{ mJ}$$

→ Chọn A



- 109.** Một khối gỗ  $M = 390 \text{ g}$  nằm trên mặt phẳng ngang nhẵn không ma sát, nối với tường bằng một lò xo có độ cứng 2,5 N/cm. Khi vật  $M$  đang đứng yên ở vị trí cân bằng thì một viên đạn  $m = 10 \text{ g}$  bay theo phương ngang với vận tốc  $v_0 = 60 \text{ m/s}$  song song với lò xo đến đập vào khối gỗ và dính trong khối gỗ. Sau va chạm hệ vật dao động với biên độ là

**A.** 12 cm.    **B.** 3 cm.    **C.** 6 cm.    **D.** 2 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

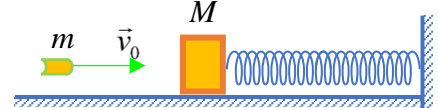
Theo định luật bảo toàn động lượng thì vận tốc của hai vật ngay sau khi va chạm là :

$$v = \frac{m}{m+M} v_0 = 1,5 \text{ m/s}$$

Sau va chạm hệ dao động điều hòa và vận tốc ngay của khối gỗ ngay sau khi va chạm cũng bằng vận tốc cực đại của con lắc.

$$\text{Biên độ dao động của con lắc là : } A = \frac{v_{\max}}{\omega} = v \sqrt{\frac{m+M}{k}} = 1,5 \cdot \sqrt{\frac{0,01+0,39}{250}} = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

→ Chọn C





## CON LẮC ĐƠN

- 110.** Một con lắc đơn có chiều dài  $\ell = 64$  cm và khối lượng  $m = 100$  g. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $6^\circ$  rồi thả nhẹ cho dao động. Sau 20 chu kì thì biên độ góc chỉ còn là  $3^\circ$ . Lấy  $g = \pi^2 = 10$  m/s<sup>2</sup>. Để con lắc dao động duy trì với biên độ góc  $6^\circ$  thì phải dùng bộ máy đồng hồ để bổ sung năng lượng có công suất trung bình là
- A.** 0,77 mW.      **B.** 17 mW.      **C.** 0,082 mW.      **D.** 0,077 mW.

**HƯỚNG DẪN:**

$$P = \frac{mgl(\cos \alpha'_0 - \cos \alpha_0)}{20T} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 0,64(\cos 3^\circ - \cos 6^\circ)}{20 \cdot 2\pi \sqrt{0,64/10}} \approx 0,082 \text{ mJ} \rightarrow \text{Chọn C}$$

- 111.** Một con lắc đơn khối lượng  $m = 100$  g chiều dài sợi dây  $l = 1$  m, treo trên trần một toa xe có thể chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang. Khi xe đứng yên, cho con lắc dao động với biên độ góc nhỏ  $\alpha_0 = 4^\circ$ . Khi vật đến vị trí li độ góc  $\alpha = +4^\circ$  thì xe bắt đầu chuyển động có gia tốc  $a = 1$  m/s<sup>2</sup> theo chiều dương quy ước. Con lắc vẫn dao động điều hòa. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Biên độ dao động và động năng cực đại của con lắc khi xe chuyển động (xét hệ quy chiếu gắn với xe) là:
- A.**  $9,7^\circ$ ; 14,41 mJ.      **B.**  $9,7^\circ$ ; 2,44 mJ.      **C.**  $1,7^\circ$ ; 2,44 mJ.      **D.**  $1,7^\circ$ ; 14,41 mJ.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi xe chuyển động gia tốc trọng trường hiệu dụng tác dụng lên vật :

$$g' = \sqrt{a^2 + g^2} = \sqrt{101} \text{ m/s}$$

Vị trí cân bằng mới có phương dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc

$$\beta = \arctan \frac{a}{g} = \arctan 0,1 \approx 5,7^\circ \rightarrow \alpha'_0 = \alpha_0 + 5,7^\circ = 9,7^\circ$$

Động năng cực đại của con lắc :  $W_{d\max} = W = \frac{1}{2} mgl\alpha_0'^2 \approx 14,33 \text{ mJ} \rightarrow \text{Chọn A}$

- 112.** Một quả cầu nhỏ bằng chì được treo vào sợi dây không dẫn có chiều dài  $\ell$ . Ban đầu quả cầu được kéo ra khỏi vị trí cân bằng sao cho dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha_0$ , rồi buông nhẹ. Khi dây treo qua vị trí thẳng đứng, do bị một cái đinh ở dưới điểm treo chặn lại và quả cầu tiếp tục chuyển động tới điểm cao nhất, khi đó dây treo  $\ell'$  hợp với phương thẳng đứng góc  $\beta_0$ . Biết  $\alpha_0$  và  $\beta_0$  là những góc nhỏ. Tỉ số lực căng dây ngay trước và sau khi gặp đinh xấp xỉ bằng
- A.**  $1 + \beta_0^2 - \alpha_0^2$ .      **B.**  $1 + \alpha_0^2 - \beta_0^2$ .      **C.**  $1 + \alpha_0^2 + \beta_0^2$ .      **D.**  $1 + \alpha_0 + \beta_0$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Lực căng dây :  $T_C = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_0)$

Khi con lắc dao động với biên độ nhỏ :  $T_C = mg(1 + \alpha_0^2 - 1,5\alpha^2)$

Tại vị trí cân bằng lực căng dây :  $T_C = mg(1 + \alpha_0^2)$

Tương tự, lực căng dây ngay sau khi chạm đinh :  $T'_C = mg(1 + \beta_0^2)$

$$\text{Tỉ số : } \frac{T_C}{T'_C} = \frac{1 + \alpha_0^2}{1 + \beta_0^2} = \frac{1 + \alpha_0^2 - \beta_0^2 - \alpha_0^2\beta_0^2}{1 - \beta_0^4} \approx 1 + \alpha_0^2 - \beta_0^2 \rightarrow \text{Chọn B}$$



- 113.** Một chiếc xe trượt từ đỉnh dốc xuống chân dốc. Dốc nghiêng  $30^\circ$  so với phương ngang. Biết hệ số ma sát giữa xe và mặt dốc bằng 0,1. Gia tốc rơi tự do  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Một con lắc đơn lí tưởng có chiều dài dây treo 0,5 m được treo trong xe. Khối lượng của xe lớn hơn rất nhiều so với khối lượng của con lắc. Từ vị trí cân bằng của con lắc trong xe, kéo con lắc về hướng ngược với chuyển động của xe sao cho dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng một góc bằng  $30^\circ$  rồi thả nhẹ. Trong quá trình dao động của con lắc (xe vẫn trượt trên dốc), tốc độ cực đại của con lắc so với xe có giá trị **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

**A.** 0,33 m/s.      **B.** 2,1 m/s.      **C.** 1,2 m/s.      **D.** 0,12 m/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi xe trượt xuống dốc thì vật nặng của con lắc chịu tác dụng của lực quán tính ngược chiều chuyển động. Độ lớn của gia tốc quán tính là :  $a_{qt} = g(\sin 30^\circ - 0,1 \cos 30^\circ) \text{ m/s}^2$

Gia tốc của hợp lực tác dụng lên vật là :  $g' = \sqrt{a_{qt}^2 + g^2 + 2a_{qt}g \cos 120^\circ} \text{ m/s}^2$

Khi vật cân bằng thì phương của dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc :

$$\sin \beta = \frac{a_{qt}}{g'} \sin 60^\circ \Leftrightarrow \beta = \arcsin \left( \frac{a_{qt}}{g'} \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

Góc lệch của dây treo so với phương cân bằng khi thả vật là :  $\alpha = \beta + 30^\circ$

Vật có tốc độ cực đại khi qua vị trí cân bằng  $v_{\max} = \sqrt{2g'l[1 - \cos(\beta + 30^\circ)]} \approx 1,9 \text{ m/s}$

→ **Chọn B**

- 114.** Một sợi dây nhẹ không dẫn chiều dài  $\ell$ , được cắt làm hai đoạn vừa vặn, để làm hai con lắc đơn. Cho hai con lắc này dao động điều hòa tại cùng một nơi trên trái đất, thấy rằng li độ của con lắc thứ nhất khi động năng bằng thế năng và li độ của con lắc thứ hai khi động năng bằng hai lần thế năng đều có giá trị như nhau. Biết vận tốc cực đại của con lắc thứ nhất bằng hai lần vận tốc cực đại của con lắc thứ hai. Giá trị của  $\ell$  bằng

**A.** 215 cm.      **B.** 175 cm.      **C.** 125 cm.      **D.** 145 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

- 115.** Treo thẳng đứng một con lắc đơn và một con lắc lò xo vào trần một thang máy đang đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kích thích cho hai cơ lắc dao động điều hòa thấy chúng đều có tần số góc bằng 10 rad/s và biên độ dài đều bằng 1 cm. Đúng lúc vật nặng của hai con lắc cùng đi qua vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Tỉ số giữa biên độ dài hai con lắc đơn và con lắc lò xo sau khi thang máy chuyển động **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

**A.** 2.      **B.** 1,5.      **C.** 0,55.      **D.** 0,45.

**HƯỚNG DẪN:**

Sau khi thang máy chuyển động

+ Đối với con lắc đơn :  $\frac{1}{2} m \frac{g-a}{l} S'^2 = \frac{1}{2} m \frac{g}{l} S^2 \Leftrightarrow S' = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ cm}$

+ Đối với con lắc lò xo : vị trí cân bằng của lò xo dời lên một đoạn

$$x = \frac{ma}{g} = \frac{1}{4} \frac{g}{\omega^2} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$$

Ta có :  $\frac{1}{2} k A'^2 = \frac{1}{2} k A^2 + \frac{1}{2} k x^2 \Leftrightarrow A' = \frac{\sqrt{29}}{2} \text{ cm}$

→  $\frac{S'}{A'} = \frac{4}{\sqrt{87}} \approx 0,43$  → **Chọn D**

- 116.** Cho con lắc đơn A dao động trước mặt một con lắc gỗ giảy B. Chu kỳ dao động của B là  $T_B = 2$  s. Con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A nên có những lần 2 con lắc chuyển động cùng chiều và cùng đi qua vị trí cân bằng của chúng (gọi là những lần trùng phùng). Quan sát cho thấy 2 lần trùng phùng kế tiếp cách nhau 9 phút 50 giây. Chu kỳ dao động của con lắc đơn A là

**A.** 2,0086 s.      **B.** 1,0089 s.      **C.** 1,0098 s.      **D.** 2,0068 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Thời gian trùng phùng :  $\Delta t = \frac{T_A T_B}{T_A - T_B} \Leftrightarrow 590 = \frac{T_A \cdot 2}{T_A - 2} \Leftrightarrow T_A = 2,0068 \text{ s} \rightarrow \text{Chọn D}$

- 117.** Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài  $l = 1$  m và vật nhỏ có khối lượng 100 g mang điện tích  $10^{-6}$  C. Ban đầu kéo vật nhỏ sao cho dây treo hợp với vectơ gia tốc trọng trường  $g$  một góc  $6^\circ$  rồi buông nhẹ cho con lắc dao động điều hòa. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Khi vật chuyển động chậm dần theo chiều dương và có li độ góc bằng  $3^\circ$ , thì đột ngột một điện trường đều trong không gian chứa con lắc với vectơ cường độ điện trường song song với mặt phẳng con lắc đang dao động, có phương nằm ngang, hướng theo chiều dương và có độ lớn  $10^5 \text{ V/m}$  được tạo ra. Sau đó con lắc dao động điều hòa với tốc độ cực đại gần với giá trị nào sau đây nhất?

**A.** 0,44 m/s.      **B.** 0,39 m/s.      **C.** 0,32 m/s.      **D.** 1,03 m/s.

**HƯỚNG DẪN:**

Sau khi điện trường được tạo ra, phương cân bằng mới sẽ hợp với phương thẳng đứng một

góc  $\beta$  mà ta có :  $\tan \beta = \frac{qE}{mg} = \frac{10^{-6} \cdot 10^5}{0,1 \cdot 10} = 0,1 \approx \beta$  (vì  $\beta$  là góc nhỏ)

Động năng tại vị trí li độ góc  $3^\circ$  ngay trước và sau khi có điện trường là bằng nhau nên ta có:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}'^2 - \frac{1}{2}mgl(\beta - \alpha)^2$$

$$\Leftrightarrow v_{\max}' = \sqrt{gl \left[ \frac{3}{4}\alpha_0^2 + (\beta - \alpha)^2 \right]} \approx 0,32 \text{ m/s} \rightarrow \text{chọn C}$$

- 118.** Hai con lắc đơn được treo lên trần một toa xe, toa xe chuyển động theo phương nằm ngang. Gọi  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  lần lượt là chu kỳ con lắc đơn khi toa xe chuyển động thẳng đều, chuyển động nhanh dần đều và chuyển động chậm dần đều với cùng độ lớn gia tốc  $a$ . So sánh  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$

**A.**  $T_3 < T_1 < T_2$ .      **B.**  $T_2 = T_3 > T_1$ .      **C.**  $T_1 > T_2 = T_3$ .      **D.**  $T_2 < T_1 < T_3$ .

**HƯỚNG DẪN:**

**Chọn C**

- 119.** Để chu kỳ con lắc đơn tăng thêm 5% thì phải tăng chiều dài nó thêm

**A.** 5,75%.      **B.** 2,25%.      **C.** 10,25%.      **D.** 25%.

**HƯỚNG DẪN:**

$$T' = 1,05T \Leftrightarrow l' = 1,05^2 l \Rightarrow \frac{l' - l}{l} = 0,1025 = 10,25\% \rightarrow \text{chọn C}$$

- 120.** Có ba con lắc đơn có chiều dài  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  dao động điều hòa tại cùng một nơi. Trong cùng một khoảng thời gian, con lắc chiều dài  $l_1$  thực hiện được 120 dao động, con lắc chiều dài  $l_2$  thực hiện được 80 dao động, con lắc chiều dài  $l_3$  thực hiện được 90 dao động. Tỷ số  $l_1 : l_2 : l_3$  là

**A.** 144 : 64 : 81.      **B.** 36 : 81 : 64.      **C.** 6 : 9 : 8.      **D.** 12 : 8 : 9.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 = \frac{1}{120^2} : \frac{1}{80^2} : \frac{1}{90^2} \Leftrightarrow l_1 : l_2 : l_3 = 36 : 81 : 64 \rightarrow \text{chọn B}$

- 121.** Một con lắc đơn có chiều dài  $l$  được treo dưới gầm cầu cách mặt nước 12 m. Con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0 = 0,1$  rad. Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì dây bị đứt. Khoảng cách cực đại (tính theo phương ngang) từ điểm treo con lắc đến điểm mà vật nặng rơi trên mặt nước mà con lắc thả đạt được là.
- A.** 75 cm.      **B.** 95 cm.      **C.** 65 cm.      **D.** 85 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Khi dây đứt vận tốc theo phương ngang của vật :  $v = \sqrt{gl}\alpha_0$

Quãng đường vật bay được theo phương ngang :  $L = vt$

Mặt khác thời gian bay cũng bằng thời gian rơi tự do của vật :  $t = \sqrt{2 \frac{h-l}{g}}$

$\rightarrow L = \sqrt{2l(h-l)}\alpha_0 \leq \frac{h}{\sqrt{2}}\alpha_0 = 60\sqrt{2} \approx 85 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn D}$

- 122.** Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ khối lượng  $m = 2$  g và một dây treo mảnh, chiều dài  $l$ , được kích thích cho dao động điều hòa, Trong khoảng thời gian  $\Delta t$  con lắc thực hiện được 40 dao động. Khi tăng chiều dài con lắc thêm một đoạn 7,9 cm thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  con lắc thực hiện được 39 dao động. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Để con lắc với chiều dài tăng thêm có cùng chu kỳ dao động với con lắc chiều dài  $l$ , người ta truyền cho vật điện tích  $q = +0,5 \cdot 10^{-8}$  C rồi cho nó dao động điều hòa trong một điện trường đều có đường sức thẳng đứng. Vector cường độ điện trường này có
- A.** chiều hướng lên và độ lớn  $1,02 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ .  
**B.** chiều hướng xuống và độ lớn bằng  $1,02 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ .  
**C.** chiều hướng lên và độ lớn  $2,04 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ .  
**D.** Chiều hướng xuống và độ lớn  $2,04 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

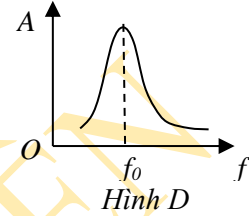
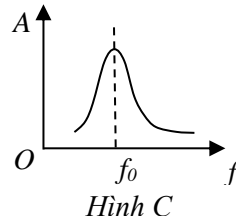
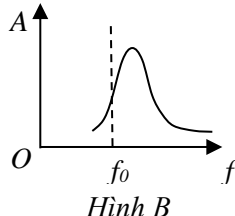
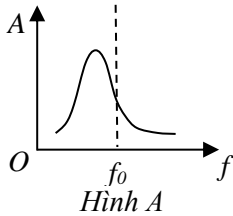
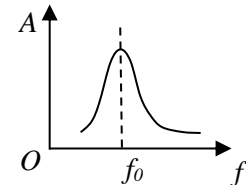
Ta có :  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{40}{39} \Leftrightarrow \frac{l+0,079}{l} = \left(\frac{40}{39}\right)^2$

Theo đề bài thì  $T_2' = T_1 \Leftrightarrow \frac{l+0,079}{g+a} = \frac{l}{g} \Leftrightarrow \frac{l+0,079}{l} = \frac{g+a}{g} = \left(\frac{40}{39}\right)^2$

$\Leftrightarrow a = \left[ \left(\frac{40}{39}\right)^2 - 1 \right] g \Leftrightarrow \frac{qE}{m} = \left[ \left(\frac{40}{39}\right)^2 - 1 \right] g \Leftrightarrow E \approx 2,04 \cdot 10^5 \text{ V/m} \rightarrow \text{chọn D}$

## DAO ĐỘNG TẮT DẦN. DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC

- 123.** Một con lắc lò xo chịu tác dụng của ngoại lực biến thiên điều hòa với biên độ ngoại lực không đổi. Đồ thị hình bên biểu diễn sự phụ thuộc giữa biên độ  $A$  của dao động cưỡng bức với tần số  $f$  khác nhau của ngoại lực, khi con lắc ở trong không khí. Đồ thị nào dưới đây biểu diễn đúng nhất kết quả nếu thí nghiệm trên được lặp lại trong chân không (các đồ thị có cùng tỉ lệ)?



A. Hình C.

B. Hình A.

C. Hình B.

D. Hình D.

- 124.** Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ có độ cứng là  $10 \text{ N/m}$  và vật nhỏ có khối lượng  $100 \text{ g}$  dao động trên mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát trượt giữa vật với mặt phẳng ngang là  $0,1$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Đưa vật nhỏ của con lắc tới vị trí để lò xo bị nén  $5 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ, đồng thời cho đồng hồ bấm giây bắt đầu chạy. Chọn mốc tính thế năng ứng với trạng thái lò xo không biến dạng. Khi lò xo không biến dạng lần thứ 2 (kể từ khi buông vật), cơ năng của con lắc và số chỉ của đồng hồ là

A.  $2,5 \text{ mJ}$  và  $0,471 \text{ s}$ . B.  $1,5 \text{ mJ}$  và  $0,524 \text{ s}$ . C.  $1,5 \text{ mJ}$  và  $0,471 \text{ s}$ . D.  $2,5 \text{ mJ}$  và  $0,524 \text{ s}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Mỗi nửa chu kì biên độ giảm :  $\Delta A = \frac{2\mu mg}{k} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$

Từ vị trí lò xo bị nén vật chuyển động qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ nhất rồi đến vị trí lò xo giãn cực đại, vật thực hiện được một nửa dao động toàn phần. Biên độ dao của vật sau một nửa chu kì là :  $A' = A - \Delta A = 5 - 2 = 3 \text{ cm}$

Từ vị trí lò xo giãn cực đại vật chuyển động về vị trí lò xo không biến dạng lần thứ hai, động năng của vật khi đó là :  $W_d = \frac{1}{2} k A'^2 - \mu mg A' = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 1,5 \text{ mJ}$

Khoảng thời gian từ khi thả vật đến khi vật qua vị trí lò xo không biến dạng lần thứ hai là :

$$t = \frac{5}{6} T = \frac{5}{6} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{0,1}{10}} \approx 0,524 \text{ s}$$

→ Chọn B

- 125.** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ ban đầu bằng  $9 \text{ cm}$ . Trong quá trình dao động, người ta nhận thấy cứ sau mỗi chu kỳ dao động, cơ năng của con lắc lò xo giảm đi  $1\%$  so với chu kỳ trước đó. Đến khi biên độ dao động của con lắc bằng  $7 \text{ cm}$  thì số dao động mà con lắc đã thực hiện là

A. 90.

B. 100.

C. 50.

D. 45.

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $W_1 = 0,99W \Leftrightarrow A_1^2 = 0,99A^2$

$$W_2 = 0,99W_1 \Leftrightarrow A_2^2 = 0,99A_1^2 = 0,99^2 A^2$$

$$W_3 = 0,99W_2 \Leftrightarrow A_3^2 = 0,99A_2^2 = 0,99^3 A^2$$

.....

$$W_n = 0,99^n W \Leftrightarrow A_n^2 = 0,99^n A^2$$

$$\rightarrow n = \frac{\ln \frac{A_n^2}{A^2}}{\ln 0,99} = \frac{\ln \frac{49}{81}}{\ln 0,99} = 50 \rightarrow \text{Chọn C}$$

- 126.** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ , vật nặng có khối lượng  $m = 400 \text{ g}$  được treo thẳng đứng. Kích thích cho vật dao động với biên độ  $A_0$ , nhưng do có sức cản của môi trường nên dao động là tắt dần. Để con lắc tiếp tục dao động người ta dùng một lực biến thiên tuần hoàn  $F_h$  có tần số dao động thay đổi được, tác dụng lên vật. Điều chỉnh tần số của ngoại lực  $f_h$  qua 4 giá trị:  $f_1 = 1 \text{ Hz}$ ;  $f_2 = 5 \text{ Hz}$ ;  $f_3 = 4 \text{ Hz}$ ;  $f_4 = 2 \text{ Hz}$ . Con lắc dao động với biên độ nhỏ nhất khi tần số của ngoại lực là

**A.**  $f_1$ .                      **B.**  $f_3$ .                      **C.**  $f_4$ .                      **D.**  $f_2$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Tần số dao động riêng của con lắc  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 2,5 \text{ Hz}$

Tần số  $f$  có giá trị càng gần  $f_0$  thì biên độ dao động của con lắc càng lớn. Ngược lại  $f$  có giá trị càng xa  $f_0$  thì biên độ dao động của con lắc càng nhỏ

Ta thấy giá trị  $f_2 = 5 \text{ Hz}$  xa giá trị  $f_0$  nhất  $\rightarrow$  **Chọn D**

- 127.** Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ khối lượng  $0,02 \text{ kg}$  và lò xo có độ cứng  $1 \text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt của giá đỡ và vật nhỏ là  $0,1$ . Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén  $10 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

**A.**  $40\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .                      **B.**  $80 \text{ cm/s}$ .                      **C.**  $10\sqrt{30} \text{ cm/s}$ .                      **D.**  $40\sqrt{2} \text{ cm/s}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Vật có tốc độ lớn nhất khi đi qua vị trí có hợp lực bằng không lần đầu tiên.

Ta có :  $F = k\Delta l - \mu mg = 0 \Leftrightarrow \Delta l = \frac{\mu mg}{k} = 0,02 \text{ m}$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta tính được vận tốc cực đại của vật là :

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{1}{0,02} (0,1^2 - 0,02^2) + 2 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot (0,1 - 0,02)} = 0,8 \text{ m/s} \rightarrow \text{Chọn B}$$

- 128.** Một dao động riêng có tần số  $15 \text{ Hz}$  được cung cấp năng lượng bởi một ngoại lực biến thiên tuần hoàn có tần số thay đổi được. Khi tần số ngoại lực lần lượt là  $8 \text{ Hz}$ ,  $12 \text{ Hz}$ ,  $16 \text{ Hz}$ ,  $20 \text{ Hz}$  thì biên độ dao động cường bức lần lượt là  $A_1, A_2, A_3, A_4$ . Kết luận nào sau đây là **đúng**.

**A.**  $A_3 < A_2 < A_4 < A_5$ .                      **B.**  $A_1 > A_2 > A_3 > A_4$ .                      **C.**  $A_1 > A_2 > A_3 > A_4$ .                      **D.**  $A_3 > A_2 > A_4 > A_1$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Tần số của ngoại lực cường bức càng gần giá trị tần số riêng của hệ dao động thì biên độ dao động của hệ càng lớn, càng xa giá trị tần số riêng của hệ dao động thì biên độ dao động của hệ càng nhỏ  $\rightarrow$  **chọn D**

- 129.** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng  $200 \text{ g}$  và lò xo có độ cứng  $20 \text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là  $0,01$ . Từ vị trí lò xo không biến dạng, truyền cho vật vận tốc ban đầu  $1 \text{ m/s}$  thì thấy con lắc dao động tắt dần trong giới hạn đàn hồi của lò xo. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Độ lớn của lực đàn hồi cực đại của lò xo trong quá trình dao động bằng

**A.**  $2 \text{ N}$ .                      **B.**  $2,98 \text{ N}$ .                      **C.**  $1,98 \text{ N}$ .                      **D.**  $1,5 \text{ N}$ .

**HƯỚNG DẪN:**

Ta có :  $\frac{1}{2}kA^2 + \mu mgA = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow A = 0,099 \text{ m} \rightarrow F = kA = 1,98 \text{ N} \rightarrow \text{chọn C}$

- 130.** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 50 \text{ N/m}$ , một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ có khối lượng  $m_1 = 100 \text{ g}$ . Ban đầu giữ vật  $m_1$  tại vị trí lò xo bị nén  $10 \text{ cm}$ , đặt một vật nhỏ khác có khối lượng  $m_2 = 400 \text{ g}$  sát vật  $m_1$  rồi thả nhẹ cho hai vật bắt đầu chuyển động dọc theo phương của trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa các vật với mặt phẳng ngang là  $0,05$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Thời gian kể từ khi thả vật đến khi  $m_2$  dừng lại xấp xỉ bằng :

**A.** 2,16 s.

**B.** 0,31 s.

**C.** 2,21 s.

**D.** 2,05 s.

**HƯỚNG DẪN:**

Vật  $m_2$  rời khỏi vật  $m_1$  khi hai vật qua vị trí lò xo không biến dạng. Thời gian từ khi thả vật  $m_1$  đến khi hai vật qua vị trí lò xo không biến dạng thì hai vật chuyển động như một con lắc lò xo dao động có ma sát.

Trong nửa chu kì đầu con lắc dao động xem như điều hòa quanh vị trí cân bằng  $O_1$  cách vị trí lò xo không dẫn  $O$  như hình vẽ. Ta có :

$$OO_1 = \frac{\mu(m_1 + m_2)}{k} = 0,005 \text{ m} = 0,5 \text{ cm}$$

$\rightarrow$  Biên độ ở nửa chu kì đầu là :  $A = 10 - 0,5 = 9,5 \text{ cm}$  và  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$

Thời gian chuyển động từ khi thả đến khi hai vật qua vị trí lò xo không biến dạng là :

$$t_1 = \frac{T}{4} + \frac{\arcsin \frac{OO_1}{A}}{2\pi} \cdot T$$

Tại thời điểm hai vật qua vị trí lò xo không biến dạng thì vận tốc của hai vật là :

$$v = \omega\sqrt{A^2 - OO_1^2}$$

Sau khi vật  $m_2$  rời vật  $m_1$  thì nó tiếp tục chuyển động chậm dần đều và thời gian chuyển động cho đến khi dừng lại là :  $t_2 = \frac{v}{\mu g}$

Thời gian chuyển động của  $m_2$  là :  $t = t_1 + t_2 \approx 2,0597 \text{ s} \rightarrow \text{chọn D}$

- 131.** Con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $100 \text{ g}$ , lò xo có độ cứng  $10 \text{ N/m}$  dao động điều hòa trên mặt phẳng nghiêng góc  $60^\circ$  so với mặt phẳng nằm ngang (đầu cố định của lò xo gắn ở đỉnh của mặt phẳng nghiêng), hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là  $0,1$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật xuống dọc theo mặt phẳng nghiêng sao cho lò xo bị dãn  $15 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ cho vật dao động. Quãng đường vật đi được đến khi vật dừng hẳn gần giá trị nào sau đây:

**A.** 25 cm.

**B.** 40 cm.

**C.** 112,5 cm.

**D.** 12,5 cm.

**HƯỚNG DẪN:**

Tại vị trí cân bằng lò xo dãn :  $\Delta l_0 = \frac{mg \cos \alpha}{k} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$

$\rightarrow$  con lắc dao động với biên độ  $A = 10 \text{ cm}$

Ta có :  $s = \frac{kA^2}{2\mu mg \cos \alpha} = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \rightarrow \text{chọn C}$