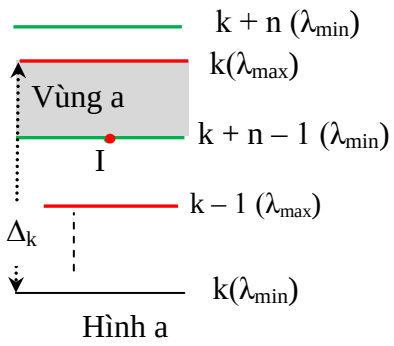
## Vị trí của các điểm có n vân sáng trùng nhau.

Ta đã biết vân trung tâm có màu giống màu của ánh sáng do nguồn phát ra, các vân sáng bậc khác không bị tách thành một dải màu (quang phổ liên tục ). Bề rộng của quang phổ liên tục bậc k được tính bởi:

$$\Delta_k = k(\lambda_{max} - \lambda_{min})\frac{D}{a} \qquad (1)$$

Khi k tăng, các dải màu nói trên sẽ dãn ra và chồng chất dần lên nhau, do đó điểm có ít nhất n vân sáng trùng nhau phải thuộc vùng giao nhau của ít nhất n quang phổ có bậc liên tiếp nhau. Ta xét vùng giao nhau của n quang phổ bậc k ; k + 1 ; …. ; k + n – 1 như hình bên.



Hình a

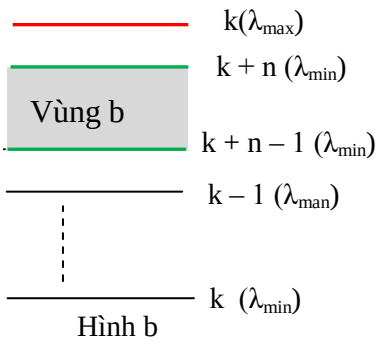
Điều kiện cần để cho điểm M nằm trong vùng có n vân sáng trùng nhau:

$$k\frac{\lambda_{max}D}{a} \geq x_M \geq (k + n - 1)\frac{\lambda_{min}D}{a} \qquad (1)$$

Để tại M không có quá n vân sáng trùng nhau thì điểm M không nằm trong quang phổ bậc (k – 1) và cũng không nằm trong quang phổ bậc (k + n) :

$$\Rightarrow (k + n)\frac{\lambda_{min}D}{a} > x_M > (k - 1)\frac{\lambda_{max}D}{a} \qquad (2)$$

**Bài toán 1**: Tìm số vùng mà mọi điểm trong đó có đúng n vân sáng trùng nhau và xác định giới hạn của mỗi vùng.



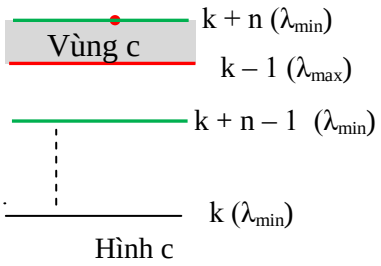
Hình b

Từ (1) và (2) ta có số quang phô bậc k mà trong đó có đúng n bức xạ trùng nhau thỏa điều kiện:

$$\frac{n + \alpha}{\alpha - 1} > k \geq \frac{n - 1}{\alpha - 1} \qquad (3)\ ;\ \text{với}\ \alpha = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$$

+ Với ánh sáng trắng ta có: $\alpha = 2$. Vậy luôn tồn tại ba vùng cần tìm với mọi giá trị của n

+ Với ánh sáng không phải là ánh sáng trắng ta có: $\alpha < 2$.



Hình c

a) Với các giá trị của k thỏa $\frac{n}{\alpha - 1} > k \geq \frac{n - 1}{\alpha - 1}$ ta có:

$$k\frac{\lambda_{max}D}{a} < (k + n)\frac{\lambda_{min}D}{a} \text{ và } (k + n - 1)\frac{\lambda_{min}D}{a} < (k - 1)\frac{\lambda_{max}D}{a}$$

Vùng cần tìm nằm trong khoảng giữa vân sáng bậc k của $\lambda_{max}$ và bậc (k + n – 1) của $\lambda_{min}$ (hình a).

b) Với các giá trị của k thỏa $\frac{n}{\alpha - 1} + 1 \geq k \geq \frac{n}{\alpha - 1}$ ta có:

$$(k + n - 1)\frac{\lambda_{min}D}{a} > (k - 1)\frac{\lambda_{max}D}{a} \text{ và } k\frac{\lambda_{max}D}{a} > (k + n)\frac{\lambda_{min}D}{a}$$

Vùng cần tìm nằm trong khoảng giữa vân sáng bậc (k + n) của $\lambda_{min}$ và bậc (k + n – 1) của $\lambda_{min}$ (hình b).

c) Với các giá trị của k thỏa $\frac{n + \alpha}{\alpha - 1} > k \geq \frac{n}{\alpha - 1} + 1$ ta có:

$$k\frac{\lambda_{max}D}{a} > (k + n)\frac{\lambda_{min}D}{a} \text{ và } (k + n - 1)\frac{\lambda_{min}D}{a} < (k - 1)\frac{\lambda_{max}D}{a}$$

Vùng cần tìm nằm trong khoảng giữa vân sáng bậc (k + n) của $\lambda_{min}$ và bậc (k – 1) của $\lambda_{max}$ (hình c).

**Ví dụ 1.** Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng, hai khe $S_1$ và $S_2$ được chiếu bởi ánh sáng có bước sóng biến thiên liên tục từ 0,45 µm đến 0,75 µm. Tìm số vùng trên màn mà các điểm trong mỗi vùng đó có sự trùng nhau của đúng 4 vân sáng

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Ta có: $\alpha = \frac{5}{3} \Rightarrow 8{,}5 = \frac{n + \alpha}{\alpha - 1} > k \geq \frac{n - 1}{\alpha - 1} = 4{,}5$

Có 4 giá trị nguyên của k nên có 4 vùng cần tìm.

**Ví dụ 2.** Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng hai khe $S_1$ và $S_2$ được chiếu bởi ánh sáng có bước sóng nằm trong khoảng từ 0,4 µm đến 0,5 µm. Tìm số vùng trên màn mà tại mỗi điểm trong vùng đó có sự trùng nhau của đúng 4 vân sáng

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

Ta có: $\alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow 21 = \frac{n + \alpha}{\alpha - 1} > k \geq \frac{n - 1}{\alpha - 1} = 12$

Tồn tại 9 giá trị nguyên của k nên có 9 vùng cần tìm.

**Bài toán 2**: Tìm điểm gần vân trung tâm nhất có đúng n bức xạ trùng nhau.

+ Đối với giá trị nguyên nhỏ nhất của k thỏa (3) ta luôn có :

$$k < \frac{n}{\alpha - 1} + 1 \Leftrightarrow (k + n - 1)\frac{\lambda_{min} D}{a} > (k - 1)\frac{\lambda_{max} D}{a}$$

Vậy tọa độ của điểm M cần tìm được tính bởi: $x_M = (k_{min} + n - 1)\frac{\lambda_{min} D}{a}$ (4)

**Ví dụ 1 (trích đề thi 2017).** Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 1 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa hai khe đến màn quan sát là 2 m. Chiếu vào hai khe ánh sáng trắng có bước sóng từ 380 nm đến 760 nm. Trên màn, M là vị trí gần vân trung tâm nhất có đúng 5 bức xạ cho vân sáng. Khoảng cách từ M đến vân trung tâm có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 6,7 mm. B. 6,3 mm. C. 5,5 mm. D. 5,9 mm.

Ta có điều kiện để có 5 vân sáng trùng nhau: $k \geq \frac{5 - 1}{\alpha - 1} = 4 \Rightarrow k_{min} = 4$

Tại điểm M cần tìm ta có : $x_M = (4 + 5 - 1)\frac{\lambda_{min} D}{a} = 6{,}08$ mm

**Ví dụ 2**. Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng, hai khe $S_1$ và $S_2$ được chiếu bởi ánh sáng có bước sóng biến thiên liên tục từ 0,45 µm đến 0,75 µm. Biết D = 2m, a = 2mm. Khoảng cách ngắn nhất từ vân trung tâm đến vị trí có đúng 4 bức xạ cho vân sáng trùng nhau gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 1,6 mm B. 3,2 mm C. 1,8 mm D. 3,6 mm

Tương tự bài trên ta có điều kiện: $k \geq \frac{3}{\alpha - 1} = 4{,}5 \Rightarrow k_{min} = 5$

Tại điểm M cần tìm ta có : $x_M = (5 + 4 - 1)\frac{\lambda_{min} D}{a} = 8\frac{\lambda_{min} D}{a} = 3{,}6$ mm

**Bài toán 3**: Tìm vị trí của điểm xa vân trung tâm nhất mà tại đó có n vân sáng trùng nhau.

Ta xét vùng xa vân trung tâm ứng với giá trị k lớn thỏa (3)

Luôn tồn tại giá trị nguyên của k thỏa

$$\frac{n+\alpha}{\alpha-1} > k \geq \frac{n}{\alpha-1} + 1 \Rightarrow (k-1)\frac{\lambda_{max} D}{a} \geq (k+n-1)\frac{\lambda_{min} D}{a}$$

Giá trị nguyên cực đại của k thỏa (3) cho ta vùng có n vân sáng trùng nhau và xa vân trung tâm nhất.

Vậy điểm xa vân trung tâm nhất có tọa độ thỏa : $x_M < (k_{max} + n)\frac{\lambda_{min} D}{a}$

**Ví dụ 1.** Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng có bước sóng biến thiên liên tục từ 405 nm đến 690 nm. Gọi M là điểm xa vân trung tâm nhất mà ở đó có đúng 4 vân sáng ứng với 4 bức xạ đơn sắc trùng nhau. Biết D = 1 m; a = 1 mm. Khoảng cách từ M đến vân trung tâm có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 3,5 mm. B. 4,5 mnm. C. 4,9 mm D. 5,5 mm.

Tồn tại giá trị k = 8 thỏa: $8,1 = \frac{n+\alpha}{\alpha-1} > k \geq \frac{n}{\alpha-1} = 5,68$

Vậy điểm xa vân trung tâm nhất có tọa độ thỏa: $x_M < (8+4)\frac{\lambda_{min} D}{a} = 4,86$ mm

**Ví dụ 2**. Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng, hai khe $S_1$ và $S_2$ được chiếu bởi ánh sáng có bước sóng biến thiên liên tục từ 0,4 µm đến 0,5 µm. Gọi M là điểm xa vân trung tâm nhất mà ở đó có đúng 4 vân sáng ứng với 4 bức xạ đơn sắc trùng nhau. Biết D = 1 m; a = 1 mm. Khoảng cách từ M đến vân trung tâm có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 11,5 mm. B. 10,5 mnm. C. 9,5 mm D. 8,5 mm.

Tồn tại giá trị k = 20 thỏa: $21 = \frac{n+\alpha}{\alpha-1} > k \geq \frac{n}{\alpha-1} = 16$

Vậy điểm xa vân trung tâm nhất có tọa độ thỏa: $x_M < (20+4)\frac{\lambda_{min} D}{a} = 9,6$ mm

**Bài toán 4**: Tìm điểm M mà tại đó có n vân sáng trùng nhau trong đó có vân sáng của bức xạ với bước sóng $\lambda_0$ cho trước.

+ Với các giá trị của k thỏa $\frac{n}{\alpha-1} > k \geq \frac{n-1}{\alpha-1}$

Để bức xạ có bước sóng $\lambda_0$ thuộc quang phổ bậc k này ta có: $k\lambda_{max} > m\lambda_0 > (k+n-1)\lambda_{min}$

+ Với các giá trị của k thỏa $\frac{n}{\alpha-1} + 1 \geq k \geq \frac{n}{\alpha-1}$ ta có:

Điều kiện giới hạn trên trở thành $(k+n)\lambda_{min} > m\lambda_0 > (k+n-1)\lambda_{min}$

+ Với các giá trị của k thỏa $\frac{n+\alpha}{\alpha-1} > k \geq \frac{n}{\alpha-1} + 1$ ta có:

Điều kiện giới hạn trên trở thành $(k+n)\lambda_{min} > m\lambda_0 > (k-1)\lambda_{max}$

**Ví dụ 1.** Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng có bước sóng biến thiên liên tục từ 405 nm đến 690 nm. Gọi M là điểm xa vân trung tâm nhất mà ở đó có đúng 4 vân sáng ứng với 4 bức xạ đơn sắc trùng nhau. Biết một trong 4 bức xạ này màu lam ứng với bước sóng 525 nm. Bước sóng ngắn nhất của 4 bức xạ nói trên

A. 405 nm B. 420 nm C. 435 nm D. 450 nm

Tồn tại 4 giá trị nguyên của k thỏa : $8,1 = \frac{n+\alpha}{\alpha-1} > k > \frac{n-1}{\alpha-1} = 4,26$

Với hai quang phổ bậc k = 8 và k = 7 ta có: $8,1 = \frac{n+\alpha}{\alpha-1} > k > \frac{n}{\alpha-1} + 1 = 6,68$

Do đó để bức xạ màu lam đang xét thuộc vùng ứng với k = 8 ta có điều kiện sau:

$12\frac{\lambda_{min}D}{a} > m\frac{\lambda_0 D}{a} \geq 7\frac{\lambda_{max}D}{a} \Leftrightarrow 9,3 = 12\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} > m \geq 7\frac{\lambda_{max}}{\lambda_0} = 9,2$. Vô nghiệm

Tương tự khi xét vùng k = 7 ta có điều kiện lúc này là :

$11\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} > m \geq (7-1)\frac{\lambda_{max}}{\lambda_0} \Leftrightarrow 8,5 > m \geq 7,3 \Rightarrow m = 8$

Bước sóng nhỏ nhất lúc này được tính bởi: $8\lambda_0 = 10\lambda_{min} \Rightarrow \lambda_{min} = 420$ nm

**Ví dụ 2.** Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng có bước sóng biến thiên liên tục từ 405 nm đến 690 nm. Gọi M là điểm gần vân trung tâm nhất mà ở đó có đúng 4 vân sáng ứng với 4 bức xạ đơn sắc trùng nhau. Biết một trong 4 bức xạ này màu lam ứng với bước sóng 525 nm. Bước sóng ngắn nhất của 4 bức xạ nói trên

A. 405 nm B. 408 nm C. 411 nm D. 416 nm

Tồn tại 4 giá trị nguyên của k thỏa : $8,1 = \frac{4}{\alpha-1} > k \geq \frac{3}{\alpha-1} = 4,26$

Ứng với k = 5 ta có: $5,68 = \frac{n}{\alpha-1} > k > \frac{n-1}{\alpha-1} = 4,26$

Điều kiện để bức xạ màu lam đang xét cho vân sáng thuộc vùng này

$5\frac{\lambda_{max}}{\lambda_0} > m \geq (5+4-1)\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} \Leftrightarrow 6,57 \geq m > 6,17$. Vô nghiệm.

Tương tự ứng với k = 6 ta có: $6,68 = \frac{n}{\alpha-1} + 1 > k > \frac{n}{\alpha-1} = 5,68$

$(6+4)\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} > m \geq (6+4-1)\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} \Leftrightarrow 7,7 > m \geq 6,94 \Rightarrow m = 7$

Bước sóng nhỏ nhất lúc này được tính bởi: $7\lambda_0 = 9\lambda_{min} \Rightarrow \lambda_{min} = 408$ nm

**Ví dụ 3 (Trích đề thi HSG 12 Tp HCM 2016).** Trong thí nghiệm Young về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng có bước sóng biến thiên liên tục từ 392 nm đến 711 nm. Gọi M là điểm trên màn mà ở đó có đúng 4 vân sáng của 4 bức xạ đơn sắc trùng nhau. Biết một trong 4 bức xạ này có bước sóng 582 nm. Tìm bước sóng ngắn nhất của 4 bức xạ nói trên

A. 0,46 µm. B. 0,45 µm. C. 0,44 µm D. 0,43 µm.

Tồn tại 4 giá trị nguyên của k thỏa : $7,1 = \frac{n+\alpha}{\alpha-1} > k \geq \frac{n-1}{\alpha-1} = 3,7$

Với k = 4 ta có: $4,9 = \frac{n}{\alpha-1} > k \geq \frac{n-1}{\alpha-1} = 3,7$

Do đó điều kiện để bức xạ màu lam đang xét cho vân sáng thuộc vùng này

$4\frac{\lambda_{max}}{\lambda_0} > m \geq (4+4-1)\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} \Leftrightarrow 6,57 \geq m > 6,17$. Vô nghiệm.

Tương tự với k = 5 ta có: $5,9 = \frac{n}{\alpha - 1} + 1 > k \geq \frac{n}{\alpha - 1} = 4,9$

$5\frac{\lambda_{max}}{\lambda_0} > m \geq 8\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} \Leftrightarrow 6,1 > m \geq 5,39 \Rightarrow m = 6 \Rightarrow 6\lambda_0 = 8\lambda_{min} \Rightarrow \lambda_{min} = 436,5\ nm$

Với k = 6 và k = 7 ta có: $7,1 = \frac{n + \alpha}{\alpha - 1} > k \geq \frac{n}{\alpha - 1} + 1 = 5,9$

$10\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} > m \geq 5\frac{\lambda_{max}}{\lambda_0} \Leftrightarrow 6,7 > m \geq 6,1$ Vô nghiệm

Với k = 7 ta có: $(7 + 4)\frac{\lambda_{min}}{\lambda_0} > m > 6\frac{\lambda_{max}}{\lambda_0} \Leftrightarrow 7,4 > m > 7,3$ . Vô nghiệm