

Chuyên đề 5. DÙNG CHỨC NĂNG TABLE ĐỂ GIẢI NHANH CÁC DẠNG TOÁN BIẾN THIÊN KHOẢNG.

1. Cơ sở của phương pháp

Đối với bài toán khi có hai ẩn số, ẩn số y phụ thuộc vào ẩn số X. Khi ẩn số X biến thiên kéo theo các ẩn số Y cũng thay đổi. Tuy nhiên các ẩn số Y đều nằm trong các giá trị đã cho trước.

*Bấm **[Mode]** **[7]** trên màn hình máy tính cầm tay xuất hiện hàm $f(X) =$

Nếu biến x là các giá trị nguyên thì hàm $f(X)$ sẽ cho các giá trị phù hợp mà ta cần tìm trong vật lý. Đây là thế rất mạnh của **[Mode]** **[7]** khi giải nhanh bài tập trắc nghiệm vật lý!

Dạng toán này thường gặp ở các bài toán biến thiên khoảng tần số, vận tốc trong sóng cơ. Biến thiên khoảng bước sóng trong ánh sáng. Tìm số quỹ đạo m, n trong lượng tử ánh sáng, biết m, n là các giá trị nguyên.

Ngoài ra chức năng **[Mode]** **[7]** còn được vận dụng để tìm cực trị khá hữu ích.

2. Các bước đưa về biểu thức và cài đặt máy.

Ban đầu xác định đại lượng cần tìm, biểu diễn dưới dạng $F(X) =$ hàm theo biến X.

Thí dụ : $\Delta\varphi = \frac{\omega d}{v} = \frac{2\pi f d}{v} = (2k+1)\pi \Rightarrow f = \frac{(2k+1)v}{2\pi d} \Rightarrow k$ phụ thuộc vào f. (Đề cho f biến thiên trong một khoảng nhất định).

Cài đặt máy và tính toán.

Bước 1: Bấm: **[SHIFT]** **[∇]** **[5]** **[1]** để làm việc với một hàm duy nhất là $F(X)$, tức là tắt hàm $g(X)$.

Bấm: **[Mode]** **[7]** sau đó nhập hàm $F(X)$.

Bước 2: Máy hiện thị:

[Start ?] (**Bắt đầu**): Nhập giá trị bắt đầu có căn cứ trong bài toán.

[End ?] (**Kết thúc**): Nhập giá trị bắt đầu có căn cứ trong bài toán.

[Step ?] (**Bước nhảy**): Nhập các giá trị cách nhau (thông thường

giá trị bước nhảy là nguyên.

(các giá trị **[Start ?]** và **[End ?]** tùy thuộc vào bài toán cụ thể !).

Cơ sở để chọn Start, Step và End.

Đối với máy casio FX-570VN, FX-570ES đếm được 30 giá trị thì $n < 30$.

Start (bắt đầu)	End (kết thúc)	Step (bước nhảy)
Căn cứ vào bài toán vật lý để ước lượng giá trị nguyên dương.	Căn cứ vào bài toán vật lý để ước lượng giá trị nguyên dương	Càng nhỏ thì càng tốt Giá trị Step nhỏ sao cho $n \leq 30$.
<div><div>Hệ thức vàng trong Mode 7</div><div><div>Strat : a</div><div>End : b \Rightarrow</div><div>Step : c</div></div><div>$n = \frac{\text{End} - \text{Start}}{\text{Step}} + 1 = \frac{b - a}{c} + 1$</div></div>		
Trong đó: n là giá trị nguyên dương mà máy có thể đếm được.		

Thí dụ: $\begin{cases} \text{Start} = 30 \\ \text{End} = 200 \end{cases} \Rightarrow n = \frac{200 - 30}{\text{Step}} + 1 \leq 30 \Rightarrow \text{Step} \geq 5,3 \Rightarrow \text{Step} = 6$

*Nếu muốn máy đếm được nhiều giá trị không còn cách nào khác khi đi thi các em học sinh nên mang từ 2 đến 3 máy tính vào phòng thi.

Bước 3. Căn cứ vào bảng số liệu hiện thị trên màn hình và các điều kiện của bài toán để chọn đáp số thích hợp.

Chú ý: Ở tài liệu này chúng tôi dùng máy tính FX -570VN.

3. Các ví dụ minh họa.

a. Dùng chức năng TABLE giải nhanh sóng cơ.

Ví dụ minh họa 1: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định 2017). Sóng truyền trên dây với vận tốc 4 m/s tần số sóng thay đổi từ 22 Hz đến 26 Hz. Điểm M cách nguồn một đoạn 28 cm luôn dao động vuông pha với nguồn. Bước sóng truyền trên dây là

- A. 160 cm. B. 1,6 cm. C. 16 cm. D. 100 cm.

Hướng dẫn giải

Cách 1:

Độ lệch pha của điểm M so với nguồn:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{2\pi fd}{v} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow f = \frac{(2k+1)v}{4d} \quad (1).$$

$$\xrightarrow{22 \leq f \leq 26} 22 \leq \frac{(2k+1)v}{4d} \leq 26 \Leftrightarrow 22 \leq \frac{(2k+1).4}{4.28.10^{-2}} \leq 26 \Leftrightarrow 2,58 \leq k \leq 3,14$$

$$\Rightarrow k = 3 \xrightarrow{(1)} f = 25\text{Hz} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \lambda = \frac{4}{25} = 0,16\text{m} = 16\text{cm}. \text{ Chọn C.}$$

Cách 2: (Sử dụng chức năng TABLE có trong máy tính Fx – 570 ES).

Quy trình bấm máy	Màn hình hiện thị
-------------------	-------------------

Từ phương trình (1) ở **cách 1** ta có

$$f = \frac{(2k+1)v}{4d}$$

*Bấm: **Mode** **7**

Nhập hàm: $f(X) = \frac{(2X+1).4}{4.0,28}$

X nhập bằng **ALPHA** **X**

Start (Bắt đầu): Nhập 1.

And (Kết thúc): Nhập 5.

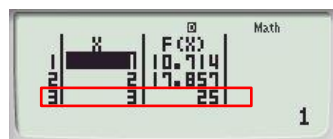
Step (Bước nhảy): Nhập 1.

*Nhận thấy giá trị của của $k = 3$ cho $f = 25$ Hz.

$$f = 25\text{Hz} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{v}{4d} \Rightarrow d = \frac{v}{4f} = \frac{4}{25} = 0,16\text{m} = 16\text{cm}$$

.Chọn C.

X	F(X)
1	0,714
2	17,857
3	25
4	32,142
5	39,285



Bình luận: Những bài toán sóng có End nhỏ nên ta không cần quan tâm đến tính toán Step sao cho phù hợp. Ta sẽ quan tâm Step khi qua bài toán điện.

Ví dụ minh họa 3: (Thi thử chuyên Bắc Cạn 2017): Một mũi nhọn S chạm nhẹ vào mặt nước dao động điều hoà với tần số $f = 40$ Hz. Người ta thấy rằng hai điểm A và B trên mặt nước cùng nằm trên phương truyền sóng cách nhau một khoảng $d = 20$ cm luôn dao động cùng pha nhau. Biết tốc độ truyền sóng nằm trong khoảng từ 3 m/s đến 5 m/s. Tốc độ đó là

- A.** 3,5 m/s. **B.** 4 m/s. **C.** 5 m/s. **D.** 3,2 m/s.

Hướng dẫn giải.

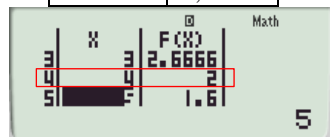
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = k2\pi \Rightarrow d = k\lambda = k \frac{v}{f} \Rightarrow v = \frac{df}{k} = \frac{0,2.40}{k} = \frac{8}{k}$$

*Dùng máy tính FX – 570VN. Sử dụng chức năng TABLE.

Quy trình bấm máy	Màn hình hiện thị
--------------------------	--------------------------

*Bấm: **Mode** **7**Nhập hàm: $f(X) = \frac{8}{X}$ **Start** (Bắt đầu): **Nhập 1.****And** (Kết thúc): **Nhập 5.****Step** (Bước nhảy): **Nhập 1.****Chú ý:** Điều kiện của vận tốc là $3\text{ m/s} < v < 5\text{ m/s}$

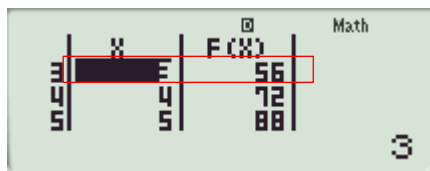
X	F(X)
1	8
2	4
3	2,66...
4	2
5	1,6

Nhu vậy ứng với $k = 4$ thì $f(X) = v = 4\text{ m/s}$. **Chọn B.**

Ví dụ minh họa 4. (Thi thử chuyên Vinh lần 1 năm học 2016 – 2017). Một sóng ngang truyền trên một sợi dây rất dài với tốc độ truyền sóng là 4 m/s và tần số sóng có giá trị từ 41 Hz đến 69 Hz . Biết hai phần tử tại hai điểm trên dây cách nhau 25 cm luôn dao động ngược pha nhau. Tần số sóng trên dây là

A. 64 Hz .**B.** 48 Hz .**C.** 56 Hz .**D.** 52 Hz .**Hướng dẫn giải.**

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi \xrightarrow{\Delta\varphi = \frac{2\pi f d}{v}} \frac{2\pi f d}{v} = (2k+1)\pi \Rightarrow f = \frac{(2k+1)}{2d} \cdot v = \frac{(2k+1)}{2 \cdot 25} \cdot 400$$

*Sử dụng chức năng **Mode** **7** của máy tính cầm tay.Nhập hàm $F(X) = \frac{(2X+1)}{2 \cdot 25} \cdot 400$ 

Nhập $\begin{cases} \text{Start} = 1 \\ \text{End} = 5 \\ \text{Step} = 1 \end{cases}$

Nhu vậy ứng với $X = k = 3$ thì $f = 56\text{ Hz}$. **Chọn C.****Chú ý:** Khoảng tần số $41 \leq f \leq 69$.

Ví dụ minh họa. (Minh họa của bộ GD lần 2 năm 2017). Tần số của âm cơ bản và họa âm do một dây đàn phát ra tương ứng bằng với tần số của sóng cơ để trên dây đàn có sóng dừng. Trong các họa âm do dây đàn phát ra, có hai họa âm ứng với tần số 2640 Hz và 4400 Hz . Biết âm cơ bản của dây đàn có tần số nằm trong khoảng từ 300 Hz đến 800 Hz . Trong vùng tần số của âm nghe được từ 16 Hz đến 20 kHz , có tối đa bao nhiêu tần số của họa âm (kể cả âm cơ bản) của dây đàn này?

A. 37.

B. 30.

C. 45.

D. 22.

Hướng dẫn giải

Sự tạo âm trên dây đàn phát ra tương ứng bằng tần số của sóng cơ để trên dây đàn có sóng dừng, do đó chiều dài của sợi dây phải thỏa mãn:

$$l = k \frac{v}{2f} \Rightarrow f_{\min} = f_{CB} = \frac{v}{2l} \Rightarrow f_{HA} = k f_{\min} = k f_{CB} \quad (f_{HA} \text{ tần số của họa âm}).$$

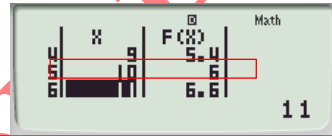
*Xét hai họa âm có tần số 2600Hz và 4400 Hz:

$$\begin{cases} 2640 = k_1 f_{CB} \\ 4400 = k_2 f_{CB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{CB} = \frac{2640}{k_1} \\ f_{CB} = \frac{4400}{k_2} \end{cases} \xrightarrow{300 < f_{CB} < 800} \begin{cases} 8,8 > k_1 > 3,3 \\ 14,7 > k_2 > 5,5 \end{cases} \quad (I)$$

* $\frac{f_{HA1}}{f_{HA2}} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow k_1 = 0,6k_2$ (Để tìm k_1, k_2 sử dụng chức năng **Mode 7** với khoảng chạy phải thỏa mãn hệ (I)).

*Nhập $F(X) = 0,6X$

$\begin{cases} \text{Start} = 6 \\ \text{End} = 14 \\ \text{Step} = 1 \end{cases}$



Máy nhận $k_2 = 10$ $k_1 = 6$

$$f_{HA1} = k_1 f_{\min} = k_1 f_{CB} \Leftrightarrow 2640 = 6.f_{CB} \Rightarrow f_{CB} = 440\text{Hz}$$

*Xét vùng có tần số:

$$16\text{Hz} < f < 20.000\text{Hz} \Leftrightarrow 16 < k.440 < 20.000 \Leftrightarrow 0,036 < k < 45,5 \Rightarrow k \in \{1: 45\}$$

b. Dùng chức năng TABLE giải nhanh sóng ánh sáng.

Ví dụ minh họa 2: Trong thí nghiệm I-âng giao thoa ánh sáng, hai khe I-âng cách nhau 2mm, hình ảnh giao thoa được hứng trên màn ảnh cách hai khe 1m. Sử dụng ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ_1 , khoảng vân đo được là 0,2mm. Thay bức xạ trên bằng bức xạ có bước sóng $\lambda_2 > \lambda_1$ thì tại vị trí của vân sáng bậc ba của bức xạ λ_1 có một vân sáng của bức xạ λ_2 trùng tại đó. Bước sóng của ánh sáng λ_2 là

A. 0,60 μm .

B. 0,48 μm

C. 0,58 μm

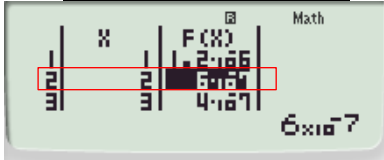
D. 1,20 μm .

Hướng dẫn giải

*Bậc ba của bức xạ 1 trùng với một vân sáng của λ_2 .

$$\text{Bước sóng } \lambda_1 = \frac{ia}{D} = \frac{0,2.10^{-3}.2.10^{-3}}{1} = 0,4.10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda_2 > 0,4.10^{-7} \text{ m}$$

$$3. \frac{\lambda_1 D}{a} = k. \frac{\lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow 3i_1 = k \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3i_1. a}{kD} = \frac{3.0,2.10^{-3}.2.10^{-3}}{k.1} = \frac{1,2.10^{-6}}{k} \quad (1)$$

Quy trình bấm máy	Màn hình hiện thị												
<p>Từ phương trình (1) ở cách 1 ta có</p> $\lambda_2 = \frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{k}$ <p>*Bấm: Mode 7</p> <p>Nhập hàm: $f(X) = \frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{X}$</p> <p>Start (Bắt đầu): Nhập 1. And (Kết thúc): Nhập 5. Step (Bước nhảy): Nhập 1. Chú ý: Điều kiện bước sóng $\lambda_2 > 0,4\mu\text{m}$ và λ_2 thuộc vùng ánh sáng nhìn thấy</p>	<table><tr><th>X</th><th>F(X)</th></tr><tr><td>1</td><td>$1,2 \cdot 10^{-6}$</td></tr><tr><td>2</td><td>$0,6 \cdot 10^{-7}$</td></tr><tr><td>3</td><td>$0,4 \cdot 10^{-7}$</td></tr><tr><td>4</td><td>$0,3 \cdot 10^{-7}$</td></tr><tr><td>5</td><td>$2,4 \cdot 10^{-7}$</td></tr></table> 	X	F(X)	1	$1,2 \cdot 10^{-6}$	2	$0,6 \cdot 10^{-7}$	3	$0,4 \cdot 10^{-7}$	4	$0,3 \cdot 10^{-7}$	5	$2,4 \cdot 10^{-7}$
X	F(X)												
1	$1,2 \cdot 10^{-6}$												
2	$0,6 \cdot 10^{-7}$												
3	$0,4 \cdot 10^{-7}$												
4	$0,3 \cdot 10^{-7}$												
5	$2,4 \cdot 10^{-7}$												

Với $k = 2 \Rightarrow \lambda_2 = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,6\mu\text{m}$. **Chọn B.**

Ví dụ minh họa 2. (ĐH 2010). Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng trắng có bước sóng 380nm đến 760nm. Khoảng cách từ giữa hai khe là 0,8mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là 2m. Trên màn tại vị trí cách vân trung tâm 3mm. Có các vân sáng với bước sóng

- A. 0,48μm đến 0,56μm.
- B. 0,40μm đến 0,60μm.
- C. 0,40μm đến 0,64μm.
- D. 0,45μm đến 0,60μm.

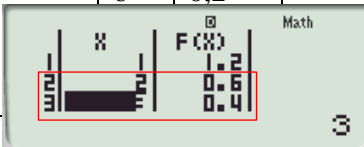
Hướng dẫn giải.

Cách 1: Giải truyền thống.

$$x_M = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ax_M}{kD} = \frac{1,2}{k} \mu\text{m} \xrightarrow{0,38 \leq \lambda \leq 0,76} 1,58 \leq k \leq 3,16 \Rightarrow k = 2; 3$$

$$\begin{cases} k = 2 \rightarrow \lambda = 0,6\mu\text{m} \\ k = 3 \rightarrow \lambda = 0,4\mu\text{m} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Cách 2: *Dùng máy tính FX – 570VN. Sử dụng chức năng TABLE.

Quy trình bấm máy	Màn hình hiện thị														
<p>Từ biểu thức $\lambda = \frac{1,2}{k} \mu\text{m}$.</p> <p>Bấm Mode 7 (Tạo bảng tính).</p> <p>Nhập hàm $F(X) = \frac{1,2}{X}$</p> <p>Start: Nhập 1. End: Nhập 6 Step: Nhập 1 Bấm: = Máy sẽ hiện thị.</p>	<table><tr><th>X</th><th>F(X)</th></tr><tr><td>1</td><td>1,2</td></tr><tr><td>2</td><td>0,6</td></tr><tr><td>3</td><td>0,4</td></tr><tr><td>4</td><td>0,3</td></tr><tr><td>5</td><td>0,24</td></tr><tr><td>6</td><td>0,2</td></tr></table> 	X	F(X)	1	1,2	2	0,6	3	0,4	4	0,3	5	0,24	6	0,2
X	F(X)														
1	1,2														
2	0,6														
3	0,4														
4	0,3														
5	0,24														
6	0,2														

Từ bảng tính và đối chiếu 4 đáp án suy ra đáp án B là đáp án chính xác.

Chọn B.

Ví dụ minh họa 2: (Phổ thông Quốc Gia 2015). Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe hẹp được chiếu bằng nguồn ánh sáng trắng có bước sóng từ 380 nm đến 760 nm. Khoảng cách giữa hai khe hẹp là 0,5 mm, khoảng cách từ hai khe hẹp đến màn quan sát là 2 m. Trên màn quan sát, tại vị trí điểm M cách vân sáng chính giữa 2cm có vân sáng đơn sắc có bước sóng dài nhất là

A. 417nm.

B. 570nm.

C. 714nm.

D. 760nm.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Giải truyền thống.

$$x = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{xa}{kD} = \frac{2.10^{-3}.0,5.10^{-3}}{k.2} = \frac{5.10^{-6}}{k} \text{ m} = \frac{5000}{k} \text{ nm (1).}$$

$$\xrightarrow{380 \leq \lambda \leq 760} 380 \leq \frac{5000}{k} \leq 760 \Rightarrow 13,16 \geq k \geq 6,58 \Rightarrow k_{\min} = 7$$

$$\text{Thay vào (1)} \lambda = \frac{5000}{k} \xrightarrow{k_{\min}=7} \lambda_{\max} = 714,3 \text{ nm. Chọn C.}$$

Cách 2: Dùng chức năng Mode 7 **của máy tính cầm tay FX – 570VN.**

Quy trình bấm máy	Màn hình hiện thị																		
<p>*Từ biểu thức $\lambda = \frac{5000}{k} \text{ nm (1).}$</p> <p>*Bấm Mode 7.</p> <p>Nhập hàm $F(X) = \frac{5000}{X}$.</p> <p>X được nhập: ALPHA X</p> <p>Start (Bắt đầu) : Nhập 1</p> <p>End (Kết thúc): Nhập 8.</p> <p>Step (Bước nhảy): Nhập 1.</p> <p>Để dàng thấy ở bước sóng dài nhất tại M là 714nm.</p> <p>Cần lưu ý: Đề bài cho bước sóng tính theo vị nm nên ở biểu thức (1) có đơn vị là nm.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th><th>F(X)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>5000</td></tr> <tr><td>2</td><td>2500</td></tr> <tr><td>3</td><td>1666,6</td></tr> <tr><td>4</td><td>1250</td></tr> <tr><td>5</td><td>1000</td></tr> <tr><td>6</td><td>833,33</td></tr> <tr><td>7</td><td>714,28</td></tr> <tr><td>8</td><td>625</td></tr> </tbody> </table> <p>Vùng có $\lambda \in (380; 760) \text{ nm}$</p> <p>Chọn C.</p>	X	F(X)	1	5000	2	2500	3	1666,6	4	1250	5	1000	6	833,33	7	714,28	8	625
X	F(X)																		
1	5000																		
2	2500																		
3	1666,6																		
4	1250																		
5	1000																		
6	833,33																		
7	714,28																		
8	625																		

Bình luận: Thông thường các giá trị của k chỉ rơi vào các khoảng 2 đến 6. Tuy nhiên để cho tiện ta cho máy tính khoan vùng k rộng hơn một chút là từ

1 đến 8. Tuy nhiên nếu các em không có tính tiên đoán giá trị của k thì có thể cho k chạy lớn hơn để bao phủ các bước sóng khác.

Ví dụ minh họa 2: Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe hẹp được chiếu bằng nguồn ánh sáng trắng có bước sóng từ 380 nm đến 760 nm. Khoảng cách giữa hai khe hẹp là 1 mm, khoảng cách từ hai khe hẹp đến màn quan sát là 2 m. Trên màn quan sát, tại vị trí điểm M cách vân sáng chính giữa 4 mm có vân sáng đơn sắc có bước sóng ngắn nhất là

- A. 0,4 μm . B. 0,67 μm . C. 0,75 μm . D. 0,55 μm .

Hướng dẫn giải

Cách 1: Giải truyền thống.

$$x = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{xa}{kD} = \frac{2 \cdot 10^3}{k} \text{ nm} \xrightarrow{0,38\mu\text{m} < \lambda < 760} 5,3 > k > 2,6 \Rightarrow k_{\text{max}} = 5$$

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{xa}{k_{\text{max}} D} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0,4\mu\text{m} \text{ . Chọn A.}$$

Cách 2: Dùng chức năng Mode 7 **của máy tính cầm tay FX – 570VN.**

Quy trình bấm máy	Màn hình hiện thị																		
<p>*Từ biểu thức $\lambda = \frac{2000}{k} \text{ nm}$ (1).</p> <p>*Bấm Mode 7 .</p> <p>Nhập hàm $F(X) = \frac{5000}{X}$.</p> <p>Start (Bắt đầu) : Nhập 1</p> <p>End (Kết thúc): Nhập 8.</p> <p>Step (Bước nhảy): Nhập 1.</p> <p>Dễ dàng thấy ở bước sóng ngắn nhất tại M là 400nm.</p> <p>Cần lưu ý: Đề bài cho bước sóng tính theo vị nm nên ở biểu thức (1) có đơn vị là nm.</p>	<table><thead><tr><th>X</th><th>F(X)</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>2000</td></tr><tr><td>2</td><td>1000</td></tr><tr><td>3</td><td>666,7</td></tr><tr><td>4</td><td>500</td></tr><tr><td>5</td><td>400</td></tr><tr><td>6</td><td>333,3</td></tr><tr><td>7</td><td>285,7</td></tr><tr><td>8</td><td>250</td></tr></tbody></table> <p>Vùng có bước sóng 380 → 760nm</p> <p>$\lambda_2 = 400\text{nm} = 0,4\mu\text{m}$ Chọn A.</p>	X	F(X)	1	2000	2	1000	3	666,7	4	500	5	400	6	333,3	7	285,7	8	250
X	F(X)																		
1	2000																		
2	1000																		
3	666,7																		
4	500																		
5	400																		
6	333,3																		
7	285,7																		
8	250																		

Ví dụ minh họa 9. Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện với ánh sáng trắng có bước sóng từ 0,38 μm đến 0,76 μm . Có bao nhiêu bức xạ đơn sắc cho vân trùng vân sáng bậc 3 của bức xạ có bước sóng 0,76 μm .

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Giải truyền thống.

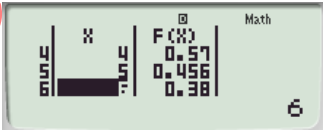
Gọi x_M là vị trí vân sáng bậc 3 của bức xạ có bước sóng 0,76 μm .

Vị trí trùng nhau $x_M = k_d \frac{\lambda_d D}{a} = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{k_d \lambda_d}{k}$

$$\lambda = \frac{3,0,76}{k} = \frac{2,28}{k} \mu\text{m} \xrightarrow{0,38 \leq \lambda = \frac{2,28}{k} < 0,76} 3 < k \leq 6 \Rightarrow k = 4; 5; 6$$

⇒ Chọn B.

Cách 2: Dùng chức năng **Mode** **7** của máy tính cầm tay FX – 570VN.

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị																		
<p>Từ biểu thức $\lambda = \frac{2,28}{k} \mu\text{m}$.</p> <p>Bấm Mode 7 (Tạo bảng tính).</p> <p>Nhập hàm $F(X) = \frac{2,28}{X}$</p> <p>Start: Nhập 1.</p> <p>End: Nhập 8</p> <p>Step: Nhập 1</p> <p>Bấm: = Máy sẽ hiện thị.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th><th>F(X)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2,28</td></tr> <tr><td>2</td><td>1,14</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,76</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,57</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,456</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,38</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,3257</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,285</td></tr> </tbody> </table> <p>Vùng có $\lambda \in [0,38; 0,76)$</p> 	X	F(X)	1	2,28	2	1,14	3	0,76	4	0,57	5	0,456	6	0,38	7	0,3257	8	0,285
X	F(X)																		
1	2,28																		
2	1,14																		
3	0,76																		
4	0,57																		
5	0,456																		
6	0,38																		
7	0,3257																		
8	0,285																		

Từ màn hình hiển thị ta suy ra có **3 bức xạ** trùng với bậc 3 của bức xạ có bước sóng $\lambda = 0,76 \mu\text{m}$. **Chọn B.**

c. Dùng chức năng TABLE giải nhanh lượng tử ánh sáng.

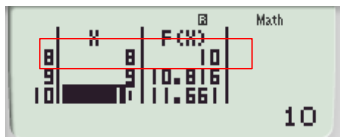
Ví dụ minh họa 1. (Đề minh họa của bộ lần 2 năm 2017). Xét nguyên tử hiđrô theo mẫu nguyên tử Bo, trong các quỹ đạo dừng của êlectron có hai quỹ đạo có bán kính r_m và r_n . Biết $r_m - r_n = 36r_0$, trong đó r_0 là bán kính Bo. Giá trị r_m gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $98r_0$.B. $87r_0$.C. $50r_0$.D. $65r_0$.**Hướng dẫn giải**

* Từ công thức: $r_m - r_n = 36r_0 \xrightarrow{r=n^2r_0} r_0m^2 - r_0n^2 = 36r_0 \Rightarrow m^2 - n^2 = 36 \quad (1)$

(Trong đó $n_m, n_n \in \mathbb{N}^+ \& \neq 0$).

Để tìm m và n của phương trình (1) ta dùng chức năng [Mode 7] của máy tính cầm tay **fx – 570 VN** (hoặc máy tính khác tương đương)

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị																						
* Nhập [Mode] chọn [7], nhập hàm	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th><th>F(X)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>6,08</td></tr> <tr><td>2</td><td>6,32</td></tr> <tr><td>3</td><td>6,71</td></tr> <tr><td>4</td><td>7,21</td></tr> <tr><td>5</td><td>7,81</td></tr> <tr><td>6</td><td>8,49</td></tr> <tr><td>7</td><td>9,22</td></tr> <tr><td>8</td><td>10,00</td></tr> <tr><td>9</td><td>10,82</td></tr> <tr><td>10</td><td>11,67</td></tr> </tbody> </table>	X	F(X)	1	6,08	2	6,32	3	6,71	4	7,21	5	7,81	6	8,49	7	9,22	8	10,00	9	10,82	10	11,67
X	F(X)																						
1	6,08																						
2	6,32																						
3	6,71																						
4	7,21																						
5	7,81																						
6	8,49																						
7	9,22																						
8	10,00																						
9	10,82																						
10	11,67																						
$F(X) = \sqrt{36 + X^2} \quad (1)$																							
[Start] (Bắt đầu): Nhập 1																							
[End] (Kết thúc) : nhập 10																							
[Step] (Bước nhảy): Nhập 1																							
Máy nhận giá trị																							
$n = 8 \xrightarrow{(1)} m = 10$																							
Do đó: $r_m = m^2 r_0 = 100r_0$																							
Gần đáp án A nhất. Chọn A																							

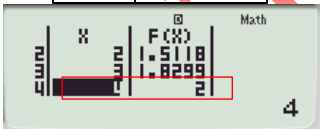
Ví dụ minh họa 2. (ĐH -2013). Các mức năng lượng ở trạng thái dừng củ nguyên tử Hidro được xác định bằng biểu thức $E_n = -13,6/n^2$ (eV) ($n = 1, 2, 3, \dots$). Nếu nguyên tử hidro hấp thụ một photon có năng lượng 2,55eV thì bước sóng nhỏ nhất của bức xạ mà nguyên tử hiđrô có thể phát ra là

A. $9,74 \cdot 10^{-8} \text{m}$.B. $1,46 \cdot 10^{-8} \text{m}$.C. $1,22 \cdot 10^{-8} \text{m}$.D. $4,87 \cdot 10^{-8} \text{m}$.**Hướng dẫn giải.**

$$\varepsilon = E_m - E_n \Rightarrow 2,55 = \frac{-13,6}{m^2} + \frac{13,6}{n^2} \Rightarrow \frac{3}{4^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \Rightarrow n = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{16} + \frac{1}{m^2}}}$$

(Dĩ nhiên $m, n \in \mathbb{N}^+$ và 6 mức năng lượng quen thuộc $1 \leq m, n \leq 6$).

*Để tìm m và n của phương trình (1) ta dùng chức năng **Mode 7** của máy tính cầm tay **fx – 570 VN** (hoặc máy tính khác tương đương).

Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị														
<p>* Nhập Mode chọn 7, nhập hàm</p> $F(X) = \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{16} + \frac{1}{X^2}}} \quad (1)$ <p>Start (Bắt đầu): Nhập 1</p> <p>End (Kết thúc) : nhập 6</p> <p>Step (Bước nhảy): Nhập 1</p> <p>Máy nhận giá trị</p> <p>n = 2 $\xrightarrow{(1)}$ m = 4</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X_m</th><th>F(X)_n</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,92</td></tr> <tr><td>2</td><td>1,51</td></tr> <tr><td>3</td><td>1,83</td></tr> <tr><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>2,10</td></tr> <tr><td>6</td><td>2,16</td></tr> </tbody> </table> 	X _m	F(X) _n	1	0,92	2	1,51	3	1,83	4	2	5	2,10	6	2,16
X _m	F(X) _n														
1	0,92														
2	1,51														
3	1,83														
4	2														
5	2,10														
6	2,16														

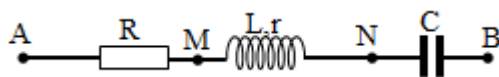
Ta có:

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = E_4 - E_1 \Leftrightarrow \frac{19,875 \cdot 10^{26}}{\lambda_{\min}} = \left(-\frac{13,6}{4^2} + \frac{13,6}{1^2} \right) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

Nhập phương trình ở trên dưới dạng biến X. Sau đó bấm **SHIFT** **Solve** sẽ thu được kết quả $\lambda_{\min} = 9,74 \cdot 10^{-8} \text{ m}$. **Chọn A.**

d. Dùng chức năng TABLE giải nhanh cực trị điện xoay chiều.

Ví dụ minh họa 1: Cho đoạn mạch xoay chiều như hình vẽ, gồm điện trở $R = 190 \Omega$, cuộn dây



có $L = 1 / \pi \text{ H}$ và điện trở trong $r = 10 \Omega$, tụ điện có điện dung $C = 2 \cdot 10^{-4} / \pi \text{ F}$.

Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều $u = 200\sqrt{2} \cos(\omega t) \text{ V}$, tần số f có thể thay đổi được. Thay đổi tần số f để U_{AN} đạt giá trị cực đại. Giá trị gần đúng của $U_{AN}(\max)$ và tần số tương ứng là

A. 216,91 V; 50 Hz.

B. 217,178 V; 60 Hz.

C. 219,485 V; 62 Hz.

D. 217,237 V; 57 Hz.

$$U_{AN} = Z_{AN} \cdot I = U \sqrt{\frac{(R+r)^2 + Z_L^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 200 \sqrt{\frac{200^2 + (2f)^2}{200^2 + \left(2f - \frac{1}{4 \cdot 10^{-4} f}\right)^2}}$$

*Bấm $\boxed{\text{Mode}} \boxed{7}$. Nhập hàm

$$F(X) = 200 \sqrt{\frac{200^2 + (2X)^2}{200^2 + \left(2X - \frac{1}{4 \cdot 10^{-4} X}\right)^2}}$$

{ Start : 50
Step : 62 $\Rightarrow n = 13$ giá trị (máy đếm được).
Step : 1

$$\Rightarrow F(X)_{\max} = U_{AN}^{\max} = 217,23... \rightarrow f = 57 \text{ Hz}$$

Chọn D.

X	F(X)	
50	216,93	Tăng
51	217,02	
52	217,09	
53	217,15	
54	217,19	
55	217,22	Max
56	217,23...	
57	217,23...	Giảm
58	217,22	
59	217,2	
60	217,17	
61	217,13	
62	217,08	

Bình luận: Từ 4 đáp án ta nhận thấy chỉ có tần số 50Hz trở lên nên ta chọn **Start** là 50 và chọn **End** là 62.

Ví dụ minh họa 2: (Thi thử Thư viện vật lý lần 3 năm 2016). Đặt điện áp xoay chiều $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi)$ (V) hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm R_1 , R_2 và cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Biết $R_1 = 2R_2 = 200\sqrt{3} (\Omega)$. Điều chỉnh L cho đến khi điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa R_2 và L lệch pha cực đại so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Giá trị của độ tự cảm L lúc đó là

A. $L = 2/\pi$ (H). **B.** $L = 3/\pi$ (H). **C.** $L = 4/\pi$ (H). **D.** $L = 1/\pi$ (H) .

Hướng dẫn giải

⌘ Các bài toán cực trị điện thì giá trị biến rất rộng, nhưng mong muốn của chúng ta là Step nhỏ, máy tính lại đếm các giá trị lại có hạn. Vì vậy không còn cách nào khác chúng ta phải sử dụng lý thuyết ban đầu để chọn được Step thích hợp nhất.

Để thấy u_{R_2L} sớm pha hơn u mạch.

$$\alpha = \varphi_2 - \varphi_1 = \left[\underbrace{\arctan \frac{Z_L}{R_2}}_{\varphi_2} - \underbrace{\arctan \frac{Z_L}{R_1 + R_2}}_{\varphi} \right]$$

X	F(X)	Math
2 0.6366	0.4896	
3 0.9549	0.7333	
4 1.2732	0.5061	
0.5235987756		

Bấm $\boxed{\text{Mode}} \boxed{7}$ và nhập hàm

$$F(X) = \arctan \left(\frac{100\pi X}{100\sqrt{3}} \right) - \arctan \left(\frac{100\pi X}{300\sqrt{3}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\pi X}{\sqrt{3}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\pi X}{3\sqrt{3}} \right).$$

$$\text{Chọn} \begin{cases} \text{Start} = 1 / \pi \\ \text{End} = 4 / \pi \rightarrow \text{Bấm } \boxed{=}. \text{ Từ bảng tính ta thấy khi pha đạt cực đại thì} \\ \text{Step} = 1 / \pi \end{cases}$$

$$X = L = 0,9549... = \frac{3}{\pi} \text{ thì } \alpha_{\max}. \text{ Chọn B.}$$

Chú ý: Các giá trị Start và End được chọn dựa vào 4 đáp án.

Bình luận: Nếu đề hỏi giá trị X thì ta dựa vào 4 đáp án để chọn Start và End cho thích hợp. Ngược lại nếu đề hỏi F(X) thì ta **không** căn cứ vào đáp án được.

Cách 2: Giải truyền thống.

$$\begin{cases} \tan \varphi_2 = \frac{Z_L}{R_2} \\ \tan \varphi = \frac{Z_L}{R_1 + R_2} \end{cases} \Rightarrow \tan(\varphi_2 - \varphi) = \frac{Z_L R_1}{Z_L^2 + R_2(R_1 + R_2)} = \frac{R_1}{Z_L + \underbrace{\frac{R_2(R_1 + R_2)}{Z_L}}_b} *$$

$$\tan(\varphi_2 - \varphi) = \frac{R_1}{Z_L + \underbrace{\frac{R_2(R_1 + R_2)}{Z_L}}_b} \xrightarrow{a+b \geq 2\sqrt{ab}} (\tan \Delta \varphi)_{\max} \Leftrightarrow a = b$$

$$\text{Suy ra } Z_L = \sqrt{R_2(R_1 + R_2)} = 300(\Omega) \Rightarrow L = \frac{3}{\pi}(\text{H}) \text{ Chọn B.}$$

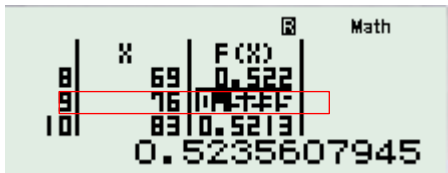
Ví dụ minh họa 3: (Chuyên Vinh lần 3 năm học 2016-2017). Đặt một điện áp xoay chiều $u = U_0 \cos \omega t$ (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự R_1, R_2 và tụ điện có điện dung C có thể thay đổi. Biết $R_1 = 2R_2 = 50\sqrt{3}\Omega$. Điều chỉnh giá trị của C đến khi điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch lệch pha cực đại so với điện áp hai đầu đoạn mạch chứa R_2 và C. Giá trị Z_C khi đó là

A. 200 Ω . B. 100 Ω . C. 75 Ω . D. 20 Ω .

Hướng dẫn giải

$$|\varphi - \varphi_{R_2 C}| = \left| \underbrace{\arctan \frac{-Z_C}{R_1 + R_1}}_{\varphi} - \underbrace{\arctan \frac{-Z_C}{R_2}}_{\varphi_{R_2 C}} \right|. \text{ Bấm } \boxed{\text{Mode}} \boxed{7} \text{ và nhập hàm}$$

$$F(X) = \left| \underbrace{\arctan \frac{-X}{75\sqrt{3}}}_{\varphi} - \underbrace{\arctan \frac{-X}{25\sqrt{3}}}_{\varphi_{R_2 C}} \right|$$



$$\text{Chọn} \begin{cases} \text{Start} = 20 \\ \text{End} = 200 \end{cases} \xrightarrow{\frac{\text{End} - \text{Start}}{\text{Step}} + 1 \leq 30} \text{Step} \geq 6,2 \Rightarrow \text{Step} = 7$$

↵ Bấm $\boxed{=}$ màn hình xuất hiện như trên. Dễ thấy khi $X = Z_C = 76\Omega$ thì góc α đạt giá trị cực đại. Như vậy giá trị chính xác nhất phải lân cận số 76.

Chọn C.

Chú ý: Các giá trị **Start** và **End** được chọn dựa vào 4 đáp án.

Bình luận: Nếu đề hỏi giá trị X thì ta dựa vào 4 đáp án để chọn Start và End cho thích hợp. Ngược lại nếu đề hỏi $F(X)$ thì ta **không** cần cứ vào đáp án được.

Ví dụ minh họa 4: Chuyên Vinh lần 3 năm 2017. Tại mặt nước, hai nguồn kết hợp được đặt ở A và B cách nhau 14 cm, dao động điều hòa cùng tần số, cùng pha, theo phương vuông góc với mặt nước. Sóng truyền trên mặt nước với bước sóng 1,2 cm. Điểm M nằm trên đoạn AB cách A một đoạn 6 cm. Ax, By là hai nửa đường thẳng trên mặt nước, cùng một phía so với AB và vuông góc với AB. Cho điểm C di chuyển trên Ax và điểm D di chuyển trên By sao cho MC luôn vuông góc với MD. Khi diện tích của tam giác MCD có giá trị nhỏ nhất thì số điểm dao động với biên độ cực đại có trên đoạn CD là

A. 12.

B. 13.

C. 15.

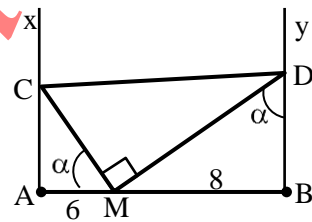
D. 14.

Hướng dẫn giải.

$\triangle AMC$ đồng dạng với $\triangle BDM$ suy ra

$$\frac{6}{CA} = \frac{BD}{8} \Rightarrow BD = \frac{48}{AC}$$

$$S_{\triangle MCD} = \frac{1}{2} MC \cdot MD = \frac{1}{2} \sqrt{6^2 + AC^2} \cdot \sqrt{8^2 + \frac{48^2}{AC^2}}$$



Bấm $\boxed{\text{Mode}}$ $\boxed{7}$ và nhập hàm

$$F(X) = \frac{1}{2} \sqrt{6^2 + X^2} \cdot \sqrt{8^2 + \frac{48^2}{X^2}}$$

Chọn $\begin{cases} \text{Start} = 1 \\ \text{End} = 10 \\ \text{Step} = 1 \end{cases}$ Bấm $\boxed{=}$ thu được bảng bên phải

Dễ thấy $F(X)_{\min}$ khi $AC = X = 6\text{cm} \Rightarrow BD = 8\text{cm}$

☞ Điều kiện vân cực đại:

$$\frac{AC - BC}{\lambda} < k < \frac{AD - BD}{\lambda} \Rightarrow -7,69 < k < 6,77$$

\Rightarrow Có 14 giá trị thỏa mãn. **Chọn D.**

X	F(X)
1	148
2	80
3	60
4	52
5	48,8
6	48
7	48,571
8	50
9	52
10	54,4

Ví dụ minh họa 10. Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu cuộn dây có độ tự cảm L và điện trở R nối tiếp với tụ C với ($CR^2 < 2L$). Thay đổi tần số góc đến giá trị ω_0 thì điện áp hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại, khi đó độ lệch pha giữa

điện áp hai đầu cuộn dây và điện áp hai đầu đoạn mạch điện có giá trị nhỏ nhất là

- A. 90^0 . B. $86,67^0$. C. 60^0 . D. $70,52^0$.

Cách 1. Cách truyền thống.

*Khi f thay đổi để U_{Cmax} ta **chuẩn hóa** $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{2n-2}$

*Để thấy u mạch **trễ pha** hơn so với u dây (vẽ giản đồ).

*Ta có: $\tan \varphi. \tan \varphi_d = \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = \frac{1-n}{\sqrt{2n-2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2n-2}} = -\frac{1}{2} = -0,5$.

$$\tan \alpha = \frac{\tan \varphi_d - \tan \varphi}{1 + \tan \varphi_d \tan \varphi} \xrightarrow{(1)} \tan \alpha = 2(\tan \varphi_d + \tan(-\varphi)) \geq 2,2 \sqrt{\tan \varphi_d \tan(-\varphi)}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha \geq 2,2 \sqrt{\frac{-\tan \varphi_d \tan \varphi}{-0,5}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow (\tan \alpha)_{\min} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \alpha_{\min} \approx 70,52^0.$$

Chọn D.

Cách 2: Dùng chức năng Mode 7 để tìm cực trị

Khi f thay đổi để U_{Cmax} ta **chuẩn hóa** $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{2n-2}$

☞ **Độ lệch pha giữa u dây và u mạch là**

$$\alpha = |\varphi - \varphi_d| = \left| \arctan \left(\frac{Z_L - Z_C}{R} \right) - \arctan \left(\frac{Z_L}{R} \right) \right|$$

Bấm Mode 7 **nhập vào máy**

$$F(X) = \left| \tan^{-1} \left(\frac{1-X}{\sqrt{2X-2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2X-2}} \right) \right|$$

Chọn $\begin{cases} \text{Start} = 1,1 \\ \text{End} = 5 \end{cases} \xrightarrow{\frac{\text{End}-\text{Start}}{\text{Step}} + 1 \leq 30} \text{Step} \geq 0,13$

X	F(X)
1,1	78,509
1,24	74,391
1,38	72,47
1,52	71,46
1,66	70,91
1,8	70,64
1,94	70,537
2,08	70,542
2,22	70,617
2,36	70,739
Còn nữa (không quan tâm)	

Chọn Step = 0,14 bấm = màn hình xuất hiện và thu được bảng bên phải.

*Để thấy khi $n = 1,94 \Rightarrow F(X)_{\min} = \alpha_{\min} = 70,53^0$.

Như vậy giá trị lân cận của α_{\min} chỉ có đáp án C thỏa. **Chọn C.**

Ví dụ minh họa 3. (Chuyên Vinh lần 4 năm 2015). Đặt điện áp $u = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ (V) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp

với đoạn mạch MB, trong đó đoạn mạch AM chứa cuộn dây điện trở $r = 20\Omega$, đoạn mạch MB chứa điện trở thuần $R = 50\Omega$ nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi. Khi $C = C_1 = 200/\pi$ (μF) thì trong mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Điều chỉnh $C = C_2$ thì điện áp hiệu dụng của đoạn mạch MB đạt cực đại, giá trị cực đại đó xấp xỉ bằng

- A. 323,6V. B. 262,6V. C. 225,8V. D. 283,8V.

Hướng dẫn giải.

⚠ Đặt vấn đề: Đây là bài toán có thêm điện trở r , vì vậy các công thức của tính cực trị thông thường sẽ không tính được. Vì vậy muốn giải bài toán này các em học sinh phải viết được biểu thức tính U_{MB} tức là U_{RC} sau đó đi khảo sát nó theo biến Z_C . Tuy nhiên việc làm này thật bất tiện và mất rất nhiều thời gian. Vì vậy các em phải sử dụng chức năng **Table** của Casio.

☞ Trước khi dùng Casio hãy để ý: $C = C_1 \Rightarrow Z_L = Z_{C1} = 50\Omega$ (mạch cộng hưởng).

$$U_{RC} = Z_{RC}I = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 200 \sqrt{\frac{50^2 + Z_C^2}{70^2 + (50 - Z_C)^2}}.$$

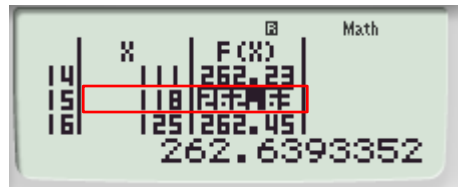
*Bấm **[Mode]** **[7]** và nhập hàm $F(X) = 200 \sqrt{\frac{50^2 + X^2}{70^2 + (50 - X)^2}}$.

Chọn $\begin{cases} \text{Start} = 20 \\ \text{End} = 200 \end{cases} \xrightarrow{n = \frac{200-20}{\text{End}} + 1 \leq 30} \text{Step} \geq 6,2 \Rightarrow \text{Step} = 7$ (máy sẽ quét được

26 giá trị của X).

*Sau khi chọn xong và bấm **[=]** màn hình xuất hiện như bên phải. **Chọn B**

Bình luận: Rõ ràng với cách chọn **Step** như trên thì máy sẽ quét vùng rộng, phát huy hết chức năng của máy và giá trị $F(X)$ chính xác hơn.



Ví dụ minh họa 5. Mạch điện xoay chiều nối tiếp gồm R thay đổi được, cuộn thuần cảm có điện trở thuần $r = 20\Omega$ và độ tự cảm $L = 2/\pi$ (H) và tụ điện có điện dung $C = 10^{-4}/\pi$ (F). Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay $u = 240\cos 100\pi t$ (V). Thay đổi R , thì thấy khi $R = R_0$ thì công suất tiêu thụ trên toàn mạch cực đại. Khi đó công suất tiêu thụ trên **mạch** có giá trị là

- A. 300W B. 200W C. 143W. D. 134W.

Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} Z_L = 200\Omega \\ Z_C = 100\Omega \end{cases} \Rightarrow Z_L - Z_C = 100$$

$$P = rI^2 = (20 + R) \frac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = (20 + R) \cdot \frac{(120\sqrt{2})^2}{(R+20)^2 + 100^2}$$

Bấm Mode 7

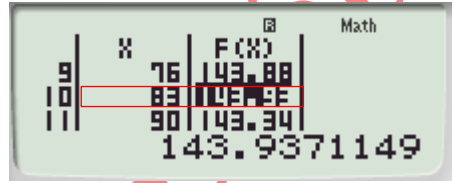
Nhập hàm $F(X) = (20 + X) \cdot \frac{(120\sqrt{2})^2}{(X+20)^2 + 100^2}$,

$$\begin{cases} \text{Start} = 20 \\ \text{End} = 200 \end{cases} \xrightarrow[\text{Step}]{\frac{200-20}{\text{Step}} + 1 \leq 30} \text{Step} \geq 6,3 \Rightarrow \text{Step} = 7$$

*Áp dụng công thức tính ta thấy $n = \frac{\text{Start} - \text{End}}{\text{Step}} = \frac{200 - 20}{7} = 26,7 \Rightarrow n = 26$ giá

trị. (n nguyên dương).

Sau khi nhập các giá trị ta thu được tại giá trị cực đại của công suất lần cận giá trị $P = 143,93W$. **Chọn B.**



Ví dụ minh họa 7. (Thi thử Nam Đàn năm học 2016 - 2017). Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM chỉ có biến trở R , đoạn mạch MB gồm điện trở thuần r mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L . Đặt vào AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi. Điều chỉnh R đến giá trị 80Ω thì công suất tiêu thụ trên biến trở đạt cực đại và tổng trở của đoạn mạch AB chia hết cho 40. Khi đó hệ số công suất của đoạn mạch MB và của đoạn mạch AB tương ứng là

- A. $\frac{3}{8}$ và $\frac{5}{8}$. B. $\frac{33}{118}$ và $\frac{113}{160}$. C. $\frac{1}{17}$ và $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{8}$ và $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải.

$$P_R = R \frac{U^2}{(R+r)^2 + Z_L^2} = \frac{U^2}{R + \frac{r^2 + Z_L^2}{R} + 2r} \xrightarrow{P_R^{\max}} R_0^2 = r^2 + Z_L^2 \Leftrightarrow 80^2 = r^2 + Z_L^2$$

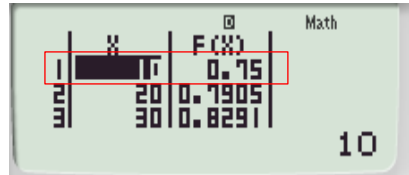
$$\begin{cases} Z = \sqrt{(R_0 + r)^2 + Z_L^2} = \sqrt{(80 + r)^2 + Z_L^2} \xrightarrow{r^2 + Z_L^2 = 80^2} Z = \sqrt{2 \cdot 80(80 + r)} \\ Z : 40 \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot 80(80 + r)}{1600}} \in \mathbb{Q} \Rightarrow (80 + r) : 10 \xrightarrow{r < 80} r \in [10; 80) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \varphi_{MB} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + Z_L^2}} \\ \cos \varphi = \frac{80 + r}{\sqrt{(r + 80)^2 + Z_L^2}} \end{cases} \xrightarrow{r^2 + Z_L^2 = 80^2} \begin{cases} \cos \varphi_{MB} = \frac{r}{80} \\ \cos \varphi = \frac{80 + r}{\sqrt{2 \cdot 80(80 + r)}} \end{cases}$$

*Sử dụng chức năng $\boxed{\text{Mode}}\boxed{7}$ của máy tính FX – 570VN.

Nhập $\boxed{\text{Mode}}\boxed{7} \Rightarrow F(X) = \frac{80 + X}{\sqrt{2.80(80 + X)}}$

Chọn: $\begin{cases} \text{Start: } 10 \\ \text{End: } 70 \rightarrow (\text{Step} \in \square) \\ \text{Step: } 10 \end{cases}$



Máy nhận $r = X = 10 \Rightarrow F(X) = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi = 0,75 = \frac{3}{4} \\ \cos \varphi_{MB} = \frac{10}{80} = \frac{1}{8} \end{cases}$ **Chọn D.**

Ví dụ minh họa 8. (Thi thử Sở Thanh Hóa năm 2016). Đặt điện áp có biểu thức $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ vào hai đầu đoạn mạch như hình vẽ. Khi điều chỉnh biến trở để công suất trên biến trở đến giá trị $R = 75\Omega$ đạt cực đại thì các giá trị của r và Z đều nguyên. Giá trị của r và Z là



A. $r = 15\Omega, Z = 100\Omega$.

B. $r = 21\Omega, Z = 120\Omega$.

C. $r = 12\Omega, Z = 157\Omega$

D. $r = 35\Omega, Z = 150\Omega$.

Hướng dẫn giải.

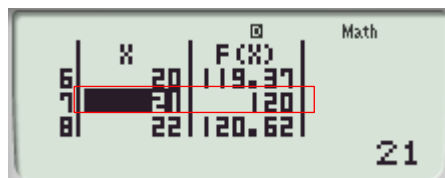
Sử dụng công thức quen thuộc, công suất trên biến trở đạt cực đại khi

$$R = Z_{\text{con lai}} = \sqrt{r^2 + Z_{LC}^2} \Leftrightarrow R^2 = \underbrace{(R+r)^2 + Z_{LC}^2}_Z - (R+r)^2$$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{R^2 - r^2 + (R+r)^2} = \sqrt{75^2 - r^2 + (75+r)^2}$$

*Bấm $\boxed{\text{Mode}}\boxed{7}$ và nhập hàm $F(X) = \sqrt{75^2 - X^2 + (75+X)^2}$.

*Nhập $\begin{cases} \text{Start} = 15 \\ \text{End} = 35 \\ \text{Step} = 1 \end{cases}$



*Bấm $\boxed{=}$ màn hình hiển thị

Như vậy chỉ có $r = 21$ thì $Z = 120$ (giá trị nguyên). **Chọn B.**

Ví dụ minh họa 8. (Phổ thông Quốc gia 2016). Khi máy phát điện xoay chiều một pha đang hoạt động bình thường và tạo ra hai suất điện động có cùng tần số f . Rôto của máy thứ nhất có p_1 cặp cực và quay với tốc độ $n_1 = 1800$ vòng/phút.

Rôto của máy thứ hai có $p_2 = 4$ cặp cực và quay với tốc độ n_2 . Biết n_2 có giá trị trong khoảng từ 12 vòng/giây đến 18 vòng/giây. Giá trị của f là

- A. 54 Hz. B. 50 Hz. C. 60 Hz. D. 48 Hz.

Hướng dẫn giải

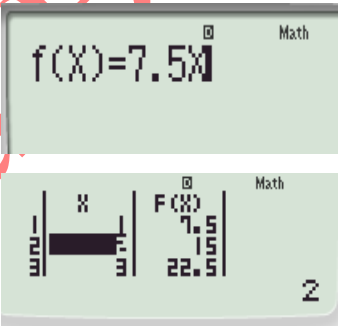
*Công thức tính tần số của máy phát điện xoay chiều 1 pha **cần nhớ**.

$$f = pn \text{ (n : vòng / s)}$$

$$f = \frac{pn}{60} \text{ (n : vòng / phút)} \quad (p \text{ là số cặp cực của máy phát}).$$

✓ Dùng Mode 7 của máy tính cầm tay:

$$f = p_1 n_1 = p_2 n_2 \Leftrightarrow p_1 \cdot \frac{1800}{60} = 4 \cdot n_2 \Rightarrow n_2 = 7,5 p_1 \rightarrow \begin{cases} 12 \leq n_2 \leq 18 \\ p_1 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

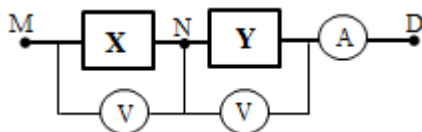
Quy trình bấm máy	Màn hình hiển thị
<p>Bấm Mode 7 Nhập máy</p> <p>⇒ Nhập máy:</p> <p>Nhập $\begin{cases} \text{Start} = 1 \\ \text{End} = 5 \\ \text{Step} = 1 \end{cases}$</p> <p>Từ màn hình hiển thị ta thu được</p> $\begin{cases} p_1 = 2 \\ n_2 = 15 \end{cases}$ <p>⇒ $f = p_2 n_2 = 60\text{Hz}$. Chọn C</p>	

Bình luận: Số cặp cực là số nguyên dương, do đó ta chọn biến X là p hàm $F(X)$ là n .

Ví dụ minh họa 9. Cho mạch điện như hình vẽ X, Y là hai hộp. Mỗi hộp chỉ chứa 2 trong 3 phần tử: điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Ampe kế có điện trở rất nhỏ, các vôn kế có điện trở rất lớn. Các vôn kế đo được dòng điện một chiều và dòng xoay chiều. Ban đầu mắc hai điểm N, D vào nguồn điện không đổi thì vôn kế V_2 chỉ 45V và ampe kế chỉ 1,5A. Sau đó mắc M, D vào nguồn điện xoay chiều có điện áp $u = 120\cos 100\pi t$ (V) thì ampe kế chỉ 1A, hai vôn kế chỉ cùng giá trị và điện áp hai đầu u_{MN} lệch pha $\pi/2$ so với u_{ND} . Sau đó tiếp tục thay đổi điện dung của tụ trong mạch thì thấy số chỉ V_1 lớn nhất là $U_{1\max}$. Giá trị $U_{1\max}$ **gần bằng giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 120V. B. 90V. C. 105V. D. 85V.

Hướng dẫn giải.



*Mắc hai điểm N, D vào nguồn điện **không đổi** thì hộp Y chắc chắn chứa R-L. Tuy nhiên cảm kháng **không có tác dụng chống** lại dòng điện một chiều.

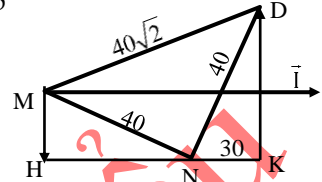
$$\text{Do đó } R_Y = \frac{U}{I} = \frac{45}{1,5} = 30\Omega.$$

*Mắc M, D vào nguồn điện xoay chiều thì $Z = \frac{U}{I} = \frac{60\sqrt{2}}{1,5} = 40\sqrt{2}\Omega$.

$$|\varphi_{MN} - \varphi_{MD}| = \pi/2 \Rightarrow \text{Hộp X chắc chắn chứa R-C.}$$

$$\text{Từ giản đồ vector } \Rightarrow \begin{cases} R_Y = Z_{C_X} = 30 \\ R_X = Z_{L_Y} = 30\sqrt{3} \end{cases} (\Omega)$$

(Do $\triangle MHN = \triangle MKD$).



$$U_1 = Z_X I = U \sqrt{\frac{R_X^2 + Z_{C_X}^2}{(R_X + R_Y)^2 + (Z_{L_Y} - Z_{C_Y})^2}} = 60\sqrt{2} \sqrt{\frac{(30\sqrt{3})^2 + Z_{C_X}^2}{(30\sqrt{3} + 30)^2 + (30\sqrt{3} - Z_{C_X})^2}}$$

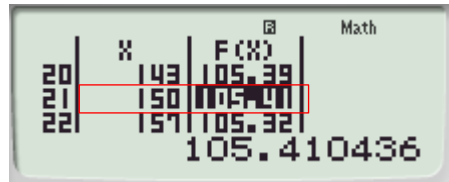
*Bấm **Mode** **7** nhập hàm $F(X) = 60\sqrt{2} \sqrt{\frac{(30\sqrt{3})^2 + X^2}{(30\sqrt{3} + 30)^2 + (30\sqrt{3} - X)^2}}$.

*Rõ ràng ta không có căn cứ gì để chọn đúng và chính xác cho End. Start đương nhiên lớn hơn không. Vì vậy ta chọn một cách **ngẫu nhiên** như sau.

*Ta chọn: $\begin{cases} \text{Start} = 10 \\ \text{End} = 200 \end{cases} \xrightarrow[\text{Step}]{\frac{200-10}{\text{Step}} + 1 \leq 30} \text{Step} \geq 6,3 \Rightarrow \text{Step} = 7 \text{ (khoảng chạy nhỏ)}$

nhất, khoảng chạy càng nhỏ thì càng dễ thấy giá trị cực trị một cách chính xác).

Với Step bằng 7 thì máy sẽ tính được máy sẽ đếm được $n = 28$ giá trị. Còn nếu Step = 6 thì máy sẽ **không** hiển thị được (vì khi Step = 6 thì $n = 32$). Như vậy với cách làm như trên thì chúng ta sẽ khai thác **tối đa** vùng quét của máy.



*Như vậy từ bảng mà máy quét được ta thấy giá trị $F(X) = U_1$ đạt giá trị lớn nhất tại $Z_C = 105\Omega$. **Chọn C.**

Bình luận: Nếu ta không thấy giá trị cực đại thì ta phải đặt lại Start là 210 và End là số lớn hơn.

Ví dụ minh họa 11. (Sở Quảng Bình 2017). Đoạn mạch AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp, trong đoạn AM có một cuộn cảm thuần độ tự cảm L mắc nối tiếp với một điện trở thuần R, trong đoạn MB có một điện trở thuần $4R$ mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung C. Đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi. Thay đổi L và C sao cho cảm kháng của cuộn dây luôn gấp 5 lần dung kháng của tụ điện. Khi độ lệch pha giữa điện áp hai đầu AM so với điện áp hai đầu AB là lớn nhất thì hệ số công suất của cả mạch AB **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

A. 0,8.

B. 0,6.

C. 0,5.

D. 0,7.

Hướng dẫn giải

Cách 1. (Biến đổi đại số).

$$\tan(\varphi_{AM} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{AM} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{AM} \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L - Z_C}{R + 4R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{R + 4R}} = \frac{\frac{5Z_C}{R} - \frac{4Z_C}{5R}}{1 + \frac{5Z_C}{R} \cdot \frac{4Z_C}{5R}}$$

$$\tan(\varphi_{AM} - \varphi_{AB}) = \frac{\frac{21}{5} \cdot \frac{Z_C}{R}}{1 + 4 \cdot \left(\frac{Z_C}{R}\right)^2} = \frac{21}{5} \cdot \frac{1}{\underbrace{\frac{R}{Z_C} + 4}_{\geq 4}}$$

$$\Rightarrow \tan(\varphi_{AM} - \varphi_{AB})_{\min} \rightarrow \frac{R}{Z_C} = 4 \frac{Z_C}{R} \Rightarrow Z_C = 0,5R$$

$$\cos \varphi = \frac{R + 4R}{\sqrt{(R + 4R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{5R}{\sqrt{(R + 4R)^2 + (5 \cdot 0,5R - 0,5R)^2}} = 0,928$$

Chọn A.

Cách 2: Dùng chức năng Mode 7 của máy tính cầm tay.

(Để thấy u_{AM} sớm pha hơn so với u_{AB})

$$\varphi_{AM} - \varphi_{AB} = \arctan \frac{5Z_C}{R} - \arctan \frac{4Z_C}{5R} = \arctan(5x) - \arctan\left(\frac{4x}{5}\right)$$

Bấm Mode 7 **và nhập hàm** $\underbrace{F(X)}_{\alpha} = \tan^{-1} 5X - \tan^{-1}\left(\frac{4X}{5}\right)$ **và chú ý:**

$$\left(X = \frac{Z_C}{R} \rightarrow \begin{cases} X \in (0,1;1] \\ X > 1 \end{cases} \right) \text{ để chọn}$$

$$\begin{cases} \text{Start} = 0,1 \\ \text{End} = 1 \end{cases} \xrightarrow{\frac{\text{End} - \text{Start}}{\text{Step}} + 1 \leq 30} \text{Step} \geq 0,031 \Rightarrow \text{Step} = 0,04$$

Sau đó bấm = màn hình hiển thị

Bảng TABLE.

X	F(X)
0,42	0,802..
0,46	0,808..
0,5	0,809..
0,54	0,808..
0,58	0,804...

Dễ thấy $X = \frac{Z_C}{R} \rightarrow 0,5 \Rightarrow \alpha_{\max}$

$$\cos \varphi = \frac{R + 4R}{\sqrt{(R + 4R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{5R}{\sqrt{(R + 4R)^2 + (5,0,5R - 0,5R)^2}} = 0,928$$

Chọn A.

Bình luận: Nếu ta chọn $\begin{cases} \text{Start} = 0,1 \\ \text{End} = 1 \end{cases}$ **không** tìm được cực trị thì ta chọn

$$\begin{cases} \text{Start} = 1 \\ \text{End} = 10 \end{cases}$$

Chú ý: Nếu các đáp án gần kề nhau thì sau khi biết $X=2,6$, tức là giá trị lân cận của cực trị thì dùng chức năng của máy tính thêm một lần nữa, với Step nhỏ hơn để kết quả được chính xác hơn. Chọn Start = 2; End = 5 và **Step = 0,1** thì khi đó máy sẽ quét được giá trị cực trị một cách chính xác nhất.

4. Trắc nghiệm luyện tập (bài tập tương tự).

Câu 1. Sợi dây dài $l = 1\text{m}$ được treo lơ lửng lên một cần rung. Cần rung theo phương ngang với tần số thay đổi từ 100Hz đến 120Hz. Tốc độ truyền sóng trên dây là 8m/s. Trong quá trình thay đổi tần số rung thì số lần quan sát được sóng dừng trên dây là

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 15.

Câu 2. (ĐH 2011). Một sóng hình sin truyền theo phương Ox từ nguồn O với tần số 20 Hz, có tốc độ truyền sóng nằm trong khoảng từ 0,7 m/s đến 1 m/s. Gọi A và B là hai điểm nằm trên Ox, ở cùng một phía so với O và cách nhau 10 cm. Hai phần tử môi trường tại A và B luôn dao động ngược pha với nhau. Tốc độ truyền sóng là

- A. 100 cm/s. B. 80 cm/s. C. 85 cm/s. D. 90 cm/s.

Câu 3. Trong thí nghiệm giao thoa sóng nước người ta quan sát 2 điểm MN trên đoạn thẳng nối 2 nguồn thấy M dao động với biên độ cực đại, N không dao động và MN cách nhau 3cm. Biết tần số dao động của nguồn bằng 50Hz, vận tốc truyền sóng trong khoảng $0,9\text{ m/s} \leq v \leq 1,6\text{ m/s}$. Tính vận tốc sóng

- A. 1m/s. B. 1,2m/s. C. 1,5m/s. D. 1,33m/s.

Câu 4. Tại điểm S trên mặt nước yên tĩnh có nguồn dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với tần số f. Khi đó trên mặt nước hình thành hệ sóng tròn đồng tâm S. Tại hai điểm M, N nằm cách nhau 5cm trên đường thẳng đi qua S luôn dao động ngược pha với nhau. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 80cm/s và tần số của nguồn dao động thay đổi trong khoảng từ 48Hz đến 64Hz. Tần số dao động của nguồn là

- A. 64Hz. B. 48Hz. C. 54Hz. D. 56Hz.

Câu 5. Tại điểm S trên mặt nước yên tĩnh có nguồn dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với tần số 50Hz. Khi đó trên mặt nước hình thành hệ sóng tròn đồng tâm S. Tại hai điểm M, N nằm cách nhau 9cm trên đường thẳng đi qua S luôn dao động cùng pha với nhau. Biết rằng, tốc độ truyền sóng thay đổi trong khoảng từ 70cm/s đến 80cm/s. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là

- A. 75cm/s. B. 80cm/s. C. 70cm/s. D. 72cm/s.

Câu 6: ĐH 2009. Một sóng cơ dao động theo phương trình $u = 4\cos(4\pi t - \pi/4)(\text{cm})$. Biết dao động tại hai điểm gần nhau nhất trên cùng phương truyền sóng cách nhau 0,5m và có độ lệch pha là $\pi/3$. Tốc độ truyền sóng đó là

- A. 1,0m/s. B. 2,0m/s. C. 1,5m/s. D. 6,0m/s.

Câu 7. (ĐH 2009). Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng trắng có bước sóng từ 0,38 μm đến 0,76 μm . Tại vị trí vân sáng bậc 4 của ánh sáng đơn sắc có bước sóng 0,76 μm còn có bao nhiêu vân sáng nữa của các ánh sáng đơn sắc khác?

- A. 3. B. 8. C. 7. D. 4.

Câu 8. (ĐH 2011). Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 2 mm, khoảng cách từ mặt phẳng chứa 2 khe đến màn quan sát là 2 m. Nguồn phát ánh sáng gồm các bức xạ đơn sắc có bước sóng trong khoảng 0,40 μm đến 0.76 μm . Trên màn, tại điểm cách vân trung tâm 3,3 mm có bao nhiêu bức xạ cho vân tối?

- A. 6 bức xạ. B. 4 bức xạ. C. 3 bức xạ. D. 5 bức xạ.

Câu 9. (Trích Sở GD TT Huế 2016 – 2017). Đặt hiệu điện thế xoay chiều $u = U\cos(100\pi t + \varphi)$ (V) hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự R_1 , R_2 và cuộn thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Biết $R_1 = 2R_2 = 50\sqrt{3} \Omega$. Điều chỉnh L cho đến khi điện áp tức thời giữa 2 đầu mạch chứa R_2 và L lệch pha cực đại so với hiệu điện thế giữa 2 đầu đoạn mạch, giá trị của độ tự cảm lúc đó là

- A. $L = 2/\pi \text{ H}$. B. $\frac{9}{4\pi} \text{ H}$. C. $\frac{3}{4\pi} \text{ H}$. D. $L = 1/\pi \text{ H}$.

Câu 10. Hai máy phát điện xoay chiều một pha phát ra dòng điện xoay chiều có cùng tần số f. Máy thứ nhất có p cặp cực, rôto quay với tốc độ 27 vòng/s. Máy thứ hai có 4 cặp cực quay với tốc độ n vòng/s 9 (với $10 \leq n \leq 20$). Tần số của máy phát tạo ra là

- A. 50Hz. B. 100Hz. C. 60Hz. D. 5Hz.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	B	D	A	D	D	B	C	D

GIỚI THIỆU SÁCH: MỜI QUÝ THẦY CÔ GIÁO VÀ CÁC EM HỌC SINH KHÓA 2K ĐỌC CUỐN SÁCH TUYỆT PHẨM CÁC CHUYÊN ĐỀ VẬT LÝ, TÁC GIẢ HOÀNG SƯ ĐIỀU- ĐOÀN VĂN LƯỢNG.

Cuốn sách đứng trong top bán chạy của nhà sách Khang Việt.

Có thể nói cuốn sách Điện xoay chiều (tập 1) là cuốn sách cập nhật đầy đủ và hệ thống nhất các phương pháp mới nhất hiện nay.

Cảm ơn quý thầy cô đã đón đọc sách của chúng tôi và đã động viên tôi viết tiếp các cuốn tập 2 và tập 3.

Link sách: <https://khangvietbook.com.vn/tuyet-pham-cac-chuyen-de-vat-li-tap-1-dien-xoay-chieu-p-25639.html>

Gọi 0903906848 để mua sách trực tiếp.

QUÝ THẦY CÔ MUỐN MUA BỘ 10 ĐỀ HAY NHẤT, CHUẨN NHẤT VỚI ĐỀ CỦA BỘ ĐỀ ÔN LUYỆN CHO CÁC EM VUI LÒNG LIÊN HỆ 0909928109. (GẶP THẦY HOÀNG SƯ ĐIỀU)

HỌC SINH TẠI HUẾ ĐĂNG KÍ HỌC LUYỆN THI QUỐC GIA TẠI THẦY HOÀNG SƯ ĐIỀU THÌ LIÊN HỆ 0909.928.109 ĐỂ ĐƯỢC XẾP LỚP PHÙ HỢP NHÉ!!.