

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT  
NĂM 2017**

Môn: **VẬT LÝ**

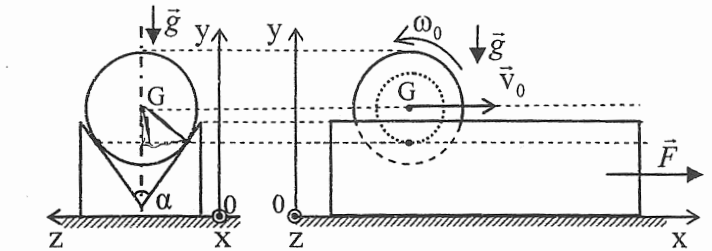
Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ nhất: **05/01/2017**

(Đề thi có 03 trang, gồm 05 câu)

**Câu I (4,0 điểm).**

Xét một cơ hệ gồm một quả cầu đặc đồng chất và một thanh cứng. Quả cầu nằm trên máng của thanh, máng được tạo bởi hai mặt phẳng hợp với nhau góc  $\alpha = 60^\circ$ , mặt phẳng phân giác của nó là mặt phẳng thẳng đứng. Hình 1.a và 1.b mô tả hình chiếu đứng và hình chiếu cạnh của hệ. Hệ được đặt trên mặt sàn nằm ngang. Coi thanh và quả cầu không bị biến dạng trong quá trình khảo sát. Thanh có khối lượng  $m$  và đủ dài. Quả cầu có bán kính  $R$ , khối lượng  $M$ , mô-men quán tính đối với trục quay đi qua khối tâm  $G$  là  $I = \frac{2}{5}MR^2$ .



a. Hình chiếu đứng

b. Hình chiếu cạnh

Hình 1

Hệ số ma sát trượt giữa máng và quả cầu là

$\mu$ . Gia tốc trọng trường là  $g$ . Cho hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét hai trường hợp sau:

1. Thanh được gắn cố định với sàn. Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ , quả cầu đang quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục quay vuông góc với mặt phẳng  $Oxy$  và đi qua  $G$  với tốc độ góc  $\omega_0$ , đồng thời có vận tốc khối tâm là  $\vec{v}_0$  theo chiều  $Ox$  (Hình 1.b). Tới thời điểm  $t = \tau$  quả cầu bắt đầu lăn không trượt, vận tốc khối tâm vẫn còn cùng chiều  $Ox$  trên thanh.

a) Mô tả quá trình chuyển động của quả cầu kể từ thời điểm ban đầu tới thời điểm  $t = \tau$ .

b) Tính quãng đường quả cầu đi được trên thanh trong khoảng thời gian  $\tau$  nói trên.

2. Thanh có thể trượt không ma sát trên sàn. Tác dụng vào thanh một lực  $\vec{F}$  không đổi theo phương  $Ox$  sao cho trong quá trình thanh chuyển động, quả cầu lăn không trượt trên máng.

a) Tại một thời điểm nào đó vận tốc của thanh là  $\vec{v}_1$ , vận tốc khối tâm quả cầu là  $\vec{v}_2$ . Trong hệ quy chiếu gắn với thanh, hãy xác định vị trí của điểm có tốc độ lớn nhất trên quả cầu. Tính tốc độ lớn nhất đó.

b) Xác định biểu thức độ lớn cực đại của lực  $\vec{F}$  theo  $\mu$ ,  $g$ ,  $M$  và  $m$  để trong quá trình thanh chuyển động quả cầu luôn lăn không trượt trên máng.

**Câu II (4,0 điểm).**

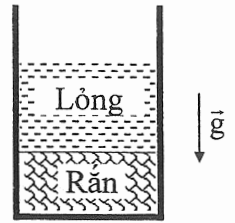
Ở sát bề mặt trái đất, không khí có áp suất là  $p_0$  và nước sôi ở nhiệt độ  $T_s$ . Cho biết phương trình vi phân Clau-di-út – Cla-pê-rôn mô tả mối quan hệ giữa nhiệt độ  $T$  và áp suất bão hòa  $p_{bh}$  xảy ra trong quá trình bay hơi là  $\frac{dp_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(v_h - v_l)}$ . Ở đây  $L$  là ẩn nhiệt hóa hơi của nước và được coi là

không đổi,  $v_h$  và  $v_l$  tương ứng là thể tích của một đơn vị khối lượng nước ở thể hơi và thể lỏng ( $v_h \gg v_l$ ). Hơi nước và không khí được coi là khí lí tưởng với hằng số khí  $R$ . Cho khối lượng mol của nước và không khí tương ứng là  $\mu$  và  $\mu_k$ . Gia tốc trọng trường  $g$  được coi là không thay đổi theo độ cao.

1. Tìm áp suất hơi nước bão hòa  $p_{bh}$  ở nhiệt độ  $T$  theo các đại lượng  $\mu$ ,  $p_0$ ,  $R$ ,  $T$ ,  $T_s$  và  $L$ . Tính giá trị cực đại của độ ẩm tuyệt đối (độ ẩm cực đại) của không khí ở nhiệt độ  $T = \frac{T_s}{2}$ .

2. Coi nhiệt độ không khí  $T_0$  không đổi. Biết áp suất không khí phụ thuộc vào độ cao  $h$  theo công thức phong vũ biểu  $p(h) = p_0 e^{-\frac{\mu_k g h}{RT_0}}$ , với  $p_0$  là áp suất không khí ở sát mặt đất ( $h = 0$ ). Hãy tìm độ cao  $h$  mà ở đó nước sôi ở nhiệt độ  $T = \frac{T_s}{2}$ .

3. Phần trên đã xét chuyển thể hơi-lỏng của nước, trong ý này ta xét sự chuyển thể rắn-lỏng. Cho một bình hình trụ đặt thẳng đứng đựng hỗn hợp gồm nước ở thể lỏng và nước ở thể rắn cùng ở nhiệt độ  $T$ . Giả thiết rằng dưới một điều kiện xác định nào đó, nước ở thể rắn và nước ở thể lỏng được phân tách bởi mặt phân cách rắn-lỏng như hình 2; đồng thời khi nhiệt độ tăng một lượng nhỏ  $\Delta T$  ( $\Delta T/T \ll 1$ ) thì mặt phân cách sẽ dịch xuống một đoạn  $\Delta h$ . Cho biết trong quá trình chuyển thể rắn-lỏng của nước, sự thay đổi áp suất ở mặt phân cách rắn-lỏng theo nhiệt độ



Hình 2

$T$  có dạng  $\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(v_l - v_r)}$ . Trong đó  $v_r$  và  $v_l$  tương ứng là thể tích của một đơn

vị khối lượng nước ở thể rắn và thể lỏng,  $\lambda$  là ẩn nhiệt của chuyển pha rắn-lỏng. Bỏ qua sự giãn nở vì nhiệt. Gọi khối lượng riêng của nước ở thể lỏng và ở thể rắn tương ứng là  $\rho_l$  và  $\rho_r$ , tìm biểu thức  $\rho_l$  theo  $\rho_r$ ,  $\lambda$ ,  $\Delta T$ ,  $T$ ,  $\Delta h$  và  $g$ .

### Câu III (4,0 điểm).

Cho một điện trường đối xứng cầu có tâm đối xứng là  $O$  (chọn làm gốc tọa độ) có điện thế tại điểm có bán kính  $r$  là  $V(r)$ ; điện trường này do một hệ điện tích phân tán trong không gian gây ra. Giả thiết hệ điện tích phân tán là hỗn hợp của các ion dương và các ion âm với mật độ điện tích dương và âm lần lượt là  $\rho_+(r) = \rho_0 e^{-\alpha V(r)}$  và  $\rho_-(r) = -\rho_0 e^{\alpha V(r)}$ . Trong đó  $\rho_0, \alpha$  là các hằng số dương

sao cho tích  $\alpha V(r) \ll 1$  với mọi  $r$ . Biết điện thế  $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$  và mật độ điện tích

$\rho(r) = \rho_+(r) + \rho_-(r)$  thỏa mãn phương trình  $\frac{1}{r} \frac{d^2(rV)}{dr^2} + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$ , với  $\epsilon_0$  là hằng số điện,  $q$  là hằng số

dương,  $\lambda$  không phụ thuộc vào  $r$ .

1. Tìm biểu thức cường độ điện trường  $E(r)$  theo  $r$ ,  $\epsilon_0$ ,  $q$  và  $\lambda$ .

2. Tìm biểu thức của  $\lambda$  theo  $\rho_0$ ,  $\alpha$  và  $\epsilon_0$ .

3. Chứng minh rằng:

a) Lượng điện tích chứa trong khối cầu tâm  $O$  bán kính  $r$  có biểu thức  $Q(r) = q(1 + \lambda r)e^{-\lambda r}$ .

b) Trong trường hợp  $r$  đủ nhỏ,  $Q(r)$  tương đương với một điện tích  $q$  duy nhất đặt tại  $O$ , còn trong trường hợp  $r$  đủ lớn khối điện tích trung hòa về điện.

4. Đại lượng  $\frac{dQ(r)}{dr}$  được gọi là mật độ điện tích theo bán kính. Tìm  $r_0$  mà tại đó  $\frac{dQ(r)}{dr}$  đạt giá trị cực tiểu.

Cho công thức toán:  $e^x \approx 1 + x$  khi  $|x| \ll 1$ .

### Câu IV (4,0 điểm).

Bằng việc sử dụng vật liệu thủy tinh có chiết suất thay đổi, người ta có thể chế tạo được các bản thủy tinh mỏng có bề dày không đổi nhưng tính năng tương tự như thấu kính. Trong bài toán này, xét một đĩa phẳng mỏng có bán kính  $a$ , bề dày  $d$  không đổi ( $d \ll a$ ). Đĩa làm bằng vật liệu thủy tinh có chiết suất chỉ thay đổi dọc theo phương bán kính và có tính năng tương đương như một thấu kính hội tụ có tiêu cự  $f$ . Biết chiết suất tại tâm đĩa là  $n_0$ .

1. Áp dụng nguyên lý Féc-ma, hãy chứng minh rằng chiết suất của chất làm đĩa dọc theo

phương bán kính có biểu thức  $n(r) = n_0 - \frac{\sqrt{r^2 + f^2} - f}{d}$ .

2. Xác định bán kính lớn nhất theo  $f$ ,  $d$  và  $n_0$ .

3. Cho đĩa chuyển động với vận tốc  $\vec{V}$  không đổi. Chiếu vuông góc vào bề mặt đĩa một chùm photon theo chiều chuyển động của đĩa. Xác định tốc độ truyền photon trong đĩa tại điểm cách tâm đĩa một khoảng  $r$ . Biết tốc độ ánh sáng trong chân không là  $c$ .

**Câu V (4,0 điểm).**

Cho hai hệ quy chiếu quán tính  $K$  và  $K'$  có các trục tọa độ tương ứng song song với nhau,  $K$  đứng yên còn  $K'$  chuyển động dọc theo phương  $Ox$  của  $K$  với vận tốc  $\vec{V}$  không đổi. Trong hệ  $K$ , một photon với năng lượng  $0,800\text{ MeV}$  chuyển động theo phương  $Ox$  và chạm với một electron đang đứng yên. Sau va chạm, photon chuyển động theo phương vuông góc với  $Ox$  với năng lượng  $0,312\text{ MeV}$ . Cho năng lượng nghỉ của electron  $E_0 = 0,512\text{ MeV}$ , điện tích electron  $e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ , tốc độ ánh sáng trong chân không  $c = 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$ .

1. Với quan sát viên trong  $K$ , hãy:

- Tính góc  $\phi$  giữa hướng chuyển động của electron sau va chạm và phương  $Ox$ .
- Tính năng lượng  $E$  của electron sau va chạm.

2. Với quan sát viên trong  $K'$ , hãy:

- Chứng minh rằng năng lượng  $E'$  của electron sau va chạm tuân theo phương trình  $E' = \frac{E - Vp_x}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , trong đó  $p_x$  là động lượng tương đối tính của hạt theo phương  $Ox$  và  $\beta = \frac{V}{c}$ .

b) Cho  $V = 0,6c$ , tính tốc độ  $u'$  của electron sau va chạm trong  $K'$ .

Gợi ý: sử dụng công thức cộng vận tốc liên hệ giữa vận tốc  $\vec{u}(u_x, u_y, u_z)$  trong  $K$  và vận tốc

$$\vec{u}'(u'_x, u'_y, u'_z) \text{ trong } K': u'_x = \frac{u_x - V}{1 - \frac{V}{c^2}u_x}, u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2}u_x}, u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2}u_x}, \text{ khai triển } u'^2 = u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z$$

rồi tính  $(c^2 - u'^2)(1 - \frac{V}{c^2}u_x)^2$ .

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.