

HAI TẦN SỐ HAI DÒNG ĐIỆN

Như các em đã biết, người ra đề thi luôn có xu hướng làm mới lạ bài toán còn người giải đề thi luôn mong muốn chuyển bài toán về luồng tư duy quen thuộc. Với một bài toán cụ thể thông thường vướng víu đến ba người tình: “Người ra đề”, “Người giải đề” và “Người thầy”. “Người ra đề” luôn cố tình phủ lên “Người tình” của mình những lớp bụi mờ để không cho ai nhìn thấy; “Người giải đề” thì nghĩ rằng, “vải thưa không che được mắt thánh” và họ cố tình tìm cách xóa đi lớp bụi mờ “trên da thịt người tình”; và “Người thầy” thì có ý định tham lam hơn đó là tìm ra “Ý nghĩa bản chất” của người mình yêu, nghĩa là “đọc được ý tưởng nham hiểm của Người ra đề” và “cải thêm bầy làm khó thêm Người giải đề”.

Ý tưởng về bài toán “HAI TẦN SỐ HAI DÒNG ĐIỆN” đã được manh nha trong các bài toán của các nick Bamabel (Ví dụ 5), Vũ Ngọc Anh (Ví dụ 4), Kéthilai Vĩ đại, Phùng Lão,... Vì các nick này đã cố tình phủ lên các bài toán một lớp bụi dày đặc và với chiến thuật “đương Đông kích Tây” làm khó “Người giải đề” nên nhiều học sinh mong muốn “Người thầy” cho đơn thuốc đặc trị. Và dĩ nhiên thầy không từ chối “yêu cầu cao ngút hơn đỉnh trời” chính đáng đó của các em.

Bài toán gốc: Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u)$ (V) (U không đổi, ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L , đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C . Khi $\omega = \omega_1$ và $\omega = k\omega_1$ thì biểu thức dòng điện trong mạch lần lượt là $i_1 = I_{01} \cos(\omega t + \alpha_1)$ (A) và $i_2 = nI_{01} \cos(\omega t + \alpha_1 + \Delta\alpha)$ (A). Tìm R^2C/L theo k và n .

Hướng dẫn

$$* \text{Từ } I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{R} \cos \varphi \Rightarrow \frac{I_{02}}{I_{01}} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \Rightarrow n = \frac{\cos(\varphi_1 - \Delta\alpha)}{\cos \varphi_1} \Rightarrow \tan \varphi_1 = \frac{n - \cos \Delta\alpha}{\sin \Delta\alpha}$$

\Rightarrow Tìm ra φ_1 và φ_2 .

$$* \text{Từ } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_1 \\ k \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{1}{k} \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \text{Tìm ra } \frac{Z_{L1}}{R}, \frac{Z_{C1}}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{R^2C}{L} = \frac{R}{Z_{L1}} \cdot \frac{R}{Z_{C1}}$$

Bình luận: Tìm được R^2C/L nghĩa là tìm được giá trị cốt lõi của bài toán ω thay đổi. Từ kết quả này phối hợp với 8 định lý sẽ có được các bài toán HAY LẠ KHÓ:

$$* \text{Giá trị cốt lõi: } \frac{R^2C}{L} = 2(n-1) \frac{1}{n} = 2(p-1)p$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^{-2}}}; \cos^2 \varphi_L = \cos^2 \varphi_C = \frac{2}{n+1} \\ U_{RL\max} = U_{RC\max} = \frac{U}{\sqrt{1-p^{-2}}}; \cos^2 \varphi_{RL} = \cos^2 \varphi_{RC} = \frac{2p^2}{2p^2 + p - 1} \end{cases}$$

$$* \text{Bài toán kinh điển: } \frac{P'}{P} = \frac{\cos^2 \varphi'}{\cos^2 \varphi}$$

Câu 1. Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u)$ (V) (U không đổi, ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L , đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C . Khi $\omega = \omega_1$ và $\omega = \omega_1\sqrt{3}$ thì biểu thức dòng điện trong mạch lần lượt là $i_1 = 2\cos(\omega_1 t + \pi/3)$ (A) và $i_2 = \sqrt{6} \cos(\omega_1\sqrt{3} t - \pi/12)$ (A). Tìm R^2C/L .

A. 0,5.

B. 1/3.

C. 0,75.

D. 0,25.

Hướng dẫn

$$\text{*Từ } I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{R} \cos \varphi \Rightarrow \frac{I_{02}}{I_{01}} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \Rightarrow \sqrt{1,5} = \frac{\cos\left(\varphi_1 + \frac{5\pi}{12}\right)}{\cos \varphi_1} \Rightarrow \tan \varphi_1 = -1$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = -\pi/4 \text{ và } \varphi_2 = \pi/6.$$

$$\text{*Từ } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_1 = -1 \\ \sqrt{3} \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} = 1 \\ \frac{Z_{C1}}{R} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{R^2C}{L} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 2. Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u)$ (V) (U không đổi, ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L , đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C . Khi $\omega = \omega_1$ và $\omega = 2\omega_1$ thì biểu thức dòng điện trong mạch lần lượt là $i_1 = \sqrt{6} \cos(\omega_1 t + 11\pi/12)$ (A) và $i_2 = 2\sqrt{6} \cos(2\omega_1 t + 7\pi/12)$ (A). Tìm điện áp hiệu dụng cực đại trên đoạn AN.

A. 1,51U.

B. 1,58U.

C. 2,07U.

D. 1,28U.

Hướng dẫn

$$\text{*Từ } I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{R} \cos \varphi \Rightarrow \frac{I_{02}}{I_{01}} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \Rightarrow 2 = \frac{\cos\left(\varphi_1 + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos \varphi_1} \Rightarrow \tan \varphi_1 = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = -\pi/3 \text{ và } \varphi_2 = 0.$$

$$\text{*Từ } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_1 = -\sqrt{3} \\ 2 \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{1}{2} \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{Z_{C1}}{R} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{R^2C}{L} = \frac{3}{4}$$

$$\text{*Định lý BHD4: } \frac{3}{4} = \frac{R^2C}{L} = 2(p-1)p \Rightarrow \begin{cases} p = 1,29 \\ p = -0,29 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{RL\max} = U_{RC\max} = \frac{U}{\sqrt{1-p^{-2}}} = \frac{U}{\sqrt{1-1,29^{-2}}} \approx 1,58U \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 3. Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u)$ (V) (U không đổi, ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L , đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C . Khi $\omega = \omega_1$ và $\omega = 2\omega_1$ thì biểu thức dòng điện trong mạch lần lượt là $i_1 = \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + 5\pi/6)$ (A) và $i_2 = 2\cos(2\omega_1 t + 7\pi/12)$ (A). Viết biểu thức dòng điện khi $\omega = \omega_1 \sqrt{3}$.

A. $i_3 = \sqrt{2} \cos(\omega_1 \sqrt{3} t - 5\pi/6)$ (A).

B. $i_3 = \sqrt{2} \cos(\omega_1 \sqrt{3} t + 11\pi/12)$ (A).

C. $i_3 = \cos(\omega_1 \sqrt{3} t + 11\pi/12)$ (A).

D. $i_3 = \cos(\omega_1 \sqrt{3} t + \pi/6)$ (A).

Hướng dẫn

*Từ $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{R} \cos \varphi \Rightarrow \frac{I_{02}}{I_{01}} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\cos\left(\varphi_1 + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos \varphi_1} \Rightarrow \tan \varphi_1 = -1$

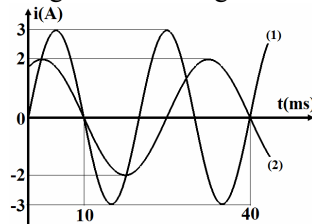
$\Rightarrow \varphi_1 = -\pi/4$ và $\varphi_2 = 0$.

*Từ $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_1 = -1 \\ 2\frac{Z_{L1}}{R} - \frac{1}{2}\frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} = \frac{1}{3} \\ \frac{Z_{C1}}{R} = \frac{4}{3} \end{cases}$

*Khi $\omega = \omega_1 \sqrt{3}$ thì $\begin{cases} Z_{L3} = \frac{\sqrt{3}}{3} R \\ Z_{C3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} R \end{cases}$

$\Rightarrow i_3 = \frac{u}{Z_3} = \frac{i_2 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_3} = \frac{2\angle \frac{7\pi}{12} \cdot R}{R + i\left(\frac{\sqrt{3}}{3} R - \frac{4\sqrt{3}}{3} R\right)} = 1\angle \frac{11\pi}{12} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 4. Đặt điện áp $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u)$ (V) (ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm điện trở R , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C . Hình vẽ là đồ thị phụ thuộc thời gian của dòng tức thời trong mạch trong hai



trường hợp $\omega = \omega_1$ (đường 1) và $\omega = \omega_2$ (đường 2). Khi $\omega = \omega_1$ mạch AB tiêu thụ công suất 783 W. Khi thay đổi ω để điện áp hiệu dụng trên L cực đại thì mạch tiêu thụ một công suất là

A. 780 W.

B. 700 W.

C. 728 W.

D. 788 W.

(Nick: Vũ Ngọc Anh)

Hướng dẫn

*Chu kì: $T_1 = 0,02(s); T_2 = 0,03(s)$. Biểu thức:
$$\begin{cases} i_1 = 3 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(A) \\ i_2 = 2 \cos\left(\frac{200\pi t}{3} - \frac{\pi}{6}\right)(A) \end{cases}$$

*Từ $I = \frac{U}{R} \cos \varphi \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{3}\right)}$

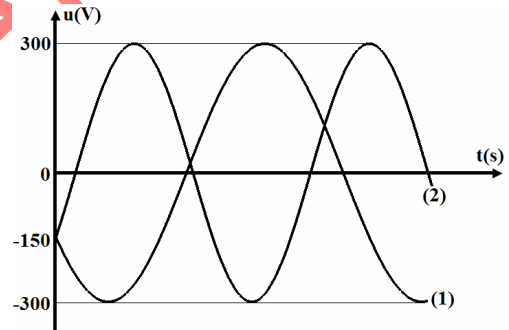
$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{1}{3\sqrt{3}} = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R} \\ \tan \varphi_2 = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{2}{3}Z_{L1} - \frac{3}{2}Z_{C1}}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} = \frac{3}{\sqrt{3}} \\ \frac{Z_{C1}}{R} = \frac{8}{3\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_{L1}}{R} \frac{Z_{C1}}{R} = \frac{L}{R^2 C} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{1}{n} = 1 - \frac{R^2 C}{2L} = \frac{13}{16} \Rightarrow n = \frac{16}{13} \Rightarrow \cos^2 \varphi_3 = \frac{2}{n+1} = \frac{26}{29}$$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{\cos^2 \varphi_3}{\cos^2 \varphi_1} = \frac{728}{783} \Rightarrow P_3 = 728(W) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 5. Đặt điện áp $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$

(V) (U_0 không đổi và lớn hơn 199 V, ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở R và tụ điện có điện dung C. Khi $\omega = \omega_1 = 60\pi$ rad/s thì đồ thị điện áp trên L phụ thuộc thời gian là đường 1. Khi $\omega = \omega_2 = 80\pi$ rad/s thì đồ thị điện áp trên C phụ thuộc thời gian là đường 2. Hãy viết biểu thức điện áp trên R khi $\omega = \omega_3 = 10\pi(\sqrt{3} + \sqrt{51})$ rad/s.



A. $u_R = 100\sqrt{2} \cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{4}\right)(V)$.

B. $u_R = 100\sqrt{2} \cos\left(\omega_3 t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$.

C. $u_R = 120\sqrt{2} \cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{3}\right)(V)$.

D. $u_R = 120\sqrt{2} \cos\left(\omega_3 t + \frac{\pi}{3}\right)(V)$.

Hướng dẫn

Khi $\omega = \omega_1$ thì $U_C = kU$ và khi $\omega = \omega_2$ thì $U_L = kU$, có thể xảy ra một trong hai khả năng:

*Khả năng 1: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{1-k^{-2}} \Leftrightarrow \frac{60\pi}{80\pi} = \sqrt{1-k^{-2}} \Rightarrow k = \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{300}{U_0}$

$\Rightarrow U_0 = 198,43 < 199 \Rightarrow$ Vô lý.

*Khả năng 2: $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega_1 \omega_2 LC = 1$

Biểu thức:
$$\begin{cases} u_{L1} = 300 \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) (V) \Rightarrow i_1 = \frac{300}{\omega_1 L} \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{6}\right) (A) \\ u_{C2} = 300 \cos\left(\omega_2 t - \frac{2\pi}{3}\right) (V) \Rightarrow i_2 = 300 \omega_2 C \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{6}\right) (A) \end{cases}$$

*Từ $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{R} \cos \varphi \Rightarrow \frac{I_{02}}{I_{01}} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \Rightarrow 1 = \omega_1 \omega_2 LC = \frac{\cos\left(\varphi_1 + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos \varphi_1}$

$\Rightarrow \varphi_1 = -\pi/6$ và $\varphi_2 = \pi/6$.

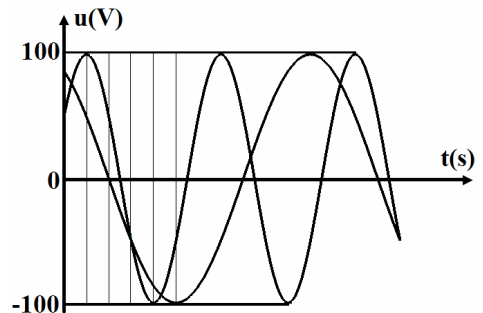
*Từ $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{4}{3} \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{3}{4} \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} = \sqrt{3} \\ \frac{Z_{C1}}{R} = \frac{4}{\sqrt{3}} \end{cases}$

*Khi $\omega = \omega_1 \frac{\sqrt{3} + \sqrt{51}}{6}$ thì $\begin{cases} Z_{L3} = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} R \\ Z_{C3} = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} R \end{cases}$

$$\Rightarrow u_{R3} = i_3 R = \frac{u}{Z_3} R = \frac{i_1 \bar{Z}_1 R}{\bar{Z}_3} = \frac{\left(\frac{300}{\sqrt{3}R} \angle \frac{\pi}{6}\right) \left(R + i\left(\sqrt{3}R - \frac{4}{\sqrt{3}}R\right)\right) R}{R + i\left(\frac{1 + \sqrt{17}}{2}R - \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}R\right)} = 100\sqrt{2} \angle \frac{-\pi}{4}$$

\Rightarrow Chọn A.

Câu 6. Đặt điện áp $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$ (V) (U_0 không đổi và lớn hơn 87 V, ω thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, điện trở R và tụ điện có điện dung C. Khi $\omega = \omega_1 = 50\pi$ rad/s thì đồ thị điện áp trên L phụ thuộc thời gian là đường 1. Khi $\omega = \omega_2 = 100\pi$ rad/s thì đồ thị điện áp trên C phụ thuộc thời gian là đường 2. Hãy viết biểu thức điện áp trên R khi $\omega = \omega_3 = 150\pi$ rad/s.



A. $u_R = 100\sqrt{2} \cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{4}\right) (V).$

B. $u_R = 100\sqrt{2} \cos\left(\omega_3 t + \frac{\pi}{4}\right) (V).$

C. $u_R = 56 \cos(\omega_3 t - 3) (V).$

D. $u_R = 56 \cos(\omega_3 t + 3) (V).$

(Nick: Bamabel)

Hướng dẫn

Khi $\omega = \omega_1$ thì $U_C = kU$ và khi $\omega = \omega_2$ thì $U_L = kU$, có thể xảy ra một trong hai khả năng:

*Khả năng 1: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{1-k^{-2}} \Leftrightarrow \frac{50\pi}{100\pi} = \sqrt{1-k^{-2}} \Rightarrow k = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{100}{U_0}$

$\Rightarrow U_0 = 86,6 < 87 \Rightarrow$ Vô lý.

*Khả năng 2: $\omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega_1\omega_2 LC = 1$

Biểu thức:
$$\begin{cases} u_{L1} = 100 \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{6}\right) (V) \Rightarrow i_1 = \frac{100}{\omega_1 L} \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{3}\right) (A) \\ u_{C2} = 100 \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{3}\right) (V) \Rightarrow i_2 = 100\omega_2 C \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{6}\right) (A) \end{cases}$$

*Từ $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{R} \cos \varphi \Rightarrow \frac{I_{02}}{I_{01}} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \Rightarrow 1 = \omega_1\omega_2 LC = \frac{\cos\left(\varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos \varphi_1}$

$\Rightarrow \varphi_1 = -\pi/4$ và $\varphi_2 = \pi/4$.

*Từ $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} - \frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_1 = -1 \\ 2\frac{Z_{L1}}{R} - \frac{1}{2}\frac{Z_{C1}}{R} = \tan \varphi_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_{L1}}{R} = 1 \\ \frac{Z_{C1}}{R} = 2 \end{cases}$

*Khi $\omega = 3\omega_1$ thì $\begin{cases} Z_{L3} = 3R \\ Z_{C3} = \frac{2}{3}R \end{cases}$

$$\Rightarrow u_{R3} = i_3 R = \frac{u}{Z_3} R = \frac{i_1 \bar{Z}_1 R}{Z_3} = \frac{\left(\frac{100}{R} \angle -\frac{\pi}{3}\right) (R + i(R - 2R)) R}{R + i\left(3R - \frac{2}{3}R\right)} = 56 \angle -2,9985$$

\Rightarrow Chọn C.