A. ĐỀ THI CHÍNH THỨC

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2015
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 ***(1,0 điểm)*** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$

Câu 2 ***(1,0 điểm)*** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn [1;3]

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Cho số phức thỏa $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z

b) Giải phương trình : $log_2(x^2 + x + 2) = 3$

Câu 4 (1,0 điểm)Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-3)e^x\,dx$

Câu 5 (1,0 điểm) : Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho các điểm A (1;-2;1), B(2;1;3) và mặt phẳng (P) $x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - 3cos\,2\alpha)(2 + 3cos\,2\alpha)$ biết $sin\,\alpha = \frac{2}{3}$

b) Trong đợt phòng chống dịch MERS-CoV. Sở y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng TPHCM và 20 đội của Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Câu 7 (1,0 điểm): Cho hình chóp *S.ABCD có đáy ACBD là hình vuông cạnh a*, SA vuông góc với mặt phẳng *(ABCD)*, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng *(ACBD)* bằng 45^0. Tính theo a thể tích của khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC.

Câu 8 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu của A trên cạnh BC; D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu của vuông góc C trên đường thẳng AD. Giả sử H (-5;-5), K (9;-3) và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng : x - y + 10 = 0 . Tìm tọa độ điểm A

Câu 9 (1,0 điểm) : Giải phương trình : $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$ trên tập số thực

Câu 10 (1,0 điểm) Cho các số thực a,b,c thuộc đoạn [1,3] và thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 6$
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 12abc + 72}{ab + bc + ca} - \frac{1}{2}abc$$

------Hết------

Thí sinh không được sử dụng bất kì loại tài liệu nào, giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

B. LỜI GIẢI

Câu 1 ***(1,0 điểm)*** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$

Lời giải:

*** LỜI GIẢI 1:**

- Tập xác định: $D = R$
- Sự biến thiên:

- Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3-3x\right) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-3x\right) = +\infty$

- Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$

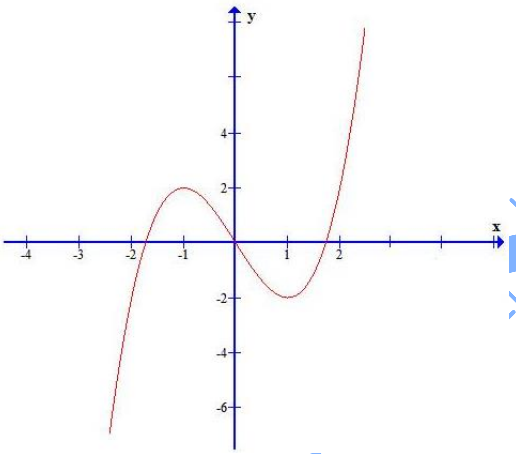
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Nhận xét: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $y_{CD} = 2$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $y_{CT} = -2$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.; hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

- Đồ thị.



*** LỜI GIẢI 2:**

Tập xác định là R; $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 1$

Đồ thị hàm số đạt 2 cực trị tại: A (-1 ; 2) hay B (1 ; -2) ; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên

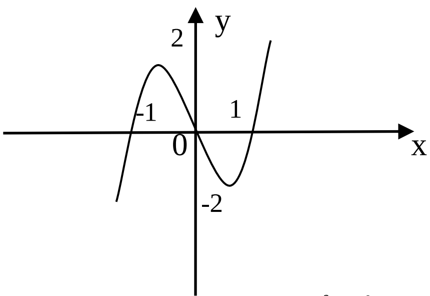
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2 CĐ	$\searrow$	-2 CT	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên 2 khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

Hàm số nghịch biến trên (-1;1)

$y'' = 6x$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Điểm uốn I (0; 0)

Đồ thị:



Câu 2 ***(1,0 điểm)*** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn [1;3]

Lời giải:

*** CÁCH 1:**

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$ trên [1; 3] ta có : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}$. Vậy : $\min\limits_{[1;3]} f(x) = 4$; $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$.

*** CÁCH 2:**

• Giá trị nhỏ nhất: $f(x) = x + \frac{4}{x} \geq 2.\sqrt{x.\frac{4}{x}} = 2.2 = 4$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2$

• Giá trị lớn nhất: Xét $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$ $x \in [1;3] \Rightarrow 1 \leq x \leq 3 \Rightarrow \frac{4}{9} \leq \frac{4}{x^2} \leq 4 \Rightarrow -3 \leq 1 - \frac{4}{x^2} \leq \frac{5}{9}$

Xét đoạn $x \in [1;2]$, ta có $f'(x) \leq 0$ do đó hàm nghịch biến: $4 = f(2) \leq f(x) \leq f(1) = 5$

Xét đoạn $x \in [2;3]$, ta có $f'(x) \geq 0$ do đó hàm đồng biến: $\frac{13}{3} = f(3) \geq f(x) \geq f(2) = 4$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số là 5. Dấu bằng xảy ra khi $x = 1$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 5; giá trị nhỏ nhất là 4

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Cho số phức thỏa $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z

b) Giải phương trình : $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$

Lời giải:

a) *** CÁCH 1:**

a) $(1 - i)z - 1 + 5i = 0 \Leftrightarrow (1 - i)z = 1 - 5i \Leftrightarrow z = \frac{1-5i}{1-i} = \frac{(1-5i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1-4i-5i^2}{2} = 3 - 2i$

Vậy phần thực của z là 3; phần ảo của z là -2.

*** CÁCH 2:**

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có

$$(1-i)(a+bi) - 1 + 5i = 0$$
$$\Leftrightarrow a + b - 1 + (b - a + 5)i = 0$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ -a + b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$$

Phần thực của z là 3 và phần ảo của z là -2.

b) $\log_2(x^2 + x + 2) = 3 = \log_2 8 \Leftrightarrow x^2 + x + 2 = 8 \Leftrightarrow x = 2 \; hay \; x = -3$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-3)e^x \, dx$

Lời giải:

Đặt: $u = x - 3 \Rightarrow du = dx$

$dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$

$\Rightarrow I = (x-3)e^x\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = -2e + 3 - e^x\Big|_0^1 = 4 - 3e$

Câu 5 (1,0 điểm): Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho các điểm A (1;-2;1), B(2;1;3) và mặt phẳng (P) $x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Lời giải:

*** LỜI GIẢI 1:**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;3;2)$ nên $(AB): \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{2}$. Đặt $C(t+1, 3t-2, 2t+1) \in AB$ với $t \in \mathbb{R}$. Khi đó $C \in (P) \Leftrightarrow (t+1) - (3t-2) + 2(2t+1) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Vậy giao điểm $C(0;-5;-1)$.

*** LỜI GIẢI 2:**

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;3;2)$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;-2;1)$ và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc tơ chỉ phương nên có phương trình dạng tham số là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+3t \\ z = 1+2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

- Gọi M là giao điểm của đường AB và mặt phẳng (P). Khi đó tọa độ M thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+3t \\ z = 1+2t \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow (1+t) - (-2+3t) + 2(1+2t) - 3 = 0 \Leftrightarrow 2t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Suy ra $M(0;-5;-1)$ là giao điểm cần tìm.

*** LỜI GIẢI 3:**

AB đi qua A (1; -2; 1) và có 1 VTCP $\overrightarrow{AB}$ =(1; 3; 2) nên có pt: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{2}$

Tọa độ giao điểm M của AB và (P) là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{2} \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M(0;-5;-1)$

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $P = (1-3\cos 2\alpha)(2+3\cos 2\alpha)$ biết $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$

b) Trong đợt phòng chống dịch MERS-CoV. Sở y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng TPHCM và 20 đội của Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

<u>Lời giải:</u>

a) P = $\left[1-3(1-2\sin^2\alpha)\right]\left[2+3(1-2\sin^2\alpha)\right] \Rightarrow P = \left[1-3(1-\dfrac{8}{9})\right]\left[2+3(\dfrac{1}{9})\right] = \dfrac{14}{9}$

b)

Có tất cả $5+20=25$ đội. Chọn 3 đội từ 25 đội này có $C_{25}^3 = 2300$ cách $\Rightarrow |\Omega| = 2300$.

Gọi A là biến cố " Có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn "

- TH1. Có 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Chọn 2 đội từ 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở có $C_{20}^2 = 190$ cách.

Chọn 1 đội từ 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố có $C_5^1 = 5$ cách.

Theo quy tắc nhân thì có $190.5 = 950$ cách thỏa mãn bài toán.

- TH2. Có 3 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn

Chọn 3 đội từ 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở có $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Tóm lại, theo quy tắc cộng thì có $950 + 1140 = 2090$ cách thỏa mãn bài toán $\Rightarrow |\Omega_A| = 2090$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{2090}{2300} = \dfrac{209}{230}$.

Câu 7 (1,0 điểm): Cho hình chóp *S.ABCD có đáy ACBD là hình vuông cạnh a*, SA vuông góc với mặt phẳng *(ABCD)*, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng *(ACBD)* bằng 45^0. Tính theo a thể tích của khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC.

Lời giải:

*** LỜI GIẢI 1:**

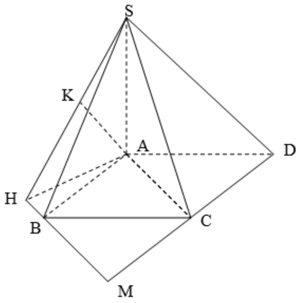
a) Do góc SCA = 45^o nên tam giác SAC vuông cân tại A

Ta có AS = AC = $a\sqrt{2} \Leftrightarrow V = \dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$

b) Gọi M sao cho ABMC là hình bình hành

Vẽ AH vuông góc với BM tại H, AK vuông góc SH tại K

Suy ra, AK vuông góc (SBM)



Ta có: $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{2a^2} + \dfrac{4}{2a^2} = \dfrac{5}{2a^2}$

Vì AC song song (SBM) suy ra d(AC, SB) = d(A; (SBM)) = AK = $\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

*** LỜI GIẢI 2:**

- **Tính thể tích:**

Ta có $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC,AC}\right) = \widehat{SCA} = 45^0$

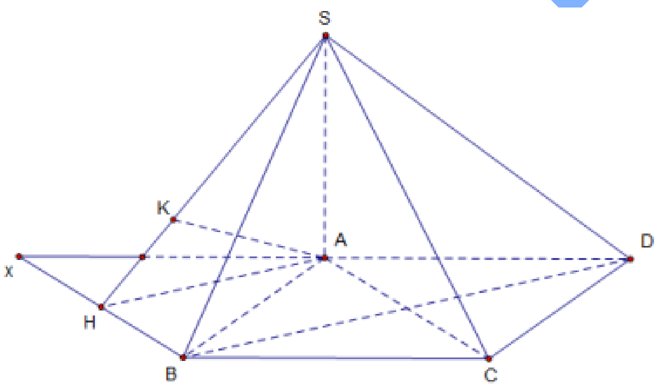
$\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC.\tan\widehat{SCA} = AC$

Mà $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow SA = a\sqrt{2}$

Ta có $S_{ABCD} = AB.BC = a.a = a^2$

$\Rightarrow V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$



- **Tính khoảng cách:**

Qua B vẽ $Bx // AC \Rightarrow d(SB, AC) = d(AC,(SBx)) = d(A,(SBx))$

Kẻ $AH \perp Bx, AK \perp SH$

Ta có: $\begin{cases} Bx \perp AH \\ Bx \perp SA \end{cases} \Rightarrow Bx \perp (SAH) \Rightarrow Bx \perp AK$ mà $SH \perp AK \Rightarrow AK \perp (SBx) \Rightarrow AK = d(A,(SBx))$

Ta có: $\sin\widehat{ABH} = \dfrac{AH}{AB} \Leftrightarrow AH = AB.\sin\widehat{ABH} = a.\sin 45^0 = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác SAH ta có $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{2a^2} + \dfrac{1}{\frac{a^2}{2}} = \dfrac{5}{2a^2} = \dfrac{10}{4a^2} \Rightarrow AK = \dfrac{2a}{\sqrt{10}}$

Vậy $V_{SABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}(dvtt), d(SB, AC) = \dfrac{2a}{\sqrt{10}}$.

*** LỜI GIẢI 3:**

Tính khoảng cách đường SB và AC (Dùng phương pháp tọa độ)

Chọn hệ trục Oxyz có gốc tọa độ O trùng với A.

B thuộc trục Ox; D thuộc trục Oy và S thuộc trục Oz.

Ta có A(0;0;0); C(a;a;0); S(0;0;$a\sqrt{2}$); B(a;0;0);

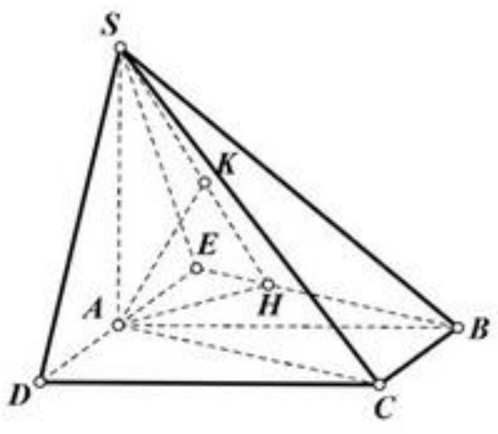
Đường AC đi qua A(0;0;0) có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AC} = (a; a; 0)$;

Đường SB đi qua S(0;0;$a\sqrt{2}$) có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{SB} = \left(a; 0; -a\sqrt{2}\right)$;

$\overrightarrow{AS} = (0; 0; a\sqrt{2})$; $\left[\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{SB}\right] = \left(a^2\sqrt{2}; -a^2\sqrt{2}; -a^2\right)$

$$d(AC; SB) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{SB}\right]\overrightarrow{AS}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{SB}\right]\right|} = \frac{\left|a\sqrt{2}.(-a^2)\right|}{\sqrt{2a^4 + 2a^4 + a^4}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{a^2\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

*** LỜI GIẢI 4:**



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên tam giác SAC vuông tại A và $SA = AC = a\sqrt{2}$.

Thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ (đvtt).

Gọi E là điểm đối xứng của D qua A. Suy ra $AC \parallel (SBE)$ nên $d_{[AC,SB]} = d_{[A,(SBE)]}$.

Kẻ $AH \perp BE$ với $H \in BE$ và $AK \perp SH$ với $K \in SH$ thì $AK \perp (SBE)$.

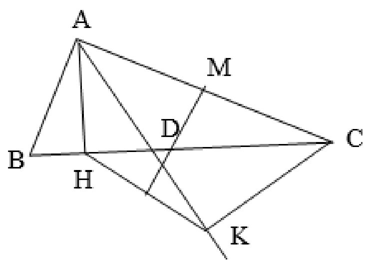
Suy ra $d_{[A,(SBE)]} = AK$. Theo hệ thức lượng trong các tam giác vuông thì $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{5}{2a^2}$.

Vậy khoảng cách cần tính là $AK = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 8 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu của A trên cạnh BC; D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu của vuông góc C trên đường thẳng AD. Giả sử H (-5;-5), K (9;-3) và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng : x - y + 10 = 0 . Tìm tọa độ điểm A

Lời giải:

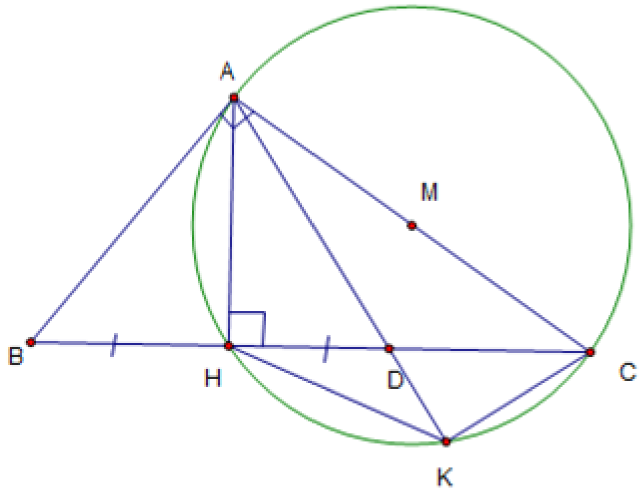
*** LỜI GIẢI 1:**



Đường trung trực HK có phương trình y = -7x + 10 cắt phương trình (d): x – y + 10 = 0 tại điểm M (0; 10).

Vì ΔHAK cân tại H nên điểm A chính là điểm đối xứng của K qua MH: y = 3x + 10, vậy tọa độ điểm A (-15; 5).

*** LỜI GIẢI 2:**



Gọi M là trung điểm của AC ta có: $M(t;10-t)$

Dễ thấy $MH = MK = \frac{1}{2}AC$ (trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh ấy)

Khi đó ta có: $(t+5)^2 + (15+t)^2 = (t-9)^2 + (13-t)^2$.

$\Leftrightarrow t = 0 \Leftrightarrow M(0;10)$.

Khi đó ta có $MH = MK = 5\sqrt{10}$.

Đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHKC$ có phương trình là: $x^2 + (y-10)^2 = 250$.

Lại có: $\begin{cases} \widehat{HKA} = \widehat{HCA} \\ \widehat{HCA} = \widehat{BAH} = \widehat{HAD} \end{cases}$ (tính chất về góc chắn cung và góc toạ bởi tiếp tuyến và dây cung).

Khi đó $\widehat{HKA} = \widehat{HAK}$ hay tam giác HAK cân tại H ta có: $AH = HK$

Gọi $A(x;y)$ ta có: $\begin{cases} x^2 + (y-10)^2 = 250 \\ (x+5)^2 + (y+5)^2 = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -15; y = 5 \\ x = 9; y = -3 \Rightarrow A(9;-3) \equiv K \ (loai) \end{array}\right.$

Vậy $A(-15;5)$ là điểm cần tìm.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải phương trình : $\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-2x+3}=(x+1)(\sqrt{x+2}-2)$ trên tập số thực

Lời giải:

Điều kiện: x ≥ -2

$$\frac{(x-2)(x+4)}{x^2-2x+3}=(x+1)\frac{x-2}{\sqrt{x+2}+2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ \dfrac{x+4}{x^2-2x+3}=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}\quad(1)\end{array}\right.$$

$(1)\Leftrightarrow(x+4)(\sqrt{x+2}+2)=(x+1)(x^2-2x+3)$

$\Leftrightarrow(\sqrt{x+2}^2+2)(\sqrt{x+2}+2)=[(x-1)+2]\left[(x-1)^2+2\right]\ (2)$

Đặt f(t) = $(t+2)(t^2+2)=t^3+2t^2+2t+4$ với $\forall t\in R$

$f'(t)=3t^2+4t+2>0\ \Rightarrow$ f(t) đồng biến

Vậy (2) $\Leftrightarrow x-1=\sqrt{x+2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge1\\x^2-2x+1=x+2\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Vậy x = 2 hay x = $\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho các số thực a,b,c thuộc đoạn [1,3] và thỏa mãn điều kiện $a+b+c=6$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+12abc+72}{ab+bc+ca}-\frac{1}{2}abc$$

Lời giải:

*** LỜI GIẢI 1:**

Ta có: $P=ab+bc+ca+\dfrac{72}{ab+bc+ca}-\dfrac{abc}{2}$

Ta có: $(a-1)(b-1)(c-1)\ge0\Rightarrow abc+5\ge ab+bc+ca$

$P=ab+bc+ca+\dfrac{72}{ab+bc+ca}-\dfrac{1}{2}(ab+bc+ca-5)=\dfrac{t}{2}+\dfrac{72}{t}+\dfrac{5}{2}$

Với $t=ab+bc+ca$

Ta lại có: $(a-1)(b-1)(c-1)+(3-a)(3-b)(3-c)\ge0\Rightarrow ab+bc+ca\ge11\Rightarrow t\ge11$

Và $ab+bc+ca\le\dfrac{1}{3}(a+b+c)^2=12\Rightarrow t\le12$

Ta sẽ chứng minh $\dfrac{t}{2}+\dfrac{72}{t}+\dfrac{5}{2}\le\dfrac{161}{11}\quad\forall t\in[11;12]$

Thật vậy: điều đó tương đương $(t-11)(11t-144)\le0$ luôn đúng $\forall t\in[11;12]$

Dấu bằng có tại $(a,b,c)=(1,2,3)$ và các hoán vị.

Vậy $P_{max}=\dfrac{160}{11}$ tại $(a,b,c)=(1,2,3)$ và các hoán vị.

*** LỜI GIẢI 2:**

Ta có : $(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+12abc$

Đặt t = ab + bc + ca ≤ $\dfrac{(a+b+c)^2}{3}=12$

Ta có : a, b, c ∈ $[1;3]$

$\Rightarrow(a-1)(b-1)(c-1)\ge0\Rightarrow abc-(ab+bc+ac)+a+b+c-1\ge0\ \Rightarrow abc-x+5\ge0\ \Rightarrow abc\ge t-5$

Lại có : $(a-3)(b-3)(c-3)\le0\Rightarrow abc-3(ab+bc+ac)+9(a+b+c)-27\le0\ \Rightarrow abc\le3t-27$

Vậy : 3t – 27 ≥ abc ≥ t – 5

$3t - 27 \geq t - 5 \Rightarrow 2t \geq 22 \Rightarrow t \geq 11$

$P = \frac{x^2 + 72}{x} - \frac{1}{2}abc \leq \frac{t^2 + 72}{t} - \frac{1}{2}(t - 5) = \frac{t}{2} + \frac{72}{t} + \frac{5}{2}$ (t thuộc [11; 12])

$\Rightarrow P' = \frac{1}{2} - \frac{72}{t^2} \leq 0 \Rightarrow P \leq \frac{11}{2} + \frac{72}{11} + \frac{5}{2} = \frac{160}{11}$

Vậy Pmax = $\frac{160}{11}$ khi a = 1, b = 2, c = 3 và các hoán vị.

C. LỜI BÌNH

Đề thi này có thể phân loại tốt học sinh trung bình và khá nhưng vẫn không phân loại được học sinh trung bình khá và khá giỏi. Đề thi phù hợp để xét tốt nghiệp trung học phổ thông nhưng sẽ khó khăn nếu dùng để xét tuyển đại học, nhất là các đại học top trên.

Cụ thể: Đề bài gồm 10 câu, mỗi câu làm đúng được 1 điểm.

Câu 1: Khảo sát hàm số quen thuộc, rất dễ so với đề thi mọi năm và đề minh họa. Có một điểm bất ngờ là bài toán khảo sát không kèm theo câu hỏi phụ như có trong đề các năm trước và đề minh họa.

Câu 2: Dạng toán cơ bản, giống như bài tập dễ trong sách giáo khoa. Học sinh có thể dễ dàng lấy điểm ở câu này.

Câu 3: Không bất ngờ với học sinh, có dạng tương tự như đề minh họa nhưng dễ hơn.

Câu 4: So với các năm trước thì câu tích phân dễ hơn hẳn và có phần dễ hơn hẳn so với đề thi tốt nghiệp mọi năm.

Câu 5: Câu hỏi quen thuộc và không mới. Cùng như 4 câu đầu, học sinh trung bình không khó để lấy điểm tối đa.

Câu 6: Ý đầu (6a) cùng dạng với đề minh họa, mức độ đơn giản hơn. Ý sau (6b) có nội dung toán học không mới, nhưng cách đặt vấn đề gắn với câu chuyện thời sự diện nay là dịch MERS – CoV. Đây là điểm mới trong đề toán, và chắc chắn gây hứng thú cho học sinh.

Câu 7: Bắt đầu khó hơn và có sự phân loại học sinh. Ý khó của câu thuộc lớp 11. Học sinh học trung bình khá khó kiếm được trọn vẹn điểm của câu này.

Câu 8: Thuộc phần hình học lớp 10. Đây là một câu hỏi hay vì ngoài kiến thức của hình học giải tích còn cần liên hệ với hình học phẳng được học từ hồi cấp 2. Câu 8 là câu phân loại tốt.

Câu 9: Thuộc cả kiến thức lớp 10 và 12. Đây là câu hỏi đòi hỏi học sinh phải có kiến thức tổng hợp. Kỹ năng biến đổi toán của học sinh phải tốt.

Câu 10: Câu khó nhất và là một thách thức thực sự.

Thí sinh có học lực giỏi thực sự đạt điểm 10 dễ hơn các năm trước. Dự đoán số thí sinh đạt điểm tuyệt đối ở môn thi đầu tiên này sẽ tăng lên rất nhiều so với năm 2014.

TRUNG TÂM LTĐH TÂN TIẾN THÀNH TP. CẦN THƠ

ĐỒNG HÀNH CÙNG CÁC EM MÙA THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2015