

**Câu 1 (3,0 điểm)** Cho hàm số  $y = \frac{-2x+3}{x-1}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm của (C) và đường thẳng  $y = x - 3$

**Câu 2 (2,5 điểm)**

- 1) Giải phương trình  $\log_2^2 x + 3\log_2(2x) - 1 = 0$  trên tập hợp số thực
- 2) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x - \sqrt{4x - x^2}$

**Câu 3 (1,5 điểm)** Tính tích phân  $I = \int_0^1 (1 - xe^x) dx$

**Câu 4 (1,0 điểm)** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và  $SC = 2a\sqrt{5}$ . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của cạnh AB. Góc giữa đường thẳng SC và (ABC) bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.

**Câu 5 (2,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -1; 0)$  và mặt phẳng (P) có phương trình  $2x - 2y + z - 1 = 0$

- 1) Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P)
- 2) Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho AM vuông góc với OA và độ dài đoạn AM bằng ba lần khoảng cách từ A đến (P)

### BÀI GIẢI

**Câu 1:**

1) KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ

$$D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$$

$$y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \neq 1$$

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$$

Đường thẳng  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2$ . Đường thẳng  $y = -2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bảng biến thiên

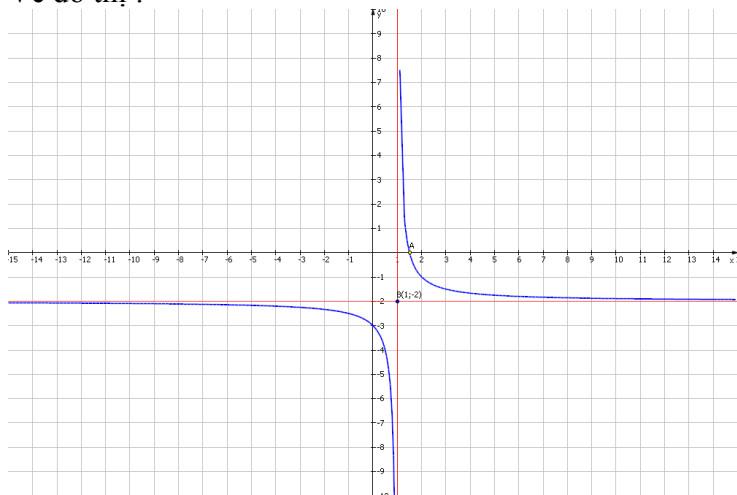
x	$-\infty$	1	$+\infty$
$y'$	0	-	-
$y$	-2	$+\infty$	-2

Đồ thị : Giao điểm của đồ thị với trục Ox là  $(3/2; 0)$

Giao điểm của đồ thị với trục Oy là  $(0; -3)$

Nhận xét : Đồ thị hàm số nhận giao điểm  $(1; -2)$  của 2 tiệm cận làm tâm đối xứng

Vẽ đồ thị :



2) Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng  $y = x - 3$  là :  $\frac{-2x+3}{x-1} = x-3$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$  (hiển nhiên  $x = 1$  không là nghiệm)  $\Leftrightarrow x = 0$  hay  $x = 2 \Leftrightarrow y(0) = -3; y(2) = -1$

Phương trình các tiếp tuyến tại các giao điểm (0; -3) và (2; -1) lần lượt là :

$y + 3 = -1(x - 0)$  hay  $y + 1 = -1(x - 2) \Leftrightarrow y = -x - 3$  hay  $y = -x + 1$ .

**Câu 2:**

1) Phương trình đã cho tương đương

$$\log_2^2 x + 3(\log_2 2 + \log_2 x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + 3\log_2 x + 2 = 0$$

Đặt  $t = \log_2 x$ , phương trình trở thành  $t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1$  hay  $t = -2$ , do đó phương trình

đã cho tương đương :  $\log_2 x = -2$  hay  $\log_2 x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$  hay  $x = \frac{1}{2}$

2) Đặt  $t = \sqrt{4x - x^2}$  với  $0 \leq t \leq 2$ . Khi đó  $f(x)$  thành  $g(t) = \frac{-1}{4}t^2 - t$  với  $0 \leq t \leq 2$

$$g'(t) = \frac{-t}{2} - 1 < 0 \text{ với } \forall t \in [0; 2]$$

Hàm  $g$  nghịch biến trên  $[0; 2] \Rightarrow \text{Max } f(x) = g(0) = 0; \text{Min } f(x) = g(2) = -3$ .

**Câu 3:**

$$I = \int_0^1 dx - \int_0^1 xe^x dx = 1 - J; \quad J = \int_0^1 xe^x dx$$

$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ \text{chọn } v = e^x \end{cases} \Rightarrow J = xe^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - (e - 1) = 1. \text{ Vậy } I = 1 - 1 = 0$$

**Câu 4:**

Tam giác SMC vuông tại M, có góc là

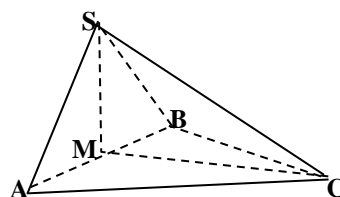
$\angle SCM = 60^\circ$  nên là nửa tam giác đều vậy có:

$$MC = a\sqrt{5}, \quad SM = \frac{2a\sqrt{5}}{2}\sqrt{3} = a\sqrt{15}$$

gọi  $x = AC$ , tam giác vuông MAC cho ta:

$$x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (a\sqrt{5})^2 \Leftrightarrow x = 2a,$$

$$\text{vậy } V = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} 2a \cdot 2a \right) a\sqrt{15} = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3} (\text{đvtt})$$



**Câu 5:**

1)  $d$  là đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  nên  $\vec{a_d} = \vec{n_p} = (2; -2; 1)$

$$\text{Phương trình tham số của } d \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$2) M(x, y, z) \in (P) \text{ thỏa } \begin{cases} \vec{AM} \cdot \vec{OA} = 0 \\ AM = 3d[A, (P)] \\ M \in (P) \end{cases}$$

$$M \in (P) \Rightarrow 2x - 2y + z - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\vec{AM} = (x - 1; y + 1; z), \quad \vec{OA} = (1; -1; 0)$$

$$\vec{AM} \cdot \vec{OA} = 0 \Leftrightarrow 1(x - 1) - 1(y + 1) + 0 \cdot z = 0 \Leftrightarrow x - y - 2 = 0 \quad (2)$$

$$AM = \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2}, \quad d[A, (P)] = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = \frac{3}{3} = 1$$

$$AM = 3d[A, (P)] \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2} = 3 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0 \quad (3)$$

Từ (2) suy ra  $x = y + 2$ , thế vào (1) ta có  $2(y + 2) - 2y + z - 1 = 0$  suy ra  $z = -3$

Thế  $x = y + 2, z = -3$  vào (3) ta có:  $(y + 2)^2 + y^2 + 9 - 2(y + 2) + 2y - 7 = 0$

Suy ra  $2y^2 + 4y + 2 = 0$  suy ra  $y = -1, x = 1$

Vậy  $M(1; -1; -3)$

Huỳnh Hoàng Dung, Trần Quang Hiển, Nguyễn Chí Cường  
Trường THPT Vĩnh Viễn – TP.HCM