Facebook: matnasat-tran

CHUYÊN ĐỀ KHẢO SÁT GIÁ TRỊ CỰC ĐẠI-CỰC TIỂU TRONG BÀI TOÁN ĐIỆN XOAY CHIỀU VẬT LÝ 12

Giáo viên: Trần quang Thanh

Chuyên đề khảo sát giá trị cực đại, cực tiểu của U, I, P

I. Cơ sở lý thuyết:

Thực tế khi giải các Bài tập Vật lý để tính giá trị cực đại hoặc cực tiểu của các đại lượng Vật lý thì chúng ta thường dùng một số công thức, kiến thức của toán học. Do đó để giải được các bài tập đó cần phải nắm vững một số kiến thức toán học sau đây:

1. Bất đẳng thức Côsi:

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (a, b dương)

$a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$ (a, b, c dương)

+ Dấu bằng xảy ra khi các số bằng nhau.

+ Khi Tích 2 số không đổi tổng nhỏ nhất khi 2 số bằng nhau.

Khi Tổng 2 số không đổi, Tích 2 số lớn nhất khi 2 số bằng nhau.

* *Phạm vi áp dụng:* Thường áp dụng cho các bài tập điện hoặc bài toán va chạm trong cơ học.

2. Bất đẳng thức Bunhia côpxki

$$(a_1b_1 + a_2b_2)^2 \leq (a_1 + a_2)^2 \cdot (b_1 + b_2)^2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

* *Phạm vi áp dụng:* Thường dùng trong các bài tập về chuyển động cơ học.

3. Tam thức bâc 2.

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c.$$

+ $a > 0$ thì y_{min} tại đỉnh Parabol.

+ $a < 0$ thì y_{max} tại đỉnh Parabol.

+ Toạ độ đỉnh: $x = -\frac{b}{2a}$; $y = \frac{-\Delta}{4a}$ ($\Delta = b^2 - 4ac$)

+ Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình $y = ax^2 = bx + c = 0$ có nghiệm kép.

+ Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

* *Phạm vi áp dụng:* Thường dùng trong các bài tập về chuyển động cơ học và bài tập phần điện.

4. Giá tri cưc đai, Hàm số sin hoăc côsin

$(\cos\varphi)_{max} = 1 \Leftrightarrow \varphi = 0^0$ Và $(\sin\varphi)_{max} = 1 \Leftrightarrow \varphi = 90^0$

* Thường dùng trong các bài toán cơ học - Điện xoay chiều.

5. Khảo sát hàm số.

- Dùng đạo hàm

- Lập bảng xét dấu để tìm giá trị cực đại, cực tiểu.

Thường áp dụng cho các bài toán điện xoay chiều (vì lúc đó học sinh đã được học đạo hàm).

- Ngoài ra trong quá trình giải bài tập chúng ta thường sử dụng một số tính chất của phân thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}$

II. NỘI DUNG

Thay đổi L,C, f để các hiệu điện thế cực đại, công suất

Loại 1: Thay đổi ω hoặc f để hiệu điện thế hai đầu điện trở cực đại

Phương pháp: $U_R = I.R = \frac{U}{Z_{AB}}.R = \frac{U.R}{\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}}$

Nhận xét: U_R cực đại khi mẫu số min, nên $Z_L = Z_C \to \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \to \begin{cases} U_R = U_{AB} \\ I_{\max} = \frac{U_{AB}}{R} \\ P_{\max} = \frac{U^2}{R} \end{cases}$

Loại 2: Thay đổi ω hoặc f để hiệu điện thế hai đầu tụ điện cực đại

Phương pháp:

$$U_C = I.Z_C = \frac{U}{Z_{AB}}.Z_C = \frac{U.Z_C}{\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2+(Z_L-Z_C)^2}{Z^2{}_C}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2+Z^2{}_L+Z^2{}_C-2Z_L.Z_C}{Z^2{}_C}}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{1+\left(\frac{Z_L}{Z_C}\right)^2-2Z_L\frac{1}{Z_C}+\frac{R^2}{Z^2{}_C}}} = \frac{U}{\sqrt{(L^2C^2)\omega^4+(R^2C^2-2L.C)\omega^2+1}} = \frac{U}{\sqrt{y_x}} \quad (1)$$

Đặt $x=\omega^2 \to y_x = (L^2C^2)\omega^4+(R^2C^2-2L.C)\omega^2+1$

Nhận xét : U_c cực đại khi mẫu số cực tiểu nên y_x đạt giá trị cực tiểu tại vị trí

$$x = -\frac{b}{2a} \leftrightarrow \omega^2 = \frac{2L.C-R^2C^2}{2L^2.C^2} \to \begin{cases} \omega_C = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\frac{2L}{C}-R^2}{2}} \\ \omega_C = \sqrt{\frac{2LC-R^2C^2}{2L^2C^2}} \end{cases} \to U_{C\max} = \frac{2LU}{R\sqrt{4LC-R^2C^2}}$$

Loại 3: Thay đổi ω hoặc f để hiệu điện thế hai đầu cuộn thuần cảm cực đại

$$U_L = I.Z_L = \frac{U}{Z_{AB}}.Z_L = \frac{U.Z_L}{\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2+(Z_L-Z_C)^2}{Z^2_L}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2+Z^2_L+Z^2_C-2Z_L.Z_C}{Z^2_L}}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{1+\left(\frac{Z_C}{Z_C}\right)^2-2Z_C\frac{1}{Z_L}+\frac{R^2}{Z^2_L}}} = \frac{U}{\sqrt{(\frac{1}{L^2C^2})\frac{1}{\omega^4}+(\frac{R^2}{L^2}-\frac{2}{LC})\frac{1}{\omega^2}+1}} = \frac{U}{\sqrt{y_x}} \quad (1)$$

Đặt $x = \frac{1}{\omega^2} \to y_x = (\frac{1}{L^2C^2})\frac{1}{\omega^4}+(\frac{R^2}{L^2}-\frac{2}{LC})\frac{1}{\omega^2}+1$ Nhận xét U_L cực đại khi mẫu số cực tiểu, y cực tiểu tại giá trị $x = -\frac{b}{2a} \leftrightarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{\frac{2}{LC}-\frac{R^2}{L^2}}{2\frac{1}{L^2.C^2}} \to \begin{cases} \omega_L = \frac{1}{C}\sqrt{\frac{2}{\frac{2L}{C}-R^2}} \\ \omega_L = \sqrt{\frac{2}{2LC-R^2C^2}} \end{cases} \to U_{Lmax} = \frac{2LU}{R\sqrt{4LC-R^2C^2}}$

Chú ý: Hệ thức liên hệ giữa 3 giá trị trên là :

$$\begin{cases} \omega^2_R = \omega_L.\omega_C \\ f^2_0 = f^2_1.f^2_2 \end{cases}$$

Các bài tập mẫu

Bài 1: Cho mạch gồm $R = 40\Omega$, cuộn dây thuần cảm L=1H, và tụ $C = 625\mu F$ mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều có biểu thức $u = 220cos\omega t$, thay đổi ω để điện áp hiệu dụng hai đầu tụ cực đại. Tính giá trị ω ?

A. $20,3\frac{rad}{2}$ B. $28,3\frac{rad}{2}$ C. $38,3\frac{rad}{2}$ D. $18,3\frac{rad}{2}$

Bài giải: Khi ω thay đổi để U_{Cmax} thì $\omega_C = \sqrt{\frac{2LC-R^2C^2}{2L^2C^2}} = 28,3\frac{rad}{s}$

Bài 2: Cho mạch gồm $R = 50\Omega$, cuộn dây thuần cảm L=0,314 H, và tụ $C = \frac{100}{\pi}\mu F$ mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều có biểu thức $u = 220cos\omega t$, thay đổi f để điện áp hiệu dụng hai đầu tụ cực đại. Tính giá trị f ?

A. $53,87Hz$ B. $23,87Hz$ C. $33,87Hz$ D. $43,87Hz$

Bài giải: Khi f thay đổi để U_{Lmax} thì $\omega_L = \sqrt{\frac{2}{2LC-R^2C^2}} \to f = \frac{\omega}{2\pi} = 53,87Hz$

Bài 4: Cho mạch R-L-C nối tiếp, hiệu điện thế hai đầu mạch không đổi, f thay đổi. Khi $\omega = \omega_1 = 50\pi\frac{rad}{s}$ thì U_{Lmax} , còn khi $\omega = \omega_2 = 40\pi\frac{rad}{s}$ thì U_{Cmax}. Hỏi với giá trị nào của ω_0 thì hiệu điện thế hai đầu điện trở cực đại?

A. $20\pi\sqrt{5}\frac{rad}{s}$ B. $10\pi\sqrt{5}\frac{rad}{s}$ C. $15\pi\sqrt{5}\frac{rad}{s}$ D. $30\pi\sqrt{5}\frac{rad}{s}$

Bài giải: áp dụng mối liên hệ $\begin{cases} \omega^2_R = \omega_L.\omega_C \\ f^2_0 = f^2_1.f^2_2 \end{cases} \to \omega = \sqrt{\omega_1.\omega_2} = 20\pi\sqrt{5}$

Bài 5: Cho mạch R-L-C nối tiếp, hiệu điện thế hai đầu mạch không đổi, f thay đổi. Gọi $f_0; f_1; f_2$ lần lượt là tần số để U_{Rmax}; U_{Lmax}; U_{Cmax}. Hỏi hệ thức nào sau đây đúng?

A. $f_0 = f_1 + f_2$ B. $f_0 = f_1.f_2$ C. $\frac{f_1}{f_0} = \frac{f_0}{f_2}$ D. $\frac{f^2_1.f^2_2}{f_1+f_2}$

Bài giải: áp dụng mối liên hệ $\begin{cases}\omega^2{}_R=\omega_L.\omega_C\\ f^2{}_0=f^2{}_1.f^2{}_2\end{cases}\rightarrow f^2{}_0=f_1.f_2\rightarrow\frac{f_1}{f_0}=\frac{f_0}{f_2}$

Bài 6: Cho mạch điện xoay chiều R-L-C mắc nối tiếp biết $C=\frac{10^{-3}}{\pi}F$ và L=$\frac{1}{\pi}H$ (Lấy $\pi^2=10$)Thay đổi tần số có dòng điện hiệu dụng trong mạch lớn nhất. Tính giá trị tần số đó?

A. 15Hz B.10Hz C. 12,5Hz d. 15,81Hz

Bài giải: Dòng điện cực đại khi trong mạch xảy ra cộng hưởng

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi}.\frac{10^{-3}}{\pi}}}=15,81Hz$$

Loại 4: Khi cho ω thay đổi tới hai giá trị là $\begin{pmatrix}\omega_1\\ \omega_2\end{pmatrix}\rightarrow U_{L_1}=U_{L_2}$ Vậy với giá trị nào của ω_0 thì U_{Lmax}?

Phương pháp: Từ phương trình $x=\frac{1}{\omega^2}\rightarrow y_x=(\frac{1}{L^2C^2})\frac{1}{\omega^4}+(\frac{R^2}{L^2}-\frac{2}{LC})\frac{1}{\omega^2}+1$ có hai nghiệm theo định lý viét: $x_1+x_2=\frac{-b}{a}\leftrightarrow\frac{1}{\omega^2{}_1}+\frac{1}{\omega^2{}_2}=\frac{\frac{2}{LC}-\frac{R^2}{L^2}}{\frac{1}{L^2C^2}}$(1) Và $\omega_0=\sqrt{\frac{2}{2LC-R^2C^2}}$(2) Từ (1) và (2) ta có

$$\frac{1}{\omega^2{}_1}+\frac{1}{\omega^2{}_2}=\frac{2}{\omega^2{}_0}$$

Cách 2: Cho ω = ω₁, ω = ω₂ thì U_L như nhau. Tính ω để U_Lmax.

Khi ω = ω₁: $U_{L1}=Z_{L1}.I_1=\frac{U}{\frac{1}{\omega_1L}\sqrt{R^2+\left(\omega_1L-\frac{1}{\omega_1C}\right)^2}}=\frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{\omega_1^2L^2}+\left(1-\frac{1}{\omega_1^2LC}\right)^2}}$

Khi ω = ω₂: $U_{L2}=Z_{L2}.I_2=\frac{U}{\frac{1}{\omega_2L}\sqrt{R^2+\left(\omega_2L-\frac{1}{\omega_2C}\right)^2}}=\frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{\omega_2^2L^2}+\left(1-\frac{1}{\omega_2^2LC}\right)^2}}$

U_L như nhau khi:

$$U_{L1}=U_{L2}\Leftrightarrow\frac{R^2}{\omega_1^2L^2}+\left(1-\frac{1}{\omega_1^2LC}\right)^2=\frac{R^2}{\omega_2^2L^2}+\left(1-\frac{1}{\omega_2^2LC}\right)^2$$

$$\Rightarrow\frac{R^2}{L^2}\left(\frac{1}{\omega_1^2}-\frac{1}{\omega_2^2}\right)=\frac{1}{LC}\left(\frac{1}{\omega_1^2}-\frac{1}{\omega_2^2}\right)\left[2-\frac{1}{LC}\left(\frac{1}{\omega_1^2}+\frac{1}{\omega_2^2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow\frac{R^2}{L^2}=\frac{2}{L^2C^2}\left[LC-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega_1^2}+\frac{1}{\omega_2^2}\right)\right]\Rightarrow\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega_1^2}+\frac{1}{\omega_2^2}\right)=LC-\frac{R^2C^2}{2}=C^2\left(\frac{L}{C}-\frac{R^2}{2}\right)$$

Điều kiện để U_{Lmax} khi: $\frac{1}{\omega_L^2}=C^2\left(\frac{L}{C}-\frac{R^2}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega_1^2}+\frac{1}{\omega_2^2}\right)$

Loại 5: ***Cho ω = ω₁, ω = ω₂ thì U_C như nhau. Tính ω để U_Cmax.***

Khi ω = ω₁: $U_{C1}=Z_{C1}.I_1=\frac{U}{\omega_1C\sqrt{R^2+\left(\omega_1L-\frac{1}{\omega_1C}\right)^2}}=\frac{U}{\sqrt{\omega_1^2C^2R^2+\left(\omega_1^2LC-1\right)^2}}$

Khi ω = ω₂: $U_{C2} = Z_{C2}.I_2 = \dfrac{U}{\omega_2 C\sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \dfrac{1}{\omega_2 C}\right)^2}} = \dfrac{U}{\sqrt{\omega_2^2 C^2 R^2 + \left(\omega_2^2 LC - 1\right)^2}}$

U_C như nhau khi:

$$U_{C1} = U_{C2} \Leftrightarrow \omega_1^2 C^2 R^2 + \left(\omega_1^2 LC - 1\right)^2 = \omega_2^2 C^2 R^2 + \left(\omega_2^2 LC - 1\right)^2$$

$$\Rightarrow C^2R^2\left(\omega_1^2 - \omega_2^2\right) = LC\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)\left[LC\left(\omega_2^2 + \omega_1^2\right) - 2\right] \Rightarrow C^2R^2 = -2L^2C^2\left[\frac{1}{2}\left(\omega_2^2 + \omega_1^2\right) - \frac{1}{LC}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\omega_2^2 + \omega_1^2\right) = \frac{1}{L^2}\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right)$$

Điều kiện để $U_{C\max}$ khi: $\omega_C^2 = \dfrac{1}{L^2}\left(\dfrac{L}{C} - \dfrac{R^2}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\omega_1^2 + \omega_2^2\right)$

Loại 6: Khi cho L thay đổi tới hai giá trị $\begin{cases} L = L_1 \\ L = L_2 \end{cases} \to U_{L_1} = U_{L_2}$ Vậy với giá trị nào của L thì $U_{L\max}$?

Phương pháp: $U_{L\max}$ xảy ra khi $Z_L = \dfrac{R^2 + Z^2{}_C}{Z_C}$ (1) Còn khi

$$\begin{cases} L = L_1 \\ L = L_2 \end{cases} \to U_{L_1} = U_{L_2} \leftrightarrow \frac{U}{Z_{AB}}.Z_{L_1} = \frac{U}{Z'_{AB}}.Z_{L_2} \leftrightarrow \frac{Z_{L_1}}{Z_{AB}} = \frac{Z_{L_2}}{Z'_{AB}} \leftrightarrow \frac{Z_{L_1}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2}} = \frac{Z_{L_2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2}}$$

Bình phương hai vế kết hợp phương trình (1) cho ta kết quả:

$$\frac{2}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \leftrightarrow L = \frac{2L_1.L_2}{L_1 + L_2}$$

Loại 7: Khi cho C thay đổi tới hai giá trị $\begin{cases} C = C_1 \\ C = C_2 \end{cases} \to U_{C_1} = U_{C_2}$ Vậy với giá trị nào của C thì $U_{C\max}$?

Phương pháp: $U_{C\max}$ xảy ra khi $Z_C = \dfrac{R^2 + Z^2{}_L}{Z_L}$ (1) Còn khi

$$\begin{cases} C = C_1 \\ C = C_2 \end{cases} \to U_{C_1} = U_{C_2} \leftrightarrow \frac{U}{Z_{AB}}.Z_{C_1} = \frac{U}{Z'_{AB}}.Z_{C_2} \leftrightarrow \frac{Z_{C_1}}{Z_{AB}} = \frac{Z_{C_2}}{Z'_{AB}} \leftrightarrow \frac{Z_{C_1}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2}} = \frac{Z_{C_2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}}$$

Bình phương hai vế kết hợp phương trình (1) cho ta kết quả:

$$C = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Loại 8: Giá trị Z_L để hiệu điện thế U_{LRrmax}

Khi R và L mắc nối tiếp nhau thì :

$$U_{LR} = I\sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Đặt $MT = \dfrac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}$, ta thực hiện việc khảo sát hàm số MT theo biến số Z_L để tìm giá trị của Z_L sao cho MT_{min} khi đó giá trị của U_{Lrmax} . Đạo hàm của MT theo biến số Z_L ta thu được :

$$MT'(Z_L) = \frac{2(Z_L - Z_C)(R^2 + Z_L^2) - 2Z_L[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]}{(R^2 + Z_L^2)^2}$$

Cho MT'(Z_L) = 0 ta có : $Z_C Z_L^2 - Z_C^2 Z_L - Z_C R^2 = 0$. Nghiệm của phương trình bậc hai này là:

$$\left[\begin{array}{l} Z_{L_1} = \dfrac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2} > 0 \\ Z_{L_2} = \dfrac{Z_C - \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2} < 0 \end{array}\right.$$

. Lập bảng biến thiên ta có:

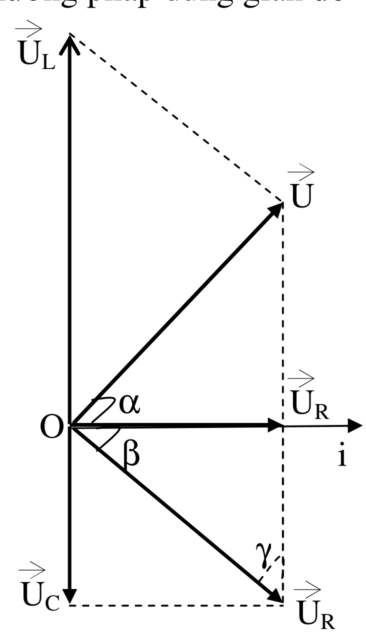
Z_L	0	$Z_L = \dfrac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2}$	$+\infty$
MT'(Z_L)	-	0	+
MT (Z_L)	↘	$\left(\dfrac{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}{2R}\right)^2$	↗

Từ bảng biến thiên ta thấy rằng MT đạt giá trị nhỏ nhất nên U_{LR} đạt giá trị lớn nhất. Ta thu được kết quả sau:

$$\boxed{\text{Khi } Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2} \text{ thì } U_{RLMax} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}}$$

Loại 9: Giá trị Z_L để hiệu điện thế U_{Lmax}

Ta có hiệu điện thế trên cuộn dây là : $U_L = IZ_L = Z_L \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$, trong đó R; Z_C và U là các hằng số không đổi. Ta có thể dùng phương pháp khảo sát hàm số này theo biến số là Z_L. Tuy nhiên với cách khảo sát hàm số sẽ rất phức tạp. Với phương pháp dùng giản đồ Vecto bài toán này có thể giải dể hơn và rút ra nhiều kết luận hơn.



Theo giản đồ vectơ và định lý hàm số sin trong tam giác ta có : $\dfrac{U_L}{\sin(\alpha+\beta)} = \dfrac{U}{\sin\gamma}$

Vì $\sin\gamma = \cos\beta = \dfrac{U_R}{U_{RC}} = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = const$, suy ra

$$U_L = \frac{U}{\sin\gamma}\sin(\alpha+\beta) = \frac{U}{\cos\beta}\sin(\alpha+\beta)$$

Do cosβ và U là các giá trị không đổi nên hiệu điện thế U_{Lmax} khi $\sin(\alpha+\beta) = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$

Theo hệ thức của tam giác vuông ta có: $U_{RC}^2 = U_C U_L$, từ đó suy ra $Z_L Z_C = R^2 + Z_C^2$

Tóm lại:

Khi $Z_L = \dfrac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ thì $U_{L\max} = U\dfrac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

Khi U_{Lmax} thì hiệu điện thế tức thời ở hai đầu mạch luôn nhanh pha hơn u_{RC} một góc 90^0.

Loại 10: Giá trị Z_C để hiệu điện thế U_{Cmax}

Khi $Z_C = \dfrac{R^2+Z_L^2}{Z_L}$ thì :

$U_{CMax} = \dfrac{U\sqrt{R^2+Z_L^2}}{R}$ và $U_{CMax}^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2$; $U_{CMax}^2 - U_L U_{CMax} - U^2 = 0$

u_{RL} vuông pha với hiệu điện thế hai đầu mạch

Có hai giá trị $C_1 \neq C_2$ cho cùng giá trị U_C ,giá trị Z_C để U_{Cmax} tính theo C_1 và C_2

Khi có hai giá trị C = C_1 hoặc C = C_2 cho cùng giá trị U_C thì giá trị của C làm cho U_{Cmax} khi $\dfrac{1}{Z_C} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{Z_{C_1}} + \dfrac{1}{Z_{C_2}}\right) \Rightarrow C = \dfrac{C_1+C_2}{2}$

Giá trị Z_C để hiệu điện thế U_{RCmax}

Khi $Z_C = \dfrac{Z_L + \sqrt{4R^2+Z_L^2}}{2}$ thì $U_{RCMax} = \dfrac{2UR}{\sqrt{4R^2+Z_L^2} - Z_L}$ (Với điện trở R và tụ điện mắc gần nhau)

III. Các bài tập mẫu

Bài 1: Cho mạch R-L-C nối tiếp, u không đổi C thay đổi. Khi $C = C_1 = \dfrac{100}{\pi}\mu F$ hoặc $C = C_2 = \dfrac{200}{\pi}\mu F$ thì hiệu điện thê hai đầu tụ điện tương ứng bằng nhau. Hỏi với giá trị nào của C thì U_{Cmax}. Tính C?

A. $\dfrac{150}{\pi}\mu F$ B. $\dfrac{250}{\pi}\mu F$ C. $\dfrac{50}{\pi}\mu F$ D. $\dfrac{15}{\pi}\mu F$

Bài giải: áp dụng công thức $C = \dfrac{C_1+C_2}{2} = \dfrac{150}{\pi}\mu F$

Bài 2: Cho mạch R-L-C nối tiếp, u không đổi L thay đổi. Khi $L = L_1 = \dfrac{1}{\pi}H$ hoặc $L = L_2 = \dfrac{2}{\pi}H$ thì hiệu điện thê hai đầu cuộn cảm tương ứng bằng nhau. Hỏi với giá trị nào của L thì U_{Lmax}. Tính L?

A. $\dfrac{2\pi}{3}H$ B. $\dfrac{\pi}{3}H$ C. $\dfrac{3\pi}{2}H$ D. $\dfrac{3}{\pi}H$

Bài giải: áp dụng công thức $L = \dfrac{2L_1.L_2}{L_1+L_2} = \dfrac{2\pi}{3}H$

Các bài tập tổng hợp hay

Câu 1: Cho mạch điện xoay chiều AB gồm đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM chứa R=20Ω . Đoạn MB gồm cuộn dây có $r = 10\Omega$ nối tiếp với tụ có điện dung C thay đổi. Điện áp hai đầu mạch $u = 120\sqrt{2}.cos100\pi t V$. Thay đổi C để điện áp hiệu dụng hai đầu MB cực tiểu. Tính giá trị cực tiểu đó?

A. 20V B.30V C.40V D.50V

Bài giải: Ta có

$$U_{MB} = I.Z_{MB} = \frac{U}{Z_{AB}}.Z_{MB} = \frac{UZ_{MB}}{\sqrt{(R+r)^2+(Z_L-Z_C)^2}} = \frac{U\sqrt{r^2+(Z_L-Z_C)^2}}{\sqrt{(R+r)^2+(Z_L-Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{(R+r)^2+(Z_L-Z_C)^2}{r^2+(Z_L-Z_C)^2}}}$$

$$U_{MB}=\frac{U}{\sqrt{1+\frac{R^2+2R.r}{r^2+(Z_L-Z_C)^2}}}(*)$$

Từ (*) ta thấy U_{MB} cực tiểu khi $Z_L=Z_C \to U_{MB.\min}=\frac{U.r}{R+r}=40V$

Bài 2: Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu mạch nối tiếp R-L-C. Với C thay đổi được. Khi thay đổi C thì hiệu điện thế cực đại trên R,L,C lần lượt là x,y,z. Nếu z/y=3 thì z/x bằng?

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $2\sqrt{2}$

Bài giải: Khi thay đổi C để U_{Lmax},U_{Rmax} thì phải xảy ra hiện tượng cộng hưởng lúc đó

$I_{max}=\frac{U}{R}\to\begin{cases}x=U_{Rmax}=U\\ y=U_{L.max}=I_{\max}.Z_L=\frac{U.Z_L}{R}\end{cases}$ Còn khi thay đổi C để U_{Cmax} thì $z=U_{Cmax}=\frac{U.\sqrt{R^2+Z^2_L}}{R}$

Thay z=3y suy ra

$$\frac{U.\sqrt{R^2+Z^2_L}}{R}=3\frac{U.Z_L}{R}\leftrightarrow\sqrt{R^2+Z^2_L}=3Z_L\to Z_L=\frac{R}{2\sqrt{2}}\to Z=\frac{U.\sqrt{R^2+Z^2_L}}{R}=0,75\sqrt{2}U\to\frac{z}{x}=0,75\sqrt{2}$$

Bài 3: Cho A,M,B là 3 điểm liên tiếp trên mạch điện xoay chiều. Biết biểu thức điện áp trên các đoạn AM,MB lần lượt là $u_{AM}=40cos(\omega t+\frac{\pi}{6})V$, và $u_{MB}=50cos(\omega t+\frac{\pi}{2})V$. Điện áp cực đại giữa hai điểm A,B bằng nhau?

A. 61,7V B. 78,1V C. 21,3V D. 91,2V

Bài giải: Ta có $u_{AB}=u_{AM}+u_{MB}\leftrightarrow\vec{U}=\overrightarrow{U_{AM}}+\overrightarrow{U_{MB}}$

Hay $U_0=\sqrt{U^2{}_{0AM}+U^2{}_{OMB}+2U_{0AM}.U_{0MB}.cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)}=78,1V$

Bài 4: Cho đoạn mạch xoay chiều gồm R, C và cuộn dây thuần cảm $L=\frac{1}{\pi}H$ mắc nối tiếp theo thứ tự trên. Điện áp hai đầu mạch là $u=120\sqrt{2}cos(100\pi t)V$. Dùng vôn kế đo điện áp hai đầu R và C. Khi thay đổi giá trị của biến trở R người ta thấy số chỉ vôn kế không đổi. Điện dung C bằng bao nhiêu?

A. $\frac{10^{-1}}{5\pi}F$ B. $\frac{10^{-2}}{5\pi}F$ C. $\frac{10^{-3}}{5\pi}F$ D. $\frac{10^{-4}}{5\pi}F$

Bài giải: Ta có $Z_L=100\Omega$, Số chỉ vôn kế chính là điện áp hai đầu mạch R-C

$$U_V=U_{.RC}=I.Z_{.RC}=\frac{U}{Z_{AB}}Z_{.RC}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}}.\sqrt{R^2+Z^2_C}(*)$$

Từ (*) ta thấy $U_{.R-C}$ không phụ thuộc vào R khi và chỉ khi

$$\sqrt{R^2+Z^2_C}=\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}\to Z_L=2Z_C\leftrightarrow Z_C=\frac{Z_L}{2}=50\Omega\to C=\frac{1}{\omega Z_C}=\frac{10^{-3}}{5\pi}F$$

Bài 6: Cho đoạn mạch xoay chiều AB chứa 3 linh kiện R,L,C. Đoạn AM chỉ chứa L, MN chứa R và NB chỉ chứa C. Biết $R=50\Omega$,$Z_L=50\sqrt{3}\Omega$, $Z_C=\frac{50\sqrt{3}}{3}\Omega$. Khi điện áp tức thời giữa hai đầu AN bằng $80\sqrt{3}V$ thì điện áp tức thời giữa hai đầu MB bằng 60V. Tính giá trị cực đại của U_{AB}?

A. $50\sqrt{2}V$ **B.** $50\sqrt{3}V$ **C.** $70\sqrt{2}V$ **D.** $50\sqrt{7}V$

Bài giải: Ta có $\begin{cases} \tan\varphi_{AN} = \dfrac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \\ \tan\varphi_{MB} = \dfrac{-Z_C}{R} = \dfrac{-1}{\sqrt{3}} \end{cases} \rightarrow \tan\varphi_{AN}.\tan\varphi_{MB} = -1$ Suy ra điện áp tức thời giữa hai đầu AN và MB vuông pha nhau vì vậy

$\dfrac{u^2_{AN}}{U^2_{AN}} + \dfrac{u^2_{MB}}{U^2_{MB}} = 1 \leftrightarrow \dfrac{(80\sqrt{3})^2}{U^2_{AN}} + \dfrac{60^2}{U^2_{MB}} = 1(1)$ mà $Z_{AM} = \sqrt{3}.Z_{MB} \leftrightarrow U_{OAN} = \sqrt{3}U_{OMB}(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $U_{OMB} = 100V \rightarrow I = \dfrac{U_{OMB}}{Z_{MB}} = \sqrt{3}A \rightarrow U_{OAB} = I.Z_{AB} = 50\sqrt{7}V$

Bài 7: Cho mạch xoay chiều R-L-C nối tiếp có L thay đổi được. Dùng 3 vôn kế có giá trị rất lớn để đo điện áp hiệu dụng trên mỗi phần tử. Điều chỉnh giá trị của L thì thấy điện áp hiệu dụng cực đại trên cuộn cảm lớn gấp hai lần điện áp hiệu dụng cực đại trên điện trở. Hỏi điện áp hiệu dụng cực đại trên cuộn cảm gấp bao nhiêu lần điện áp cực đại trên tụ?

A. 3 B. 4 C. $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ D. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Bài giải: Khi L thay đổi thì $U_{R.max}$ và $U_{C.max}$ lúc này xảy ra hiện tượng cộng hưởng và

$I_{.ma.x} = \dfrac{U}{R} \rightarrow \begin{cases} U_{R.ma.x} = U \\ U_{.C.ma.x} = I_{ma.x}.Z_c = \dfrac{U.Z_C}{R} \end{cases} \rightarrow U_{L.ma.x} = \dfrac{U.\sqrt{R^2+Z^2{}_C}}{R}$ Theo bài ra

$U_{L.ma.x} = 2U_{R.ma.x} \leftrightarrow \dfrac{U.\sqrt{R^2+Z^2{}_C}}{R} = 2U \rightarrow Z_C = R\sqrt{3} \rightarrow \dfrac{U_{L.max}}{U_{C.ma.x}} = \dfrac{\sqrt{R^2+Z^2{}_C}}{Z_C} = \dfrac{\sqrt{R^2+3R^2}}{R\sqrt{3}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Bài 8: Cho đoạn mạch R-L-C mắc nối tiếp R=100Ω và cuộn dây có L thay đổi được. Khi công suất của mạch đạt giá trị cực đại mà tăng cảm kháng thêm 50Ω thì điện áp trên hai đầu cuộn cảm cực đại. Tính dung kháng của tụ?

A. 100Ω B. 50Ω C. 150Ω D.200Ω

Bài giải: Khi L thay đổi $\begin{cases} P_{.max} \leftrightarrow Z_C = Z_{L_1} \\ U_{L.max} \leftrightarrow Z_{L_2} = \dfrac{R^2+Z^2{}_C}{Z_C} \end{cases}$ mà

$Z_{L_2} = Z_{L1} + 50 \rightarrow Z_C + 50 = \dfrac{100^2+Z^2{}_C}{Z_C} \rightarrow Z_C = 200\Omega \rightarrow D$

Bài 9: (ĐH2011) Đặt điện áp xoay chiều $u = U\sqrt{2}.cos100\pi t$ vào hai đầu mạch R-L-C nối tiếp có L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm cực đại và bằng 100V, U_C=36V. Tính giá trị hiệu dụng của U_{AB}?

A. 80V B.136V C.64V D.48V

Bài giải: hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm cực đại thì $\overrightarrow{U_{AB}} \perp \overrightarrow{U_{.R-C}} \rightarrow U_{L.ma.x}{}^2 = U^2 + U^2{}_R + U_C{}^2(1)$

Mặt khác $Z_L = \dfrac{R^2+Z^2{}_C}{Z_C} \rightarrow U_L.U_C = U_R{}^2 + U^2{}_C(2)$ thay (2) vào (1) ta có:

$U_{L.ma.x}{}^2 = U^2 + +U_LU_C \rightarrow U = \sqrt{U^2{}_L - U_LU_C} = \sqrt{100^2 - 100.36} = 80V$

Bài 10: Đặt điện áp xoay chiều $u = 100\sqrt{6}.cos100\pi t$ vào hai đầu mạch R-L-C nối tiếp có L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm cực đại $U_{L.max}$, U_C=200V. Tính giá trị hiệu dụng của $U_{L.max}$?

A. 100V B.150V C.300V D.200V

Bài giải: $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{3}V$

hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm cực đại thì $\overrightarrow{U_{AB}} \perp \overrightarrow{U_{.R-C}} \rightarrow U_{L.ma.x}{}^2 = U^2 + U^2{}_R + U_C{}^2 (1)$

Mặt khác $Z_L = \frac{R^2 + Z^2{}_C}{Z_C} \rightarrow U_L.U_C = U_R{}^2 + U^2{}_C (2)$ thay (2) vào (1) ta có:

$U_{L.ma.x}{}^2 = U^2 + +U_L U_C \rightarrow U^2{}_L - U_L.U_C - U^2 = 0 \leftrightarrow U^2{}_L - 200U_L - (100\sqrt{3})^2 = 0 \rightarrow U_L = 300V$

Bài 11: Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu mạch R-L-C không phân nhánh có f thay đổi được $R = 50\Omega$, $L = \frac{1}{6\pi}H$ và $C = \frac{10}{24\pi}mF$. Để hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch chứa L-C cực tiểu thì tần số là:

A. 60Hz B. 50 C. 55 D. 40

Bài giải: $U_{L-C} = I.Z_{L-C} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.|Z_L - Z_C| = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{(Z_L - Z_C)^2}}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{(Z_L - Z_C)^2} + 1}}$

Nhận xét U_{L-C} min khi mẫu số cực đại $\rightarrow \frac{R^2}{(Z_L - Z_C)^2}$ cực đại

$\rightarrow Z_L - Z_C = 0 \rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 60Hz$

Bài 12: Cho mạch điện nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm có L thay đổi được, tụ có điện dung $C = \frac{1}{6\pi}mF$, $R = 20\Omega$, điện áp đặt vào hai đầu mạch $u = U_0.cos100\pi t$. Xác định độ tự cảm L của cuộn dây để điện áp hiệu dụng hai đầu R-C cực đại?

A. $\frac{0,6}{\pi}H$ B. $\frac{0,8}{\pi}H$ C. $\frac{0,4}{\pi}H$ D. $\frac{0,3}{\pi}H$

Bài giải: $U_{.R-C} = I.Z_{R-C} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}.\sqrt{R^2 + Z^2{}_C}$ Nhận xét để $U_{.R-C}$ cực đại thì

$Z_L - Z_C = 0 \rightarrow Z_L = Z_C = 60 \rightarrow L = \frac{0,6}{\pi}H$

Bài 13: Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U không đổi và tần số f thay đổi vào hai đầu mạch R-L-C nối tiếp thoã mãn điều kiện $CR^2 < 2L$. Điều chỉnh f đến giá trị f_1 hoặc f_2 thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thuần cảm có giá trị bằng nhau. Để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm cực đại thì phải thay đổi f tới giá trị là?

A. $f^2 = 2(f^2{}_1 + f^2{}_2)$ B. $f^2 = \frac{f^2{}_1 + f^2{}_2}{2}$ C. $\frac{2}{f^2} = \frac{1}{f^2{}_1} + \frac{1}{f^2{}_2}$ D. $\frac{1}{2f^2} = \frac{1}{f^2{}_1} + \frac{1}{f^2{}_2}$

Bài giải: áp dụng công thức đã chứng minh $\frac{1}{\omega^2_1} + \frac{1}{\omega^2_2} = \frac{2}{\omega^2_0} \rightarrow \frac{2}{f^2} = \frac{1}{f^2{}_1} + \frac{1}{f^2{}_2}$

Bài 14: Cho mạch điện AB gồm điện trở $R = 50\Omega$, cuộn dây có $L = \frac{0,4}{\pi}H$ và điện trở $r = 60\Omega$, tụ có điện dung C thay đổi được mắc nối tiếp theo đúng thứ tự trên vào điện áp $u = 220\sqrt{2}cos(200\pi t)V$. Người ta thấy rằng khi $C=C_0$ thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch chứa cuộn dây và tụ điện đạt cực tiểu U_{min}. Gía trị của C_0 và U_{min} lần lượt là:

A. $\frac{10^{-3}}{4\pi}F;100V$ B. $\frac{10^{-3}}{3\pi}F;100V$ C. $\frac{10^{-3}}{4\pi}F;120V$ D. $\frac{10^{-3}}{3\pi}F;100V$

Bài giải: Điện áp hai đầu cuộn dây và tụ điện:

$$U_V = I.Z_V = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2+(Z_L-Z_C)^2}}.\sqrt{r^2+(Z_L-Z_C)^2} = \frac{U}{\sqrt{1+\frac{R^2+2Rr}{r^2+(Z_L-Z_C)^2}}}$$

Nhận xét U

cực tiểu khi mẫu số cực đại suy ra $Z_L = Z_C = 40\Omega$ Khi đó $U_V = \frac{220.60}{\sqrt{(50+60)^2}} = 120V$

Bài 15: Đặt điện áp $u = U_0cos(\omega t)V$ (U_0 không đổi, ω thay đổi) vào hai đầu mạch gồm R-L-C nối tiếp thoã mãn điều kiện $CR^2 < 2L$). Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là các vôn kế mắc vào hai đầu R,L,C. Khi tăng tần số thì thấy trên mỗi vôn kế đều có 1 giá trị cực đại, thứ tự lần lượt các vôn kế chỉ gía trị cực đại khi tăng tần số là?

A. V_1, V_2,V_3 B. V_3, V_2, V_1 C. V_3,V_1,V_2 D. V_1,V_2, V_3

Bài giải: Theo các công thức trên ta thấy $\omega^2{}_3 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L} < \omega^2{}_1 = \frac{1}{LC} < \omega^2{}_2 = \frac{2}{C(2L-CR^2)}$

Theo thứ tự V_3,V_1,V_2

Bài 16: Cho đoạn mạch AB gồm cuộn thuần cảm L, điện trở R và tụ có điện dung C thay đổi được theo thứ tự trên. M, N lần lượt là điểm nối giữa L và R, giữa R và C. Đặt vào hai đầu AB điện áp xoay chiều có biểu thức $u = U_0cos(\omega t)V$ (U_0 không đổi, ω không đổi) . Biết $R = \sqrt{3}Z_L$. Điều chỉnh C=C_1 thì điện áp giữa hai điểm AN lệch pha $\frac{\pi}{2}$ so với điện áp hai đầu MB. Khi C=C_2 thì điện áp hiệu dụng giữa hai điểm AM cực đại. Hệ thức đúng giữa C_1 và C_2 là?

A. $C_1 = 2C_2$ B. $C_1 = 3C_2$ C. $C_1 = 4C_2$ D. $C_1 = 5C_2$

Bài giải: Theo giả thuyết ta có $\overrightarrow{U_{AN}} \perp \vec{U}_{MB} \to \tan\varphi_{AN}.\tan\varphi_{MB} = -1 \to Z_{C_1} = 3Z_L(1)$

Mặt khác khi C=C_2 thì $U_{AM} = I.Z_{AM} = \frac{U.Z_L}{\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}}$ Để U_{AM} cực đại thì mẫu số phải cực tiểu suy ra $Z_L = Z_{C_2}(2)$ **Từ (1) và (2) ta có:** $Z_{C_A} = 3Z_{C_2} \to C_2 = 3C_1$

Bài 17: Cho mạch điện xoay chiều R-L-C nối tiếp. Điện áp hai đầu mạch có biểu thức $u = U_0cos(\omega t)V$. Chỉ có ω thay đổi được. Điều chỉnh ω tới hai giá trị là ω_1 và ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$) thì dòng điện hiệu dụng đều nhỏ hơn cường độ hiệu dụng cực đại n lần ($I_1 = I_2 < \frac{I_{max}}{n}$). Biểu thức tính R là?

A. $R = \frac{(\omega_1-\omega_2)}{L\sqrt{n^2-1}}$ B. $R = \frac{L(\omega_1-\omega_2)}{\sqrt{n^2-1}}$ C. $R = \frac{L(\omega_1-\omega_2)}{n^2-1}$ D. $R = \frac{L(\omega_1.\omega_2)}{\sqrt{n^2-1}}$

Bài giải: Theo giả thuyết với ω thay đổi thì I cực đại xảy ra khi có cộng hưởng điện và lúc đó $I_{ma.x} = \frac{U}{R}(1)$ Mặt khác

$$\begin{cases}\omega = \omega_1\\ \omega = \omega_2\end{cases} \to I_1 = I_2 \leftrightarrow Z_{AB} = Z_{AB'} \to (Z_{L_1} - Z_{C_1}) = -(Z_{L_2} - Z_{C_2}) \leftrightarrow \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{\omega_2 C} - \omega_2 L$$

$$L(\omega_1+\omega_2) = (\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2})\frac{1}{C} \to LC = \frac{1}{\omega_1.\omega_2}(2)$$

Ta lại có $I_{ma.x} > nI_1 \to \frac{U}{R} = nI_1 = n.\frac{U}{\sqrt{R^2+(Z_{L_1}-Z_{C_1})^2}} \to R^2(n^2-1) > (Z_{L_1}-Z_{C_1})^2 \leftrightarrow R\sqrt{n^2-1} > Z_{L_1} - Z_{C_1}$

$R\sqrt{n^2-1} > \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} > L(\omega_1 - \frac{1}{\omega_1 LC})(3)$ Thay (2) vào (3) suy ra $R = \frac{L(\omega_1-\omega_2)}{\sqrt{n^2-1}}$

Bài 18: Đặt điện áp xoay chiều $u=220\sqrt{2}cos(100\pi t)V$ vào hai đầu mạch gồm $R=100\Omega$, cuộn dây thuần cảm L=318,3m.H và tụ có $C=15,92\mu F$ mắc nối tiếp. Trong một chu kỳ thì khoảng thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sing công dương cung cấp điện năng cho mạch là

A. 20ms B. 17,5ms C. 12,5ms D.15ms

Bài giải: Ta có công A=P.t, công lớn hơn không khi P>0. Vậy ta có biểu thức P thông qua biểu thức cường độ dòng điện như sau:

$$Z_L=100\Omega; Z_C=200\rightarrow Z_{AB}=100\sqrt{2}\Omega\rightarrow I_0=\frac{220\sqrt{2}}{100\sqrt{2}}=2,2A$$

$$\tan\varphi_{AB}=\frac{Z_L-Z_C}{R}=-1\rightarrow\varphi_{AB}=\frac{-\pi}{4}\rightarrow\varphi_i=\varphi_u-\varphi_{AB}=\frac{\pi}{4}\rightarrow i=2,2cos(100\pi t+\frac{\pi}{4})A$$

Vậy biểu thức công suất

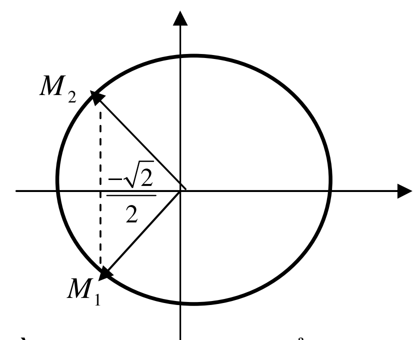
$$P=u.i=220\sqrt{2}cos(100\pi t).2,2cos(100\pi t+\frac{\pi}{4})=484\sqrt{2}\left[cos(200\pi t+\frac{\pi}{4})+cos(\frac{\pi}{4})\right]>0$$

P>0 khi $\left[cos(200\pi t+\frac{\pi}{4})+cos(\frac{\pi}{4})\right]$>0 hay $cos(200\pi t+\frac{\pi}{4})>-cos(\frac{\pi}{4})=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

Áp dụng vòng tròn lượng giác ta có:

Nhìn trên vòng tròn lượng giác dễ dàng thấy trong khoảng từ M_1 đến M_2 theo chiều kim đồng hồ thì $cos(200\pi t+\frac{\pi}{4})>-cos(\frac{\pi}{4})=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

vậy thời gian để sinh công dương là $t=2.\frac{3T}{4}=15ms$



Bài 19: Cho đoạn mạch R-L-C nối tiếp với cuộn dây thuần cảm có L thay đổi được, mạch điện đặt dưới hiệu điện thế $u=U_0cos(\omega t)V$ (U không đổi, ω cho trước). Khi thay đổi L thì thấy hiệu điện thế hiệu dụng trên R và L có giá trị cực đại chênh lệch nhau 2 lần. Hiệu điện thế cực đại giữa hai đầu tụ điện có giá trị cực đại nào sau đây?

A. $U\sqrt{2}V$ **B.** $U\sqrt{3}V$ **C.** $U\sqrt{5}V$ **D.** $2U(V)$

Bài giải: Khi mạch cộng hưởng thì U_R và U_C cực đại $\begin{cases}U_{.Rmax}=U\\U_{.Cmax}=U.\frac{Z_C}{R}\end{cases}(1)$

Mặt khác $U_{Lmax}=U.\frac{\sqrt{R^2+Z^2_C}}{R}\leftrightarrow Z_L.Z_C=R^2+Z^2_C$ Theo bài ra

$U_{Lmax}=2U_{Cmax}\leftrightarrow 2R\sqrt{R^2+Z^2_C}\leftrightarrow Z_C=R\sqrt{3}(2)$ Từ (1) và (2) ta có: $U_{Cmax}=U.\frac{Z_C}{R}=U\sqrt{3}$

Bài 20: Cho mạch điện gồm cuộn dây có $L=\frac{0,4}{\pi}H$ mắc nối tiếp vào tụ điện C. Đặt vào hai đầu mạch điện áp $u=U\sqrt{2}cos(\omega t)V$. Khi $C=C_1=\frac{2.10^{-4}}{\pi}F$ thì $U_{.Cmax}=100\sqrt{5}V$. Còn khi $C_2=2,5C_1$ thì cường độ dòng điện trễ pha $\frac{\pi}{4}$ so với hiệu điện thế hai đầu mạch. Gía trị của U là:

A. 50V B. 100V C. $100\sqrt{2}$ D. $50\sqrt{3}$

Bài giải: Vì khi $C_2 = 2,5C_1$ thì cường độ dòng điện trễ pha $\frac{\pi}{4}$ so với hiệu điện thế nên cuộn dây có R. Lúc này ta có

$$\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R} = \tan\frac{\pi}{4} = 1 \rightarrow Z_L - Z_{C_2} = R \rightarrow Z_L = R + Z_{C_2} = R + \frac{Z_{C_1}}{2,5} = R + 0,4Z_{C_1} \ (1)$$

Khi $C = C_1 = \frac{2.10^{-4}}{\pi}F$ thì $U_{.Cmax} = 100\sqrt{5}V$ lúc này

$$Z_C = \frac{R^2 + Z^2{}_L}{Z_C} \rightarrow Z_L Z_C = R^2 + Z^2{}_L \leftrightarrow Z_C(R + 0,4Z_C) = R^2 + (R + 0,4Z_C)^2 \leftrightarrow 1,2Z^2{}_C + R.Z_C - 10R^2 = 0$$

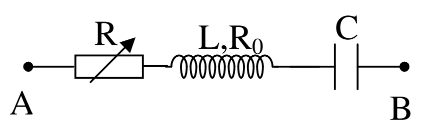
Giải phương trình ẩn Z_C ta được $Z_C = 2,5R$ thay vào (1) ta được $Z_L = 2R$. Mặt khác

$$U_{C.ma.x} = U\frac{\sqrt{R^2 + Z_C{}^2}}{R} = U\sqrt{5} = 100\sqrt{5} \rightarrow U = 100V$$

KHẢO SÁT CÔNG SUẤT

1. Sự thay đổi R trong mạch R-L-C mắc nối tiếp:

Xét mạch điện xoay chiều có hiệu hiệu thế hai đầu ổn định : $u = U_0\cos(\omega t + \varphi_u)$



R là một biến trở, các giá trị R_0 , L và C không đổi.
Gọi $\mathbf{R_{td} = R + R_0}$

a. Có hai giá trị $R_1 \neq R_2$ cho cùng một giá trị công suất

Công suất tiêu thụ trên mạch là : $P = R_{td}I^2 = R_{td}\frac{U^2}{R_{td}^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Vì $P_1 = P_2 = P$ nên ta có thể xem như công suất trong phương trình trên là một số không đổi ứng với hai giá trị R_1 và R_2 . Khai triển biểu thức trên ta có:

$$PR_{td}^2 - R_{td}U^2 + P(Z_L - Z_C)^2 = 0$$

Nếu có 2 giá trị của điện trở cho cùng một giá trị công suất thì phương trình bậc 2 trên có hai nghiệm phân biệt R_1 và R_2. Theo định lý Viète (Vi-et):

$$\boxed{\begin{cases} R_{1td}.R_{2td} = (Z_L - Z_C)^2 \\ R_{1td} + R_{2td} = \dfrac{U^2}{P} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (R_1 + R_0)(R_2 + R_0) = (Z_L - Z_C)^2 \\ R_1 + R_2 + 2R_0 = \dfrac{U^2}{P} \end{cases}}$$

Từ đó ta thấy rằng có 2 giá trị R_1 và R_2 khác nhau cho cùng giá trị công suất

b.Giá trị của R làm cho công suất cực đại

c.Giá trị R làm công suất toàn mạch cực đại

Ta có: $P = R_{td}I^2 = R_{td}\frac{U^2}{R_{td}^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R_{td} + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_{td}}}$

Đặt $A = R_{td} + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_{td}}$, áp dụng bất đẳng thức Cauchy(Côsi) cho A

$$A = R_{td} + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_{td}} \geq 2\sqrt{R_{td}\frac{(Z_L - Z_C)^2}{R_{td}}} = 2|Z_L - Z_C| = const$$

Ta thấy rằng P_{max} khi A_{min} => " =" xảy ra. Vậy: $\boxed{R_{td} = |Z_L - Z_C|}$

Khi đó giá trị cực đại của công suất là:

$$\boxed{P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2\sqrt{R_{1td}.R_{2td}}} = \frac{U^2}{2\sqrt{(R_1+R_0)(R_2+R_0)}}}$$

Với R_{1td} và R_{2td} là hai giá trị của R cho cùng giá trị công suất.

Lưu ý: Khi $|Z_L - Z_C| < R_0$ thì giá trị biến trở R < 0, khi đó giá trị biến trở làm cho công suất toàn mạch cực đại là R = 0.

d.Giá trị R làm cho công suất của R cực đại

Công suất của biến trở R là $P_R = R\,I^2 = R\dfrac{U^2}{(R+R_0)^2+(Z_L-Z_C)^2} = \dfrac{U^2}{\dfrac{(R+R_0)^2+(Z_L-Z_C)^2}{R}}$

Đặt mẫu thức của biểu thức trên là :

$$A = \frac{(R+R_0)^2+(Z_L-Z_C)^2}{R} = R + \frac{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2}{R} + 2R_0$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho *A* ta được:

$$A = R + \frac{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2}{R} + 2R_0 \ge 2\sqrt{R\frac{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2}{R}} + 2R_0 = 2\sqrt{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2} + 2R_0 = const$$

Ta thấy rằng P_{Rmax} khi A_{min} nghĩa là dấu " =" phải xảy ra, khi đó:

$$\boxed{R = \sqrt{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2}}$$

Công suất cực đại của biến trở R là: $\boxed{P_{R\max} = \dfrac{U^2}{2\sqrt{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2}+2R_0}}$

e.Giá trị R làm cho công suất cuộn dây cực đại, cường độ dòng điệncực đại, hiệu điện thế cuộn dây cực đại, hiệu điện thế tụ điện cực đại.

Ta có :

$$P_{dây} = R_0 I^2; U_d = I\sqrt{Z_L^2+R_0^2}; U_c = IZ_C$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R+R_0)^2+(Z_L-Z_C)^2}}$$

Vì R_0; Z_L; Z_C và U là các đại lượng không đổi nên muốn đạt giá trị cực đại thì chỉ cần cường độ dòng điện qua mạch cực đại. Từ biểu thức của dòng điện ta thấy rằng I_{max} khi giá trị của biến trở R = 0.

f. Khảo sát sự biến thiên của công suất vào giá trị của R

Để thấy rõ hơn sự phụ thuộc của công suất toàn mạch vào giá trị của biến trở R người ta thường dùng phương pháp khảo sát hàm số:

Ta có công suất toàn mạch theo biến thiên theo biến trở R cho bởi hàm số:

$$P = R_{td} I^2 = R_{td}\frac{U^2}{R_{td}^2+(Z_L-Z_C)^2}$$

$$R_{td} = R + R_0$$

Đạo hàm P theo biến số R_{td} ta có: $P'(R) = U^2\dfrac{(Z_L-Z_C)^2 - R_{td}^2}{(R_{td}^2+(Z_L-Z_C)^2)^2}$

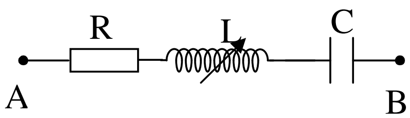
Khi $P'(R) = 0 \Rightarrow (Z_L-Z_C)^2 - R_{td}^2 = 0 \Rightarrow R_{td} = |Z_L - Z_C| \Rightarrow R = |Z_L-Z_C| - R_0$

Bảng biến thiên :

R	0	$\lvert Z_L-Z_C\rvert-R_0$	$+\infty$
P'(R)	+	0	-
P(R)	$P=R_0\dfrac{U^2}{R_0^2+(Z_L-Z_C)^2}$ ↗	$P_{\max}=\dfrac{U^2}{2\lvert Z_L-Z_C\rvert}$	↘

2. Sự thay đổi L trong mạch R-L-C mắc nối tiếp với cuộn dây thuần cảm.

Xét mạch điện xoay chiều có hiệu hiệu thế hai đầu ổn định : $u=U_0\cos(\omega t+\varphi_u)$



L là một cuộn dây thuần cảm có giá trị thay đổi R và C không đổi.

Có hai giá trị $L_1 \neq L_2$ cho cùng giá trị công suất

Vì có hai giá trị của cảm kháng cho cùng giá trị công suất nên:

$$P_1=P_2 \Leftrightarrow R\frac{U^2}{R^2+(Z_{L_1}-Z_C)^2}=R\frac{U^2}{R^2+(Z_{L_2}-Z_C)^2}$$

Khai triển biểu thức trên ta thu được : $(Z_{L_1}-Z_C)^2=(Z_{L_2}-Z_C)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} Z_{L_1}-Z_C=Z_{L_2}-Z_C \ (loại) \\ Z_{L_1}-Z_C=-(Z_{L_2}-Z_C) \ (nhận) \end{array}\right.$

Suy ra : $\boxed{Z_C=\dfrac{Z_{L_1}+Z_{L_2}}{2} \Leftrightarrow L_1+L_2=\dfrac{2}{\omega^2 C}}$

Khảo sát sự biến thiên của công suất theo cảm kháng Z_L

Ta có công suất toàn mạch là: $P=R\dfrac{U^2}{R^2+(Z_L-Z_C)^2}$, với R, C là các hằng số, nên công suất của mạch là một hàm số theo biến số Z_L

Đạo hàm của P theo biến số Z_L ta có:

$$P'(Z_L)=2RU^2\frac{Z_c-Z_L}{[R^2+(Z_L-Z_C)^2\}]^2} \Rightarrow P'(Z_L)=0 \text{ khi } Z_L=Z_C$$

Bảng biến thiên

Z_L	0	$Z_L=Z_C$	$+\infty$
$P'(Z_L)$	+	0	-
$P(Z_L)$	$P=R\dfrac{U^2}{R^2+{Z_C}^2}$ ↗	$P_{\max}=\dfrac{U^2}{R}$	↘ 0

3. Sự thay đổi ω trong mạch R-L-C mắc nối tiếp

a.Giá trị ω làm cho P_{max}

Ta có $P = RI^2 = R\dfrac{U^2}{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$, từ công thức này ta thấy rằng công suất của mạch đạt giá trị cực đại khi: $\boxed{\omega L - \dfrac{1}{\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$. Với $\boxed{P_{\max} = \dfrac{U^2}{R}}$

Khi đó Z_{min} = R và hiệu điện thế giửa hai đầu mạch và cường độ dòng điện qua mạch đồng pha nhau.

b.Có hai giá trị $\omega_1 \neq \omega_2$ cho cùng công suất và giá trị ω làm cho P_{max} tính theo ω_1 và ω_2:

Nếu có hai giá trị tần số khác nhau cho một giá trị công suất thì:

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow R\frac{U^2}{R^2 + (\omega_1 L - \dfrac{1}{\omega_1 C})^2} = R\frac{U^2}{R^2 + (\omega_2 L - \dfrac{1}{\omega_2 C})^2}$$

Biến đổi biểu thức trên ta thu được : $\begin{cases} \omega_1 L - \dfrac{1}{\omega_1 C} = \omega_2 L - \dfrac{1}{\omega_2 C} (1) \\ \omega_1 L - \dfrac{1}{\omega_1 C} = -(\omega_2 L - \dfrac{1}{\omega_2 C})(2) \end{cases}$

Vì $\omega_1 \neq \omega_2$ nên nghiệm (1) bị loại

Khai triển nghiệm (2) ta thu được : $\omega_1\omega_2 = \dfrac{1}{LC}$

Theo kết quả ta có : $\boxed{\omega_0^2 = \omega_1\omega_2 = \dfrac{1}{LC}}$ với ω_0 là giá trị cộng hưởng điện.

c.Khảo sát sự biến thiên công suất theo ω.

Ta có $P = RI^2 = R\dfrac{U^2}{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$

Việc khảo sát hàm số P theo biến số ω bằng việc lấy đạo hàm và lập bảng biến thiên rất khó khăn vì hàm số này tương đối phức tạp. Tuy nhiên, ta có thể thu được kết quả đó từ những nhận xét sau:

Khi ω = 0 thì $Z_C = \dfrac{1}{\omega C} \to \infty$ làm cho P = 0

Khi $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ thì mạch cộng hưởng làm cho công suất trên mạch cực đại

Khi $\omega \to \infty$ thì $Z_L = \omega L \to \infty$ làm cho P = 0

Từ những nhận xét đó ta dễ dàng thu được sự biến thiên và đồ thị :

ω	0	$\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$	+∞
P(ω)	0	$\dfrac{U^2}{R}$	0

MỜI CÁC BẠN THEO DÕI TIẾP TẬP 2
(Trong sách có sử dụng tư liệu của các bạn đồng nghiệp)