

**BÀI TOÁN VA CHẠM TRONG DAO ĐỘNG VÀ SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP BẢO TOÀN
NĂNG LƯỢNG ĐỂ GIẢI**
(Gửi em Phạm Thanh Toàn)

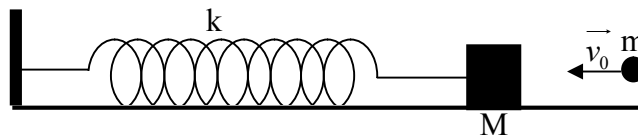
Bài 1:

Cơ hệ dao động như hình vẽ gồm một vật $M = 200g$ gắn vào lò xo có độ cứng k , khối lượng không đáng kể. Vật M có thể trượt không ma sát trên mặt ngang. Hệ ở trạng thái cân bằng người ta bắn một vật $m = 50g$ theo phương ngang với vận tốc $v_0 = 2(m/s)$ đến va chạm với M .

Sau va chạm, vật M dao động điều hoà, chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo là $28cm$ và $20cm$.

a) Tính chu kỳ dao động của M .

b) Tính độ cứng k của lò xo.



Lời Giải

a) Tìm chu kỳ dao động:

- áp dụng ĐLBTDL: $m \cdot \vec{v}_0 = m \cdot \vec{v} + M \cdot \vec{V}$; trong đó $\vec{v}; \vec{V}$ là vận tốc của m và M ngay sau va chạm.

$$\text{Phương trình vô hướng: } m \cdot v_0 = m \cdot v + M \cdot V \Leftrightarrow m \cdot (v_0 - v) = M \cdot V \Rightarrow v_0 - v = \frac{M}{m} \cdot V \quad (1)$$

- áp dụng ĐLBTCN:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 \Leftrightarrow m \cdot (v_0^2 - v^2) = M \cdot V^2 \Rightarrow (v_0^2 - v^2) = \frac{M}{m} \cdot V^2 \quad (2)$$

Lấy (2) chia cho (1) ta có: $v_0 + v = V$

(3)

Lấy (1) cộng (3), ta có: $2 \cdot v_0 = \frac{M + m}{m} \cdot V \Rightarrow V = \frac{2 \cdot m \cdot v_0}{M + m} = 0,8(m/s)$.

Mặt khác ta có: $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = 4cm$.

Vận tốc của M ngay sau va chạm là vận tốc cực đại trong dao động của vật M , ta có

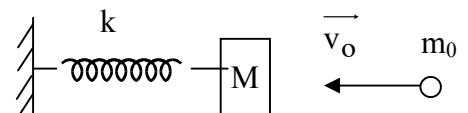
$$V = \omega \cdot A = \frac{2\pi}{T} \cdot A \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot A}{V} = \frac{2\pi \cdot 4}{80} \approx 0,314(s).$$

b) Tìm độ cứng k của lò xo: $\omega^2 = \frac{k}{M} \Rightarrow k = M \cdot \omega^2 = M \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} = 80(N/m)$.

Bài 2:

Cho 1 hệ dao động như hình vẽ, khối lượng lò xo không đáng kể.

$k = 50N/m$, $M = 200g$, có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang.



1) Kéo m ra khỏi VTCB 1 đoạn $a = 4cm$ rồi buông nhẹ. Tính V_{TB} của M sau khi nó đi quãng đường $2cm$.

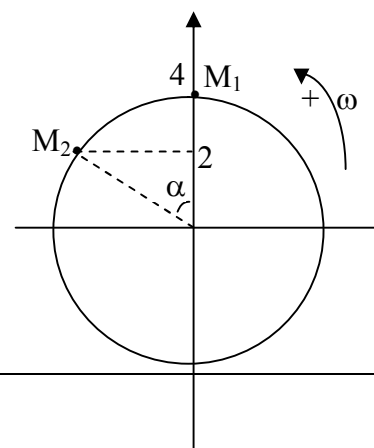
2) Giả sử M đang dao động như câu trên thì có 1 vật $m_0 = 50g$ bắn vào M theo phương ngang với vận tốc \vec{v}_0 . Giả thiết va chạm là không đàn hồi và xảy ra tại thời điểm lò xo có độ dài lớn nhất. Tìm độ lớn \vec{v}_0 , biết rằng sau khi va chạm m_0 gắn chặt vào M và cùng dao động điều hoà với $A' = 4\sqrt{2} cm$.

Lời giải

1 - Tính vận tốc TB

Một dđdh có thể coi là hình chiếu của chuyển động tròn đều của 1 chất điểm như hình vẽ. Khoảng thời gian vật đi từ $x = 4$ đến $x = 2$ (cm) bằng khoảng thời gian vật chuyển động tròn đều theo cung M_1M_2

$$t = \frac{a}{\omega} = \frac{\pi}{3\omega} \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0,2}} = 5\pi \text{ (Rad/s)}$$



$$\rightarrow t = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{5\pi} = \frac{1}{15} \text{ (s)} \quad V_{TB} = \frac{S}{t} = 30 \text{ cm/s}$$

2 - Theo câu 1, M có li độ $x_0 = a = 4 \text{ cm}$ thì lúc đó lò xo có chiều dài lớn nhất

+ Ngay sau va chạm, hệ $(M + m_0)$ có vận tốc v

$$\text{ĐLBT động lượng: } (M + m_0) v = m_0 \cdot v_0 \quad (1)$$

+ Sau va chạm hệ dđđh với biên độ $A' = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ và tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M + m_0}} = \sqrt{\frac{50}{0,2 + 0,05}} = 10\sqrt{2} \text{ (Rad/s)}$$

$$\text{Lại có } v = \omega' \sqrt{(A')^2 - x_0^2} = 40\sqrt{2} \text{ (m/s)}$$

$$\text{Từ (1) } |v_0| = \frac{(M + m_0)|v|}{m} = \frac{(0,2 + 0,05) \cdot 40\sqrt{2}}{0,05} = 200\sqrt{2} \text{ (cm/s)}$$

Bài 3:

Một cái đĩa khối lượng $M = 900 \text{ g}$ đặt trên lò xo có độ cứng $k = 25 \text{ (N/m)}$. Một vật nhỏ $m = 100 \text{ g}$ rơi không vận tốc ban đầu từ độ cao $h = 20 \text{ (cm)}$ (so với đĩa) xuống đĩa và dính vào đĩa. Sau va chạm hệ hai vật dao động điều hòa.

- Viết phương trình dao động của hệ hai vật, chọn gốc tọa độ là VTCB của hệ vật, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm. Lấy $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$.
- Tính các thời điểm mà động năng của hai vật bằng ba lần thế năng của lò xo.
- Lấy gốc tính thế năng của lò xo là VTCB của hai vật.

Lời Giải

- Chọn mặt phẳng đi qua đĩa làm mốc tính thế năng, ta có:

Gọi v_0 là vận tốc của m ngay trước va chạm, áp dụng ĐLBTCN, ta được

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 2 \text{ (m/s)}$$

Do va chạm là va chạm mềm nên ngay sau khi va chạm cả hệ chuyển động với vận tốc v ;

$$\text{áp dụng ĐLBTDL, ta có: } m \cdot v_0 = (M + m) \cdot v \Rightarrow v = \frac{m \cdot v_0}{M + m} = 20 \text{ (cm/s)}.$$

$$\text{Khi hệ ở VTCB, hệ nén thêm một đoạn là: } m \cdot g = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} = 4 \text{ (cm)}$$

$$\text{Phương trình có dạng: } x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi); \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{k}{M + m}} = 5 \text{ (rad/s)}$$

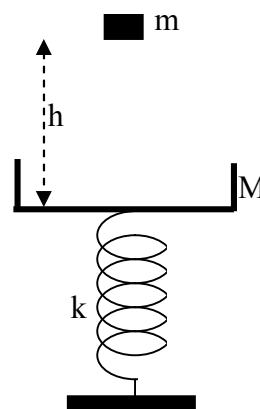
$$\text{ở thời điểm ban đầu, } t = 0 \Rightarrow \begin{aligned} x_0 &= A \cdot \sin \varphi = -4 \text{ cm} \\ v_0 &= A \cdot \omega \cdot \cos \varphi = 20 \text{ cm/s} \end{aligned} \Leftrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}; A = 4\sqrt{2} \text{ cm}.$$

$$\Rightarrow x = 4\sqrt{2} \cdot \sin(5t - \frac{\pi}{4}) \text{ cm}$$

Nếu viết phương trình theo hàm cosin ta có: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

$$\text{ở thời điểm ban đầu, } t = 0 \Rightarrow \begin{aligned} x_0 &= A \cdot \cos \varphi = -4 \text{ cm} \\ v_0 &= A \cdot \omega \cdot \sin \varphi = 20 \text{ cm/s} \end{aligned} \Leftrightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}; A = 4\sqrt{2} \text{ cm}.$$

$$\Rightarrow x = 4\sqrt{2} \cdot \cos(5t + \frac{3\pi}{4}) \text{ cm}$$



2. Tìm các thời điểm mà $E_d = 3E_t$: Ta có $E = E_d + E_t = \frac{1}{2}k.A^2$ mà $E_d = 3.E_t$ nên thay vào ta có: $4E_t = E$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2}k.x^2 = \frac{1}{2}k.A^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{2} \cdot \cos(5t + \frac{3\pi}{4}) = \pm \frac{4\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos(5t + \frac{3\pi}{4}) = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi } \cos(5t + \frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 5t + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + n.2\pi \\ 5t + \frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + n.2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-5\pi}{60} + \frac{2}{5}n.\pi \\ t = \frac{-13\pi}{60} + \frac{2}{5}n.\pi \end{cases} \text{ với } \begin{cases} n = 1, 2, 3, 4, \dots \\ n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \end{cases}$$

$$\text{Khi } \cos(5t + \frac{3\pi}{4}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 5t + \frac{3\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + n.2\pi \\ 5t + \frac{3\pi}{4} = -\frac{2\pi}{3} + n.2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-\pi}{60} + \frac{2}{5}n.\pi \\ t = \frac{-17\pi}{60} + \frac{2}{5}n.\pi \end{cases} \text{ với } \begin{cases} n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \\ n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \end{cases}$$

Bài 4:

Một cái đĩa nằm ngang, có khối lượng $M = 200g$, được gắn vào đầu trên của một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 20(N/m)$. Đầu dưới của lò xo được giữ cố định. Đĩa có thể chuyển động theo phương thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản của không khí.

1. Ban đầu đĩa ở VTCB. ấn đĩa xuống một đoạn $A = 4cm$ rồi thả cho đĩa dao động tự do. Hãy viết phương trình dao động (Lấy trục tọa độ hướng lên trên, gốc tọa độ là VTCB của đĩa, gốc thời gian là lúc thả).

2. Đĩa đang nằm ở VTCB, người ta thả một vật có khối lượng $m = 100g$, từ độ cao $h = 7,5cm$ so với mặt đĩa. Va chạm giữa vật và đĩa là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm đầu tiên vật nảy lên và được giữ không cho rơi xuống đĩa nữa.

Lấy $g = 10(m/s^2)$

- Tính tần số góc dao động của đĩa.
- Tính biên độ A' dao động của đĩa.
- Viết phương trình dao động của đĩa.

Lời Giải

1. Phương trình dao động có dạng: $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. Trong đó: $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10(rad/s)$;

theo điều kiện ban đầu ta có: $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A \cdot \cos \varphi = -4cm \\ v_0 = A \cdot \omega \cdot \sin \varphi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{-4}{A} < 0 \\ \sin \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \pi; A = 4cm$. Vậy

ta được $x = 4 \cdot \cos(10t + \pi) = -4 \cos(10t)cm$.

2. Gọi v là vận tốc của m trước va chạm; v_1 , V là vận tốc của m và M sau va chạm.

Coi hệ là kín, áp dụng ĐLBTDL ta có: $\vec{p}_t = \vec{p}_s \Leftrightarrow m \cdot \vec{v} = m \cdot \vec{v}_1 + M \cdot \vec{V}$. chiếu lên ta được:

$$-m \cdot v = m \cdot v_1 - M \cdot V \Leftrightarrow m \cdot (v + v_1) = M \cdot V \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác ta có: áp dụng ĐLBTCN: } m \cdot g \cdot h = m \cdot \frac{v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad (2)$$

$$\text{Do va chạm là tuyệt đối đàn hồi nên: } \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{M \cdot V^2}{2} \quad (3)$$

Giải hệ (1), (2), (3), ta có: $v \approx 1,2(m/s)$ và $V = 0,8(m/s)$

áp dụng ĐLBTCN trong dao động điều hoà: $E = E_d + E_t$ ($E_t = 0$) nên $E = E_d$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}k \cdot A'^2 = \frac{1}{2}M \cdot V^2 \Rightarrow A' = 0,082m = 8,2cm$$

1. Phương trình dao động của đĩa có dạng: $x = A' \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

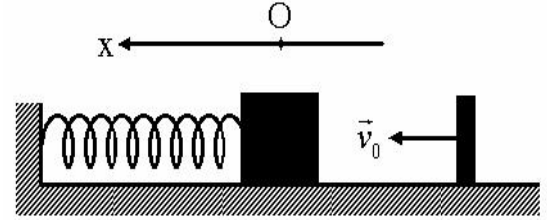
trong đó $\omega = 10(rad/s)$; $A' = 8,2cm$.

$$\text{Tại thời điểm ban đầu } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 = A' \cdot \cos \varphi \\ v_0 = -V = -A' \omega \cdot \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\ A' = 8,2 \text{ cm} \end{cases}$$

Vậy phương trình của đĩa là : $x = 8,2 \cdot \cos(10t + \frac{\pi}{2}) \text{ cm}$.

Bài 5:

Cho một hệ dao động như hình vẽ bên. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng $k = 30 \text{ (N/m)}$. Vật $M = 200 \text{ (g)}$ có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 100 \text{ (g)}$ bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 3 \text{ (m/s)}$. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà. Xác định vận tốc của hệ ngay sau va chạm. Viết phương trình dao động của hệ. Chọn trục toạ độ Ox trùng với phương dao động, gốc toạ độ O là vị trí cân bằng, chiều dương của trục cùng chiều với chiều của \vec{v}_0 . Gốc thời gian là lúc va chạm.



Giải

+ Va chạm mềm:

$$mv_0 = (m + M)V \Rightarrow \text{Vận tốc của hệ ngay sau va chạm : } V = \frac{1}{1 + \frac{M}{m}} v_0 = 1 \text{ (m/s)} = 100 \text{ (cm/s)}$$

$$+ \text{ Tần số góc của hệ dao động điều hoà: } \omega = \sqrt{\frac{k}{M + m}} = \sqrt{\frac{30}{0,2 + 0,1}} = 10 \text{ (rad/s)}.$$

$$+ \text{ Phương trình dao động có dạng: } x = A \sin(10t + \varphi), \text{ vận tốc: } v = 10A \cos(10t + \varphi).$$

$$+ \text{ Thay vào điều kiện đầu: } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x|_{t=0} = 0 \\ v|_{t=0} = 100 \text{ (cm/s)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \sin \varphi = 0 \\ 10A \cos \varphi = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 10 \text{ (cm)} \\ \varphi = 0 \end{cases}$$

$$+ \text{ Vậy phương trình dao động là: } x = 10 \sin 10t \text{ (cm)}.$$

$$\text{ĐS: } V = 100 \text{ (cm/s)}, x = 10 \sin 10t \text{ (cm)}.$$

Bài 6: Một con lắc lò xo, gồm lò xo có khối lượng không đáng kể và có độ cứng $k = 50 \text{ (N/m)}$, vật M có khối lượng 200 (g) , dao động điều hoà trên mặt phẳng nằm ngang với biên độ $A_0 = 4 \text{ (cm)}$. . Giả sử M đang dao động thì có một



vật m có khối lượng 50 (g) bắn vào M theo phương ngang với vận tốc $v_0 = 2\sqrt{2} \text{ (m/s)}$, giả thiết là va chạm không đàn hồi và xảy ra tại thời điểm lò xo có độ dài lớn nhất. Sau va chạm hai vật gắn chặt vào nhau và cùng dao động điều hoà.

1) Tính động năng và thế năng của hệ dao động tại thời điểm ngay sau va chạm.

2) Tính cơ năng dao động của hệ sau va chạm, từ đó suy ra biên độ dao động của hệ.

Giải;

+ Vì va chạm xảy ra tại thời điểm lò xo có độ dài lớn nhất nên vận tốc của M ngay trước lúc va chạm bằng không. Gọi V là vận tốc của hệ $(M + m)$ ngay sau va chạm. Sử dụng định luật bảo toàn động

$$\text{lượng, ta có: } mv_0 = (M + m)V \Rightarrow V = \frac{1}{1 + \frac{M}{m}} v_0 = \frac{1}{1 + \frac{0,2}{0,05}} \cdot 2\sqrt{2} = 0,4\sqrt{2} \text{ (m/s)}$$

1) Động năng của hệ ngay sau va chạm: $E_d = \frac{(M+m)V^2}{2} = \frac{(0,2+0,05)(0,4\sqrt{2})^2}{2} = 0,04 (J)$

+ Tại thời điểm đó vật có li độ $x = A_0 = 4 (cm) = 0,04 (m)$ nên thế năng đàn hồi:

$$E_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{50 \cdot 0,04^2}{2} = 0,04 (J)$$

2) Cơ năng dao động của hệ sau va chạm: $E = E_d + E_t = 0,08 (J)$

+ Mặt khác: $E = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,08}{50}} = 0,04\sqrt{2} (m) = 4\sqrt{2} (cm)$

ĐS: 1) $E_t = E_d = 0,04 (J)$; 2) $E = 0,08 (J)$; $A = 4\sqrt{2} (cm)$

Bài 7: Một con lắc lò xo, gồm lò xo, có độ cứng $k = 50 (N/m)$ và vật nặng $M = 500 (g)$ dao động điều hoà với biên độ A_0 dọc theo trục Ox trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang dao động thì một vật $m = \frac{500}{3} (g)$ bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 1 (m/s)$. Giả thiết va chạm là hoàn toàn đàn hồi và xảy ra vào thời điểm lò xo có chiều dài nhỏ nhất. Sau khi va chạm vật M dao động điều hoà làm cho lò xo có chiều dài cực đại và cực tiểu lần lượt là $l_{\max} = 100 (cm)$ và $l_{\min} = 80 (cm)$. Cho $g = 10 (m/s^2)$.

1) Tìm vận tốc của các vật ngay sau va chạm.

2) Xác định biên độ dao động trước va chạm.

Giải

1) Vào thời điểm va chạm lò xo có chiều dài nhỏ nhất nên vận tốc của vật M ngay trước va chạm bằng không. Gọi V, v lần lượt là vận tốc của vật M và m ngay sau va chạm. Vì va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên sử dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng, ta có:

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \frac{2}{1 + \frac{M}{m}} v_0 = \frac{2}{1+3} \cdot 1 = 0,5 (m/s) \\ v = \frac{1 - \frac{M}{m}}{1 + \frac{M}{m}} v_0 = \frac{1-3}{1+3} \cdot 1 = -0,5 (m/s) \end{cases}$$

2) Tại thời điểm ngay sau va chạm vật dao động có li độ và vận tốc lần lượt là $x = +A_0, V = 3 (m/s)$

nên thế năng đàn hồi và động năng lúc đó là:
$$\begin{cases} E_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{50 \cdot A_0^2}{2} = 25 \cdot A_0^2 \\ E_d = \frac{MV^2}{2} = \frac{0,5 \cdot 0,5^2}{2} = 0,0625 (J) \end{cases}$$

+ Biên độ dao động điều hoà sau va chạm $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{100 - 80}{2} = 10 (cm) = 0,1 (m)$ nên cơ năng

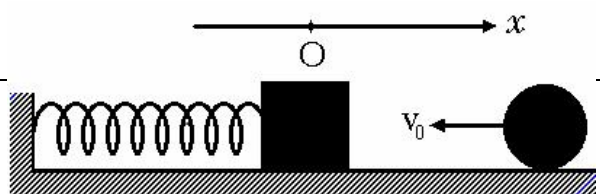
dao động: $E = \frac{kA^2}{2} = \frac{50 \cdot 0,1^2}{2} = 0,25 (J)$.

+ Mà $E_t + E_d = E \Leftrightarrow 25 \cdot A_0^2 + 0,0625 = 0,25 \Rightarrow A_0^2 = \frac{0,1875}{25} \Rightarrow A_0 = 0,05\sqrt{3} (m) = 5\sqrt{3} (cm)$

ĐS: 1) $V = 0,5 (m/s); v = -0,5 (m/s)$; 2) $A_0 = 5\sqrt{3} (cm)$

Bài 8: Cho một hệ dao động như hình vẽ bên. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng chưa biết. Vật

Mr. Trương Đình Hợp – 0982.279.353 – 0463.283.237



$M = 400 \text{ (g)}$ có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 100 \text{ (g)}$ bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 3,625 \text{ (m/s)}$. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật M dao động điều hoà. Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là $l_{\max} = 109 \text{ (cm)}$ và $l_{\min} = 80 \text{ (cm)}$.

1. Tìm chu kỳ dao động của vật M và độ cứng k của lò xo.

2. Đặt một vật $m_0 = 225 \text{ (g)}$ lên trên vật M , hệ gồm 2 vật $(m_0 + M)$ đang đứng yên. Vẫn dùng vật $m = 100 \text{ (g)}$ bắn vào với cùng vận tốc $v_0 = 3,625 \text{ (m/s)}$, va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm ta thấy cả hai vật cùng dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của hệ $(m_0 + M)$. Chọn trục Ox như hình vẽ, gốc tọa độ ở vị trí cân bằng và gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm.

3. Cho biết hệ số ma sát giữa m_0 và M là $0,4$. Hỏi vận tốc v_0 của vật m phải nhỏ hơn một giá trị bằng bao nhiêu để vật m_0 vẫn đứng yên (không bị trượt) trên vật M trong khi hệ dao động. Cho $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Giải

1. Biên độ dao động $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{109 - 80}{2} = 14,5 \text{ (cm)}$

+ Vì va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên vận tốc của M sau va chạm tính theo công thức:

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ mv_0^2 = mv^2 + MV^2 \end{cases} \Rightarrow V = \frac{2}{1 + \frac{M}{m}} v_0 = \frac{2}{1 + 4} 3,625 = 1,45 \text{ (m/s)} = 145 \text{ (cm/s)} \text{ (đây chính là vận tốc}$$

cực đại của dao động điều hoà).

+ Sau va chạm vật dao động điều hoà theo phương trình li độ $x = A \sin(\omega t + \varphi)$, và phương trình vận tốc: $v = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$

+ Vận tốc cực đại của dao động điều hoà: $v_{\max} = \omega A = V \Rightarrow \omega = \frac{V}{A} = \frac{145 \text{ (cm/s)}}{14,5 \text{ (cm)}} = 10 \text{ (rad/s)}$.

+ Chu kỳ dao động: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5} \approx 0,628 \text{ (s)}$.

+ Độ cứng của lò xo: $k = M \cdot \omega^2 = 0,4 \cdot 10^2 = 40 \text{ (N/m)}$.

2. Tương tự câu 1) vận tốc của hệ $(m_0 + M)$ ngay sau va chạm tính theo công thức:

$$V' = \frac{2}{1 + \frac{(M + m_0)}{m}} v_0 = \frac{2}{1 + \frac{0,625}{0,1}} 7,25 = 2 \text{ (m/s)} = 200 \text{ (cm/s)} \text{ (đây chính là vận tốc cực đại của dao}$$

động điều hoà).

+ Tần số góc của dao động: $\omega = \sqrt{\frac{k}{M + m_0}} = \sqrt{\frac{40}{0,4 + 0,225}} = 8 \text{ (rad/s)}$.

+ Phương trình dao động có dạng: $x = A \sin(8t + \varphi)$, vận tốc: $v = 8A \cos(8t + \varphi)$.

+ Vận tốc cực đại của dao động điều hoà: $v_{\max} = \omega A = V' \Rightarrow A = \frac{V'}{\omega} = \frac{200 \text{ (cm/s)}}{8 \text{ (cm)}} = 25 \text{ (cm)}$

+ Pha ban đầu được xác định từ điều kiện đầu:

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x|_{t=0} = 0 \\ v|_{t=0} = -200 \text{ (cm/s)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi = 0 \\ \cos \varphi = -1 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \pi$$

+ Vậy phương trình dao động là: $x = 25 \sin(8t + \pi) (cm)$.

3. Dùng vật m bắn vào hệ $(m_0 + M)$ với vận tốc v_0 , va chạm là hoàn toàn đàn hồi thì vận tốc của hệ $(m_0 + M)$ ngay sau va chạm là: $V' = \frac{2}{1 + \frac{(M + m_0)}{m}} v_0 = \frac{2}{1 + 6,25} v_0 = \frac{8v_0}{29} (m/s)$ (đây chính là vận tốc

cực đại của dao động điều hoà: $v_{\max} = A\omega = V' \Rightarrow A = \frac{V'}{\omega} = \frac{v_0}{29}$).

+ Vậy phương trình dao động điều hoà có dạng: $x = \frac{v_0}{29} \sin(8t + \varphi)$, và gia tốc của hệ là:

$$a = x'' = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\frac{64v_0}{29} \sin(8t + \varphi). \text{ Do đó gia tốc cực đại: } a_{\max} = \frac{64v_0}{29}.$$

+ Vật m_0 đặt trên vật M chuyển động với gia tốc a , nên nó chịu tác dụng lực có độ lớn:

$$F_{qt} = |m_0 a| \Rightarrow F_{qt \max} = \frac{64m_0 v_0}{29}.$$

+ Để vật m_0 luôn đứng yên trên M thì lực ma sát trượt $F_{ms} = \mu m_0 g$ lớn hơn hoặc bằng lực cực đại, tức là: $\mu m_0 g \geq m_0 a_{\max} \Rightarrow \mu g \geq a_{\max} \Rightarrow 0,8 \cdot 10 \geq \frac{64v_0}{29} \Rightarrow v_0 \leq \frac{29}{8} = 3,625 (m/s)$.

+ Vậy để vật m_0 đứng yên (không bị trượt) trên vật M trong khi hệ dao động thì vận tốc v_0 của vật m phải thỏa mãn: $0 \leq v_0 \leq \frac{29}{8} = 3,625 (m/s)$.

$$\text{ĐS: 1) } T = \frac{\pi}{5} \approx 0,628 (s); k = 40 (N/m); 2) x = 25 \sin(8t + \pi) (cm); 3) 0 \leq v_0 \leq \frac{29}{8} = 3,625 (m/s)$$

Bài 9: Một vật nặng có khối lượng $M = 600 (g)$, được đặt phía trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 200 (N/m)$ như hình vẽ. Khi đang ở vị trí cân bằng, thả vật $m = 200 (g)$ từ độ cao $h = 6 (cm)$ so với M . Coi va chạm là hoàn toàn mềm, lấy $g = 10 (m/s^2)$, $\pi^2 = 10$.

1) Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.

2) Sau va chạm hai vật cùng dao động điều hoà.

Giải:

1) Vận tốc của vật m ngay trước lúc va chạm:

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,06} = 0,2\pi\sqrt{3} (m/s)$$

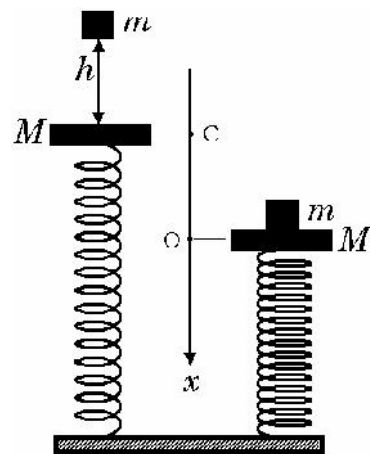
$$v_0 = 20\pi\sqrt{3} (cm/s) \text{ (hướng xuống dưới).}$$

+ Hệ $(M + m)$ lúc va chạm có thể coi là hệ kín, theo định luật bảo toàn động lượng (theo giả thiết va chạm hoàn toàn mềm): $mv_0 = (m + M)V$. Suy ra, vận tốc của hai vật ngay sau va chạm:

$$V = \frac{1}{1 + \frac{M}{m}} v_0 = 5\pi\sqrt{3} (cm/s) \text{ (hướng xuống dưới).}$$

$$2) \text{ Tại VTCB cũ của } M, \text{ lò xo nén một đoạn: } \Delta l = \frac{Mg}{k} = \frac{0,6 \cdot 10}{200} = 0,03 (m) = 3 (cm)$$

+ Tại VTCB mới của hệ sau va chạm, lò xo nén một đoạn:



$$\Delta \ell' = \frac{(m+M)g}{k} = \frac{0,8 \cdot 10}{200} = 0,04 \text{ (m)} = 4 \text{ (cm)}.$$

+ Suy ra: $OC = \Delta \ell' - \Delta \ell = 4 - 3 = 1 \text{ (cm)}$

+ Chọn hệ toạ độ Ox như *hình vẽ*, gốc O trùng với vị trí cân bằng mới của hệ $(M+m)$ sau va chạm. Do đó, ngay sau va chạm hệ có toạ độ và vận tốc lần lượt là:

$$x_1 = -1 \text{ (cm)}, v_1 = V = +5\pi\sqrt{3} \text{ (cm/s)}.$$

+ Sau va chạm hệ dao động điều hoà xung quanh VTCB mới O với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{(M+m)}} = \sqrt{\frac{200}{0,6+0,2}} = 5\pi \text{ (rad/s)}.$$

+ Biên độ dao động: $A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{(-1)^2 + \frac{(5\pi\sqrt{3})^2}{(5\pi)^2}} = 2 \text{ (cm)}$

ĐS: 1) $v_0 = 20\pi\sqrt{3} \text{ (m/s)}, V = 5\pi\sqrt{3} \text{ (cm/s)}, 2) A = 2 \text{ (cm)}$

Bài 10: Con lắc lò xo gồm vật nặng $M = 300 \text{ (g)}$, lò xo có độ cứng $k = 200 \text{ (N/m)}$ lồng vào một trục thẳng đứng như *hình vẽ*. Khi đang ở vị trí cân bằng, thả vật $m = 200 \text{ (g)}$ từ độ cao $h = 3,75 \text{ (cm)}$ so với M . Coi ma sát không đáng kể, lấy $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$, va chạm là hoàn toàn mềm.

1. Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.

2. Sau va chạm hai vật cùng dao động điều hoà. Lấy $t = 0$ là lúc ngay sau va chạm. Viết phương trình dao động của hai vật trong hệ toạ độ O'X như *hình vẽ*, gốc O' trùng với vị trí cân bằng mới C của hệ $(M+m)$ sau va chạm.

3. Viết phương trình dao động của hai vật trong hệ toạ độ ox như *hình vẽ*, gốc O là vị trí cân bằng cũ của M trước va chạm. Gốc thời gian như cũ.

Giải:

1) Vận tốc của vật m ngay trước lúc va chạm:

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3,75 \cdot 10^{-2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (m/s)} \text{ (hướng xuống dưới). Hệ}$$

$(M+m)$ lúc va chạm có thể coi là hệ kín, theo định luật bảo toàn động lượng (theo giả thiết va chạm hoàn toàn mềm): $mv_0 = (m+M)V$. Suy ra, vận tốc của hai vật ngay sau va chạm:

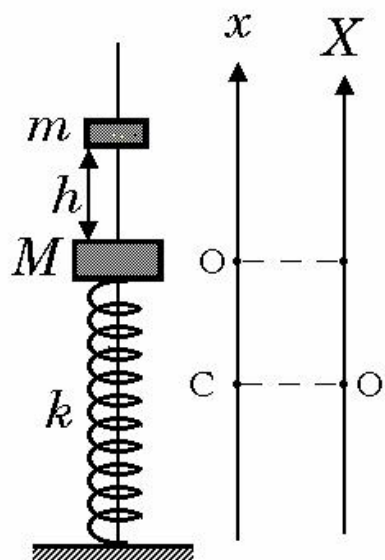
$$V = \frac{1}{1 + \frac{M}{m}} v_0 = \frac{\sqrt{3}}{5} \text{ (m/s)} = 20\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \text{ (hướng xuống dưới)}.$$

2) Tại VTCB cũ của M (vị trí O), lò xo nén một đoạn: $\Delta \ell_0 = \frac{Mg}{k} = \frac{0,3 \cdot 10}{200} = 0,015 \text{ (m)} = 1,5 \text{ (cm)}$

+ Tại VTCB mới C của hệ sau va chạm, lò xo nén một đoạn:

$$\Delta \ell = \frac{(m+M)g}{k} = \frac{0,5 \cdot 10}{200} = 0,025 \text{ (m)} = 2,5 \text{ (cm)}.$$

+ Suy ra: $OC = \Delta \ell - \Delta \ell_0 = 2,5 - 1,5 = 1 \text{ (cm)}$, do đó $X = x + 1 \text{ (cm)}$ (1)



+ Sau va chạm hệ dao động điều hoà xung quanh VTCB mới $C \equiv O'$ với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{(M+m)}} = \sqrt{\frac{200}{0,3+0,2}} = 20 \text{ (rad/s)}.$$

+ Phương trình dao động: $X = A \sin(20t + \varphi)$, vận tốc: $V = X' = 20A \cos(20t + \varphi)$

+ Chọn $t = 0$ lúc va chạm, nên:
$$\begin{cases} X|_{t=0} = OC = 1 \text{ (cm)} \\ V|_{t=0} = -20\sqrt{3} \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A \sin \varphi = 1 \\ 20A \cos \varphi = -20\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{\sin \varphi} > 0 \\ \tan \varphi = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \text{ (cm)} \\ \varphi = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

+ Suy ra, li độ của vật trong hệ toạ độ $O'X$ là: $X = 2 \sin\left(20t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$.

3) Theo (1) ta có phương trình dao động của vật trong hệ toạ độ Ox là:

$$x = X - 1, \text{ hay } x = 2 \sin\left(20t + \frac{5\pi}{6}\right) - 1 \text{ (cm)}.$$

$$\text{ĐS: 1) } v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (m/s)}, V = 20\sqrt{3} \text{ (cm/s)}, 2) X = 2 \sin\left(20t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (cm)},$$

$$3) x = 2 \sin\left(20t + \frac{5\pi}{6}\right) - 1 \text{ (cm)}$$

Bài 11: Một quả cầu khối lượng $M = 2 \text{ (kg)}$, gắn trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 400 \text{ (N/m)}$. Một vật nhỏ $m = 0,4 \text{ (kg)}$ rơi tự do từ độ cao $h = 1,8 \text{ (m)}$ xuống va chạm đàn hồi với M (xem hình vẽ). Sau va chạm vật M dao động điều hoà. Lấy $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

- Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm và vận tốc của các vật ngay sau va chạm.
- Viết phương trình dao động của vật M , chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng thẳng đứng trên xuống, gốc thời gian là lúc ngay sau va chạm.

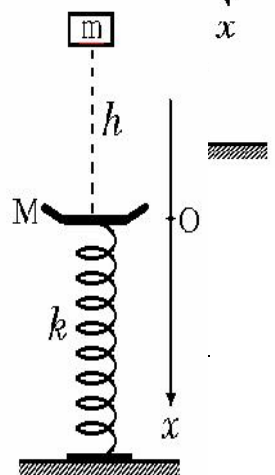
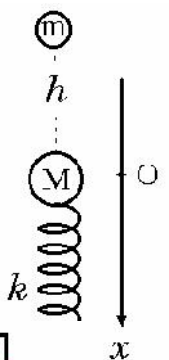
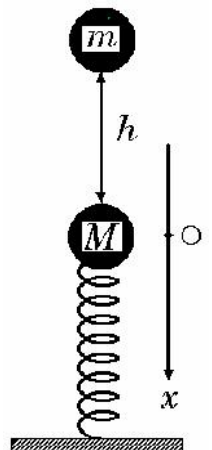
$$\text{ĐS: a) } v_0 = 6 \text{ (m/s)}; V = 2 \text{ (m/s)}; v = -4 \text{ (m/s)}; \text{ b) } x = 10 \sin 20t \text{ (cm)}$$

Bài 12: Một quả cầu khối lượng $M = 200 \text{ (g)}$, gắn trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 20 \text{ (N/m)}$. Một vật nhỏ $m = 100 \text{ (g)}$ rơi tự do từ độ cao $h = 45 \text{ (cm)}$ xuống va chạm đàn hồi với M (xem hình vẽ). Sau va chạm vật M dao động điều hoà. Lấy $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

- Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm.
- Tính vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.
- Viết phương trình dao động của vật M , chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng thẳng đứng trên xuống, gốc thời gian là lúc ngay sau va chạm. Giả sử M_d không bị nhấc lên trong khi M dao động. Gốc thời gian là lúc va chạm.
- Khối lượng M_d phải thoả mãn điều kiện gì để nó không bị nhấc lên trong khi M dao động.

$$\text{ĐS: a) } v_0 = 3 \text{ (m/s)}; \text{ b) } V = 2 \text{ (m/s)}; \text{ c) } x = 20 \sin 10t \text{ (cm)}; \text{ d) } M_d \geq 200 \text{ (g)}$$

Bài 13: Một cái đĩa khối lượng $M = 900 \text{ (g)}$, đặt trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 25 \text{ (N/m)}$. Một vật nhỏ $m = 100 \text{ (g)}$ rơi xuống vận tốc ban đầu từ độ cao

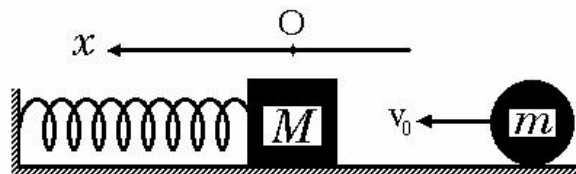


$h = 20 \text{ (cm)}$ (so với đĩa) xuống đĩa rồi dính vào đĩa (hình vẽ). Sau va chạm hai vật dao động điều hoà.

- Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.
- Vị trí cân bằng mới cách vị trí cân bằng cũ một khoảng bao nhiêu?
- Viết phương trình dao động của hai vật, chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của hai vật, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm. Cho $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

$$\text{ĐS: a) } v_0 = 2 \text{ (m/s)}, V = 0,2 \text{ (m/s)}, \text{ b) } 4 \text{ (cm)}, \text{ c) } x = 4\sqrt{2} \sin\left(5t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$$

Bài 14: Cho một hệ dao động như hình vẽ. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng k . Vật $M = 400 \text{ (g)}$ có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 100 \text{ (g)}$ bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 1 \text{ (m/s)}$. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật M dao động điều hoà. Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là 28 (cm) và 20 (cm) .



- Tìm chu kỳ dao động của vật M và độ cứng k của lò xo.
- Đặt một vật $m_0 = 100 \text{ (g)}$ lên trên vật M , hệ gồm hai vật $(m_0 + M)$ đang đứng yên. Vẫn dùng vật m bắn vào với cùng vận tốc $v_0 = 1 \text{ (m/s)}$, va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm ta thấy cả hai vật cùng dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của hệ $(m_0 + M)$. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều dương của trục cùng chiều với \vec{v}_0 và gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm.
- Cho biết hệ số ma sát giữa m_0 và M là $0,4$. Hỏi vận tốc v_0 của vật m phải nhỏ hơn một giá trị bằng bao nhiêu để vật m_0 vẫn đứng yên (không bị trượt) trên vật M trong khi hệ dao động. Cho $g = 10 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

$$\text{ĐS: 1) } T = \frac{\pi}{5} \text{ (s)}, k = 40 \text{ (N/m)}, \text{ 2) } x = 3,73 \sin 8,94t \text{ (cm)}, \text{ 3) } v_0 \leq 1,34 \text{ (m/s)}$$