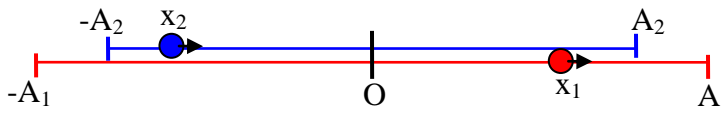


SỰ GẶP NHAU CỦA HAI VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ CÙNG TẦN SỐ, KHÁC BIÊN ĐỘ

Tình huống đặt ra như sau.

Có hai vật dao động điều hoà trên hai đường thẳng song song, sát nhau, với cùng một chu kì. Vị trí cân bằng của chúng sát nhau. Biên độ dao động tương ứng của chúng là A_1 và A_2 (Giả sử $A_1 > A_2$). Tại thời điểm $t = 0$, chất điểm thứ nhất có li độ x_1 chuyển động theo chiều dương, chất điểm thứ hai có li độ x_2 chuyển động theo chiều dương.



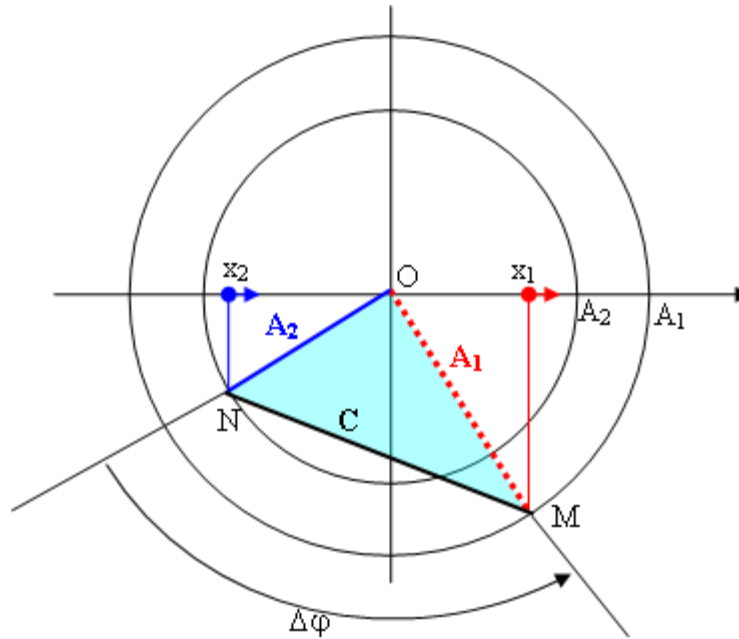
1. Hỏi sau bao lâu thì hai chất điểm gặp nhau? Chúng gặp nhau tại li độ nào?
2. Với điều kiện nào thì khi gặp nhau, hai vật chuyển động cùng chiều? ngược chiều? Tại biên?

Yêu cầu 1:

Xác định li độ gặp nhau.

Xác định thời điểm đầu tiên hai chất điểm gặp nhau.

Để giải quyết yêu cầu này, chúng ta cũng phải dựa vào mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều.



Hình 1.

Trên hình 1: Tại thời điểm $t = 0$, các bạn cần phải xác định được góc tạo bởi các bán kính của các đường tròn với trục hoành. Từ đó thì suy ra được độ lệch pha $\Delta\varphi$ của hai dao động.

Biết độ lệch pha $\Delta\varphi$, các biên độ A_1, A_2 , ta dựa vào định lý hàm số cos trong tam giác OMN ta tính được cạnh $MN = C$.

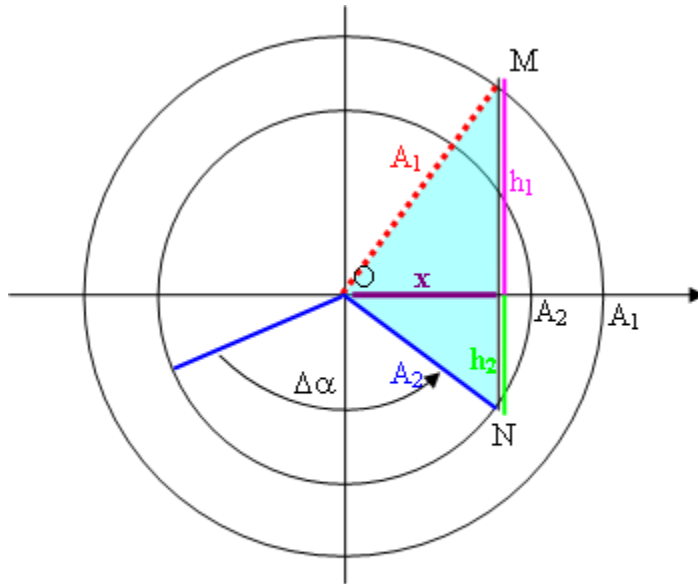
Ta lưu ý rằng, vì hai dao động cùng tần số, nên các bán kính OM và ON quay cùng chiều dương với cùng một tốc độ góc. Trong quá trình đó, góc lệch giữa hai bán kính không bị thay đổi. Tam giác OMN không bị biến dạng và cũng quay quanh O với tốc độ góc của các bán kính. (Nó giống như một mảnh bìa hình tam giác, quay xung quanh đỉnh O của nó)

Khi tam giác OMN quay đến vị trí sao cho cạnh MN vuông góc với trục hoành Ox thì đó chính là lúc, hai vật dao động gặp nhau.

Có thể xảy ra hai trường hợp sau:

Trường hợp 1. Khi gặp nhau, hai vật chuyển động ngược chiều nhau

(Hai bán kính OM và ON nằm ở hai phía của trục hoành – hình 2)



Hình 2

Khi đó, để tìm li độ gặp nhau của hai vật, chúng ta phải giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} h_1^2 + x^2 = A_1^2 \\ C - h_1^2 + x^2 = A_2^2 \end{cases}$$

Trong đó, A_1, A_2 là các biên độ đã biết, C là độ dài của cạnh MN đã tính được ở trên.

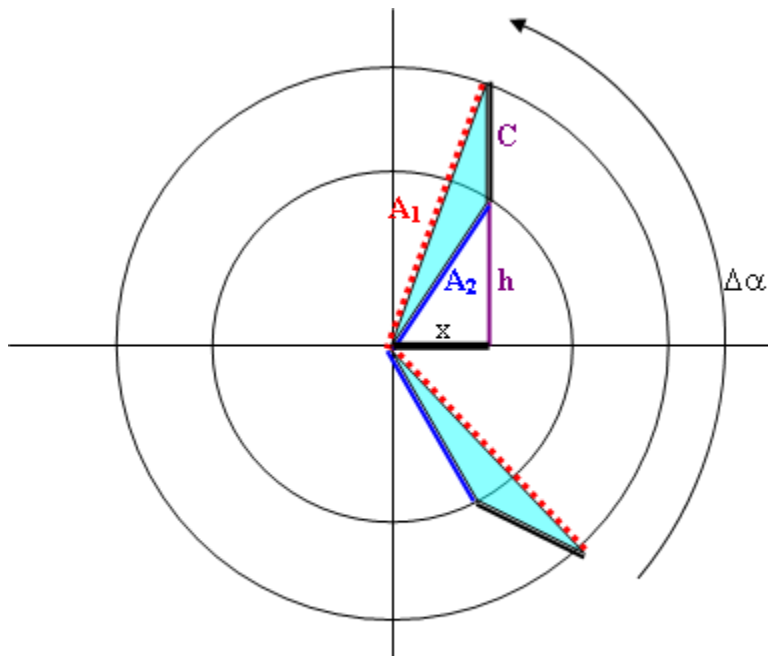
Sau khi tìm được x , ta xác định được góc lệch tạo bởi bán kính ON với đường nằm ngang.

Biết vị trí của bán kính ON lúc đầu ($t = 0$) và lúc sau (khi hai vật gặp nhau), ta tính được góc quét $\Delta\alpha$ của bán kính ON .

Cuối cùng ta tính thời gian quét: $t = \frac{\Delta\alpha}{360} \cdot T$

Trường hợp 2: Khi gặp nhau, hai vật chuyển động cùng chiều.

(Hai bán kính OM và ON nằm ở cùng một phía đối với trục hoành – Hình 3)



Hình 3

Cách làm cũng tương tự như trường hợp 1. Nhưng để tìm li độ của vị trí gặp nhau, ta phải giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = A_2^2 \\ x^2 + h^2 + C^2 = A_1^2 \end{cases}$$

Với lưu ý A_1, A_2 đã biết, C đã tìm được theo độ lệch pha $\Delta\varphi$ của hai dao động.

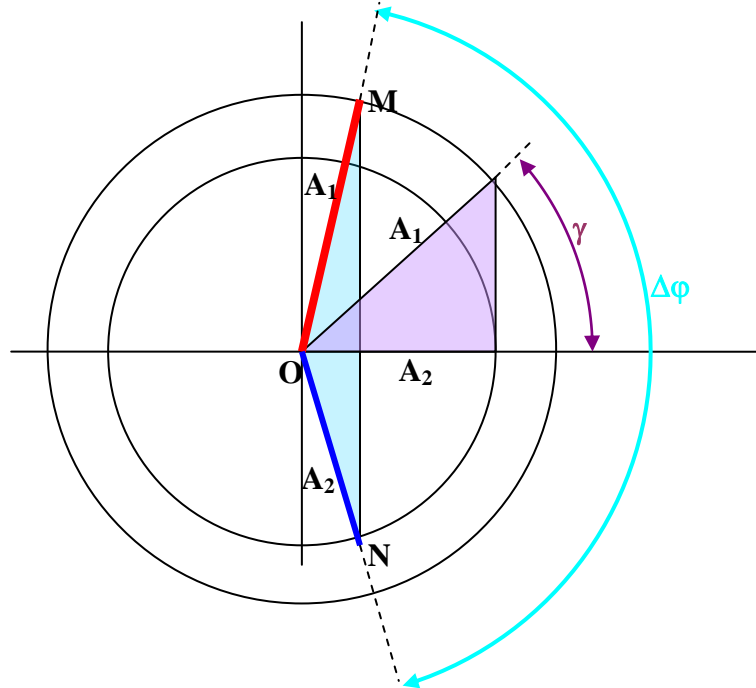
Yêu cầu 2:

khi nào thì xảy ra trường hợp 1?

khi nào thì xảy ra trường hợp 2?

Với trường hợp 1.

Khi gặp nhau, hai vật chuyển động ngược chiều, hai bán kính OM và ON nằm ở hai phía của trục hoành.



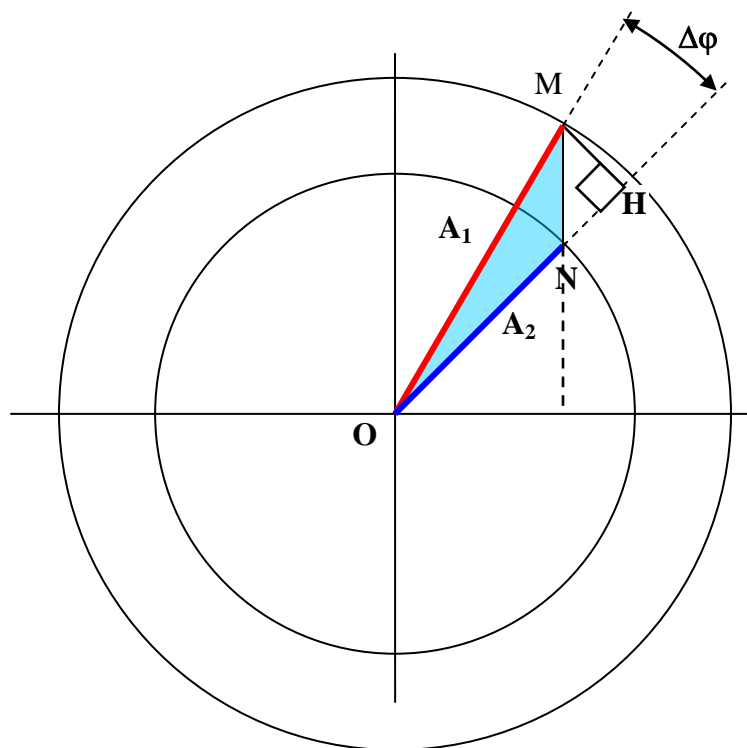
Trên hình vẽ, chúng ta thấy độ lệch pha của hai dao động là $\Delta\varphi > \gamma$, suy ra : $\cos \Delta\varphi < \cos \gamma$

hay:

$$\cos \Delta\varphi < \frac{A_2}{A_1}$$

Với trường hợp 2: Khi gặp nhau, hai vật chuyển động cùng chiều

(Các bán kính OM và ON ở cùng một phía so với trục hoành)

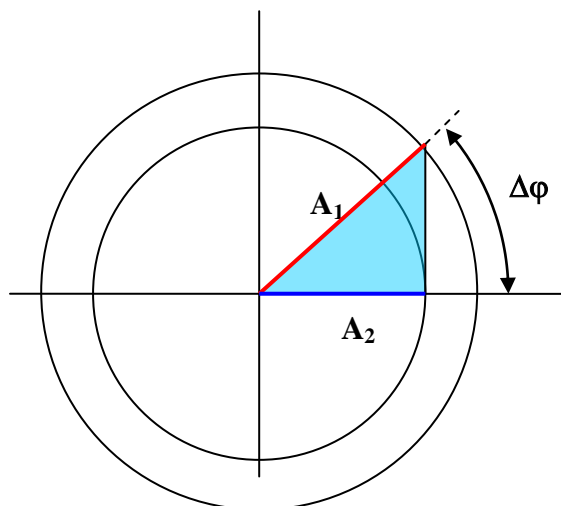


Trên hình vẽ: độ lệch pha giữa hai dao động là $\Delta\varphi$ với $\cos \Delta\varphi = OH/ OM$, nhưng $OH > A_2$, $OM = A_1$.

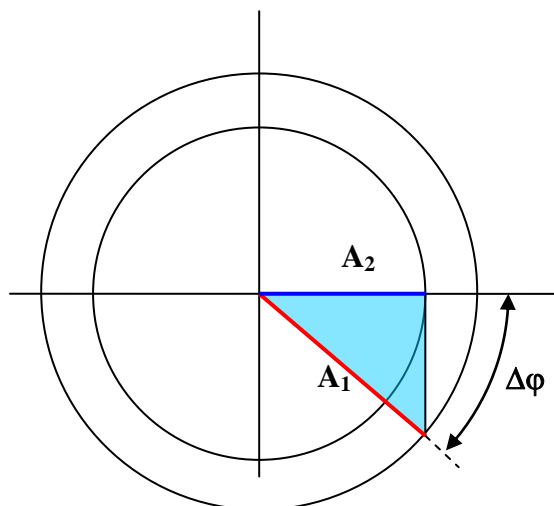
Hay:

$$\cos\Delta\varphi > \frac{A_2}{A_1}$$

Thế còn trường hợp $\cos\Delta\varphi = \frac{A_2}{A_1}$ thì sao? Chúng ta hãy xem hình vẽ sau:



Hình 4.a



Hình 4.b

Hình 4a, là trường hợp trong khi vật m_1 đi từ biên về thì gặp m_2 đang ở biên của m_2 .

Hình 4b, là trường hợp trong khi m_1 đang đi theo chiều dương của nó thì gặp m_2 ở biên

Tóm lại, ta có bảng tóm tắt sau:

Trường hợp	Gặp nhau khi đang chuyển động ngược chiều	Gặp nhau khi đang chuyển động cùng chiều	Gặp nhau ở biên
Đk xảy ra	$\cos\Delta\varphi < \frac{A_2}{A_1}$	$\cos\Delta\varphi > \frac{A_2}{A_1}$	$\cos\Delta\varphi = \frac{A_2}{A_1}$
Hình vẽ			
Công thức cần nhớ	$\begin{cases} h_1^2 + x^2 = A_1^2 \\ C - h_1^2 + x^2 = A_2^2 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + h^2 = A_2^2 \\ x^2 + h + C^2 = A_1^2 \end{cases}$	

Lưu ý:

Khi đã nắm được phương pháp giải loại bài tập này, thì đừng có nắm giữ các hình vẽ và các công thức trên. Có thể không cần nhớ chúng. Nhưng hãy nhớ cách làm.

Một số bài tập áp dụng:

- Hai chất điểm dao động điều hoà với cùng một chu kì trên hai trục toạ độ song song cùng chiều, sát nhau, và có vị trí cân bằng sát nhau. Biên độ dao động của chúng là : $A_1 = 8\text{cm}$, $A_2 = 6\text{cm}$. Dao động thứ nhất sớm pha hơn dao động thứ hai góc $\pi/6$.
 - Khi gặp nhau chúng chuyển động cùng chiều hay ngược chiều? (ĐS: Cùng chiều)
 - Vị trí gặp nhau của chúng cách gốc toạ độ bao nhiêu cm? (ĐS: 5,84cm)
- Hai chất điểm dao động điều hoà với cùng một chu kì trên hai trục toạ độ song song cùng chiều, sát nhau, và có vị trí cân bằng sát nhau. Biên độ dao động của chúng là : $A_1 = 10\text{cm}$, $A_2 = 6\text{cm}$. Dao động thứ nhất sớm pha hơn dao động thứ hai góc $\pi/6$.
 - Khi gặp nhau chúng chuyển động cùng chiều hay ngược chiều? (ĐS: Cùng chiều)
 - Vị trí gặp nhau của chúng cách gốc toạ độ bao nhiêu cm? (ĐS: 2,82cm)
- Hai chất điểm dao động điều hoà với cùng một chu kì trên hai đường thẳng song song với nhau với các biên độ $A_1 = 10\text{cm}$, $A_2 = 6\text{cm}$. Khi chúng gặp nhau, chúng chuyển động cùng chiều và đang cách vị trí cân bằng $3\sqrt{3}\text{cm}$. Lúc gặp nhau thì chất điểm thứ nhất đang chuyển động nhanh dần.
 - Dao động nào sớm pha hơn, và sớm hơn một lượng bao nhiêu? (ĐS: dao động 1 sớm pha hơn dao động 2 góc $28,7^\circ$)
 - Lúc gặp nhau thì chất điểm thứ hai đang chuyển động nhanh dần hay chậm dần? (Đs: nhanh dần)
- Hai chất điểm dao động điều hoà trên hai trục toạ độ song song, cùng chiều, có gốc toạ độ liền kề nhau. Vị trí cân bằng của các dao động trùng với gốc toạ độ, chu kì dao động của hai chất điểm có giá trị bằng nhau. Biên độ dao động $A_1 = 10\text{cm}$, A_2 . Trong từng chu kì dao động, hai chất điểm gặp nhau trong trạng thái cùng chuyển động chậm dần cùng chiều và chất điểm thứ nhất đang vượt qua chất điểm thứ hai. Tốc độ lớn nhất của m_1 là $20\pi\text{ cm/s}$, tốc độ khi gặp nhau của m_1 là $10\pi\sqrt{3}\text{ cm/s}$.
 - Tính A_2 . (Đs: $A_2 = \frac{10}{\sqrt{3}}\text{ cm}$)
 - Tính độ lệch pha giữa hai dao động. (ĐS: dao động 1 trễ pha hơn dao động 2 góc $\pi/6$)
- Hai chất điểm dao động điều hoà với cùng một chu kì trên hai trục toạ độ song song, cùng chiều, có gốc toạ độ liền kề nhau. Vị trí cân bằng của các dao động trùng với gốc toạ độ. Biên độ dao động là $A_1 = 10\text{cm}$, $A_2 = 6\text{cm}$. Tại thời điểm $t = 0$, chất điểm m_1 ở biên âm, chất điểm m_2 đang đi qua vị trí cân bằng ngược chiều dương với tốc độ $24\pi\text{ cm/s}$.
 - Xác định độ lệch pha của hai dao động. (ĐS: dao động 1 sớm pha hơn dao động 2 góc $\pi/2$)
 - Sau bao lâu, kể từ thời điểm $t = 0$, hai vật gặp nhau? (ĐS: $\Delta t = 0,074\text{s}$)
 - Xác định li độ nơi các vật gặp nhau lần thứ nhất. (ĐS: $x = -4,8\text{cm}$)
- Hai chất điểm dao động điều hoà cùng chu kì $T_1 = T_2 = 0,5\text{s}$, cùng biên độ $A_1 = A_2 = 12\text{cm}$ trên hai trục toạ độ song song, cùng chiều và sát nhau, gốc toạ độ của hai trục liền kề sát nhau. Vào thời điểm $t = 0$, chất điểm m_1 chuyển động nhanh dần ngược chiều dương với tốc độ $24\pi\text{ cm/s}$, chất điểm m_2 đang chuyển động chậm dần ngược chiều dương với tốc độ $24\pi\text{ cm/s}$.
 - Sau bao lâu thì hai chất điểm gặp nhau lần đầu tiên? (Đs: 0,125s)
 - Khi gặp nhau chúng chuyển động cùng chiều hay ngược chiều? (ĐS: ngược chiều)
 - Tính tốc độ của các chất điểm khi chúng gặp nhau. (Đs: $20\pi\sqrt{3}\text{ cm/s}$)
- Hai chất điểm dao động điều hoà với cùng biên độ 5cm , cùng tần số 2Hz trên hai trục toạ độ song song, cùng chiều, gốc toạ độ liền sát nhau. Tại thời điểm gặp nhau, hai chất điểm có cùng tốc độ $12\pi\text{ cm/s}$. Tính độ lệch pha giữa hai dao động. (ĐS: $73,74^\circ$)