

# NHỮNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP VẬT LÝ PHỔ THÔNG

**L. Tarasov - A. Tarasova**

# NHỮNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP VẬT LÝ PHỔ THÔNG

L. Tarasov & A. Tarasova

Xuất bản lần đầu ở Nga, 1968  
Dịch lại từ bản tiếng Anh, 1973

TRẦN NGHIÊM dịch, 2013



## MỤC LỤC

§1. Phân tích đồ thị biểu diễn động học của chuyển động thẳng .....	1
§2. Biểu diễn các lực tác dụng lên một vật .....	7
§3. Xác định lực ma sát .....	15
§4. Phân tích các định luật Newton của chuyển động .....	19
§5. Phương pháp giải bài toán động học .....	27
§6. Phương pháp giải bài toán động lực học .....	35
§7. Các bài toán động lực học khó giải hơn khi có ma sát .....	40
§8. Phương pháp giải bài toán chuyển động tròn .....	47
§9. Giải thích sự không trọng lượng của các vật .....	60
§10. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng và định luật bảo toàn động lượng .....	65
§11. Giải bài toán dao động điều hòa .....	81
§12. Con lắc ở trạng thái không trọng lượng .....	88
§13. Phương pháp phân tích lực hiệu quả .....	94
§14. Sự cân bằng của các vật .....	99
§15. Phương pháp xác định trọng tâm .....	103
§16. Nguyên lí Archimedes .....	108
§17. Trong phi thuyền vũ trụ nguyên lí Archimedes có đúng không? .....	113
§18. Thuyết động học phân tử của vật chất .....	117
§19. Sự giãn nở nhiệt của nước .....	128
§20. Các định luật chất khí .....	129

§21. Phương pháp giải bài toán các định luật chất khí .....	141
§22. Bàn về lí thuyết trường .....	151
§23. Trường tĩnh điện được mô tả như thế nào? .....	156
§24. Các đường sức hành xử như thế nào ở gần bề mặt của một vật dẫn? .....	165
§25. Bài toán chuyển động trong điện trường đều .....	169
§26. Áp dụng định luật Coulomb .....	179
§27. Định luật Ohm .....	188
§28. Tự điện trong mạch điện một chiều .....	196
§29. Tính điện trở của đoạn mạch phân nhánh .....	200
§30. Vì sao bóng đèn bị hỏng? .....	205
§31. Ánh sáng bị phản xạ và khúc xạ như thế nào? .....	212
§32. Cách dựng ảnh tạo bởi gương và thấu kính .....	217
§33. Giải bài toán gương và thấu kính .....	228
ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP .....	234

## LỜI NÓI ĐẦU

Quyển sách này được viết nhằm hỗ trợ học sinh đang chuẩn bị kiến thức vật lí thi vào các trường viện kĩ thuật. Nó được viết dưới dạng đối thoại giữa tác giả (Giáo viên) và độc giả hiểu kì (Học sinh). Cách trình bày này đặc biệt tiện lợi để phân tích những sai sót mà thí sinh đi thi thường gặp phải, đồng thời nhận xét những phương pháp khác nhau giải cùng một bài toán và thảo luận những câu hỏi khó của lí thuyết vật lí. Rất nhiều câu hỏi và bài tập ở trường phổ thông sẽ được thảo luận. Ngoài ra còn có các bài tập tự giải (có đáp số ở cuối sách). Đa số các câu hỏi và bài tập đã được ra trong đề thi đầu vào của Viện Kĩ thuật Điện tử Moscow trong các năm 1964-66.

Việc phân tích lỗi của học sinh luôn mang đến bài học quý. Ta có thể hướng sự chú ý vào những phương diện khác nhau của bài toán, những điểm nhấn nhất định được bộc lộ, và ta hiểu toàn diện hơn những kiến thức căn bản. Tuy nhiên, việc phân tích như vậy có thể là rất khó. Mặc dù chỉ có một đáp số đúng, nhưng có thể có rất nhiều câu trả lời sai. Trên thực tế ta không thể nào dự đoán hết mọi câu trả lời sai cho bất kì bài toán nào; cho nên nhiều cái sai vẫn còn đó đằng sau sự im lặng khổ sở của người học sinh đi thi. Tuy nhiên, ta có thể chỉ ra những câu trả lời sai nhất định cho những câu hỏi nhất định thường được nêu ra. Có nhiều câu hỏi hầu như lúc nào cũng bị trả lời sai. Quyển sách này được xây dựng chủ yếu trên những câu hỏi và bài toán này.

Chúng tôi muốn lưu ý rằng quyển sách này không phải là sách giáo khoa và nó không bao quát toàn bộ chương trình học. Độc giả sẽ không tìm thấy ở đây một lí giải có hệ thống có thể cần thiết cho khóa học vật lí nào đó. Độc giả sẽ tìm thấy ở đây giống như là một câu chuyện kể tự do, hay nói đúng hơn, là một thảo luận được dẫn dắt thoải mái. Vì thế, quyển sách này sẽ không có công dụng gì nhiều với những ai muốn bắt đầu học vật lí hoặc hệ thống hóa kiến thức thuộc môn học này. Thay vậy, quyển sách này là dành cho những ai muốn hiểu sâu hơn các vấn đề vật lí để chuẩn bị bước chân vào phòng thi.

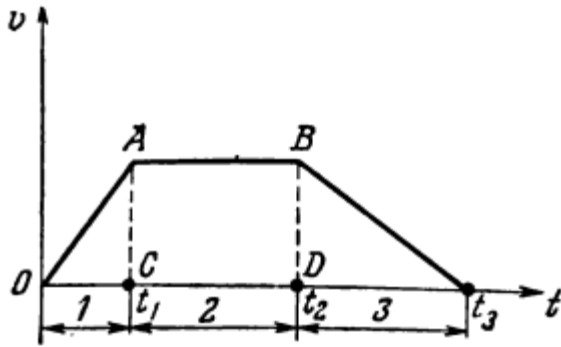
Độc giả lí tưởng của chúng tôi, như chúng tôi hình dung, đã học xong chương trình phổ thông, có kiến thức tổng quát về môn học, ghi nhớ những liên hệ chính, có thể trích dẫn các định luật, và có chút kiến thức về các đơn vị được sử dụng. Độc giả của chúng tôi ở trạng thái “lưng chừng” trong đó anh ta chẳng còn là học sinh phổ thông nữa nhưng chưa phải là sinh viên của trường nào. Tuy nhiên, anh ta hăm hở muốn được làm sinh viên. Nếu cái muốn này đòi hỏi phải mở rộng kiến thức vật lí, thì quyển sách này có thể giúp ích cho anh ta.

Điều căn bản chúng tôi hi vọng quyển sách của mình sẽ chứng minh rằng việc học thuộc kiến thức sách giáo khoa không những chán phèo, mà thật sự còn vô dụng nữa. Người học sinh phải học cách *tư duy*, biết cân nhắc vấn đề và không chỉ biết có học vẹt. Nếu độc giả hiểu được như thế, đến chừng mực nào đó, thì chúng tôi xem cố gắng mình là đáng giá.

Cuối cùng, chúng tôi muốn cảm ơn giáo sư G. Epifanov vì nếu không có sự khích lệ và sự giúp đỡ vô giá của ông thì quyển sách này không thể ra đời. Chúng tôi cũng cảm ơn những lời góp ý chân tình và những phê bình mang tính xây dựng của giáo sư V.A. Fabricant, phó giáo sư A.G. Chertov, và E.N. Vtorov, giảng viên kì cựu tại Khoa Vật lí, Viện Kỹ thuật Điện Moscow.

L. Tarasov  
A. Tarasova

## §1. Phân tích đồ thị biểu diễn động học của chuyển động thẳng



Hình 1

**Giáo viên (GV):** Các em đã thấy các đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của vận tốc và quãng đường mà một vật đi được vào thời gian chuyển động đối với chuyển động thẳng biến đổi đều. Trong mỗi liên hệ này, tôi muốn nêu câu hỏi sau đây: Xét một đồ thị vận tốc thuộc loại như trên Hình 1. Trên cơ sở đồ thị này, hãy vẽ một đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của quãng đường đi được theo thời gian.

**Học sinh (HS):** Nhưng chúng em chưa từng vẽ những đồ thị như vậy.

**GV:** Không có gì khó khăn cả. Tuy nhiên, chúng ta hãy bàn vấn đề này chút xíu. Trước tiên ta sẽ chia toàn bộ khoảng thời gian đó thành ba giai đoạn: 1, 2 và 3 (xem Hình 1). Hỏi vật chuyển động như thế nào trong giai đoạn 1? Công thức cho quãng đường đi trong giai đoạn này có dạng như thế nào?

**HS:** Trong giai đoạn 1, vật chuyển động nhanh dần đều không có vận tốc đầu. Công thức cho quãng đường đi được có dạng

$$s(t) = \frac{at^2}{2} \quad (1)$$

trong đó  $a$  là gia tốc của vật.

**GV:** Sử dụng đồ thị vận tốc đó, các em có thể tìm ra gia tốc hay không?

**HS:** Có thể. Gia tốc là độ biến thiên vận tốc trong một đơn vị thời gian. Nó bằng thương số của chiều dài  $\overline{AC}$  và chiều dài  $\overline{OC}$ .

**GV:** Tốt. Giờ hãy xét giai đoạn 2 và 3.

**HS:** Trong giai đoạn 2, vật chuyển động với vận tốc không đổi  $v$  có được lúc cuối giai đoạn 1. Công thức cho quãng đường đi là

$$s = vt$$

**GV:** Dừng lại chút đi, câu trả lời của em không chính xác. Em đã quên là chuyển động đều đó bắt đầu không phải tại thời điểm ban đầu, mà tại thời điểm  $t_1$ . Cho đến lúc ấy, vật đã đi được một quãng đường bằng  $at_1^2/2$ . Sự phụ thuộc của quãng đường đã đi vào thời gian đã trôi qua cho giai đoạn 2 được biểu diễn bởi phương trình

$$s(t) = \frac{at_1^2}{2} + v(t - t_1) \quad (2)$$

Với lưu ý này trong đầu, hãy viết công thức cho quãng đường đi trong giai đoạn 3.

**HS:** Chuyển động của vật trong giai đoạn 3 là chậm dần đều. Nếu như em hiểu đúng, thì công thức cho quãng đường đi trong giai đoạn này sẽ là

$$s(t) = \frac{at_1^2}{2} + v(t_2 - t_1) + v(t - t_2) - \frac{a_1(t - t_2)^2}{2}$$

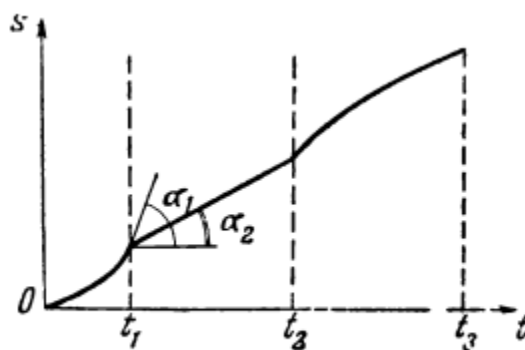
trong đó  $a_1$  là gia tốc trong giai đoạn 3. Nó chỉ bằng một nửa gia tốc  $a$  trong giai đoạn 1, vì giai đoạn 3 kéo dài gấp đôi giai đoạn 1.

**GV:** Phương trình của em có thể rút gọn thành như sau:

$$s(t) = \frac{at_1^2}{2} + v(t - t_1) - \frac{a_1(t - t_2)^2}{2} \quad (3)$$

Bây giờ chuyện còn lại là tổng hợp các kết quả của phương trình (1), (2) và (3).

**HS:** Em hiểu rồi. Đồ thị của quãng đường đi có dạng một parabol cho giai đoạn 1, một đoạn thẳng cho giai đoạn 2, và một parabol khác (lộn ngược lại, với cực trị hướng lên trên) cho giai đoạn 3. Đây là đồ thị em vẽ.



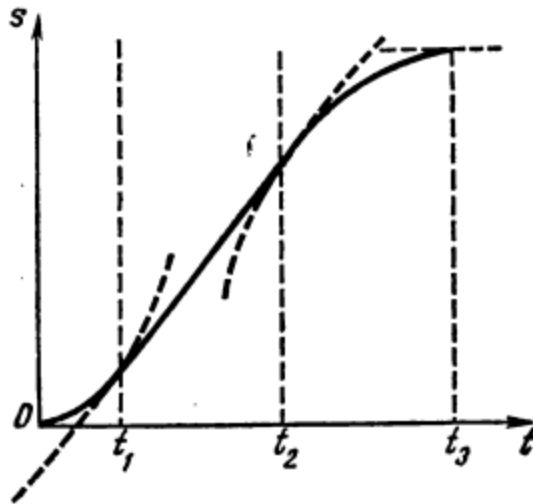
Hình 2

**GV:** Có hai chỗ sai trong hình vẽ của em: đồ thị của quãng đường đi không nên có những chỗ gãy khúc.

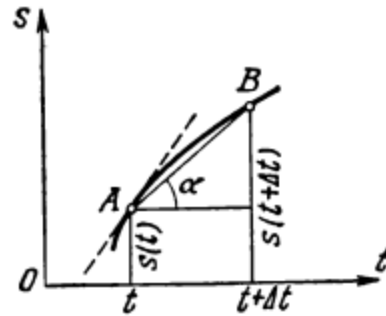
Nó nên là một đường cong trơn, tức là parabol sẽ tiếp tuyến với đoạn thẳng đã nói. Ngoài ra, đỉnh của parabol phía trên (lộn ngược) sẽ tương ứng với thời điểm  $t_3$ . Đây là hình vẽ đúng của đồ thị (Hình 3).



HS: Để em giải thích nó nhé.



Hình 3



Hình 4

GV: Chúng ta hãy xét phần quãng đường đi được theo thời gian (Hình 4). Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ  $t$  đến  $t + \Delta t$  bằng

$$\frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \tan \alpha$$

trong đó  $\alpha$  là góc giữa dây cung AB và đường nằm ngang. Để xác định vận tốc của vật tại thời điểm  $t$ , ta cần tìm giới hạn của những vận tốc trung bình như thế khi  $\Delta t \rightarrow 0$ . Như vậy

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} \quad (4)$$

Trong giới hạn trên, dây cung trở thành tiếp tuyến với đường cong quãng đường đi theo thời gian, đi qua điểm A (xem đường đứt nét trong Hình 4). Góc của đường tiếp tuyến này (tiếp tuyến với đường cong) hợp với phương ngang là giá trị của vận tốc tại thời điểm  $t$ . Như vậy, ta có thể tìm vận tốc tại thời điểm bất kì từ góc nghiêng của đường tiếp tuyến với đường cong quãng đường đi theo thời gian tại điểm tương ứng.

Nhưng ta hãy trở lại với hình vẽ của em (xem Hình 2). Theo đồ thị của em thì tại thời điểm  $t_1$  (và tại  $t_2$ ) vận tốc của vật có hai giá trị khác nhau. Nếu ta tiến tới  $t_1$  từ bên trái thì vận tốc bằng  $\tan \alpha_1$ , còn nếu ta tiến tới nó từ bên phải thì vận tốc bằng

$\tan \alpha_2$ . Theo đồ thị của em, vận tốc tại thời điểm  $t_1$  (và một lần nữa tại  $t_2$ ) phải có một sự gián đoạn, cái thật ra nó không có (đồ thị vận tốc theo thời gian ở Hình 1 là liên tục).

**HS:** Em hiểu rồi. Sự liên tục của đồ thị vận tốc dẫn tới tính trơn của đồ thị quãng đường đi theo thời gian.

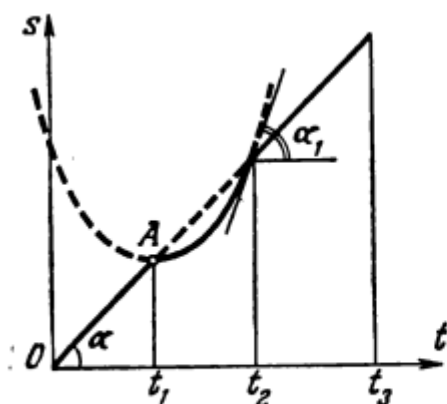
**GV:** Sẵn nói luôn, cực trị của các parabol phải tương ứng với thời điểm 0 và  $t_3$  vì tại những thời điểm này vận tốc của vật bằng không và đường tiếp tuyến với đường cong đó phải nằm ngang đối với những điểm này.

*Bây giờ, sử dụng đồ thị vận tốc trong Hình 1, hãy tìm quãng đường mà vật đã đi tính đến thời điểm  $t_2$ .*

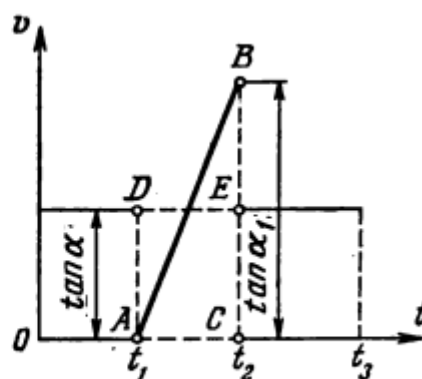
**HS:** Trước tiên ta xác định gia tốc  $a$  trong giai đoạn 1 từ đồ thị vận tốc đó rồi đến vận tốc  $v$  trong giai đoạn 2. Tiếp theo ta sử dụng công thức (2). Quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian  $t_2$  bằng

$$s(t_2) = \frac{at_1^2}{2} + v(t_2 - t_1)$$

**GV:** Chính xác. Nhưng có một cách đơn giản hơn. Quãng đường mà vật đi được trong thời gian  $t_2$  bằng với diện tích của hình OABD nằm dưới đồ thị vận tốc theo thời gian trong khoảng thời gian  $0t_2$ . Ta hãy xét một bài toán nữa để rút kinh nghiệm cái ta vừa học được.



Hình 5



Hình 6

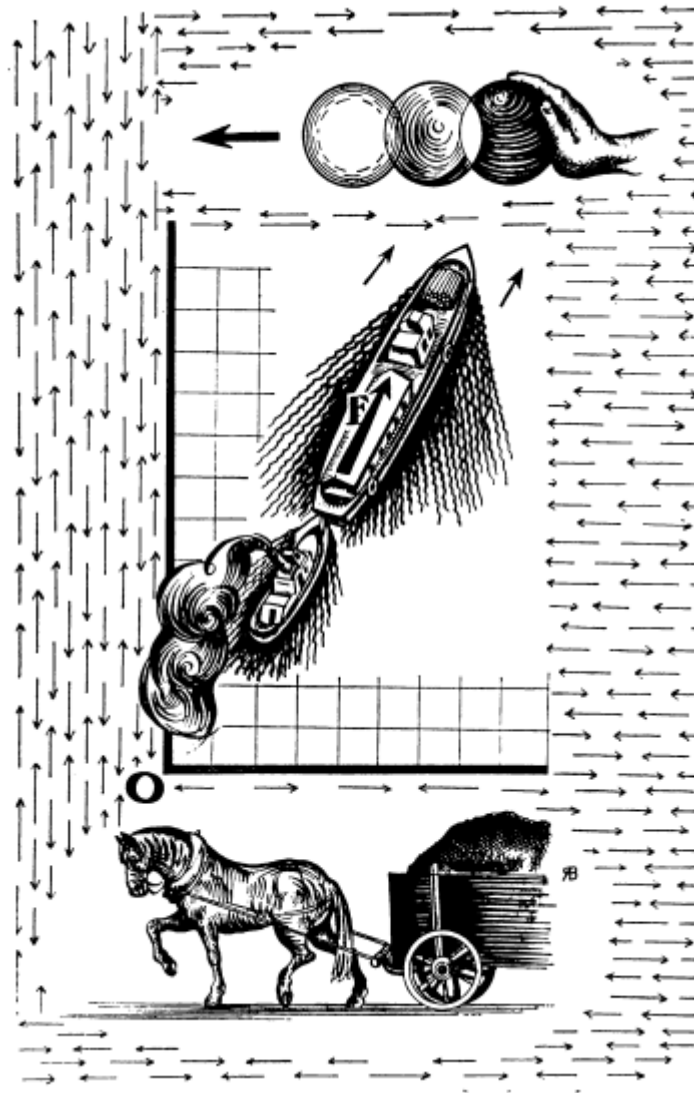
Giả sử đồ thị quãng đường đi theo thời gian có những điểm gãy khúc. Đồ thị này được cho trong Hình 5, trong đó đường uốn cong là một parabol có cực trị của nó tại điểm A. Hãy vẽ đồ thị vận tốc theo thời gian.

**HS:** Vì có những điểm gãy trên đồ thị quãng đường đi nên sẽ có những điểm gián đoạn trên đồ thị vận tốc tại những thời điểm tương ứng ( $t_1$  và  $t_2$ ). Đây là hình vẽ của em (Hình 6).

**GV:** Tốt lắm. Chiều dài của  $\overline{BC}$  bằng bao nhiêu?

**HS:** Nó bằng  $\tan\alpha_1$  (xem Hình 5). Tuy nhiên, ta không biết giá trị của góc  $\alpha_1$ .

**GV:** Tuy nhiên, ta không có khó khăn gì trong việc xác định chiều dài  $\overline{BC}$ . Lưu ý rằng quãng đường mà vật đi được tại thời điểm  $t_3$  bằng như khi nó chuyển động với vận tốc không đổi suốt thời gian đó (đoạn thẳng trong khoảng từ  $t_2$  đến  $t_3$  trên Hình 5 là phần liên tục của đoạn thẳng trong khoảng thời gian từ 0 đến  $t_1$ ). Vì quãng đường đi được đo bằng diện tích nằm dưới đồ thị vận tốc, nên diện tích của hình chữ nhật  $ADEC$  trong Hình 6 là bằng với diện tích của hình tam giác  $ABC$ . Như vậy,  $BC = 2EC$ , tức là vận tốc tại thời điểm  $t_2$  khi tiến từ bên trái bằng hai lần vận tốc của chuyển động thẳng đều trong khoảng thời gian từ 0 đến  $t_1$  và từ  $t_2$  đến  $t_3$ .

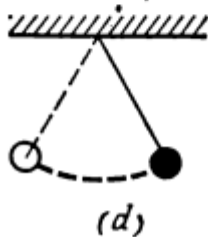
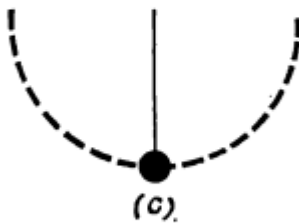
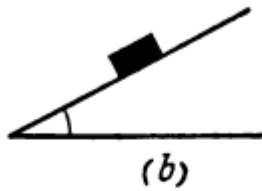
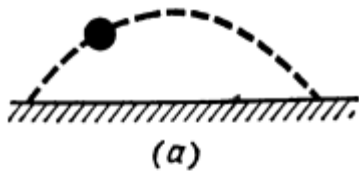


Khái niệm lực là một trong những khái niệm vật lí căn bản. Các em có thể áp dụng nó thuận lợi không? Các em có hiểu rõ các định luật động lực học chưa?

## §2. Biểu diễn các lực tác dụng lên một vật

HS: Các bài toán cơ học thường là khó nhất hết thầy. Thầy bắt đầu giải chúng như thế nào?

GV: Thông thường, các em có thể bắt đầu bằng cách xét những lực tác dụng lên một vật. Lấy ví dụ, ta có thể xét trường hợp sau đây (Hình 7): (a) vật được ném lên hợp một góc với phương ngang, (b) vật trượt xuống một mặt phẳng nghiêng, (c) vật quay trên đầu của một sợi dây trong mặt phẳng thẳng đứng, và (d) vật là một con lắc. Hãy vẽ các mũi tên biểu diễn các lực tác dụng lên vật trong mỗi trường hợp này, và hãy giải thích các mũi tên biểu diễn cái gì.

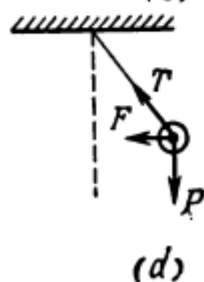
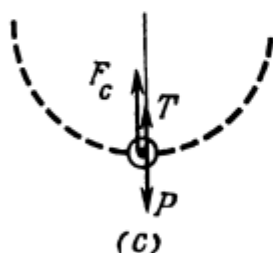
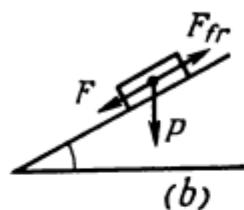
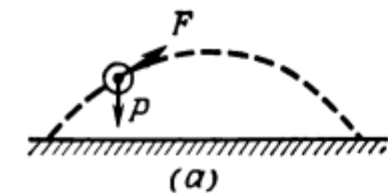


Hình 7

HS: Đây là hình vẽ của em (Hình 8). Trong trường hợp thứ nhất,  $P$  là trọng lực của vật và  $F$  là lực ném. Trong trường hợp thứ hai,  $P$  là trọng lực,  $F$  là lực giữ cho vật trượt theo mặt phẳng nghiêng và  $F_{\text{tr}}$  là lực ma sát. Trong trường hợp thứ ba,  $P$  là trọng lực,  $F_c$  là lực hướng tâm và  $T$  là lực căng trong sợi dây. Trong trường hợp thứ tư,  $P$  là trọng lực,  $F$  là lực hồi phục và  $T$  là lực căng trong sợi dây.

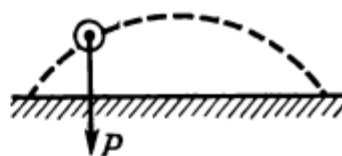
GV: Em phạm sai lầm trong cả bốn trường hợp. Ở đây tôi có hình vẽ chính xác (Hình 9).

Một điều em phải hiểu rõ là lực là hệ quả của sự tương tác giữa các vật. Do đó, để biểu diễn các lực tác dụng lên một vật em phải xác định những vật nào có tương tác với vật đã cho. Như vậy, trong trường hợp thứ nhất, chỉ có trái đất tương tác với vật bằng cách hút nó xuống (Hình 9a). Vì thế, chỉ có một lực, trọng lực  $P$ , tác dụng lên vật. Nếu ta muốn đưa vào xét sức cản của không khí, hay, nói ví dụ, tác dụng của gió, ta sẽ phải đưa vào thêm lực khác. “Lực ném”, như trong hình vẽ của em, thật ra không hề tồn tại, vì không có tương tác nào đang tạo ra một lực như vậy.

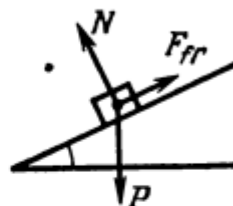


Hình 8

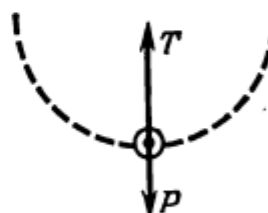
(a)



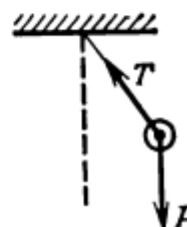
(b)



(c)



(d)



Hình 9

**HS:** Nhưng để ném một vật, chắc chắn phải có một loại lực nào đó tác dụng lên nó chứ.

**GV:** Vâng, điều đó đúng. Khi em ném một vật, em tác dụng một lực nhất định lên nó. Tuy nhiên, trong trường hợp trên, ta xử lý chuyển động của vật sau khi nó bị ném lên, tức là sau khi lực truyền một vận tốc ban đầu nhất định cho vật đã ngừng tác dụng. Không có chuyện “tích lũy” lực; ngay khi tương tác của các vật kết thúc, lực tương tác không còn nữa.

**HS:** Nhưng nếu chỉ có trọng lực đang tác dụng lên vật thì tại sao nó không rơi thẳng đứng xuống dưới mà lại chuyển động theo một quỹ đạo cong?

**GV:** Cái khiến em bất ngờ là trong trường hợp đã cho hướng chuyển động của vật không trùng với hướng của lực tác dụng lên nó. Tuy nhiên, điều này hoàn toàn phù

hợp với định luật II Newton. Câu hỏi của em cho thấy em chưa nghĩ đủ kĩ lưỡng với các định luật động lực học Newton. Tôi dự định trình bày nội dung này ở phần sau (bài 4). Bây giờ tôi muốn tiếp tục phân tích của chúng ta về bốn trường hợp đã cho của chuyển động của một vật. Trong trường hợp thứ hai (Hình 9b), một vật đang trượt xuống một mặt phẳng nghiêng. Hỏi những vật nào đang tương tác với nó?

**HS:** Rõ ràng có hai vật: trái đất và mặt phẳng nghiêng.

**GV:** Chính xác. Điều này cho phép chúng ta tìm những lực tác dụng lên vật. Trái đất gây ra trọng lực  $P$ , mà mặt phẳng nghiêng gây ra lực ma sát trượt  $F_{fr}$  và lực  $N$  thường được gọi là phản lực pháp tuyến. Lưu ý rằng em đã hoàn toàn bỏ sót lực  $N$  trong hình vẽ của mình.

**HS:** Chờ chút thầy ơi! Vậy mặt phẳng nghiêng tác dụng lên vật với hai lực chứ không phải một lực?

**GV:** Tất nhiên, chỉ có một lực thôi. Tuy nhiên, cách tiện hơn là xử lí nó ở dạng hai lực thành phần, một thành phần hướng theo mặt phẳng nghiêng (lực ma sát trượt) và thành phần kia vuông góc với nó (phản lực pháp tuyến). Thật ra thì những lực này có một nguồn gốc chung, tức là chúng là những thành phần của cùng một lực, có thể thấy trong sự tồn tại của một mối liên hệ chung giữa  $F_{fr}$  và  $N$ :

$$F_{fr} = kN \quad (5)$$

trong đó  $k$  là một hằng số gọi là hệ số ma sát trượt. Ta sẽ lí giải mối liên hệ này chi tiết hơn ở phần sau (bài 3).

**HS:** Trong hình vẽ của em, em biểu diễn một lực trượt giữ cho vật trượt xuống mặt phẳng nghiêng. Rõ ràng không có lực nào như vậy. Nhưng rõ ràng em nhớ có từng nghe nói tới khái niệm “lực trượt” được dùng thường xuyên trước đây. Thầy có thể giải thích rõ hơn chỗ này không?

**GV:** Vâng, thật sự có một khái niệm như vậy. Tuy nhiên, em phải nhớ trong đầu rằng lực trượt, như em gọi nó, đơn giản là một trong những thành phần của trọng lượng của vật, thu được khi trọng lượng đó được chia thành hai lực, một lực song song với mặt nghiêng và lực kia thì vuông góc với nó. Nếu, trong khi liệt kê các lực tác dụng lên vật, em đã nêu tên trọng lực, thì không có lí do gì để bổ sung thêm lực trượt, một trong hai thành phần của nó.

Trong trường hợp thứ ba (Hình 9c), vật quay trong một mặt phẳng thẳng đứng. Những vật nào tác dụng lên nó?

**HS:** Hai vật: trái đất và sợi dây.

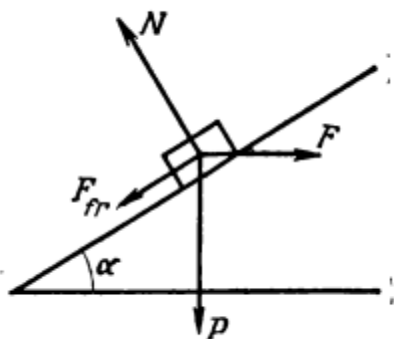
**GV:** Đúng, và đó là nguyên do tại sao có hai lực tác dụng lên vật: trọng lực và lực căng của sợi dây.

**HS:** Nhưng còn lực hướng tâm thì sao?

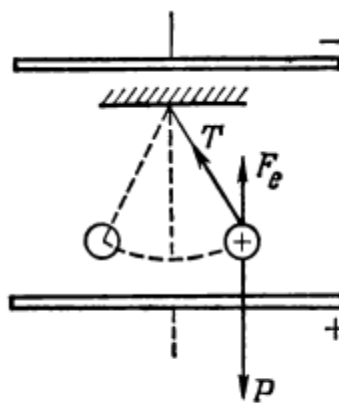
**GV:** Đừng lo lắng sốt sắng vậy! Có nhiều lỗi sai trong bài toán về chuyển động của một vật theo một vòng tròn đến mức tôi dự tính đào sâu thêm bài toán này (xem bài 8). Ở đây tôi chỉ muốn lưu ý rằng lực hướng tâm không phải là một loại lực gì khác tác dụng lên vật. Nó là lực tổng hợp. Trong trường hợp của chúng ta (khi vật ở tại điểm thấp nhất của đường đi của nó), lực hướng tâm là hiệu của lực căng của sợi dây và trọng lực.

**HS:** Nếu như em hiểu đúng, thì lực hồi phục trong trường hợp thứ tư (Hình 9d) cũng là tổng hợp của lực căng của sợi dây và trọng lực phải không?

**GV:** Khá đúng. Ở đây, như trong trường hợp thứ ba, sợi dây và trái đất tương tác với vật. Do đó, hai lực, lực căng của sợi dây và trọng lực, tác dụng lên vật.



Hình 10



Hình 11

Tôi muốn nhấn mạnh một lần nữa rằng các lực phát sinh chỉ là hệ quả của sự tương tác giữa các vật; chúng không thể phát sinh từ bất kì xét đoán “phụ gia” nào. Tìm những vật đang tác dụng lên vật đã cho và em sẽ làm rõ các lực tác dụng lên vật đó.

**HS:** Chắc chắn có những trường hợp phức tạp hơn những trường hợp thầy đã minh họa ở Hình 7. Ta có thể xét đến chúng hay không?

**GV:** Có nhiều ví dụ của những tương tác phức tạp hơn của các vật. Chẳng hạn, một lực nằm ngang không đổi nhất định  $F$  tác dụng lên một vật là hệ quả của việc vật



chuyển động lên trên một mặt phẳng nghiêng. Các lực tác dụng lên vật trong trường hợp này được biểu diễn trong Hình 10.

Một ví dụ nữa là sự dao động của một con lắc tích điện đặt bên trong một tụ điện phẳng. Ở đây ta có thêm một lực  $F_e$  do điện trường của tụ tác dụng lên điện tích của con lắc (Hình 11). Rõ ràng không thể nhắc tới hết mọi trường hợp có thể nhận thức có thể xuất hiện trong khi giải các bài toán.

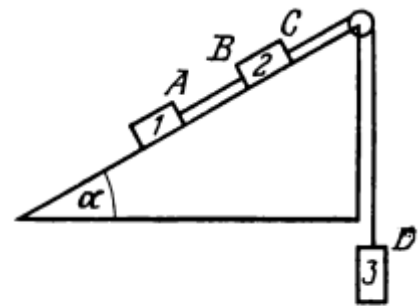
**HS:** Thầy làm gì khi có vài ba vật trong bài toán? Ví dụ, xét trường hợp minh họa trong Hình 12.

**GV:** Em nên nhận thức rõ mỗi lần em định xét chuyển động của những vật nào hay kết hợp của những vật nào. Chẳng hạn, ta hãy xét chuyển động của vật 1 trong ví dụ em vừa nêu. Trái đất, mặt phẳng nghiêng và sợi dây  $AB$  tương tác với vật này.

**HS:** Sao vật 2 không tương tác với vật 1 hả thầy?

**GV:** Chỉ tương tác qua sợi dây  $AB$  thôi. Các lực tác dụng lên vật 1 là trọng lực  $P'$ , lực ma sát trượt  $F'_{fr}$ , phản lực pháp tuyến  $N'$  và lực căng  $T'$  của sợi dây  $AB$  (Hình 13a).

**HS:** Nhưng tại sao lực ma sát có chiều hướng sang trái trong hình vẽ của thầy? Có vẻ như sẽ hợp lí nếu như nó tác dụng theo chiều ngược lại.



Hình 12

**GV:** Để xác định chiều của lực ma sát, ta cần biết chiều mà vật đang chuyển động. Nếu như chiều này không được nêu rõ trong bài toán, ta nên giả sử chiều này hoặc chiều kia. Trong bài toán đã cho, tôi giả sử rằng vật 1 (cùng với toàn bộ hệ vật) đang chuyển động sang bên phải và cái ròng rọc đang quay theo chiều kim đồng hồ. Tất nhiên, tôi không biết điều này từ trước; chiều của chuyển động chỉ trở nên rõ ràng sau khi các giá trị số tương ứng được thay vào. Nếu giả sử của tôi là sai, tôi sẽ thu được một giá trị âm khi tôi tính gia tốc. Sau đó tôi phải giả sử rằng vật chuyển động sang bên trái thay vì bên phải (với cái ròng rọc quay ngược chiều kim đồng hồ) và lực ma sát trượt khi đó sẽ có chiều tương ứng. Sau đó, tôi có thể suy ra một phương trình để tính gia tốc và kiểm tra lại dấu của nó bằng cách thay các giá trị số vào.

**HS:** Tại sao phải kiểm tra dấu của gia tốc lần thứ hai? Nếu nó có giá trị âm khi chuyển động được giả sử hướng sang bên phải, thì rõ ràng nó sẽ dương đối với giả thiết thứ hai đó.

**GV:** Không, trong trường hợp thứ hai nó cũng có khả năng âm.

**HS:** Em không hiểu nổi điều đó. Rõ ràng nếu vật không chuyển động sang phải thì nó phải chuyển động sang trái chứ?

**GV:** Em quên mất rằng vật cũng có thể đứng yên. Ta sẽ trở lại câu hỏi này ở phần sau và phân tích chi tiết những cái phức tạp phát sinh khi ta đưa lực ma sát vào xem xét (xem §7).

Tại đây, ta sẽ chỉ giả sử rằng cái ròng rọc quay theo chiều kim đồng hồ và khảo sát chuyển động của vật 2.

**HS:** Trái đất, mặt phẳng nghiêng, sợi dây  $AB$  và sợi dây  $CD$  tương tác với vật 2. Các lực tác dụng lên vật 2 được biểu diễn trong Hình 13b.

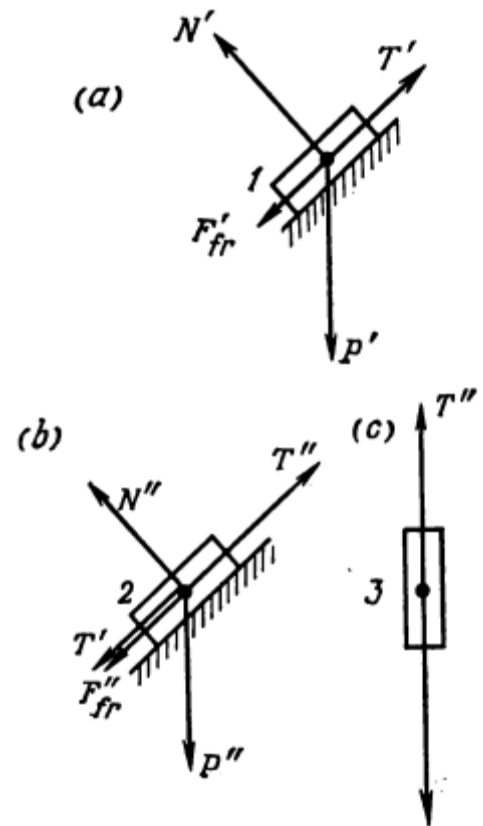
**GV:** Tốt lắm. Giờ ta hãy xét tiếp vật 3.

**HS:** Vật 3 chỉ tương tác với trái đất và với dây  $CD$ . Hình 13c biểu diễn các lực tác dụng lên vật 3.

**GV:** Bây giờ, sau khi đã xác định các lực tác dụng lên mỗi vật, em có thể viết phương trình chuyển động cho mỗi vật và sau đó giải hệ phương trình em có được.

**HS:** Thầy có nói rằng không nhất thiết xét từng vật tách biệt, mà ta còn có thể xét hệ vật như một tổng thể.

**GV:** À vâng; các vật 1, 2 và 3 có thể được khảo sát, không phải tách rời nhau như ta vừa làm, mà như một tổng thể. Khi đó, các lực căng dây không cần thiết đưa vào xem xét vì trong trường hợp này chúng trở thành các nội lực, tức là lực tương tác giữa những phần khác nhau của đối tượng được xét. Hệ ba vật xem như một tổng thể đó chỉ tương tác với trái đất và mặt phẳng nghiêng.



Hình 13

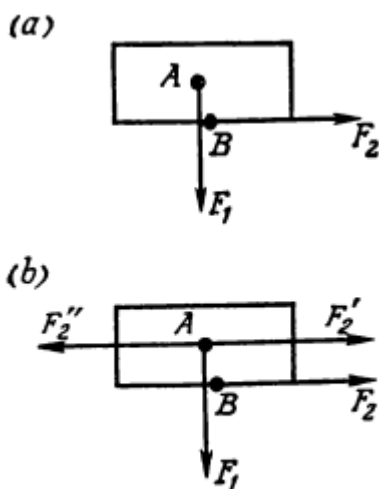
**HS:** Em muốn làm rõ một chỗ. Khi em miêu tả các lực trong Hình 13b và c, em đã giả sử rằng lực căng trong dây CD là bằng nhau ở hai phía của ròng rọc. Điều đó có đúng không?

**GV:** Nói đại khái thì như thế là không đúng. Nếu cái ròng rọc quay theo chiều kim đồng hồ, thì lực căng ở phần dây CD gắn với vật 3 sẽ lớn hơn lực căng ở phần dây gắn với vật 2. Sự chênh lệch lực căng này là cái gây ra chuyển động quay có gia tốc của ròng rọc. Cái đã được giả định trong ví dụ đã cho là khối lượng của cái ròng rọc có thể bỏ qua. Nói cách khác, cái ròng rọc không có khối lượng để mà gia tốc, nên nó được xem đơn giản là phương tiện đổi chiều của sợi dây nối với vật 2 và vật 3. Do đó, có thể giả sử rằng lực căng trong dây CD là bằng nhau ở cả hai phía của cái ròng rọc. Như một quy tắc, khối lượng của ròng rọc là bỏ qua được, trừ khi có những quy định khác.

Chúng ta đã làm sáng tỏ mọi thứ chưa nhỉ?

**HS:** Em vẫn còn một thắc mắc về điểm tác dụng của lực. Trong các hình vẽ của thầy, thầy tác dụng tất cả các lực vào một điểm của vật. Điều này có đúng không? Thầy có thể tác dụng lực ma sát, chẳng hạn, vào trọng tâm của vật không?

**GV:** Nên nhớ rằng chúng ta đang nghiên cứu động học và động lực học, không phải của những vật kích cỡ lớn, mà là của các chất điểm, hay các hạt, tức là ta xem vật là khối lượng điểm. Tuy nhiên, trên các hình vẽ, ta biểu diễn một vật, chứ không phải một điểm, là để cho dễ hình dung. Vì thế, tất cả các lực có thể biểu diễn là tác dụng vào một điểm của vật.



Hình 14

**HS:** Chúng em từng được dạy rằng mọi sự đơn giản hóa dẫn tới làm mất những phương diện nhất định của bài toán. Chúng ta làm mất cái gì khi ta xem vật là một chất điểm?

**GV:** Trong một phương pháp đơn giản hóa, ta không xét đến mômen quay, cái dưới những điều kiện thực tế có thể mang lại chuyển động quay và làm đổ vật. Một chất điểm thì chỉ có chuyển động tịnh tiến. Ta hãy xét một ví dụ. Giả sử có hai lực tác dụng vào hai điểm khác nhau của một vật:  $F_1$  tại điểm A và  $F_2$  tại điểm B, như biểu diễn trong Hình 14a. Giờ ta hãy tác dụng, tại điểm A, lực  $F'_2$  bằng và song song với lực  $F_2$ , và lực  $F''_2$  bằng với  $F_2$  nhưng tác dụng theo chiều ngược lại (Hình 14b).

Vì các lực  $F'_2$  và  $F''_2$  cân bằng nhau, nên sự cộng gộp của chúng không làm thay đổi phương diện vật lí của bài toán trong mọi trường hợp. Tuy nhiên, Hình 14b có thể hiểu như sau: các lực  $F_1$  và  $F'_2$  tác dụng tại điểm  $A$  gây ra chuyển động tịnh tiến của vật; còn tác dụng lên vật là một ngẫu lực ( $F_2$  và  $F''_2$ ) thì gây ra chuyển động quay. Nói cách khác, lực  $F_2$  có thể dời đến điểm  $A$  của vật nếu, đồng thời, mômen quay tương ứng được thêm vào. Khi ta xem vật là một chất điểm, hay một hạt, thì rõ ràng sẽ không có mômen quay.

**HS:** Thầy nói một chất điểm không thể quay mà chỉ có chuyển động tịnh tiến. Nhưng chúng ta đã gặp chuyển động quay rồi – chuyển động theo một vòng tròn.

**GV:** Đừng nhầm lẫn những thứ hoàn toàn khác nhau. Chuyển động tịnh tiến của một điểm có thể xảy ra theo những quỹ đạo khác nhau, chẳng hạn, theo một vòng tròn. Khi tôi bác bỏ khả năng chuyển động quay của một điểm tôi muốn nói chuyển động quay xung quanh nó, tức là xung quanh một trục bất kì đi qua điểm đó.

### §3. Xác định lực ma sát

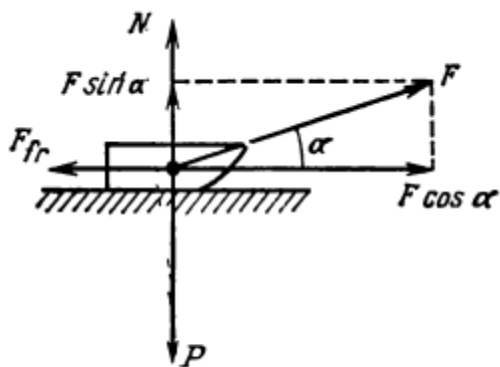
GV: Tôi muốn dừng lại nói cụ thể hơn về việc tính lực ma sát trong những bài toán khác nhau. Tôi đã nhớ lực ma sát trượt khô (lực ma sát được nói là khô khi không có bất kì lớp chất nào, ví dụ như chất bôi trơn, nằm giữa những bề mặt đang trượt).

HS: Nhưng ở đây mọi thứ dường như đã khá rõ ràng rồi.

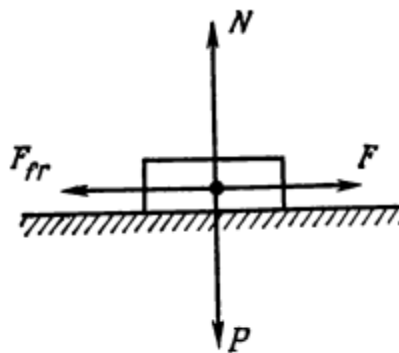
GV: Tuy nhiên, có nhiều sai lầm phạm phải trong khi giải toán là vì không có khả năng tính lực ma sát. Xét ví dụ minh họa trong Hình 15. Một xe trượt tuyết có trọng lượng  $P$  được kéo bởi một lực  $F$  thông qua một sợi dây hợp một góc  $\alpha$  với phương ngang, hệ số ma sát là  $k$ . Hãy tìm lực ma sát trượt. Các em tính ra giá trị đó bằng cách nào?

HS: Sao vậy thầy, bài toán đó trông rất đơn giản mà. Lực ma sát bằng  $kP$ .

GV: Sai bét rồi. Lực ma sát không bằng  $kP$ , mà bằng  $kN$ , trong đó  $N$  là phản lực pháp tuyến. Hãy nhớ lại phương trình (5) ở bài 2.



Hình 15



Hình 16

HS: Nhưng hai lực đó không bằng nhau sao?

GV: Trong một trường hợp đặc biệt, trọng lực và phản lực pháp tuyến có thể bằng nhau, nhưng nói chung chúng là những lực hoàn toàn khác nhau. Xét ví dụ tôi vừa đề xuất. Các lực tác dụng lên vật (xe trượt tuyết) là trọng lực  $P$ , lực pháp tuyến  $N$ , lực ma sát trượt  $F_{fr}$  và lực căng  $F$  của sợi dây (xem Hình 15). Ta phân tích lực  $F$  thành thành phần thẳng đứng ( $F \sin \alpha$ ) và thành phần nằm ngang ( $F \cos \alpha$ ) của nó. Tất cả các lực tác dụng theo phương thẳng đứng cân bằng nhau. Lập luận này cho phép chúng ta tìm phản lực pháp tuyến:

$$N = P - F \sin \alpha \quad (6)$$

Như các em có thể thấy, lực này không bằng trọng lượng của xe trượt tuyết, mà nhỏ hơn một lượng  $F \sin \alpha$ . Về phương diện vật lý, đây là cái nên có, bởi vì sợi dây căng, đang bị kéo xiên góc lên trên, dường như “nâng” cái xe trượt tuyết lên một chút. Điều này làm giảm lực do xe trượt tuyết đè xuống bề mặt bên dưới, do đó phản lực pháp tuyến cũng giảm. Cho nên, trong trường hợp này

$$F_{fr} = k(P - F \sin \alpha) \quad (7)$$

Nếu sợi dây nằm ngang ( $\alpha = 0$ ) thì thay cho phương trình (6) ta sẽ có  $N = P$ , từ đó suy ra  $F_{fr} = kP$ .

**HS:** Giờ thì em hiểu rồi. Trước đây em chưa hề nghĩ tới điều này.

**GV:** Đây là một sai sót thường gặp ở những thí sinh cứ xem lực ma sát trượt là tích của hệ số ma sát và trọng lượng thay vì là phản lực pháp tuyến. Sau này các em nên tránh những sai sót như thế này nhé.

**HS:** Em sẽ tuân theo quy tắc: để tính lực ma sát, trước tiên hãy tìm phản lực pháp tuyến.

**GV:** Cho đến đây chúng ta chỉ mới xử lý với lực ma sát trượt. Giờ ta hãy xét lực ma sát nghỉ. Lực này có những đặc điểm riêng nhất định mà học sinh không phải lúc nào cũng đủ sự chú ý. Xét ví dụ sau đây. Một vật nằm yên trên một mặt ngang và bị tác dụng bởi một lực  $F$  nằm ngang có xu hướng làm vật chuyển động. Trong trường hợp này em nghĩ lực ma sát sẽ lớn bao nhiêu?

**HS:** Nếu vật nằm yên trên mặt ngang, và lực  $F$  tác dụng theo phương ngang, thì  $N = P$ . Đúng không thầy?

**GV:** Khá chính xác. Tiếp tục đi.

**HS:** Ta suy ra lực ma sát bằng  $kP$ .

**GV:** Em vừa phạm một sai lầm tiêu biểu do nhầm lẫn lực ma sát trượt và lực ma sát nghỉ. Nếu vật đang trượt trên mặt phẳng ngang đó, thì câu trả lời của em là đúng. Nhưng ở đây vật nằm yên. Do đó, ta cần có tất cả các lực tác dụng lên vật cân bằng nhau. Có bốn lực tác dụng lên vật: trọng lực  $P$ , phản lực pháp tuyến  $N$ , lực  $F$  và lực ma sát nghỉ  $F_{fr}$  (Hình 16). Hai lực thẳng đứng  $P$  và  $N$  cân bằng nhau. Hai lực nằm ngang  $F$  và  $F_{fr}$  cũng vậy. Do đó,

$$F_{fr} = F \quad (8)$$

**HS:** Như vậy lực ma sát nghỉ phụ thuộc vào ngoại lực có xu hướng là dịch chuyển vật.

**GV:** Vâng, đúng vậy. Lực ma sát nghỉ tăng theo lực  $F$ . Tuy nhiên, nó không tăng lên vô hạn. Lực ma sát nghỉ đạt tới một giá trị cực đại

$$F_{fr} = k_0 N \quad (9)$$

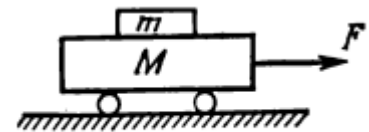
Hệ số  $k_0$  hơi lớn hơn hệ số  $k$  đặc trưng, theo phương trình (5), cho lực ma sát trượt. Ngay khi ngoại lực  $F$  đạt tới giá trị  $k_0 N$  thì vật bắt đầu trượt. Tại giá trị này, hệ số  $k_0$  trở nên bằng  $k$ , và vì thế lực ma sát giảm đi một chút. Nếu tiếp tục tăng lực  $F$ , thì lực ma sát (lúc này là lực ma sát trượt) không tăng thêm nữa (cho đến khi thu được vận tốc rất cao), và vật chuyển động với gia tốc tăng dần. Sự bất lực của nhiều thí sinh trước việc xác định lực ma sát có thể giải quyết bằng cách đổi theo câu hỏi khá đơn giản sau đây: lực ma sát bằng bao nhiêu khi một lực có trọng lượng  $P$  nằm yên trên một mặt phẳng nghiêng một góc  $\alpha$ ? Người ta nghe có nhiều câu trả lời không đúng. Có người nói lực ma sát bằng  $kP$ , có người nói nó bằng  $kN = kP \cos \alpha$ .

**HS:** Em hiểu rồi. Vì vật nằm yên, nên ta xử lý lực ma sát nghỉ. Ta tìm nó từ điều kiện cân bằng của các lực tác dụng dọc theo mặt phẳng nghiêng. Trong trường hợp của chúng ta có hai lực như vậy: lực ma sát  $F_{fr}$  và lực trượt  $P \sin \alpha$  tác dụng xuôi xuống mặt phẳng nghiêng. Do đó, đáp án đúng là  $F_{fr} = P \sin \alpha$ .

**GV:** Chính xác. Để kết luận, hãy xét bài toán minh họa trong Hình 17. Một tải khối lượng  $m$  nằm trên một vật khối lượng  $M$ ; lực ma sát nghỉ cực đại giữa hai vật được đặc trưng bởi hệ số  $k_0$  và không có ma sát giữa vật và mặt đất. Tìm lực  $F$  nhỏ nhất tác dụng lên vật để tải bắt đầu trượt trên nó.

**HS:** Trước tiên em sẽ giả sử lực  $F$  là đủ nhỏ, nên tải sẽ không trượt trên vật. Khi đó hai vật sẽ thu gia tốc

$$a = F / (M + m)$$



Hình 17

**GV:** Đúng. Lực nào sẽ truyền gia tốc này cho tải?

**HS:** Đó sẽ là lực ma sát nghỉ  $F_{fr}$ . Như vậy

$$F_{fr} = ma = Fm / (M + m)$$

Suy ra khi lực  $F$  tăng thì lực ma sát nghỉ  $F_{fr}$  cũng tăng. Tuy nhiên, nó không thể tăng lên mãi. Giá trị cực đại của nó là

$$F_{fr\max} = k_0 N = k_0 m g$$

Như vậy, giá trị cực đại của lực  $F$  tại đó hai vật vẫn còn có thể chuyển động như một đơn vị thống nhất được xác định từ điều kiện

$$k_0 m g = F m / (M + m)$$

từ đó

$$F = (M + m) k_0 g$$

Đây chính là lực nhỏ nhất tại đó tải bắt đầu trượt trên vật.

**GV:** Lời giải của em là đúng rồi. Tôi hoàn toàn hài lòng với cách lí giải của em.



## §4. Phân tích các định luật Newton của chuyển động

**GV:** Hãy phát biểu định luật I Newton của chuyển động.

**HS:** Một vật vẫn đứng yên hoặc ở trạng thái chuyển động thẳng đều cho đến khi tác dụng của những vật khác buộc nó thay đổi trạng thái đó.

**GV:** Định luật này có giá trị trong mọi hệ quy chiếu hay không?

**HS:** Em không hiểu câu hỏi của thầy.

**GV:** Nếu em nói một vật là đứng yên, em muốn nói nó đứng yên so với một vật nào đó, trong trường hợp đã cho, đóng vai trò là hệ quy chiếu. Thật là vô nghĩa nếu nói một vật là đứng yên hoặc chắc chắn chuyển động mà không chỉ rõ hệ quy chiếu. Bản chất của chuyển động của một vật phụ thuộc vào sự chọn lựa hệ quy chiếu. Chẳng hạn, một vật đang nằm trên sàn của một toa xe đang chạy trên ray là đứng yên so với hệ quy chiếu gắn với xe, nhưng lại chuyển động đối với hệ quy chiếu gắn với đường ray. Giờ ta có thể trở lại câu hỏi của tôi. Định luật I Newton có giá trị cho mọi hệ quy chiếu hay không?

**HS:** Vâng, có lẽ vậy.

**GV:** Tôi thấy câu hỏi này khiến em mơ hồ rồi. Các thí nghiệm cho thấy định luật I Newton không có giá trị cho mọi hệ quy chiếu. Xét ví dụ vật nằm trên sàn của một toa xe đang chạy trên ray. Chúng ta sẽ bỏ qua sự ma sát giữa vật và mặt sàn. Trước tiên ta sẽ xử lý vị trí của vật theo một hệ quy chiếu gắn liền với xe. Ta có thể quan sát thấy cái sau đây: vật nằm yên trên sàn và, hết sức bất ngờ, nó bắt đầu trượt trên sàn mặc dù không có bất kì loại tác dụng nào hiển hiện cả. Ở đây ta có một sự vi phạm rõ ràng của định luật I Newton của chuyển động. Lời giải thích thông thường của hiệu ứng này là toa xe, cái đang chuyển động theo đường thẳng và với vận tốc đều, bắt đầu giảm tốc, vì đoàn tàu bị phanh, và vật đó, do không có ma sát, tiếp tục duy trì trạng thái chuyển động thẳng đều của nó so với đường ray. Từ đây ta có thể kết luận rằng định luật I Newton đúng trong một hệ quy chiếu gắn với đường ray, nhưng không đúng trong một hệ quy chiếu gắn với một toa xe đang giảm tốc.

Các hệ quy chiếu để cho định luật I Newton có giá trị được nói là quán tính; còn những hệ quy chiếu trong đó định luật I Newton không đúng được nói là phi quán tính. Đối với đa số hiện tượng thường gặp, ta có thể giả sử mọi hệ quy chiếu là quán

tính nếu nó gắn liền với mặt đất, hoặc gắn liền với bất kì vật thể nào khác nằm yên so với mặt đất hoặc đang chuyển động thẳng đều. Các hệ quy chiếu phi quán tính là những hệ chuyển động có gia tốc, chẳng hạn những hệ đang quay, thang máy đang tăng tốc hoặc giảm tốc, vân vân. Lưu ý rằng không những định luật I Newton của chuyển động không đúng đối với những hệ quy chiếu phi quán tính, mà định luật II Newton cũng vậy (vì định luật I là một trường hợp đặc biệt của định luật II).

**HS:** Nhưng nếu không thể sử dụng các định luật Newton cho những hệ quy chiếu đang chuyển động có gia tốc, thì làm thế nào chúng ta có thể xử lí những bài toán cơ trong những hệ như vậy?

**GV:** Tuy vậy, các định luật Newton của chuyển động có thể dùng trong những hệ quy chiếu phi quán tính. Tuy nhiên, để làm như vậy, sẽ cần áp dụng một lực nữa, trên danh nghĩa thuần túy, lên vật. Lực này, gọi là lực quán tính, bằng tích khối lượng của vật và gia tốc của hệ quy chiếu, và chiều của nó ngược chiều với gia tốc của vật. Tôi nhấn mạnh rằng không có lực nào như vậy thật sự tồn tại hết mà nó chỉ được đưa vào trên danh nghĩa để các định luật Newton của chuyển động sẽ vẫn đúng trong một hệ quy chiếu phi quán tính.

Tuy nhiên, tôi khuyên em nên chỉ sử dụng hệ quy chiếu quán tính trong khi giải toán. Khi đó, tất cả những lực mà em xử lí sẽ thật sự là những lực có tồn tại.

**HS:** Nhưng nếu chúng ta tự hạn chế mình với những hệ quy chiếu quán tính, thì ta không thể phân tích, chẳng hạn, bài toán về một vật nằm trên một cái đĩa đang quay.

**GV:** Tại sao lại không thể chứ? Việc chọn hệ quy chiếu là tùy ý em. Nếu trong một bài toán như vậy, em sử dụng một hệ quy chiếu gắn với cái đĩa (tức là một hệ phi quán tính), thì vật được xem là đứng yên. Nhưng nếu hệ quy chiếu của em gắn với mặt đất (tức là một hệ quy chiếu quán tính), thì vật được xử lí là đang chuyển động tròn. Tôi khuyên em nên chọn một hệ quy chiếu quán tính.

Và bây giờ hãy phát biểu định luật II Newton của chuyển động.

**HS:** Định luật này có thể viết là  $F = ma$ , trong đó  $F$  là lực tác dụng lên vật,  $m$  là khối lượng của nó và  $a$  là gia tốc.

**GV:** Câu trả lời súc tích của em là rất tiêu biểu. Tôi sẽ đưa ra ba nhận xét về câu phát biểu của em; hai nhận xét không quan trọng cho lắm và một nhận xét là thiết yếu. Trước tiên, không phải lực là do gia tốc gây ra mà, trái lại, gia tốc là kết quả của lực tác dụng. Do đó, sẽ hợp lí hơn nếu viết phương trình của định luật II là

$$a = BF / m \quad (10)$$

trong đó  $B$  là hệ số tỉ lệ phụ thuộc vào sự chọn lựa đơn vị đo của các đại lượng trong phương trình (10). Lưu ý rằng phần trả lời của em không có nhắc tới hệ số tỉ lệ  $B$ .

Thứ hai, một vật được gia tốc bởi tất cả các lực tác dụng lên nó (mặc dù một số lực có thể cân bằng nhau). Do đó, trong phát biểu định luật em không nên dùng từ “lực”, mà nên dùng từ “hợp lực”.

Nhận xét thứ ba của tôi là cái quan trọng nhất. Định luật II Newton xác lập mối liên hệ giữa lực và gia tốc. Nhưng lực và gia tốc là những đại lượng vec-tơ, được đặc trưng không những bởi giá trị số (độ lớn) của chúng mà còn bởi hướng của chúng nữa. Phát biểu định luật của em không nêu rõ được những hướng đó. Đây là một thiếu sót cơ bản. Phát biểu của em đã bỏ sót một phần thiết yếu của định luật II Newton của chuyển động. Phát biểu đúng là như sau: gia tốc của một vật tỉ lệ thuận với hợp lực của tất cả các lực tác dụng lên vật, tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật và cùng chiều với hợp lực. Phát biểu này có thể biểu diễn giải tích bởi công thức

$$\vec{a} = \frac{B\vec{F}}{m} \quad (11)$$

(trong đó mũi tên phía trên đầu kí tự là kí hiệu cho vec-tơ).

**HS:** Khi ở bài 2 chúng ta nói về các lực tác dụng lên một vật bị ném lên xiên một góc so với phương ngang, thầy có nói sau này thầy sẽ giảng rõ hướng chuyển động của một vật không nhất thiết trùng với hướng của lực tác dụng lên nó. Khi đó thầy có nhắc tới định luật II Newton.

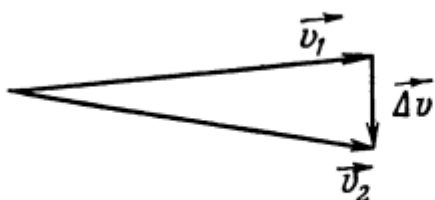
**GV:** À, tôi nhớ chứ, và tôi nghĩ thật khá hợp lí để trở lại câu hỏi này. Chúng ta hãy nhắc lại gia tốc là gì. Như chúng ta biết, gia tốc được đặc trưng bởi sự biến thiên vận tốc trong một đơn vị thời gian. Minh họa trong Hình 18 là các vec-tơ vận tốc  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_2$  của một vật cho hai thời điểm gần kề  $t$  và  $t + \Delta t$ . Độ biến thiên vận tốc trong thời gian  $\Delta t$  là vec-tơ  $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ . Theo định nghĩa, gia tốc là

$$\vec{a}(t) \equiv \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (12)$$

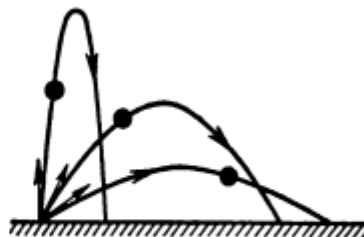
hay, chặt chẽ hơn

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (13)$$

Suy ra vec-tơ gia tốc hướng cùng chiều với vec-tơ  $\Delta \vec{v}$ , đại lượng thể hiện sự biến thiên vận tốc trong khoảng thời gian đủ ngắn. Cái rõ ràng từ Hình 18 là các vec-tơ vận tốc và vec-tơ biến thiên vận tốc có thể hướng theo những chiều hoàn toàn khác nhau. Điều này có nghĩa là, trong trường hợp tổng quát, vec-tơ vận tốc và vec-tơ gia tốc cũng có chiều khác nhau. Rõ chưa nhỉ?



Hình 18



Hình 19

**HS:** Vâng, giờ thì em hiểu rồi. Ví dụ, khi một vật chuyển động theo một vòng tròn, vận tốc của vật hướng tiếp tuyến với vòng tròn đó, nhưng gia tốc của nó thì hướng theo bán kính về phía tâm quay (em muốn nói tới gia tốc hướng tâm).

**GV:** Ví dụ của em khá hợp lí. Giờ ta hãy trở lại mối liên hệ (11) và làm sáng tỏ rằng chính gia tốc chứ không phải vận tốc mới hướng theo chiều của lực tác dụng, và một lần nữa chính gia tốc chứ không phải vận tốc mới có liên hệ với độ lớn của lực này. Mặt khác, bản chất của chuyển động của một vật tại một thời điểm cho trước bất kì được xác định bởi chiều và độ lớn của vận tốc của nó tại thời điểm đã cho (vec-tơ vận tốc luôn luôn tiếp tuyến với đường đi của vật). Vì gia tốc và vận tốc là những vec-tơ khác nhau, nên chiều của lực tác dụng và chiều chuyển động của vật có thể không trùng nhau trong trường hợp tổng quát. Như vậy, bản chất của chuyển động của một vật tại một thời điểm cho trước không chỉ được xác định bởi những lực tác dụng lên vật tại thời điểm đã cho đó.

**HS:** Điều này đúng trong trường hợp tổng quát. Nhưng, tất nhiên, chiều của lực tác dụng và của vận tốc có thể trùng nhau.

**GV:** Chắc chắn, điều đó là có thể. Hãy nâng một vật lên và buông nhẹ nó ra, sao cho không truyền cho nó một vận tốc ban đầu nào. Ở đây chiều chuyển động sẽ trùng với chiều của trọng lực. Tuy nhiên, nếu em truyền một vận tốc ban đầu nằm ngang cho vật thì chiều chuyển động của nó sẽ không trùng với chiều của trọng lực; vật sẽ đi theo một đường parabol. Mặc dù trong cả hai trường hợp vật chuyển động do tác dụng của cùng một lực – trọng lực của nó – nhưng bản chất của chuyển động của nó

khác nhau. Một nhà vật lý sẽ nói rằng sự khác biệt này là do các điều kiện ban đầu khác nhau: lúc bắt đầu chuyển động vật không có vận tốc trong trường hợp thứ nhất và có một vận tốc hướng ngang nhất định trong trường hợp thứ hai. Minh họa trong Hình 19 là quỹ đạo của những vật được ném lên với vận tốc ban đầu có chiều khác nhau, nhưng trong tất cả các trường hợp có cùng một lực, trọng lực của vật, tác dụng lên nó.

**HS:** Điều đó có nghĩa là bản chất của chuyển động của một vật tại một thời điểm cho trước không những phụ thuộc vào các lực tác dụng lên vật tại thời điểm này, mà còn phụ thuộc vào các điều kiện ban đầu phải không thầy?

**GV:** Chính xác. Cần nhấn mạnh rằng các điều kiện ban đầu phản ánh sự khởi đầu của vật. Chúng là kết quả của các lực đã tồn tại trước đó. Những lực này không còn tồn tại nữa, nhưng kết quả của sự tồn tại của chúng vẫn biểu hiện. Từ quan điểm triết học, điều này chứng minh mối liên hệ của quá khứ với hiện tại, tức là nguyên lý nhân quả. Lưu ý rằng nếu công thức của định luật II Newton chứa vận tốc thay vì gia tốc, thì mối liên hệ này của quá khứ và hiện tại sẽ không hiển hiện. Trong trường hợp này, vận tốc của một vật tại một thời điểm cho trước (tức là bản chất của chuyển động của nó tại một thời điểm cho trước) sẽ hoàn toàn được xác định bởi những lực tác dụng lên vật đúng tại thời điểm này; quá khứ sẽ không có ảnh hưởng lên bất cứ cái gì ở hiện tại.

Tôi muốn trích dẫn một ví dụ nữa minh họa cho điều vừa nói. Nó được trình bày trong Hình 20: một quả cầu treo dưới một sợi dây chịu tác dụng của hai lực, trọng lực và lực căng của sợi dây. Nếu nó bị kéo lệch sang một bên của vị trí cân bằng rồi buông ra, nó sẽ bắt đầu dao động. Tuy nhiên, nếu truyền cho quả cầu một vận tốc nhất định theo chiều vuông góc với mặt phẳng lệch, thì quả cầu sẽ bắt đầu chuyển động theo một vòng tròn với vận tốc đều. Như các em có thể thấy, tùy vào các điều kiện ban đầu, quả cầu hoặc là dao động trong một mặt phẳng (Hình 20a), hoặc là chuyển động với vận tốc đều theo một vòng tròn (Hình 20b). Chỉ có hai lực tác dụng lên nó trong mỗi trường hợp: trọng lực của nó và lực căng của sợi dây.

**HS:** Em chưa từng xét các định luật Newton từ quan điểm này.

**GV:** Chẳng có gì ngạc nhiên khi mà một số học sinh, lúc cố gắng xác định các lực tác dụng lên một vật, xây dựng lập luận của mình dựa trên bản chất của chuyển động mà trước tiên không tìm xem những vật nào có tương tác với vật đã cho. Các em có thể nhớ lại cái các em đã làm giống như vậy. Đó chính là nguyên nhân, khi vẽ Hình

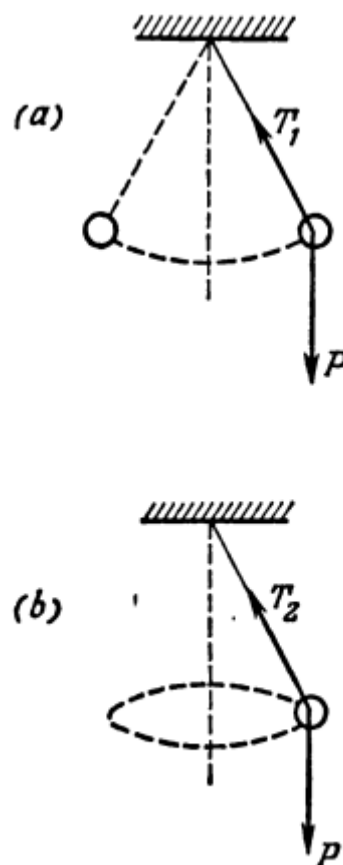
8c và 8d, các em thấy tập hợp lực tác dụng lên vật trong những trường hợp đó sẽ khác nhau. Thật ra, trong cả hai trường hợp đó, có hai lực tác dụng lên vật: trọng lực của nó và lực căng của sợi dây.

**HS:** Giờ thì em hiểu tập hợp những lực giống nhau có thể gây ra những chuyển động có bản chất khác nhau và do đó số liệu về bản chất của chuyển động của một vật không thể xem là một điểm xuất phát trong việc xác định các lực tác dụng lên vật đó.

**GV:** Em đã phát biểu vấn đề rất chính xác. Tuy nhiên, không cần tiến xa như vậy đâu. Mặc dù những loại chuyển động khác nhau có thể được gây ra bởi cùng một tập hợp lực (như trong Hình 20), nhưng liên hệ số học của những lực đang tác dụng đó khác nhau cho những loại chuyển động khác nhau. Điều này có nghĩa là sẽ có một hợp lực tác dụng khác nhau cho mỗi chuyển động. Như vậy, chẳng hạn, trong chuyển động đều của một vật theo một vòng tròn, hợp lực sẽ là lực hướng tâm; trong dao động trong một mặt phẳng thì hợp lực sẽ là lực hồi phục. Từ đây ta suy ra rằng mặc dù số liệu về loại chuyển động của một vật không thể giữ vai trò là cơ sở cho việc xác định các lực tác dụng, nhưng chúng không hẳn là vô ích.

Trong phần liên hệ này, chúng ta hãy trở lại với ví dụ trong Hình 20. Giả sử góc  $\alpha$  giữa phương của sợi dây và phương thẳng đứng là đã biết và trọng lượng  $P$  của vật cũng vậy. Hãy tìm lực căng  $T$  ở sợi dây khi (1) vật dao động đang ở vị trí biên của nó, và (2) khi vật đang chuyển động đều theo quỹ đạo tròn. Trong trường hợp thứ nhất, hợp lực là lực hồi phục và nó vuông góc với sợi dây. Do đó, trọng lượng  $P$  của vật được phân tích thành hai thành phần, với một thành phần hướng theo hợp lực và thành phần kia vuông góc với nó (tức là hướng theo sợi dây). Khi đó các lực vuông góc với lực hồi phục, tức là những lực tác dụng theo phương của sợi dây, cân bằng nhau (xem Hình 21a). Do đó

$$T_1 = P \cos \alpha$$



Hình 20

Trong trường hợp thứ hai, hợp lực là lực hướng tâm và hướng theo phương ngang. Do đó, lực căng  $T_2$  của sợi dây sẽ được phân tích thành một thành phần thẳng đứng và một thành phần nằm ngang, và những lực vuông góc với hợp lực, tức là những lực thẳng đứng, sẽ cân bằng nhau (Hình 21b). Khi đó

$$T_2 \cos \alpha = P \quad \text{hay} \quad T_2 = \frac{P}{\cos \alpha}$$

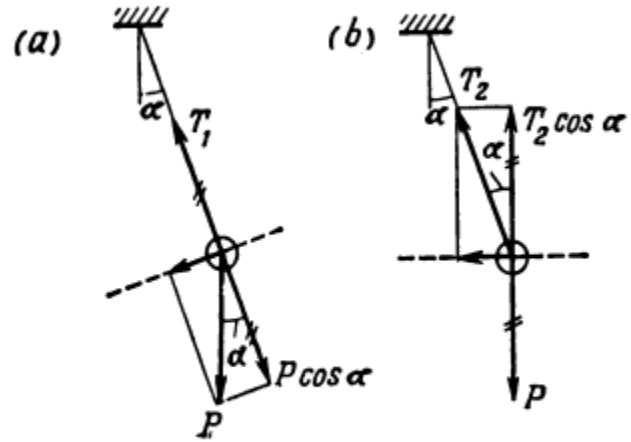
Như các em có thể thấy, việc biết bản chất của chuyển động của vật tỏ ra hữu ích trong việc xác định lực căng của sợi dây.

**HS:** Nếu như em hiểu rõ hết điều này, thì từ việc biết sự tương tác của các vật, ta có thể tìm các lực tác dụng lên một vật trong số chúng; nếu ta biết những lực này và những điều kiện ban đầu, thì ta có thể dự đoán bản chất của chuyển động của vật (độ lớn và chiều của vận tốc của nó tại một thời điểm bất kì).

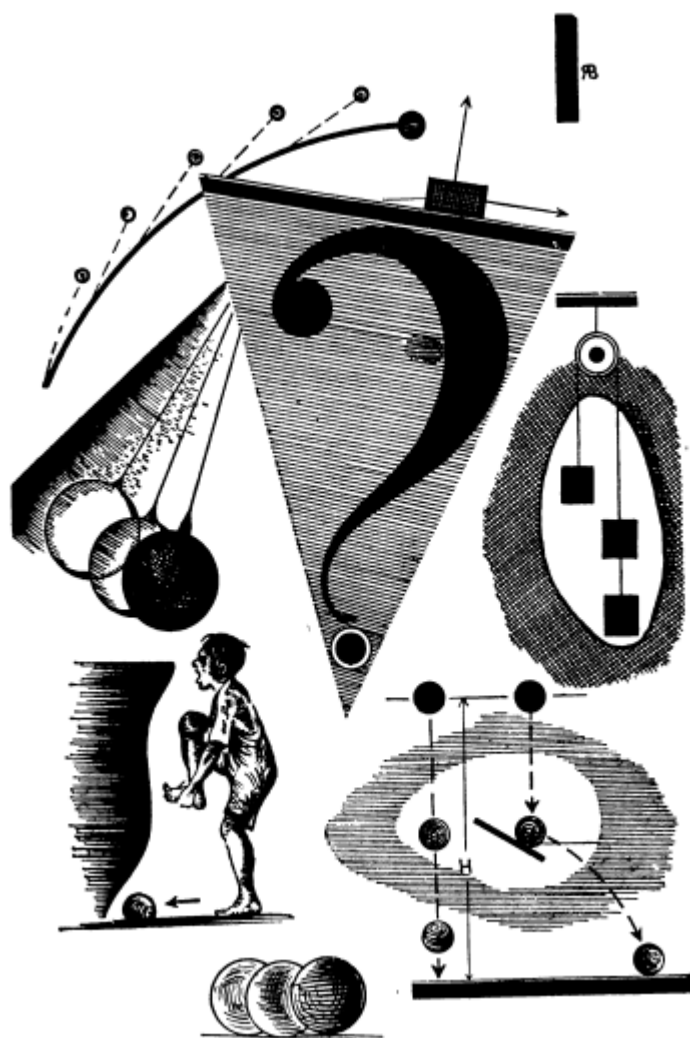
Mặt khác, nếu ta biết loại chuyển động của một vật, ta có thể xác định mối liên hệ giữa các lực tác dụng lên nó. Em lập luận như vậy có đúng không?

**GV:** Khá lắm.

*[phần này sách bị mất 2 trang :)]*



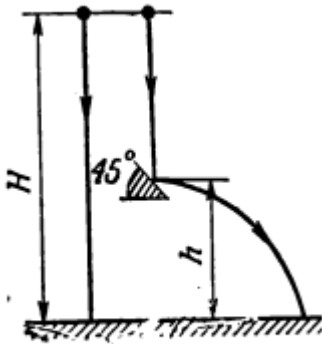
Hình 21



Nếu các em đã biết rõ cơ học, thì các em có thể dễ dàng giải bài tập. Điều ngược lại cũng đúng: Nếu các em đã sẵn sàng giải bài tập thì rõ ràng các em đã có kiến thức tốt về cơ học. Vì thế, hãy mở rộng kiến thức cơ học của các em bằng cách giải càng nhiều bài toán càng tốt.



## § 5. Phương pháp giải bài toán động học



Hình 23

**GV:** Giả sử hai vật đang rơi từ một độ cao nhất định. Một vật không có vận tốc ban đầu và vật kia có một vận tốc ban đầu nhất định theo phương ngang. Từ đây trở về sau chúng ta sẽ bỏ qua sức cản của không khí. So sánh thời gian để hai vật rơi xuống chạm đất.

**HS:** Chuyển động của một vật bị ném ngang có thể xem là sự kết hợp của hai chuyển động: thẳng đứng và nằm ngang. Thời gian bay được xác định bởi thành phần thẳng đứng của chuyển động. Vì chuyển động theo phương thẳng đứng của vật được xác định trong cả hai trường hợp bởi số liệu giống nhau (cùng một độ cao và không có thành phần thẳng đứng của vận tốc ban đầu), nên thời gian rơi là như nhau đối với cả hai vật. Nó bằng  $\sqrt{2H/g}$ , trong đó  $H$  là độ cao ban đầu.

**GV:** Hoàn toàn đúng. Giờ ta hãy xét một trường hợp phức tạp hơn. *Giả sử hai vật đang rơi từ độ cao  $H$  với vận tốc ban đầu bằng không, nhưng trên đường rơi của nó một trong hai vật gặp phải một mặt phẳng cố định, nghiêng một góc  $45^\circ$  so với phương ngang. Hệ quả của sự va chạm này là hướng vận tốc của vật trở thành nằm ngang (Hình 23). Điểm tiếp xúc nằm ở độ cao  $h$ . Hãy so sánh thời gian rơi của hai vật.*

**HS:** Cả hai vật mất thời gian rơi như nhau đến mức ngang mặt phẳng nghiêng. Hệ quả của sự va chạm lên mặt phẳng đó là một trong hai vật thu lấy một thành phần nằm ngang của vận tốc. Tuy nhiên, thành phần nằm ngang này không thể ảnh hưởng đến thành phần thẳng đứng của chuyển động của vật. Vì thế, trong trường hợp này, thời gian rơi sẽ là như nhau đối với cả hai vật.

**GV:** Em sai rồi. Em đã đúng khi nói thành phần nằm ngang của vận tốc không ảnh hưởng đến chuyển động thẳng đứng của vật, và hệ quả là không ảnh hưởng đến thời gian rơi của nó. Khi vật chạm trúng mặt phẳng nghiêng, nó không những thu lấy một thành phần vận tốc nằm ngang, mà nó còn mất thành phần thẳng đứng của vận tốc của nó, và tất nhiên điều này phải ảnh hưởng đến thời gian rơi. Sau khi va

chạm với mặt phẳng nghiêng, vật rơi từ độ cao  $h$  với vận tốc thẳng đứng ban đầu bằng không. Sự va chạm với mặt phẳng nghiêng làm chậm chuyển động thẳng đứng của vật và do đó làm tăng thời gian rơi của nó. Thời gian rơi đối với vật rơi thẳng xuống đất là  $\sqrt{2H/g}$ ; thời gian rơi đối với vật va chạm với mặt phẳng nghiêng là  $\sqrt{2(H-h)/g} + \sqrt{2h/g}$ .

Kết quả này đưa chúng ta đến câu hỏi sau đây: *tỉ số  $h/H$  là bao nhiêu thì thời gian rơi sẽ đạt tới giá trị tối đa của nó?* Nói cách khác, mặt phẳng nghiêng đặt ở độ cao nào thì nó chậm chuyển động rơi nhất?

**HS:** Em không có khả năng trả lời chính xác câu hỏi này. Theo em thì tỉ số  $h/H$  không nên gần bằng 1 hoặc bằng 0, vì một tỉ số bằng 1 hoặc 0 là tương đương với không có mặt phẳng nghiêng nào hết. Mặt phẳng nghiêng nên đặt ở đâu đó khoảng chính giữa mặt đất và điểm rơi ban đầu.

**GV:** Nhận xét định tính của em khá đúng đấy. Nhưng em sẽ không gặp khó khăn gì để tìm câu trả lời chính xác cả. Chúng ta có thể viết thời gian rơi của vật như sau

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} (\sqrt{1-x} + \sqrt{x}) \text{ trong đó } x = h/H$$

Giờ ta đi tìm giá trị của  $x$  tại đó hàm  $t(x)$  là cực đại. Trước tiên ta bình phương thời gian rơi. Ta được

$$t^2 = \frac{2H}{g} [1 + 2\sqrt{(1-x)x}]$$

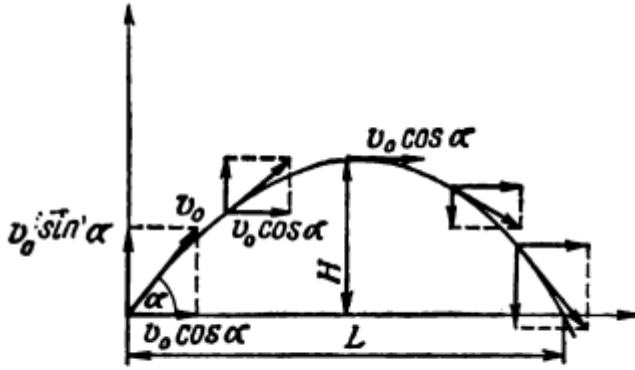
Nếu thời gian là cực đại, thì bình phương của nó cũng đạt cực đại. Cái rõ ràng từ phương trình trên là  $t^2$  đạt cực đại khi hàm  $y = (1-x)x$  đạt cực đại. Như vậy, vấn đề suy luận thành đi tìm giá trị cực đại của tam thức bậc hai

$$y = -x^2 + x = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

Tam thức này đạt cực đại tại  $x = 1/2$ . Như vậy, độ cao  $h$  bằng một nửa độ cao  $H$ .

Ở phần tiếp theo chúng ta sẽ nói về những bước cơ bản để giải những bài toán động học xoay quanh ví dụ một vật được ném lên nghiêng một góc so với phương ngang (thường gọi là ném xiên).

**HS:** Em không rành những bài toán như vậy cho lắm.



Hình 24

**GV:** Ta sẽ bắt đầu với dạng thức thường gặp của bài toán: một vật được ném lên nghiêng một góc  $\alpha$  so với phương ngang với vận tốc ban đầu  $v_0$ . Hãy tìm thời gian bay  $T$ , tầm bay cao  $H$  và tầm bay xa  $L$ . Như thường lệ, trước tiên ta tìm các lực đang tác dụng lên vật. Có một lực duy nhất là trọng lực. Như vậy, vật chuyển động với vận tốc không đổi theo phương ngang và với gia tốc không đổi  $g$  theo phương thẳng đứng. Ta sẽ phân tích riêng thành phần chuyển động thẳng đứng và nằm ngang, vì mục đích ta phân tích vector vận tốc ban đầu thành thành phần thẳng đứng ( $v_0 \sin \alpha$ ) và nằm ngang ( $v_0 \cos \alpha$ ). Thành phần vận tốc nằm ngang giữ nguyên không đổi trong suốt lúc bay trong khi thành phần thẳng đứng biến thiên như thể hiện trên Hình 24. Ta hãy xét thành phần thẳng đứng của chuyển động. Thời gian bay  $T = T_1 + T_2$ , trong đó  $T_1$  là thời gian bay lên (vật đi lên thẳng đứng chậm dần đều) và  $T_2$  là thời gian bay xuống (vật đi xuống nhanh dần đều). Vận tốc thẳng đứng của vật tại điểm cao nhất của quỹ đạo của nó (tại thời điểm  $t = T_1$ ) rõ ràng là bằng không. Mặt khác, vận tốc này có thể biểu diễn bằng công thức thể hiện sự phụ thuộc của vận tốc của chuyển động chậm dần đều theo thời gian. Ta có

$$0 = v_0 \sin \alpha - gT_1$$

hay 
$$T_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (14)$$

Khi đã biết  $T_1$ , ta có

$$H = v_0 T_1 \sin \alpha - \frac{g T_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (15)$$

Thời gian bay xuống  $T_2$  có thể tính bằng thời gian vật rơi từ độ cao  $H$  đã biết mà không có vận tốc thẳng đứng ban đầu

$$T_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

So sánh biểu thức này với phương trình (14) ta thấy thời gian bay xuống bằng thời gian bay lên. Thời gian bay tổng cộng là

$$T = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (16)$$

Để tìm tầm bay xa  $L$ , hay quãng đường đi theo phương ngang, ta khai thác thành phần nằm ngang của chuyển động. Như đã nói ở phần trước, theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều. Như vậy

$$L = (v_0 \cos \alpha) T = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (17)$$

Ta có thể thấy từ phương trình (17) rằng nếu tổng hai góc tại đó hai vật được ném lên là bằng  $90^\circ$  và nếu hai vận tốc ban đầu là bằng nhau, thì hai vật sẽ rơi tại cùng một điểm.

Đến đây thì mọi thứ với em đã rõ ràng hay chưa?

**HS:** À vâng, mọi thứ dường như đã rõ.

**GV:** Tốt. Sau đây chúng ta sẽ thêm chút phức tạp nữa. *Giả sử có một lực của gió không đổi  $F$  nằm ngang tác dụng lên vật. Trọng lượng của vật là  $P$ . Như trong trường hợp trước, hãy tìm thời gian bay  $T$ , tầm bay cao  $H$  và tầm bay xa  $L$ .*

**HS:** Ngược với bài toán trước, chuyển động nằm ngang của vật là không đều, bây giờ nó chuyển động với gia tốc nằm ngang  $a = (F/P)g$ .

**GV:** Có bất kì thay đổi nào ở thành phần thẳng đứng của chuyển động hay không?

**HS:** Vì lực của gió tác dụng theo phương ngang, nên gió không thể ảnh hưởng đến chuyển động thẳng đứng của vật.

**GV:** Tốt. Giờ hãy cho tôi biết những đại lượng cần tìm nào có cùng giá trị như ở bài toán trước.

**HS:** Rõ ràng đây sẽ là thời gian bay  $T$  và tầm bay cao  $H$ . Chúng là những đại lượng được xác định trên cơ sở chuyển động thẳng đứng của vật. Do đó chúng sẽ có giá trị bằng như trong bài toán trước.

**GV:** Hay. Thế còn tầm bay xa?

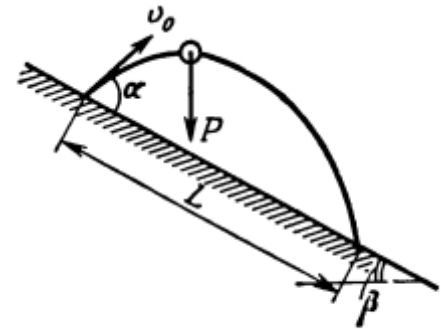
**HS:** Gia tốc theo phương ngang và thời gian bay là đã biết, nên có thể tính ra tầm bay xa. Ta có

$$L = (v_0 \cos \alpha) T + \frac{aT^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} + \frac{2F}{P} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

**GV:** Khá chính xác. Chỉ có điều kết quả sẽ hay hơn nếu viết ở một dạng khác

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \left( 1 + \frac{F}{P} \tan \alpha \right) \quad (18)$$

Tiếp theo ta sẽ xét một bài toán mới: một vật được ném lên nghiêng một góc  $\alpha$  so với một mặt phẳng nghiêng hợp một góc  $\beta$  với phương ngang (Hình 25). Vận tốc ban đầu của vật là  $v_0$ . Tìm khoảng cách  $L$  từ điểm vật được ném lên đến điểm nó rơi lên mặt phẳng nghiêng.



**Hình 25**

**HS:** Em đã từng giải một bài toán như thế này rồi nhưng chịu không làm được.

**GV:** Em không nhìn thấy sự tương đồng nào giữa bài toán này và bài toán trước hay sao?

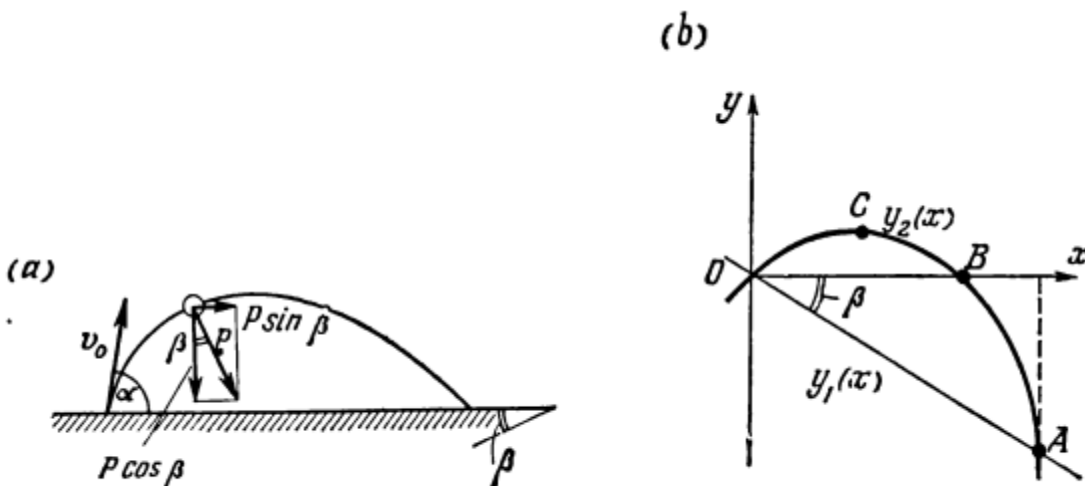
**HS:** Không, em chẳng thấy gì hết.

**GV:** Giờ ta hãy tưởng tượng hình vẽ cho bài toán này xoay một góc  $\beta$  để mặt phẳng nghiêng trở thành nằm ngang (Hình 26a). Khi đó trọng lực không còn thẳng đứng nữa. Giờ ta phân tích nó thành một thành phần thẳng đứng ( $P \cos \beta$ ) và một thành phần nằm ngang ( $P \sin \beta$ ). Giờ thì ta có thể thấy mình đã có bài toán trước một lần nữa, trong đó lực  $P \sin \beta$  giữ vai trò của lực của gió, và  $P \cos \beta$  giữ vai trò trọng lực. Do đó, ta có thể tìm kết quả bằng cách sử dụng phương trình (18) biết rằng chúng ta có những thay thế sau

$P \sin \beta$  cho  $F$ ,  $P \cos \beta$  cho  $P$ , và  $g \cos \beta$  cho  $g$ .

Khi đó, ta được

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g \cos \beta} (1 + \tan \beta \tan \alpha) \quad (19)$$



Hình 26

Với  $\beta = 0$  thì phương trình này trùng với phương trình (17). Nếu thích, ta có thể giải bài toán này bằng một phương pháp nữa. Ta chọn trục tọa độ  $Ox$  và  $Oy$  với gốc tọa độ tại điểm vật được ném lên (Hình 26b). Mặt phẳng nghiêng được biểu diễn trong hệ tọa độ này bởi hàm tuyến tính

$$y_1 = -x \tan \beta$$

và quỹ đạo của vật được mô tả bởi parabol

$$y_2 = ax^2 + bx$$

trong đó các hệ số  $a$  và  $b$  có thể biểu diễn theo  $v_0$ ,  $\alpha$  và  $\beta$ . Tiếp theo ta tìm tọa độ  $x_A$  của giao điểm  $A$  của hàm  $y_1$  và  $y_2$  bằng cách cân bằng biểu thức cho hai hàm này. Như vậy

$$-x \tan \beta = ax^2 + bx$$

Từ đây suy ra  $x_A = (\tan \beta = b)/(-a)$ . Khi đó ta có thể tính dễ dàng khoảng cách cần tìm  $L = OA$ :

$$L = \frac{x_A}{\cos \beta} = -\frac{\tan \beta + b}{a \cos \beta} \quad (20)$$

Cái còn lại là biểu diễn các hệ số  $a$  và  $b$  theo  $v_0$ ,  $\alpha$  và  $\beta$ . Vì mục đích này, ta xét hai điểm của parabol –  $B$  và  $C$  (xem Hình 26b). Ta viết phương trình parabol cho từng điểm này

$$\left. \begin{aligned} y_{2C} &= ax_C^2 + bx_C \\ y_{2B} &= ax_B^2 + bx_B \end{aligned} \right\}$$

Tọa độ của các điểm C và B là đã biết. Như vậy, hệ phương trình trên cho phép chúng ta xác định các hệ số a và b. Tôi đề nghị lúc rảnh em hãy giải cho xong nghiệm của hệ phương trình này và thu về kết quả ở dạng phương trình (19).

**HS:** Em thích cách giải thứ nhất hơn.

**GV:** Đó là vấn đề khẩu vị thôi. Hai phương pháp giải về bản chất là khác nhau. Cách thứ nhất có thể gọi là phương pháp “vật lý”. Nó sử dụng sự tương tự với bài toán cơ bản (chúng ta đổi góc nhìn của mình đi một chút và suy giản bài toán thành bài toán cũ có lực của gió). Phương pháp thứ hai có thể gọi là phương pháp “toán học”. Ở đây chúng ta sử dụng hai hàm số và đi tìm tọa độ giao điểm của chúng. Theo quan điểm của tôi, phương pháp thứ nhất thì đẹp hơn, nhưng kém tổng quát hơn. Lĩnh vực áp dụng phương pháp thứ hai về cơ bản là rộng hơn. Chẳng hạn, có thể áp dụng nó trên nguyên lý khi hình cắt của ngọn đồi mà nó được ném lên không phải là đường thẳng. Ở đây, thay cho hàm tuyến tính  $y_1$ , một hàm nào đó khác sẽ được sử dụng để khớp với hình cắt của ngọn đồi. Phương pháp thứ nhất không thể áp dụng trên nguyên tắc trong những trường hợp như vậy. Ta có thể lưu ý rằng lĩnh vực áp dụng rộng hơn của phương pháp thứ hai là do bản chất trừu tượng hơn của chúng.

## Bài tập

1. Vật A được ném lên thẳng đứng với vận tốc 20 m/s. Hỏi vật B phải ở độ cao nào thì khi được ném với một vận tốc nằm ngang 4 m/s cùng lúc với vật A, va chạm với nó trong chuyển động bay của nó? Khoảng cách tính theo phương ngang giữa hai điểm ném ban đầu là 4 m. Đồng thời hãy tìm thời gian bay của một vật trước khi va chạm và vận tốc của mỗi vật tại thời điểm va chạm.
2. Từ các điểm A và B, ở độ cao tương ứng 2 m và 6 m, hai vật được ném đồng thời về phía nhau: một vật được ném ngang với vận tốc 8 m/s và vật kia được ném chếch xuống  $45^\circ$  so với phương ngang và có vận tốc ban đầu sao cho hai vật va chạm trong khi bay. Khoảng cách tính theo phương ngang giữa A và B bằng 8 m. Tìm vận tốc ban đầu  $v_0$  của vật được ném nghiêng góc  $45^\circ$ , tọa độ x và y của điểm va chạm, thời gian bay t của mỗi vật trước khi va chạm và vận tốc  $v_A$  và  $v_B$  của hai vật tại thời điểm va chạm. Biết quỹ đạo của hai vật nằm trong cùng một mặt phẳng.

3. Hai vật được ném lên từ một điểm xiên góc  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  so với phương ngang và có vận tốc ban đầu tương ứng  $v_1$  và  $v_2$ . Hỏi hai vật sẽ cách nhau bao xa sau thời gian  $t$ ? Xét hai trường hợp: (1) quỹ đạo của hai vật nằm trong cùng một mặt phẳng và hai vật được ném theo hai hướng ngược nhau, và (2) hai quỹ đạo nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau.
4. Một vật rơi từ độ cao  $H$  với vận tốc ban đầu bằng không. Ở độ cao  $h$ , nó bật đàn hồi trên một mặt phẳng nghiêng góc  $30^\circ$  so với phương ngang. Tìm thời gian vật rơi tới đất.
5. Một vật trọng lượng  $P$  được ném lên xiên một góc bao nhiêu so với phương ngang thì tầm bay cao của nó bằng tầm bay xa? Giả sử có một lực  $F$  không đổi nằm ngang của gió tác dụng lên vật trong chuyển động bay của nó.
6. Một viên đá được ném lên vuông góc với một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$ . Nếu vận tốc ban đầu là  $v_0$  thì khoảng cách từ điểm ném lên đến điểm nó rơi xuống bằng bao nhiêu?
7. Một đứa trẻ cao 1,5 m đang đứng cách 15 m với một hàng rào cao 5 m, ném lên một viên đá nghiêng góc  $45^\circ$  với phương ngang. Hỏi viên đá được ném với tốc độ tối thiểu bằng bao nhiêu thì nó bay qua hàng rào đó?



## §6. Phương pháp giải bài toán động lực học

**GV:** Trong việc giải bài toán động lực học, điều đặc biệt quan trọng là có thể xác định chính xác các lực tác dụng lên vật (xem §2).

**HS:** Trước khi tiếp tục, em muốn hỏi một câu. Giả sử em đã tìm chính xác tất cả các lực tác dụng lên vật rồi, bước tiếp theo em phải làm gì?

**GV:** Nếu các lực đó không hướng theo một đường thẳng, thì nên phân tích chúng theo hai chiều vuông góc nhau. Những thành phần lực đó sẽ được xử lý riêng trong mỗi chiều này, cái chúng ta sẽ gọi là “các chiều phân tích”. Ta có thể bắt đầu với một chỉ dẫn thực tế nào đó. Trước tiên, các lực nên được vẽ với tỉ lệ lớn để tránh nhầm lẫn khi phân tích chúng. Để tiết kiệm không gian, học sinh thường biểu diễn các lực ở dạng những mũi tên gần như vi mô, và điều này chẳng giúp ích được gì. Em sẽ hiểu tôi muốn nói gì nếu em so sánh hình vẽ của em (Hình 8) với hình vẽ của tôi (Hình 9). Thứ hai, không nên vội phân tích các lực trước khi vẽ xong hết các lực. Trước hết em tìm tất cả các lực tác dụng lên vật, và thể hiện chúng trên hình vẽ. Chỉ khi đó em mới có thể bắt đầu phân tích chúng. Thứ ba, em phải nhớ rằng sau khi em đã phân tích một lực, em nên “quên đi” sự tồn tại của nó và chỉ sử dụng những thành phần của nó. Hoặc là chính lực đó, hoặc là các thành phần của nó, chứ không chơi nước đôi.

**HS:** Làm thế nào để em chọn các chiều phân tích?

**GV:** Để chọn lựa, em nên xét bản chất của chuyển động của vật. Có hai lựa chọn: (1) vật nằm yên hoặc chuyển động với vận tốc không đổi trên một đường thẳng, và (2) vật chuyển động có gia tốc và hướng của gia tốc là đã biết (ít nhất là dấu của nó).

Trong trường hợp thứ nhất, em có thể chọn các chiều phân tích tùy ý, dựa trên (hoặc không dựa trên) cái em chọn sao cho tiện nhất. Chẳng hạn, giả sử trong trường hợp minh họa ở Hình 10, vật trượt với vận tốc không đổi leo lên mặt phẳng nghiêng. Ở đây các chiều phân tích có thể (và tiện lợi ngang nhau) hoặc là thẳng đứng và nằm ngang (Hình 27a), hoặc là song song với mặt phẳng nghiêng và vuông góc với nó (Hình 27b).

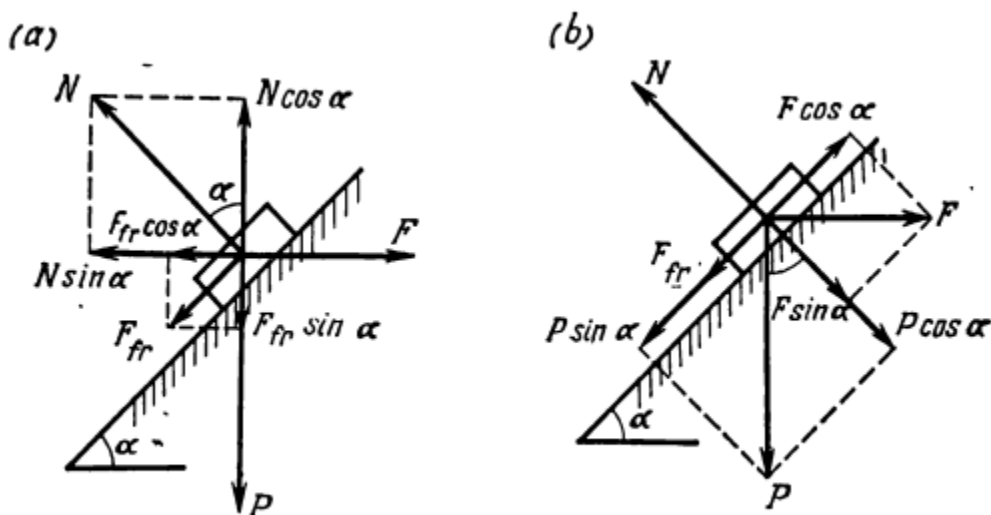
Sau khi các lực đã được phân tích, tổng đại số của các lực thành phần trong mỗi chiều phân tích là bằng không (hãy nhớ rằng chúng ta vẫn đang xử lý với chuyển

động của những vật không có gia tốc). Với trường hợp minh họa ở Hình 27a, ta có thể viết hệ phương trình

$$\left. \begin{aligned} N \cos \alpha - F_{fr} \sin \alpha - P &= 0 \\ F - F_{fr} \cos \alpha - N \sin \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Hệ phương trình cho trường hợp ở Hình 27b là

$$\left. \begin{aligned} N - P \cos \alpha - F \sin \alpha &= 0 \\ F_{fr} + P \sin \alpha - F \cos \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$



Hình 27

HS: Nhưng những hệ phương trình này khác nhau mà.

GV: Chúng tuy khác nhau nhưng đưa đến kết quả giống nhau, như có thể chứng minh sau đây. Giả sử cần tìm lực  $F$  để đảm bảo vật chuyển động ở vận tốc không đổi leo lên mặt phẳng nghiêng. Thay phương trình (5) vào phương trình (21) ta được

$$\left. \begin{aligned} N(\cos \alpha - k \sin \alpha) - P &= 0 \\ F - N(k \cos \alpha + \sin \alpha) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Từ phương trình thứ nhất của hệ này ta có

$$N = \frac{P}{\cos \alpha - k \sin \alpha}$$

Thay vào phương trình thứ hai để tìm lực  $F$ , ta được

$$F = P \frac{k \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - k \sin \alpha}$$

Chính xác là đáp án thu được từ phương trình (22). Em có thể tự kiểm tra điều này.

**HS:** Chúng ta làm gì nếu vật chuyển động có gia tốc?

**GV:** Trong trường hợp này, việc chọn các chiều phân tích phụ thuộc vào chiều trong đó vật đang gia tốc (chiều của hợp lực). Các lực nên được phân tích theo một chiều song song với gia tốc và một chiều vuông góc với nó. Tổng đại số của các thành phần lực theo chiều vuông góc với gia tốc là bằng không, trong khi tổng đại số của các thành phần lực theo chiều song song với gia tốc, theo định luật II Newton của chuyển động, bằng tích của khối lượng của vật và gia tốc của nó.

Giờ ta hãy trở lại với vật trên mặt phẳng nghiêng trong bài toán trước và giả sử vật trượt với một gia tốc nhất định hướng lên trên mặt phẳng nghiêng. Theo những nhận xét trước của tôi, các lực nên được phân tích như trong trường hợp Hình 27b. Khi đó, thay cho hệ phương trình (22), ta có thể viết hệ phương trình sau

$$\left. \begin{aligned} N - P \cos \alpha - F \sin \alpha &= 0 \\ F \cos \alpha - F_{fr} - P \sin \alpha &= ma = P \frac{a}{g} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Sử dụng phương trình (5), ta tìm được gia tốc của vật

$$a = \frac{g}{P} [F \cos \alpha - (P \cos \alpha + F \sin \alpha) k - P \sin \alpha]$$

**HS:** Trong những bài toán thuộc loại xử lý với gia tốc như thế này, có thể phân tích các lực theo những chiều khác ngoài chiều song song với gia tốc và vuông góc với nó hay không? Theo em hiểu từ sự lý giải của thầy, thì trường hợp này là không nên.

**GV:** Câu hỏi của em cho thấy tôi nên làm sáng tỏ một số điểm. Tất nhiên, cho dù trong những bài toán về gia tốc, em vẫn có quyền phân tích các lực theo bất kì hai chiều vuông góc nhau nào. Tuy nhiên, trong trường hợp này, em sẽ phải phân tích không những các lực, mà phải phân tích cả vec-tơ gia tốc nữa. Phương pháp giải như thế này sẽ đưa đến thêm khó khăn. Để tránh những phức tạp không cần thiết, tốt nhất là nên làm như tôi đã khuyên. Đây là cách đơn giản nhất. Chiều của gia tốc của vật luôn luôn đã biết (ít nhất là dấu của nó), nên em có thể giải tiếp trên cơ sở chiều này. Nhiều thí sinh không biết cách chọn chiều phân tích lực sao cho hợp lý là

một trong những nguyên do họ không thể giải những bài toán ít nhiều phức tạp thuộc động lực học.

**HS:** Chúng ta chỉ mới nói tới trường hợp phân tích thành hai chiều. Tuy nhiên, trong trường hợp tổng quát, có lẽ có lí do hợp lí hơn để nói tới việc phân tích thành ba chiều vuông góc nhau. Không gian thật ra có ba chiều.

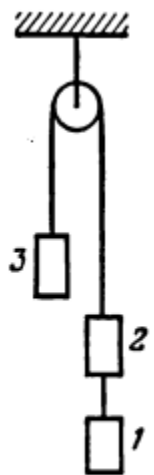
**GV:** Em nói hoàn toàn đúng. Hai chiều trong phần thảo luận của chúng ta được giải thích bởi thực tế chúng ta đang giải những bài toán phẳng (hai chiều). Trong trường hợp tổng quát, các lực nên được phân tích thành ba chiều. Tuy nhiên, toàn bộ những nhận xét ở trên vẫn đúng. Tôi lưu ý rằng, như một quy ước, các bài toán hai chiều thường được cho trong các bài thi cử. Tất nhiên, người ta có thể yêu cầu thí sinh đưa ra một sự khái quát không quá phức tạp cho trường hợp ba chiều.

### Bài tập

8. Một vật 5 kg được kéo trên mặt phẳng ngang bởi một lực 3 kgf (kilogram lực) tác dụng lên vật nghiêng một góc  $30^\circ$  với phương ngang. Hệ số ma sát trượt là 0,2. Tìm vận tốc của vật lúc 10 s sau khi lực kéo bắt đầu tác dụng, và công thực hiện bởi lực ma sát trong thời gian này.



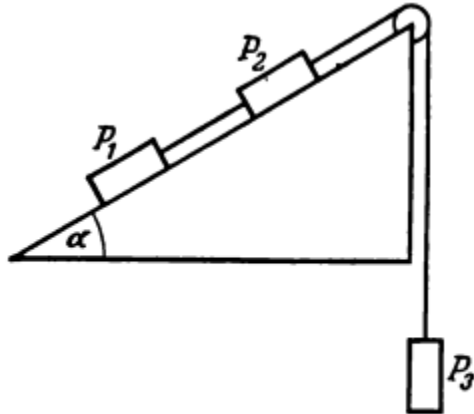
Hình 28



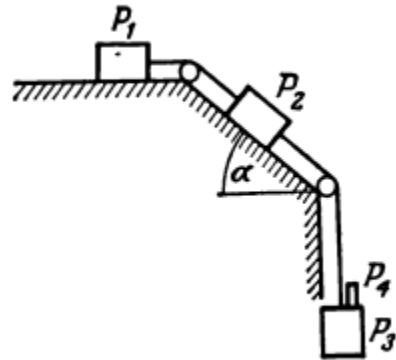
Hình 29

9. Một người kéo hai xe trượt tuyết buộc lại với nhau bằng cách tác dụng một lực  $F = 12$  kgf để kéo sợi dây hợp một góc  $45^\circ$  với phương ngang (Hình 28). Khối lượng của hai xe bằng nhau  $m_1 = m_2 = 15$  kg. Hệ số ma sát giữa người chạy và tuyết là 0,02. Tìm gia tốc của hai xe, lực căng của sợi dây buộc hai xe với nhau, và lực mà người ta đó phải kéo sợi dây để truyền cho hai xe một vận tốc không đổi.

10. Ba quả nặng bằng nhau, mỗi quả có khối lượng 2 kg treo trên một sợi dây vắt qua một cái ròng rọc cố định như trong Hình 29. Tìm gia tốc của hệ và lực căng của sợi dây nối vật 1 và vật 2.



Hình 30



Hình 31

11. Tính gia tốc của các vật và lực căng dây cho trường hợp minh họa ở Hình 30. Cho biết:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $P_1 = 4 \text{ kgf}$ ,  $P_2 = 2 \text{ kgf}$ , và  $P_3 = 8 \text{ kgf}$ . Bỏ qua ma sát giữa các vật nặng và mặt phẳng nghiêng.

12. Xét hệ gồm những vật nặng như trong Hình 31. Ở đây  $P_1 = 1 \text{ kgf}$ ,  $P_2 = 2 \text{ kgf}$ ,  $P_3 = 5 \text{ kgf}$ ,  $P_4 = 0,5 \text{ kgf}$ , và  $\alpha = 30^\circ$ . Hệ số ma sát giữa các vật nặng và các mặt phẳng bằng 0,2. Tìm gia tốc của tập hợp những vật trên, lực căng dây và lực do  $P_4$  nén lên  $P_3$ .

## §7. Các bài toán động lực học khó giải hơn khi xét có ma sát

GV: Các bài toán có lẽ trở nên khó hơn nhiều khi xét đến lực ma sát.

HS: Nhưng chúng ta đã có nói về lực ma sát (§3). Nếu một vật đang chuyển động thì lực ma sát được xác định từ phản lực pháp tuyến ( $F_{fr} = kN$ ); nếu vật đang đứng yên thì lực ma sát bằng lực có xu hướng làm vật rời khỏi trạng thái đứng yên này. Toàn bộ nội dung này chúng em đã hiểu và nhớ rồi.

GV: Đúng rồi. Tuy nhiên, em đã bỏ quên một thực tế quan trọng. Em giả sử em đã biết câu trả lời cho những câu hỏi sau đây: (1) Vật đang chuyển động hay nó đang đứng yên? (2) Vật đang chuyển động theo hướng nào? (nếu có chuyển động) Nếu những cái này đã được biết trước thì bài toán tương đối đơn giản. Nếu không, nó có thể rất phức tạp ngay từ lúc bắt đầu và có thể còn đòi hỏi sự khảo sát đặc biệt.

HS: Vâng, giờ thì em nhớ chúng ta có nói tới vấn đề này trong §2 liên quan đến phần thảo luận của chúng ta về việc chọn hướng của lực ma sát.

GV: Bây giờ tôi muốn thảo luận câu hỏi này chi tiết hơn. Theo quan điểm dứt khoát của tôi thì những khó khăn trong khi giải những bài toán có xét đến lực ma sát rõ ràng đã bị đánh giá thấp bởi học sinh và các tác giả nhất định khi soạn bài tập cho các sách giáo khoa vật lí.

*Ta hãy xét ví dụ minh họa ở Hình 10. Góc nghiêng  $\alpha$  của mặt phẳng nghiêng, trọng lượng  $P$  của vật, lực  $F$  và hệ số ma sát  $k$  là đã biết. Để cho đơn giản, ta sẽ giả sử rằng  $k_0 = k$  (trong đó  $k_0$  là hệ số xác định lực ma sát nghỉ cực đại). Yêu cầu là xác định loại chuyển động của vật và tìm gia tốc.*

Ta hãy giả sử rằng vật trượt lên theo mặt phẳng nghiêng. Ta có thể phân tích các lực như trên Hình 27b và sử dụng kết quả thu được cho gia tốc trong §6. Như vậy

$$a = \frac{g}{P} [F \cos \alpha - P \sin \alpha - (P \cos \alpha + F \sin \alpha)k] \quad (24)$$

Theo phương trình (24) cho vật trượt lên mặt phẳng nghiêng, điều kiện sau đây phải được thỏa mãn

$$F \cos \alpha - P \sin \alpha - (P \cos \alpha + F \sin \alpha)k \geq 0$$

Điều kiện này có thể viết lại ở dạng

$$F \geq P \frac{k \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - k \sin \alpha}$$

hay

$$F \geq P \frac{k + \tan \alpha}{1 - k \tan \alpha} \quad (25)$$

Chúng ta cũng sẽ giả sử rằng góc nghiêng của mặt phẳng nghiêng là không lớn lắm, sao cho  $(1 - k \tan \alpha) > 0$ , hay

$$\tan \alpha < \frac{1}{k} \quad (26)$$

Tiếp theo ta sẽ giả sử rằng vật trượt xuống mặt phẳng nghiêng. Một lần nữa ta phân tích tất cả các lực như ở Hình 27b nhưng đảo chiều lực ma sát. Kết quả là ta thu được biểu thức sau đây cho gia tốc của vật

$$a = \frac{g}{P} [P \sin \alpha - F \cos \alpha - (P \cos \alpha + F \sin \alpha)k] \quad (27)$$

Từ phương trình (27) suy ra để vật trượt xuống mặt phẳng nghiêng, điều kiện sau đây phải được thỏa mãn

$$P \sin \alpha - F \cos \alpha - (P \cos \alpha + F \sin \alpha)k \geq 0$$

Điều kiện này ta viết ở dạng

$$F \leq P \frac{\sin \alpha - k \cos \alpha}{\cos \alpha + k \sin \alpha}$$

hay

$$F \leq P \frac{\tan \alpha - k}{1 + k \tan \alpha} \quad (28)$$

Trong trường hợp này ta sẽ giả sử góc nghiêng của mặt phẳng nghiêng là không nhỏ lắm, sao cho  $(\tan \alpha - k) > 0$ , hay

$$\tan \alpha > k \quad (29)$$

Kết hợp các điều kiện (25), (26), (28) và (29), ta có thể đi tới những kết luận sau:

1. Giả sử điều kiện  $k < \tan \alpha < \frac{1}{k}$  nghiệm đúng đối với một mặt phẳng nghiêng thì

(a) Nếu  $F > P(k + \tan \alpha)/(1 - k \tan \alpha)$  thì vật trượt lên trên với gia tốc có thể xác định theo phương trình (24);

(b) Nếu  $F = P(k + \tan \alpha)/(1 - k \tan \alpha)$  thì vật trượt lên với vận tốc không đổi hoặc nằm yên;

(c) Nếu  $F < P(\tan \alpha - k)/(1 + k \tan \alpha)$  thì vật trượt xuống với gia tốc có thể xác định theo phương trình (27);

(d) Nếu  $F = P(\tan \alpha - k)/(1 + k \tan \alpha)$  thì vật trượt xuống với vận tốc không đổi hoặc nằm yên;

(e) Nếu  $P(\tan \alpha - k)/(1 + k \tan \alpha) < F < P(k + \tan \alpha)/(1 - k \tan \alpha)$  thì vật nằm yên.

Lưu ý rằng khi tăng lực  $F$  từ  $P(\tan \alpha - k)/(1 + k \tan \alpha)$  đến  $P(k + \tan \alpha)/(1 - k \tan \alpha)$ , lực ma sát nghỉ giảm dần từ  $k(P \cos \alpha + F \sin \alpha)$  về không; rồi sau khi hướng của nó đảo lại, nó tăng đến giá trị  $k(P \cos \alpha + F \sin \alpha)$ . Trong khi điều này xảy ra, vật vẫn nằm yên.

2. Bây giờ giả sử mặt phẳng nghiêng thỏa mãn điều kiện

$$0 < \tan \alpha \leq k$$

thì

(a) Nếu  $F > P(k + \tan \alpha)/(1 - k \tan \alpha)$  thì vật trượt lên với gia tốc có thể xác định theo phương trình (24);

(b) Nếu  $F = P(k + \tan \alpha)/(1 - k \tan \alpha)$  thì vật trượt lên với vận tốc không đổi hoặc nằm yên;

(c) Nếu  $F < P(k + \tan \alpha)/(1 - k \tan \alpha)$  thì vật nằm yên; mọi chuyển động hướng xuống của vật trên mặt phẳng nghiêng là không thể (cho dù lực  $F$  có triệt tiêu).

3. Cuối cùng, ta hãy giả sử mặt phẳng nghiêng thỏa mãn điều kiện



$$\tan \alpha \geq \frac{1}{k}$$

thì

(a) Nếu  $F < P (\tan \alpha - k)/(1 + k \tan \alpha)$  thì vật trượt xuống với gia tốc có thể xác định theo phương trình (27);

(b) Nếu  $F = P (\tan \alpha - k)/(1 + k \tan \alpha)$  thì vật trượt xuống với vận tốc không đổi hoặc nằm yên;

(c) Nếu  $F > P (\tan \alpha - k)/(1 + k \tan \alpha)$  thì vật nằm yên; mọi chuyển động hướng lên của vật trên mặt phẳng nghiêng là không thể. Thoạt nhìn, kết luận này trông như không hoàn chỉnh vì lực  $F$  có thể tăng lên đến vô hạn! Tuy nhiên, vì góc nghiêng của mặt phẳng nghiêng khá lớn, nên với sự tăng lực  $F$  thì áp lực của vật nặng tác dụng lên mặt phẳng nghiêng sẽ tăng với tốc độ còn nhanh hơn.

**HS:** Chưa có loại nào như vậy được chứng minh với chúng em ở trường học cả.

**GV:** Đây chính là lí do tôi muốn hướng sự chú ý của các em tới vấn đề này. Tất nhiên, trong bài thi đầu vào của các em, rõ ràng các em sẽ phải giải những trường hợp đơn giản hơn nhiều: sẽ không có lực ma sát, hoặc sẽ có lực ma sát nhưng bản chất của chuyển động sẽ được biết trước (chẳng hạn, cho biết vật đang chuyển động hay nằm yên). Tuy nhiên, cho dù ta không phải bơi trong những bể bơi sâu, nhưng tốt hơn ta nên biết chỗ sâu đó nằm ở đâu.

**HS:** Điều gì sẽ xảy ra nếu như ta giả sử  $k = 0$ ?

**GV:** Khi không có ma sát, mọi thứ trở nên đơn giản hơn ngay. Với mọi góc nghiêng của mặt phẳng nghiêng, kết quả sẽ là:

Khi  $F > P \tan \alpha$ , vật trượt lên với gia tốc

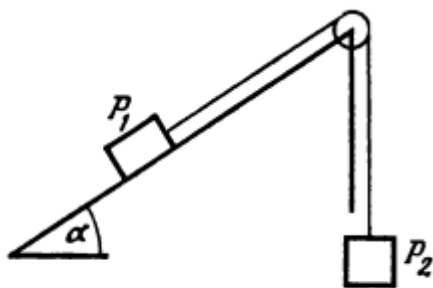
$$a = \frac{g}{P} (F \cos \alpha - P \sin \alpha) \quad (30)$$

Khi  $F = P \tan \alpha$ , vật trượt với vận tốc không đổi (hướng lên hoặc hướng xuống), hoặc nằm yên;

Khi  $F < P \tan \alpha$ , vật trượt xuống với gia tốc

$$a = \frac{g}{P} (P \sin \alpha - F \cos \alpha) \quad (31)$$

Lưu ý rằng kết quả của các phương trình (30) và (31) chỉ khác nhau dấu cộng trừ. Do đó, khi giải bài tập, em có thể giả sử một cách an toàn chiều chuyển động bất kì, tìm  $a$  và chú ý dấu của gia tốc. Nếu  $a > 0$  thì vật chuyển động theo hướng mà em đã giả sử; nếu  $a < 0$  thì vật sẽ chuyển động theo chiều ngược lại (gia tốc sẽ bằng  $|a|$ ).



Hình 32

Ta hãy xét thêm một bài tập nữa. Hai vật  $P_1$  và  $P_2$  nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua một cái ròng rọc. Vật  $P_1$  nằm trên một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$  và hệ số ma sát  $k$ ; vật  $P_2$  treo dưới sợi dây (Hình 32). Tìm gia tốc của hệ.

Giả sử hệ đang chuyển động từ trái sang phải. Xét chuyển động của hệ như một tổng thể, ta có thể viết phương trình sau đây cho gia tốc

$$a = g \frac{P_2 - P_1 \sin \alpha - P_1 k \cos \alpha}{P_1 + P_2} \quad (32)$$

Bây giờ giả sử hệ chuyển động từ phải sang trái, ta thu được

$$a = g \frac{P_1 \sin \alpha - P_2 - P_1 k \cos \alpha}{P_1 + P_2} \quad (33)$$

Ta sẽ tiến hành khảo sát cho các giá trị  $\alpha$  và  $k$  đã biết, cho tỉ số  $p = P_2/P_1$  biến thiên. Từ phương trình (32), ta suy ra đối với chuyển động từ trái sang phải thì điều kiện

$$p \leq \frac{1}{\sin \alpha + k \cos \alpha}$$

phải được thỏa mãn. Phương trình (33) gợi ý rằng đối với chuyển động từ phải sang trái thì điều kiện cần là

$$p \geq \frac{1}{\sin \alpha - k \cos \alpha}$$

Ở đây cần thêm một điều kiện nữa: góc nghiêng không nên quá nhỏ, tức là  $\tan \alpha > k$ . Nếu  $\tan \alpha \leq k$  thì hệ sẽ không chuyển động từ phải sang trái, tuy rằng tỉ số  $p$  có thể lớn.

Nếu  $\tan\alpha > k$  thì vật nằm yên mang lại bất đẳng thức sau đây là đúng

$$\frac{1}{\sin\alpha + k\cos\alpha} < p < \frac{1}{\sin\alpha - k\cos\alpha}$$

Nếu, thay vậy,  $\tan\alpha \leq k$  thì vật nằm yên với

$$p > \frac{1}{\sin\alpha + k\cos\alpha}$$

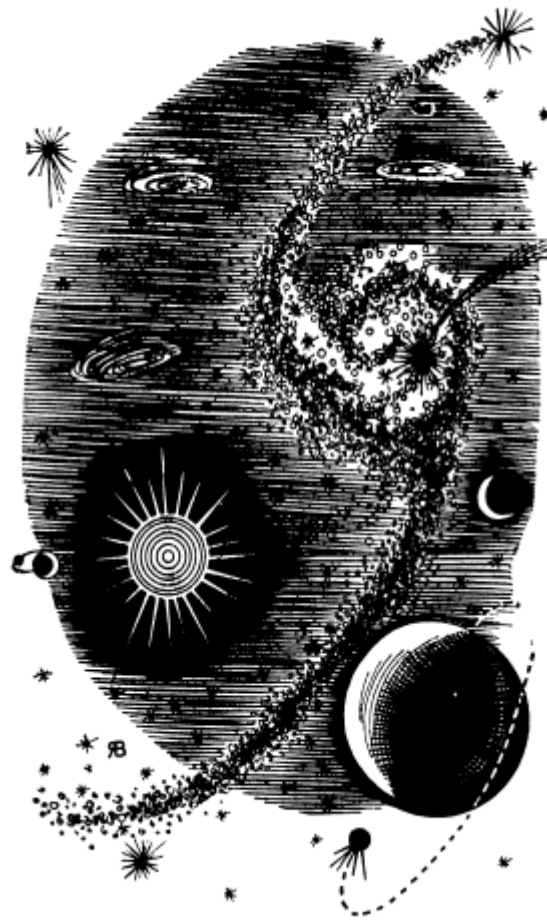
**HS:** Và điều gì sẽ xảy ra nếu ta thay đổi góc  $\alpha$  hay hệ số  $k$ ?

**GV:** Tôi để vấn đề này lại làm bài tập về nhà cho các em (xem bài tập 13 và 14).

### Bài tập

13. Khảo sát bài toán minh họa trong Hình 32, giả sử rằng góc  $\alpha$  của mặt phẳng nghiêng và tỉ số  $p = P_2/P_1$  là đã biết, và gán những giá trị khác nhau cho hệ số  $k$ .

14. Khảo sát bài toán minh họa trong Hình 32, giả sử hệ số ma sát  $k$  và tỉ số  $p = P_2/P_1$  là đã biết, và gán những giá trị khác nhau cho góc  $\alpha$  của mặt phẳng nghiêng. Để cho đơn giản, hãy chỉ sử dụng hai giá trị:  $p = 1$  (hai trọng lượng bằng nhau) và  $p = 1/2$  (vật ở trên mặt phẳng nghiêng nặng gấp đôi vật treo dưới sợi dây).



Chuyển động tròn là dạng đơn giản nhất của chuyển động cong. Cái quan trọng hơn là lĩnh hội các đặc điểm của chuyển động tròn. Các em có thể thấy rằng toàn bộ vũ trụ được tạo bởi những chuyển động cong. Ta hãy xét chuyển động đều và không đều của một chất điểm theo quỹ đạo tròn, và chuyển động của các vệ tinh trên quỹ đạo. Phần này cũng sẽ hướng chúng ta thảo luận về các nguyên nhân vật lí của sự không trọng lượng của các vật.

## §8. Phương pháp giải bài toán chuyển động tròn

**GV:** Từ kinh nghiệm tôi thấy các câu hỏi và bài toán về chuyển động của một vật theo một vòng tròn hóa ra là cực kì khó đối với nhiều thí sinh. Câu trả lời của họ cho những câu hỏi như vậy thường có rất nhiều lỗi căn bản. Để chứng minh điều này, ta hãy mời thêm một học sinh nữa tham gia vào cuộc thảo luận của mình. Người học sinh này không biết cái chúng ta đã nói ở những bài trước. Ta tạm gọi cậu ta là “học sinh B” (từ phần này về sau người học sinh thứ nhất sẽ được gọi là “học sinh A”).

Học sinh B hãy cho biết các lực tác dụng lên một vệ tinh trên quỹ đạo vòng quanh Trái đất? Chúng ta sẽ thống nhất bỏ qua sức cản của khí quyển và lực hút của mặt trăng, mặt trời và những thiên thể khác.

**HS B:** Vệ tinh chịu tác dụng của hai lực: lực hút của trái đất và lực li tâm.

**GV:** Tôi không phản đối lực hút của trái đất, nhưng tôi không hiểu từ đâu mà em có lực li tâm. Hãy giải thích xem.

**HS B:** Nếu không có một lực như vậy thì vệ tinh không thể ở trong quỹ đạo được.

**GV:** Và điều gì sẽ xảy ra với nó?

**HS B:** Tại sao hả, nó sẽ rơi xuống trái đất.

**GV** (quay sang học sinh A): Hãy nhớ cái tôi đã nói với em trước đây! Đây là một ví dụ hoàn hảo của một nỗ lực muốn chứng minh rằng một lực nhất định có tồn tại, không dựa trên cơ sở sự tương tác của các vật, mà theo mẹo đi cửa sau – từ bản chất của sự chuyển động của các vật. Như em thấy, vệ tinh phải ở lại trong quỹ đạo, nên cần có một lực giữ nó lại. Thật bất ngờ, nếu lực li tâm này thật sự có tồn tại, thì vệ tinh không thể ở trong quỹ đạo nữa vì các lực tác dụng lên vệ tinh sẽ triệt tiêu nhau và nó sẽ bay với vận tốc không đổi và theo một đường thẳng.

**HS A:** Lực li tâm không bao giờ tác dụng lên một vật đang quay. Nó tác dụng lên chỗ buộc (sợi dây hay vật liên kết khác). Lực hướng tâm mới tác dụng lên vật đang quay.

**HS B:** Ý thầy nói là chỉ có trọng lực tác dụng lên vệ tinh thôi đúng không?

**GV:** Vâng, chỉ có trọng lực của nó thôi.

**HS B:** Vậy tại sao nó không rơi xuống trái đất?

**GV:** Chuyển động của một vật chịu tác dụng của trọng lực được gọi là sự rơi. Vì thế, vệ tinh đang rơi. Tuy nhiên, “sự rơi” của nó là ở dạng chuyển động trong một vòng tròn xung quanh trái đất và do đó có thể tiếp tục mãi mãi. Chúng ta đã biết rằng hướng chuyển động của một vật và các lực tác dụng lên nó không nhất thiết trùng nhau (xem §4).

**HS B:** Khi nói lực hút của trái đất và lực li tâm, em phát biểu dựa trên công thức

$$G \frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (34)$$

Trong đó vế trái là lực hút ( $m$  là khối lượng vệ tinh,  $M$  là khối lượng trái đất,  $r$  là bán kính của quỹ đạo, và  $G$  là hằng số hấp dẫn), và vế phải là lực li tâm ( $v$  là vận tốc của vệ tinh). Ý thầy nói công thức này không đúng sao?

**GV:** Không phải, công thức khá chính xác. Cái không đúng là cách em lí giải công thức. Em xem phương trình (34) là một sự cân bằng giữa hai lực. Thật ra, nó là một biểu diễn của định luật II Newton của chuyển động

$$F = ma \quad (34a)$$

Trong đó  $F = GmM/r^2$  và  $a = v^2/r$  là gia tốc hướng tâm.

**HS B:** Em đồng ý rằng cách lí giải của thầy cho phép chúng ta giải bài toán mà không cần lực li tâm. Nhưng, nếu không có lực li tâm, thì ít nhất phải có một lực hướng tâm. Tuy nhiên, thầy không có nhắc tới lực nào như vậy.

**GV:** Trong trường hợp của chúng ta, lực hướng tâm là lực hút giữa vệ tinh và trái đất. Tôi muốn nhấn mạnh thật ra đây không phải là hai lực khác nhau. Không khác gì hết. Đây là cùng một lực.

**HS B:** Vậy rốt cuộc tại sao lại đưa ra khái niệm lực hướng tâm?

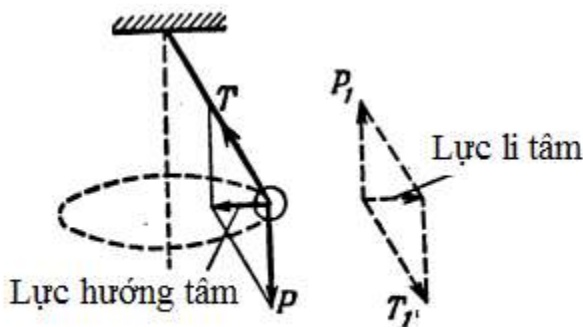
**GV:** Tôi hoàn toàn tán thành với em về điểm này. Theo quan điểm của tôi, khái niệm “lực hướng tâm” chẳng mang đến cái gì, mà còn gây hiểu nhầm. Cái được hiểu là lực hướng tâm nói chung không phải là một lực độc lập tác dụng lên một vật cùng với những lực khác. Thay vậy, nó là hợp của tất cả các lực tác dụng lên một vật đang chuyển động trong một vòng tròn với vận tốc không đổi. Đại lượng  $mv^2/r$  không phải là một lực. Nó biểu diễn tích của khối lượng  $m$  của vật với gia tốc hướng tâm  $v^2/r$ . Gia tốc này hướng thẳng về tâm và hệ quả là hợp lực của tất cả các lực tác dụng lên một vật đang chuyển động trên một vòng tròn với vận tốc không đổi, hướng thẳng về tâm. Như vậy, có một gia tốc hướng tâm và có những lực, cộng gộp lại, truyền một gia tốc hướng tâm cho vật.

**HS B:** Em phải thừa nhận rằng cách tiếp cận này với chuyển động của một vật trong một vòng tròn là cách em yêu thích. Thật vậy, chuyển động này không phải là trường hợp tĩnh, trong đó sự cân bằng của các lực là cái đặc trưng, mà là một trường hợp động.

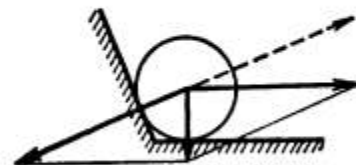
**HS A:** Nếu chúng ta bác bỏ khái niệm lực hướng tâm, thì có lẽ chúng ta cũng sẽ bỏ đi khái niệm “lực li tâm”, thậm chí khi xét các mối buộc.

**GV:** Việc đưa vào khái niệm “lực li tâm” còn kém thuyết phục hơn. Lực hướng tâm thật sự tồn tại, cho dù nó chỉ là một hợp lực. Lực li tâm thì thậm chí không tồn tại trong nhiều trường hợp.

**HS A:** Em không hiểu nhận xét vừa rồi của thầy. Lực li tâm được đưa vào dưới dạng là một phản tác dụng của lực hướng tâm. Nếu nó không luôn luôn tồn tại, như thầy nói, thì định luật III Newton cũng không luôn luôn đúng. Có phải vậy không?



Hình 33



Hình 34

**GV:** Định luật III Newton chỉ đúng đối với những lực *có thật* được xác định bởi sự tương tác của các vật, chứ không đúng với hợp của những lực này. Tôi có thể chứng minh điều này với ví dụ con lắc hình nón mà các em đã quen thuộc (Hình 33). Quả cầu chịu tác dụng của hai lực: trọng lực  $P$  và lực căng  $T$  của sợi dây. Hai lực này, cùng với nhau, gây ra gia tốc hướng tâm của quả cầu, và tổng của chúng được gọi là lực hướng tâm. Lực  $P$  là do sự tương tác của quả cầu với trái đất. Phản lực của lực này là lực  $P_1$  tác dụng lên trái đất. Lực  $T$  là do sự tương tác của quả cầu và sợi dây. Phản lực của lực này là lực  $T_1$  tác dụng lên sợi dây. Nếu các lực  $P_1$  và  $T_1$  được cộng lại chính thức thì ta thu được một lực thường được hiểu là lực li tâm (xem các đường đứt nét ở Hình 33). Nhưng lực này tác dụng lên cái gì? Chúng ta gọi nó là một lực thì có đúng không, khi mà một thành phần của nó thì tác dụng lên trái đất, còn thành phần kia thì tác dụng lên một vật hoàn toàn khác – tức sợi dây? Rõ ràng, trong trường hợp đã cho, khái niệm lực li tâm không có ý nghĩa vật lí.

**HS A:** Trong những trường hợp nào thì tồn tại lực li tâm?

**GV:** Trong trường hợp một vệ tinh trong quỹ đạo, chẳng hạn, khi chỉ có hai vật tương tác – trái đất và vệ tinh. Lực hướng tâm là lực do trái đất hút lấy vệ tinh. Lực li tâm là lực do vệ tinh hút lấy trái đất.

**HS B:** Thầy nói định luật III Newton không đúng cho hợp lực của những lực thực tế. Em nghĩ trong trường hợp này nó cũng sẽ không đúng cho các thành phần của một lực thực tế. Đúng vậy không thầy?

**GV:** Vâng, khá đúng. Trong liên hệ này, tôi sẽ trích dẫn một ví dụ chẳng có cái gì chung với chuyển động quay hết. Một quả cầu nằm trên sàn nhà và chạm vào một bức tường hợp một góc tù với sàn nhà (Hình 34). Ta hãy phân tích trọng lượng của quả cầu thành hai thành phần: vuông góc với tường và song song với sàn nhà. Chúng ta sẽ xét hai thành phần này thay cho trọng lượng của quả cầu. Nếu định luật III Newton có thể áp dụng cho những thành phần lực độc lập, thì chúng ta có thể trông đợi một phản tác dụng của tường trực đối với thành phần trọng lượng vuông góc với nó. Khi đó, thành phần trọng lực song song với sàn nhà sẽ vẫn không được cân bằng và quả cầu sẽ có một gia tốc theo phương ngang. Rõ ràng điều này là vô lí.

**HS A:** Cho đến nay, thầy chỉ mới đề cập đến chuyển động tròn đều. Thầy xử lí bài toán vật chuyển động tròn không đều như thế nào? Chẳng hạn, một vật trượt xuống từ đỉnh của một cái vòng được giữ thẳng đứng. Trong khi trượt theo cái vòng, vật chuyển động trong một vòng tròn. Tuy nhiên, đây không thể là chuyển động đều vì vận tốc của vật tăng lên. Thầy làm gì trong những trường hợp như vậy?



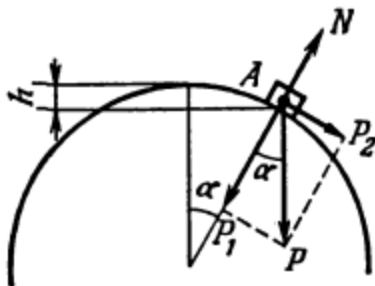
**GV:** Nếu vật chuyển động trong một vòng tròn với vận tốc không đổi, thì hợp lực của tất cả các lực tác dụng lên vật phải hướng vào tâm; nó truyền gia tốc hướng tâm cho vật. Trong trường hợp khái quát hơn của chuyển động tròn không đều, hợp lực không hướng thẳng về tâm quỹ đạo. Trong trường hợp này nó có một thành phần hướng theo bán kính về tâm quỹ đạo và một thành phần khác tiếp tuyến với quỹ đạo của vật (tức là tiếp tuyến với vòng tròn). Thành phần thứ nhất gây ra gia tốc hướng tâm của vật, và thành phần thứ hai, còn gọi là gia tốc tiếp tuyến, đi cùng với sự biến thiên vận tốc. Nên nói rằng vì vận tốc của vật biến thiên, nên gia tốc hướng tâm  $v^2/r$  cũng phải biến thiên.

**HS A:** Điều đó có nghĩa là tại mỗi thời điểm gia tốc hướng tâm sẽ được xác định bởi công thức  $a = v^2/r$ , trong đó  $v$  là vận tốc tức thời?

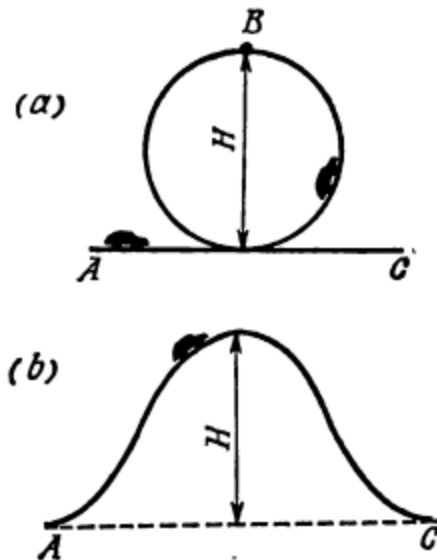
**GV:** Đúng. Trong khi gia tốc hướng tâm là không đổi trong chuyển động tròn đều, thì nó biến thiên trong quá trình chuyển động tròn không đều.

**HS A:** Ta làm sao tính được vận tốc  $v$  biến thiên như thế nào trong chuyển động quay không đều?

**GV:** Thông thường, định luật bảo toàn năng lượng được dùng đến cho mục đích này. Ta hãy xét một ví dụ đặc biệt. *Giả sử một vật trượt không ma sát từ đỉnh của một cái vòng bán kính  $R$  được giữ thẳng đứng. Vật sẽ đè lên cái vòng một lực bằng bao nhiêu khi nó đi qua một điểm nằm dưới đỉnh vòng một khoảng  $h$  cm? Vận tốc ban đầu của vật tại đỉnh vòng là bằng không.* Trước tiên, ta cần tìm có những lực nào tác dụng lên vật.



Hình 35



Hình 36

**HS A:** Hai lực tác dụng lên vật: trọng lực  $P$  và phản lực pháp tuyến  $N$ . Chúng được vẽ trên Hình 35.

**GV:** Đúng. Em sẽ làm gì tiếp theo nào?

**HS A:** Em sẽ làm như thầy nói. Em sẽ tìm hợp lực của hai lực này và phân tích nó thành hai thành phần: một hướng theo bán kính và một tiếp tuyến với vòng tròn.

**GV:** Khá chính xác. Tuy nhiên, rõ ràng cái dễ làm hơn là bắt đầu với việc phân tích hai lực tác dụng lên vật theo hai chiều đó thay vì đi tìm hợp lực, cái dễ hơn nữa là ta sẽ chỉ cần phân tích một lực – trọng lực.

**HS A:** Em phân tích lực như trên Hình 35.

**GV:** Lực  $P_2$  gây ra gia tốc tiếp tuyến của vật, lúc này ta không quan tâm đến nó. Hợp lực của lực  $P_1$  và  $N$  gây ra gia tốc hướng tâm của vật, tức là

$$P_1 - N = \frac{mv^2}{R} \quad (35)$$

Vận tốc của vật tại điểm ta xét (điểm A trên Hình 35) có thể tìm từ định luật bảo toàn năng lượng

$$Pb = \frac{mv^2}{2} \quad (36)$$

Kết hợp (35) và (36) và đưa vào xét  $P_1 = P \cos \alpha = P(R - h)/R$ , ta được

$$\frac{P}{R}(R - h) - N = \frac{2Pb}{R}$$

Theo định luật III Newton, lực phải tìm mà vật tác dụng lên cái vòng là bằng với phản lực pháp tuyến

$$N = P \frac{R - 3b}{R} \quad (37)$$

**HS B:** Thầy giả sử tại điểm A vật vẫn còn ở trên mặt vòng. Nhưng nó có thể bay ra khỏi vòng trước khi nó đi tới điểm A.

**GV:** Chúng ta có thể tìm điểm tại đó vật rời khỏi mặt vòng. Điểm này tương ứng với trường hợp khi áp lực mà vật tác dụng lên cái vòng giảm xuống bằng không. Như vậy, trong phương trình (37), ta giả sử  $N = 0$  và giải tìm  $h$ , tức là khoảng cách theo phương thẳng đứng tính từ đỉnh vòng đến điểm tại đó vật bay ra. Như vậy

$$h_0 = \frac{R}{3} \quad (38)$$

Nếu trong bài toán như đã phát biểu giá trị của  $h$  tuân theo điều kiện  $h < h_0$ , thì kết quả của phương trình (37) là đúng; còn nếu  $h \geq h_0$  thì  $N = 0$ .

**HS A:** Như em hiểu thì hai định luật vật lý, phương trình (35) và (36), được dùng để giải bài toán này.

**GV:** Ở đây em nhận xét rất tốt. Khá chính xác, hai định luật được sử dụng khi giải bài toán này: định luật II Newton của chuyển động [xem phương trình (35)] và định luật bảo toàn năng lượng [xem phương trình (36)]. Thật không may, các thí sinh không phải lúc nào cũng hiểu rõ họ sử dụng những định luật vật lý nào trong khi giải những bài toán nhất định. Theo tôi nghĩ, đây là một điểm thiết yếu.

Chẳng hạn, xét ví dụ sau đây. *Truyền cho một vật một vận tốc ban đầu  $v_0$  sao cho nó có thể chuyển động từ điểm A đến điểm C. Có hai đường đi khác nhau dẫn từ A đến C (xem hình 36 a và b). Trong cả hai trường hợp, vật phải đi tới cùng một độ cao H nhưng theo những quỹ đạo khác nhau. Hãy tìm vận tốc ban đầu tối thiểu  $v_0$  cho mỗi trường hợp. Bỏ qua ma sát.*

**HS B:** Em nghĩ vận tốc ban đầu tối thiểu sẽ là bằng nhau trong cả hai trường hợp, vì không có ma sát và cùng đi tới một độ cao H giống nhau. Vận tốc này có thể tính từ định luật bảo toàn năng lượng

$$mgH = \frac{mv_0^2}{2} \text{ từ đó } v_0 = \sqrt{2gH}$$

**GV:** Câu trả lời của em sai rồi. Em đã bỏ qua thực tế là trong trường hợp thứ nhất, vật đi qua điểm trên của quỹ đạo của nó khi nó ở trong một trạng thái chuyển động quay. Điều này có nghĩa là tại điểm B ở phía trên (Hình 36a), nó sẽ có một vận tốc  $v_1$  được xác định từ một phương trình động lực học tương tự như phương trình (35). Vì bài toán yêu cầu đi tìm giá trị nhỏ nhất, nên ta sẽ xét trường hợp khi áp lực của vật tác dụng lên vật đỡ của nó tại điểm B giảm bằng không. Khi đó chỉ có trọng lực tác dụng lên vật và truyền cho nó gia tốc hướng tâm. Như vậy

$$mg = \frac{mv_1^2}{R} = \frac{2mv_1^2}{H} \quad (39)$$

Kết hợp phương trình động lực học (39) với phương trình năng lượng

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgH \quad (40)$$

ta tìm được vận tốc ban đầu tối thiểu bằng  $\sqrt{5gH/2}$ . Trong trường hợp thứ hai, vật có thể đi qua điểm trên cùng với một vận tốc gần như bằng không và vì thế ta có thể tự hạn chế mình với phương trình năng lượng. Khi đó câu trả lời của em là đúng.

**HS B:** Giờ thì em hiểu rồi. Nếu trong trường hợp thứ nhất, vật không có vận tốc tại điểm B, thì nó sẽ dễ dàng rơi ra khỏi đường dẫn của nó.

**GV:** Nếu trong trường hợp thứ nhất vật có vận tốc ban đầu  $v_0 = \sqrt{2gH}$  như em đề xuất, thì nó sẽ không bao giờ đi tới điểm B, mà sẽ bị rơi khỏi đường dẫn trước đó rồi. Tôi đề nghị em tìm độ cao  $h$  của điểm tại đó vật sẽ rời khỏi đường dẫn nếu vận tốc ban đầu của nó là  $v_0 = \sqrt{2gH}$ .

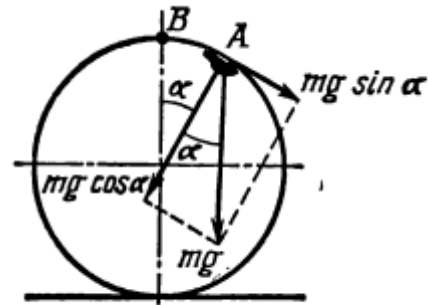
**HS A:** Để em thử giải bài toán này.

**GV:** Tất nhiên rồi.

**HS A:** Tại điểm vật rời khỏi đường dẫn, phản lực pháp tuyến hiển nhiên bằng không. Do đó, chỉ có trọng lực tác dụng lên vật tại điểm này. Ta có thể phân tích trọng lực thành hai thành phần, một hướng theo bán kính ( $mg \cos \alpha$ ) và một vuông góc với bán kính ( $mg \sin \alpha$ ) như biểu diễn trên Hình 37 (điểm A là điểm tại đó vật rời khỏi đường dẫn). Thành phần hướng theo bán kính truyền một gia tốc hướng tâm cho vật, được xác định bởi phương trình

$$mg \cos \alpha = \frac{mv_2^2}{R} \quad (41)$$

trong đó  $v_2$  là vận tốc của vật tại điểm A. Để tính nó, ta có thể sử dụng phương trình năng lượng



Hình 37

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgh = \frac{mv_0^2}{2} \quad (42)$$

Kết hợp phương trình động lực học (41) và phương trình năng lượng (42), đưa vào xét  $\cos\alpha = (h - R)/R$ , ta được

$$mg(b - R) = mv_0^2 - 2mgh$$

Từ đó

$$b = \frac{2v_0^2 + gH}{6g} \quad (43)$$

Sau khi thay  $v_0^2 = 2gH$ , kết quả cuối cùng là

$$b = \frac{5}{6}H$$

**GV:** Hoàn toàn chính xác. Lưu ý rằng em có thể sử dụng phương trình (43) để tìm vận tốc ban đầu  $v_0$  cho vật leo qua cái vòng. Khi này ta lấy  $h = H$  trong phương trình (43). Khi đó

$$H = \frac{2v_0^2 + gH}{6g}$$

Từ đây ta rút ra kết quả đã được xác định ở phần trước

$$v_0 = \sqrt{\frac{5gH}{2}}$$

**HS A:** Điều kiện (43) ta thu được cho vật rơi ra khỏi đường dẫn của nó. Làm thế nào có thể sử dụng nó cho trường hợp vật leo qua cái vòng mà không rơi ra chứ?

**GV:** Rơi ra tại điểm trên cùng của cái vòng thật sự có nghĩa là vật không rơi ra mà nó đi qua điểm này, tiếp tục chuyển động của nó trong vòng tròn.

**HS B:** Người ta có thể nói vật đó rơi ra như thế chỉ trong một thời khắc.

**GV:** Khá đúng. Để kết luận, tôi đề xuất bài toán sau đây. Một vật nằm tại chân của một mặt phẳng nghiêng với góc nghiêng  $\alpha$ . Mặt phẳng này quay với một vận tốc góc  $\omega$  không

đổi xung quanh một trục thẳng đứng. Khoảng cách từ vật đến trục quay của mặt phẳng bằng  $R$ . Hãy tìm hệ số ma sát  $k_0$  tối thiểu (tôi nhắc em nhớ rằng hệ số này đặc trưng cho giá trị tối đa có thể có của lực ma sát nghỉ) để vật vẫn ở trên mặt phẳng nghiêng mà không bị trượt ra (Hình 38a).

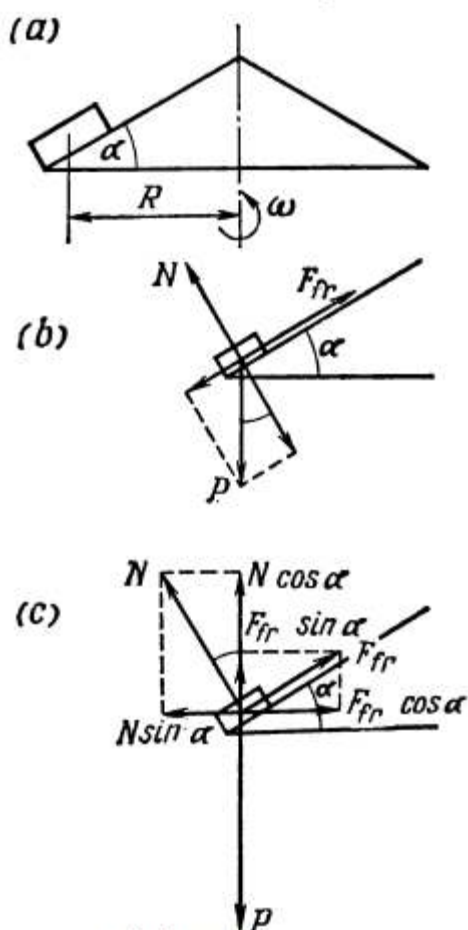
Chúng ta hãy luôn luôn bắt đầu với câu hỏi: có những lực nào tác dụng lên vật?

**HS A:** Có ba lực tác dụng lên vật: trọng lực  $P$ , phản lực pháp tuyến  $N$ , và lực ma sát  $F_{fr}$ .

**GV:** Khá chính xác. Cái hay là em đã không đưa thêm lực hướng tâm. Giờ thì em sẽ làm gì tiếp theo?

**HS A:** Tiếp theo em sẽ phân tích các lực theo phương song song với mặt phẳng nghiêng và vuông góc với nó như ở Hình 38b.

**GV:** Chỗ này tôi muốn ngắt lời em chút. Tôi không thích cách em phân tích các lực. Hãy nói xem vật được gia tốc theo hướng nào?



Hình 38

**HS A:** Gia tốc theo phương ngang. Nó là gia tốc hướng tâm.

**GV:** Đúng. Đó là lí do em nên phân tích các lực theo phương ngang (tức là theo gia tốc) và theo phương thẳng đứng (tức là vuông góc với gia tốc). Hãy nhớ cái chúng ta đã nói ở §6.

**HS A:** Em hiểu rồi. Các lực được phân tích theo phương ngang và phương thẳng đứng như ở Hình 38c. Thành phần thẳng đứng của các lực triệt tiêu nhau, và các thành phần nằm ngang thì truyền gia tốc cho vật. Như vậy

$$\left. \begin{aligned} N \cos \alpha + F_{fr} \sin \alpha &= P \\ F_{fr} \cos \alpha - N \sin \alpha &= \frac{mv^2}{R} \end{aligned} \right\}$$

Đưa vào xét  $F_{fr} = k_0 N$ ,  $v^2/R = \omega^2 R$  và  $m = P/g$ , ta có thể viết lại những phương trình này ở dạng

$$\left. \begin{aligned} N(\cos \alpha + k_0 \sin \alpha) &= P \\ N(k_0 \cos \alpha - \sin \alpha) &= P\omega^2 Rg \end{aligned} \right\}$$

**HS B:** Bạn chỉ có hai phương trình mà có tới ba biến:  $k_0$ ,  $P$  và  $N$ .

**GV:** Không có gì trở ngại cả. Chúng ta không phải tìm cả ba biến, mà chỉ tìm hệ số  $k_0$ . Các biến  $P$  và  $N$  có thể dễ dàng loại trừ bằng cách chia phương trình thứ nhất cho phương trình thứ hai.

**HS A:** Sau khi chia, ta thu được

$$\frac{\cos \alpha + k_0 \sin \alpha}{k_0 \cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{g}{\omega^2 R}$$

Rồi ta giải cho hệ số cần tìm

$$k_0 = \frac{\omega^2 R \cos \alpha + g \sin \alpha}{g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha} \quad (44)$$

Rõ ràng từ phương trình (44) là điều kiện

$$(g \cos \alpha - \omega^2 R \sin \alpha) > 0$$

được nghiệm đúng. Điều kiện này còn có thể viết ở dạng

$$\tan \alpha < \frac{g}{\omega^2 R} \quad (45)$$

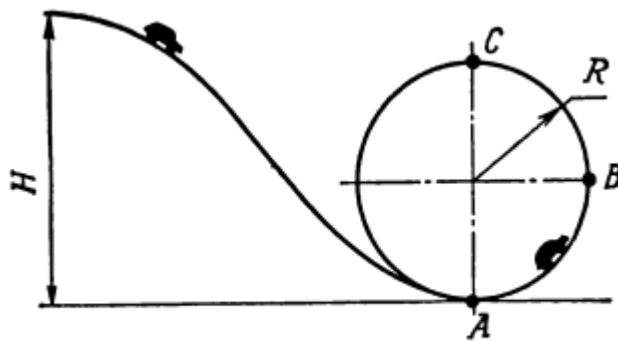
Nếu điều kiện (45) không được thỏa mãn, thì không có lực ma sát nào có khả năng giữ vật trên mặt phẳng nghiêng đang quay.

## Bài tập

15. Tỷ số của lực do một chiếc xe tăng nén lên điểm chính giữa của một cây cầu cong vòng lên và của một cây cầu vòng xuống là bao nhiêu? Bán kính cong của cầu là 40 m trong cả hai trường hợp và tốc độ của xe tăng là 45 km/h.

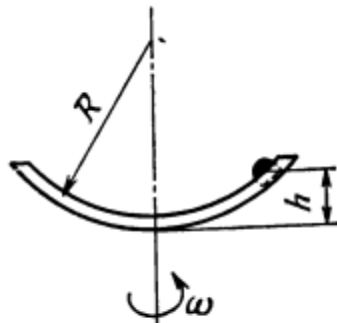
16. Một vật trượt không ma sát từ độ cao  $H = 60$  cm, sau đó lướt theo một cái vòng bán kính  $R = 20$  cm (Hình 39). Tìm tỷ số của lực do vật đè lên cái vòng tại các điểm A, B và C.

17. Một vật có thể quay trong một mặt phẳng thẳng đứng tại đầu một sợi dây có chiều dài  $R$ . Hỏi phải truyền cho vật một vận tốc theo phương ngang bằng bao nhiêu ở vị trí cao nhất để cho lực căng của sợi dây tại vị trí thấp nhất gấp mười lần trọng lượng của vật?

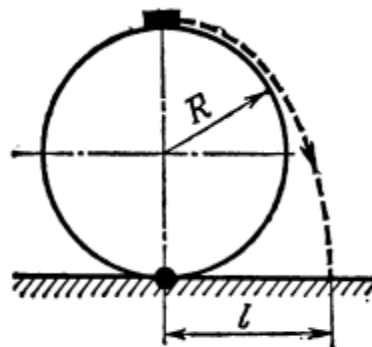


Hình 39

18. Tính tỉ trọng của vật chất của một hành tinh hình cầu nếu một vệ tinh quay xung quanh nó có chu kỳ  $T$  trong một quỹ đạo tròn với khoảng cách tính đến bề mặt hành tinh bằng một nửa bán kính  $R$  của nó. Ký hiệu hằng số hấp dẫn là  $G$ .



Hình 40



Hình 41



19. Một vật khối lượng  $m$  có thể trượt không ma sát theo một lưỡi cày lõm xuống có dạng một cung tròn bán kính  $R$ . Vật sẽ nằm yên ở một độ cao  $h$  bằng bao nhiêu nếu lưỡi cày đó quay với một tốc độ góc  $\omega$  không đổi xung quanh một trục thẳng đứng (Hình 40)? Lực  $F$  do vật tác dụng lên lưỡi cày bằng bao nhiêu?

20. Một cái vòng bán kính  $R$  được giữ cố định thẳng đứng trên sàn nhà. Một vật trượt không ma sát từ đỉnh vòng xuống (Hình 41). Hỏi vật sẽ rơi xuống cách điểm cố định cái vòng một khoảng  $l$  bằng bao nhiêu?

## §9. Giải thích sự không trọng lượng của các vật

GV: Em hiểu như thế nào câu nói: “Tại xích đạo của một hành tinh, một vật cân nhẹ hơn tại hai cực”?

HS B: Em hiểu như sau. Lực hút của một vật bởi trái đất tại xích đạo nhỏ hơn tại hai cực vì hai nguyên do. Thứ nhất, trái đất có phần hơi dẹt tại hai cực và do đó khoảng cách từ tâm trái đất đến hai cực có phần nhỏ hơn đến xích đạo. Thứ hai, trái đất quay xung quanh trục của nó nên lực hút tại xích đạo yếu đi do hiệu ứng li tâm.

HS A: Hãy nói rõ hơn một chút phần nhận xét thứ hai của bạn.

HS B: Bạn phải trừ bớt lực li tâm ra khỏi lực hút.

HS A: Tôi không đồng ý với bạn. Thứ nhất, lực li tâm không tác dụng lên một vật chuyển động theo một vòng tròn. Chúng ta đã nói vấn đề đó trong phần trước (§8). Thứ hai, cho dù một lực như thế có tồn tại chăng nữa, nó không thể ngăn lực hút có giá trị bằng như thế không có chuyển động quay của trái đất. Lực hút bằng  $GmM/r^2$  và, như thế, không thể thay đổi chỉ bởi có những lực khác có thể tác dụng lên vật.

GV: Như các em có thể thấy, câu hỏi “sức nặng của các vật” không đơn giản như lúc mới nhìn vào. Đó là lí do nó là một trong những câu hỏi mà các thí sinh thường trả lời sai. Thực ra, nếu chúng ta tán thành định nghĩa “trọng lượng của một vật” là lực mà vật bị hút bởi trái đất, tức là lực  $GmM/r^2$ , thì sự giảm trọng lượng tại xích đạo sẽ là do sự dẹt đi tại hai cực (hay sự gồ lên ở xích đạo).

HS B: Nhưng thầy không thể bác bỏ chuyển động quay của trái đất!

GV: Tôi hoàn toàn đồng ý với em. Nhưng trước tiên tôi muốn nói rằng thông thường, trong cuộc sống hàng ngày, “trọng lượng của một vật” được hiểu không phải là lực mà nó bị hút về phía trái đất, và điều này khá hợp lí, mà là lực đo bởi cái cân lò xo, tức là lực mà vật ép lên trái đất. Nói cách khác là người ta đo phản lực pháp tuyến (lực do vật ép lên mặt đỡ bằng với phản lực pháp tuyến, theo định luật III Newton). Như vậy câu nói “một vật tại xích đạo cân nhẹ hơn tại hai cực” có nghĩa là tại xích đạo nó ép lên mặt đỡ với một lực nhỏ hơn tại hai cực.

Ta hãy kí hiệu lực hút tại hai cực là  $P_1$  và tại xích đạo là  $P_2$ , phản lực pháp tuyến tại hai cực là  $N_1$  và tại xích đạo là  $N_2$ . Tại hai cực vật nằm yên, còn tại xích đạo vật chuyển động tròn. Như vậy

$$P_1 - N_1 = 0$$

$$P_2 - N_2 = ma_{ht}$$

trong đó  $a_{ht}$  là gia tốc hướng tâm. Ta có thể viết lại những phương trình này ở dạng

$$N_1 = P_1$$

$$N_2 = P_2 - ma_{ht} \quad (46)$$

Ở đây rõ ràng  $N_2$  nhỏ hơn  $N_1$  bởi vì, thứ nhất  $P_2$  nhỏ hơn  $P_1$  (do tác dụng của sự dẹt đi tại hai cực), và thứ hai chúng ta trừ  $P_2$  cho đại lượng  $ma_{ht}$  (tác dụng quay của trái đất).

**HS B:** Như vậy câu nói “một vật mất một nửa trọng lượng của nó” không có nghĩa là lực do trái đất (hay bất kì hành tinh nào) hút lên nó đã giảm đi một nửa?

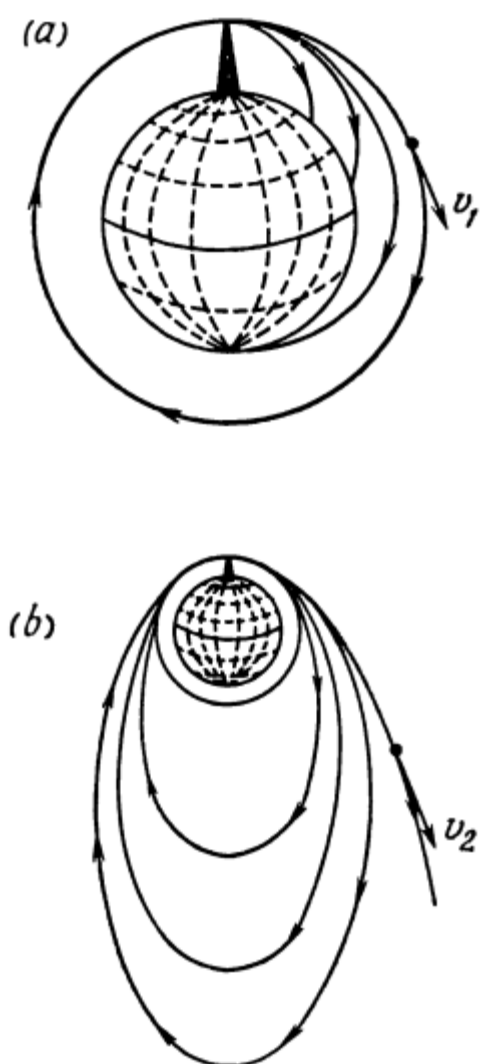
**GV:** Đúng rồi, không phải vậy. Lực hút có thể không thay đổi gì hết. Câu nói này có nghĩa là lực do vật ép lên mặt đỡ của nó (nói cách khác là phản lực pháp tuyến) đã giảm đi một nửa.

**HS B:** Nhưng như vậy em có thể vứt bỏ “sức nặng” của một vật khá dễ dàng. Cái gì có thể ngăn em không đào một cái hố sâu bên dưới vật và để cho nó rơi vào trong hố cùng với mặt đỡ của nó? Trong trường hợp này sẽ không có lực ép nào tác dụng lên mặt đỡ hết. Điều đó có nghĩa là vật đã hoàn toàn “mất trọng lượng của nó” chẳng? Đó có phải là trạng thái không trọng lượng?

**GV:** Em đã tự mình đi tới kết luận chính xác. Thực ra, trạng thái không trọng lượng là trạng thái rơi của một vật. Ở đây tôi muốn nêu ra một vài nhận xét. Tôi vừa đưa đến cách hiểu sự không trọng lượng là một trạng thái trong đó lực hút của trái đất bị cân bằng bởi một lực nào đó khác. Trong trường hợp của vệ tinh, lực li tâm được đề xuất là lực cân bằng này. Phát biểu là như sau: lực mà vệ tinh bị trái đất hút và lực li tâm cân bằng nhau và, do đó, hợp lực tác dụng lên vệ tinh bằng không, và đây tương ứng với sự không trọng lượng.

Tất nhiên, bây giờ thì các em hiểu một xét đoán như thế là không đúng bởi vì không có lực li tâm tác dụng lên vệ tinh. Thật bất ngờ, nếu sự không trọng lượng được hiểu

là một trạng thái trong đó lực hút bị cân bằng bởi một lực nào khác thì điều hợp lý hơn là xem một vật không trọng lượng khi nó nằm yên trên một mặt phẳng nằm ngang. Đây chính là một trong những trường hợp trong đó trọng lực bị cân bằng bởi phản lực pháp tuyến! Thật ra, không có sự cân bằng của lực hút là điều kiện cần cho sự không trọng lượng. Trái lại, để cho một vật không trọng lượng, cần cung cấp điều kiện trong đó không có lực nào khác tác dụng lên nó ngoại trừ lực hút. Nói cách khác, điều cần thiết là phản lực pháp tuyến bằng không. Chuyển động của một vật chịu tác dụng của lực hút là sự rơi của vật đó. Như vậy, sự không trọng lượng là một trạng thái rơi, ví dụ sự rơi của một cái thang máy trong hầm mỏ hay chuyển động quay quanh trái đất của một vệ tinh.



Hình 42

**HS A:** Ở phần trước (§8), thầy có nói rằng sự quay tròn của một vệ tinh xung quanh trái đất chẳng gì hơn là sự rơi của nó về phía trái đất trong khoảng thời gian dài vô hạn.

**GV:** Chuyển động của một vệ tinh quay xung quanh trái đất là đang rơi có thể được trình bày dễ hình dung theo kiểu sau đây. Hãy tưởng tượng em đang đứng tại một đỉnh núi cao và ném một hòn đá theo phương ngang. Chúng ta sẽ bỏ qua sức cản không khí. Vận tốc ban đầu của hòn đá càng lớn, thì nó sẽ rơi càng xa. Hình 42a mô tả quỹ đạo của hòn đá thay đổi dần dần như thế nào theo sự tăng vận tốc ban đầu. Ở một vận tốc  $v_1$  nhất định, quỹ đạo của hòn đá rơi trở thành một vòng tròn và hòn đá trở thành một vệ tinh của trái đất. Vận tốc  $v_1$  được gọi là vận tốc quỹ đạo tròn. Nó được tìm từ phương trình (34)

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Nếu bán kính  $r$  của quỹ đạo của vệ tinh lấy xấp xỉ bằng bán kính trái đất thì  $v_1 \approx 8 \text{ km/s}$ .

**HS A:** Điều gì sẽ xảy ra nếu khi ném một hòn đá từ đỉnh núi ta tiếp tục tăng vận tốc ban đầu?

**GV:** Hòn đá sẽ quay xung quanh trái đất trong quỹ đạo elip dẹt hơn (Hình 42b). Ở một vận tốc  $v_2$  nhất định, quỹ đạo của hòn đá trở thành một parabol và hòn đá không còn là vệ tinh của trái đất nữa. Vận tốc  $v_2$  được gọi là vận tốc thoát. Theo tính toán,  $v_2$  xấp xỉ 11 km/s. Giá trị này bằng khoảng  $\sqrt{2}$  lần  $v_1$ .

**HS A:** Thầy đã định nghĩa trạng thái không trọng lượng là một trạng thái rơi. Tuy nhiên, nếu vận tốc ban đầu của hòn đá đạt tới vận tốc thoát, thì hòn đá sẽ rời khỏi trái đất. Trong trường hợp này thầy không thể nói rằng nó đang rơi về phía trái đất. Khi đó, làm thế nào thầy giải thích sự không trọng lượng của hòn đá?

**GV:** Rất đơn giản thôi. Sự không trọng lượng trong trường hợp này là sự rơi của hòn đá về phía mặt trời.

**HS A:** Như vậy sự không trọng lượng của một phi thuyền vũ trụ đặt ở đâu đó trong không gian giữa các sao là cùng với chuyển động rơi của phi thuyền trong trường hấp dẫn của một thiên thể nào đó chăng?

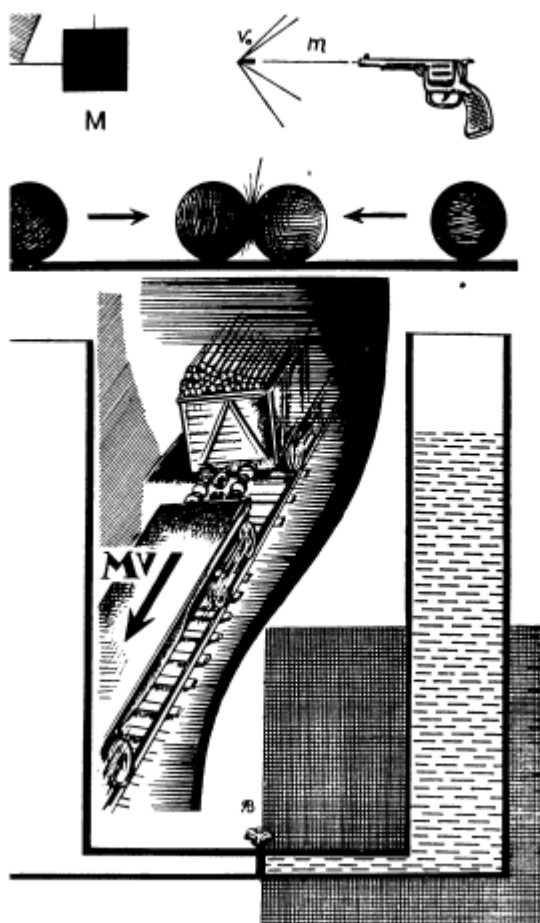
**GV:** Chính xác.

**HS B:** Tuy nhiên, dường như em thấy định nghĩa sự không trọng lượng là một trạng thái rơi đòi hỏi một số tinh chỉnh. Một người nhảy dù cũng rơi, nhưng anh ta không có cảm giác đi cùng với sự không trọng lượng.

**GV:** Em nói đúng. Sự không trọng lượng không phải là bất kì dạng chuyển động rơi nào. Sự không trọng lượng là cái gọi là rơi tự do, tức là chuyển động của một vật chịu tác dụng của duy nhất (!) trọng lực. Tôi có nói rằng để cho một vật trở nên không trọng lượng, cần tạo ra những điều kiện dưới đó không có lực nào khác, ngoại trừ lực hút, tác dụng lên vật. Trong trường hợp chuyển động rơi của người nhảy dù, có thêm một lực nữa xuất hiện, đó là sức cản của không khí.

## Bài tập

21. Tính tỉ trọng vật chất của một hành tinh hình cầu trong đó chu kì quay hàng ngày là 10 giờ, biết rằng các vật là không trọng lượng tại xích đạo của hành tinh.



Các định luật bảo toàn có tầm quan trọng to lớn. Chúng tạo nên những quy tắc khái quát nhất mà loài người đã trải nghiệm qua nhiều thế hệ. Việc áp dụng khéo léo các định luật bảo toàn giúp giải các bài toán tiện lợi hơn. Ta hãy xét các ví dụ về định luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng.

## §10. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng và định luật bảo toàn động lượng

GV: Để mở đầu, tôi muốn nêu ra một vài bài toán đơn giản. Bài thứ nhất: Hai vật trượt không ma sát xuống hai mặt phẳng nghiêng có độ cao  $H$  bằng nhau nhưng với hai góc nghiêng khác nhau  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$ . Vận tốc ban đầu của hai vật bằng không. Tìm vận tốc của hai vật tại cuối đường đi của chúng. Bài thứ hai: Chúng ta biết công thức biểu diễn vận tốc cuối của một vật theo gia tốc và quãng đường đi  $v = \sqrt{2as}$  dùng cho trường hợp khi không có vận tốc ban đầu. Công thức này sẽ có dạng như thế nào nếu như vật có vận tốc ban đầu  $v_0$ ? Bài thứ ba: Một vật được ném từ một độ cao  $H$  với vận tốc nằm ngang  $v_0$ . Tìm vận tốc của nó khi nó rơi chạm đất. Bài thứ tư: Một vật được ném lên hợp một góc  $\alpha$  với phương ngang với vận tốc ban đầu  $v_0$ . Tìm độ cao cực đại mà vật lên tới.

HS A: Em sẽ giải bài thứ nhất theo cách như sau. Trước tiên, chúng ta xét một trong hai mặt phẳng nghiêng, chẳng hạn mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha_1$ . Có hai lực tác dụng lên vật: trọng lực  $P$  và phản lực pháp tuyến  $N_1$ . Ta phân tích lực  $P$  thành hai thành phần, một thành phần song song với mặt phẳng nghiêng ( $P \sin \alpha_1$ ) và thành phần kia vuông góc với nó ( $P \cos \alpha_1$ ). Sau đó ta viết phương trình cho những lực vuông góc với mặt phẳng nghiêng:

$$P \cos \alpha_1 - N_1 = 0$$

và cho những lực song song với mặt phẳng nghiêng

$$P \sin \alpha_1 = \frac{Pa_1}{g}$$

trong đó  $a_1$  là gia tốc của vật. Từ phương trình thứ hai ta thấy  $a_1 = g \sin \alpha_1$ . Quãng đường mà vật đi được là  $H / \sin \alpha_1$ . Sau đó, sử dụng công thức đã nhắc tới ở bài toán thứ hai, ta tìm được vận tốc tại cuối đường đi là

$$v_1 = \sqrt{2as_1} = \sqrt{\frac{2gH \sin \alpha_1}{\sin \alpha_1}} = \sqrt{2gH}$$

Vì kết quả cuối cùng không phụ thuộc vào góc nghiêng, nên nó cũng áp dụng được cho mặt phẳng nghiêng thứ hai với góc nghiêng  $\alpha_2$ .

Để giải bài toán thứ hai, em sẽ sử dụng những phương trình động học đã biết

$$v = v_0 + at$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Từ phương trình thứ nhất ta tìm được  $t = (v - v_0)/a$ . Thay vào cho  $t$  trong phương trình thứ hai ta được

$$s = \frac{v_0(v - v_0)}{a} + \frac{a(v - v_0)^2}{2a^2}$$

hay  $2sa = 2v_0v - 2v_0^2 + v^2 - 2vv_0 + v_0^2$

từ đó  $2sa = v^2 - v_0^2$ . Kết quả cuối cùng là

$$v = \sqrt{2as + v_0^2} \quad (48)$$

Để giải bài thứ ba, trước tiên em sẽ tìm thành phần vận tốc nằm ngang  $v_1$  và thành phần vận tốc thẳng đứng  $v_2$  của vận tốc ban đầu. Vì vật chuyển động với vận tốc không đổi theo phương ngang nên  $v_1 = v_0$ . Theo phương thẳng đứng, vật chuyển động với gia tốc  $g$  nhưng không có vận tốc ban đầu. Do đó, ta có thể sử dụng công thức  $v_2 = \sqrt{2gH}$ . Vì tổng bình phương hai cạnh của một tam giác vuông bằng với bình phương cạnh huyền, nên kết quả cuối cùng là

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gH} \quad (49)$$

Bài toán thứ tư đã đề cập trong §5. Ta cần phân tích vận tốc ban đầu thành những thành phần nằm ngang ( $v_0 \cos \alpha$ ) và thẳng đứng ( $v_0 \sin \alpha$ ). Sau đó ta xét chuyển động thẳng đứng của vật và, trước tiên, ta tìm thời gian đi lên  $t_1$  từ công thức sự phụ thuộc của vận tốc vào thời gian trong chuyển động chậm dần đều ( $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$ ), biết rằng lúc  $t = t_1$  vận tốc thẳng đứng của vật biến mất. Như vậy  $v_0 \sin \alpha - gt_1 = 0$ , từ đó  $t_1 = (v_0/g) \sin \alpha$ . Thời gian  $t_1$  đã biết, giờ ta tìm độ cao  $H$  từ công thức đường đi phụ thuộc thời gian của chuyển động chậm dần đều. Như vậy



$$H = v_0 t_1 \sin \alpha - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$$

**GV:** Trong cả bốn trường hợp em đều đã có đáp số đúng. Tuy nhiên, tôi không hài lòng với cách em giải những bài toán này. Chúng có thể được giải đơn giản hơn nhiều nếu em sử dụng định luật bảo toàn năng lượng. Các em có thể tự thấy điều đó.

Bài thứ nhất. Định luật bảo toàn năng lượng có dạng  $mgH = mv^2/2$  (thế năng của vật tại đỉnh mặt phẳng nghiêng bằng với động năng của nó tại chân mặt phẳng nghiêng). Từ phương trình này ta dễ dàng tìm được vận tốc của vật tại chân mặt phẳng nghiêng

$$v = \sqrt{2gH}$$

Bài thứ hai. Trong trường hợp này, định luật bảo toàn năng lượng có dạng  $mv_0^2/2 + mas = mv^2/2$ , trong đó  $mas$  là công thực hiện bởi lực đang truyền gia tốc  $a$  cho vật. Biểu thức này lập tức đưa đến  $v_0^2 + 2as = v^2$ , hay

$$v = \sqrt{2as + v_0^2}$$

Bài thứ ba. Ta viết định luật bảo toàn năng lượng ở dạng  $mgH + mv_0^2/2 = mv^2/2$ . Khi đó kết quả là

$$v = \sqrt{2gH + v_0^2}$$

Bài thứ tư. Tại điểm vật được ném lên, năng lượng của nó bằng  $mv_0^2/2$ . Tại điểm trên cùng của quỹ đạo của nó, năng lượng của vật là  $mgH + mv_1^2/2$ . Vì vận tốc  $v_1$  tại điểm trên cùng bằng  $v_0 \cos \alpha$ , cho nên, sử dụng định luật bảo toàn năng lượng

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + \frac{mv_0^2}{2} \cos^2 \alpha$$

Ta tìm được  $H = (v_0^2/2g)(1 - \cos^2 \alpha)$ , hay cuối cùng

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$$

**HS A:** Vâng, em thấy khá rõ là những bài toán này có thể giải theo một cách đơn giản hơn nhiều. Tiếc là em đã không sử dụng định luật bảo toàn năng lượng.

**GV:** Thật không may, các thí sinh thường hay quên định luật này. Cho nên, họ bắt đầu giải những bài toán như vậy bằng những phương pháp rắc rối hơn, do đó làm tăng thêm xác suất sai sót. Lời khuyên của tôi là: hãy linh hoạt hơn và sử dụng rộng rãi định luật bảo toàn năng lượng.

Ở đây nảy sinh vấn đề: Các em có thể sử dụng định luật này thành thạo như thế nào?

**HS A:** Em thấy dường như không cần kĩ năng đặc biệt nào hết; định luật bảo toàn năng lượng khá đơn giản.

**GV:** Khả năng áp dụng chính xác một định luật vật lí không được quyết định bởi tính phức tạp hay tính đơn giản của nó. Xét một ví dụ. Giả sử một vật chuyển động với vận tốc không đổi trong một vòng tròn nằm trong mặt phẳng ngang. Không có lực ma sát. Vật chịu một lực hướng tâm. Công thực hiện bởi lực này trong một vòng chuyển động của vật là bao nhiêu?

**HS A:** Công bằng tích của lực và quãng đường đi mà nó tác dụng. Như vậy, trong trường hợp của chúng ta nó bằng  $(mv^2/R)2\pi R = 2\pi mv^2$ , trong đó  $R$  là bán kính của vòng tròn,  $m$  và  $v$  là khối lượng và vận tốc của vật.

**GV:** Theo định luật bảo toàn năng lượng, công không thể hoàn toàn biến mất. Công em vừa mới tính đã biến thành cái gì?

**HS A:** Nó dùng để làm quay vật.

**GV:** Tôi không hiểu. Hãy nói chính xác hơn.

**HS A:** Nó giữ cho vật chuyển động tròn.

**GV:** Lí giải của em sai rồi. Không cần có công gì hết để giữ cho vật chuyển động tròn.

**HS A:** Vậy em không biết làm sao trả lời câu hỏi của thầy.

**GV:** Năng lượng truyền cho một vật có thể được phân bố, như các nhà vật lí nói, trong các “kênh” sau đây: (1) tăng động năng của vật; (2) tăng thế năng của nó; (3) công thực hiện bởi vật đã cho lên những vật khác và (4) nhiệt sinh ra do ma sát. Đó là nguyên lí chung mà không phải thí sinh nào cũng hiểu rõ.

Giờ hãy xét công của lực hướng tâm. Vật chuyển động với một vận tốc không đổi và do đó động năng của nó không tăng. Như vậy, kênh thứ nhất bị loại. Vật chuyển động trong mặt phẳng nằm ngang và hệ quả là thế năng của nó không thay đổi. Kênh thứ hai cũng bị loại. Vật đã cho không thực hiện bất cứ công nào lên vật khác, cho nên kênh thứ ba bị loại. Cuối cùng, mọi loại ma sát đã bị loại trừ. Hệ quả là loại luôn kênh thứ tư và là kênh cuối cùng.

**HS A:** Nhưng khi đó có hay không có công của lực hướng tâm?

**GV:** Như em thấy đó, không có. Bây giờ vẫn còn cơ hội cho em đưa ra kết luận của mình. Hoặc là em thừa nhận rằng định luật bảo toàn năng lượng không đúng, và khi đó toàn bộ vướng mắc của em không còn nữa, hoặc là em tiếp tục công nhận giá trị của định luật này và rồi... Tuy nhiên, hãy cố gắng tìm cách loại đi những khó khăn của em.

**HS A:** Theo em vẫn nên kết luận rằng lực hướng tâm không thực hiện công nào hết.

**GV:** Đó là một kết luận khá hợp lí. Tôi muốn nói rằng nó chính là hệ quả trực tiếp của định luật bảo toàn năng lượng.

**HS B:** Mọi thứ đã sáng tỏ rồi, nhưng chúng ta làm gì với công thức cho công thực hiện bởi một vật?

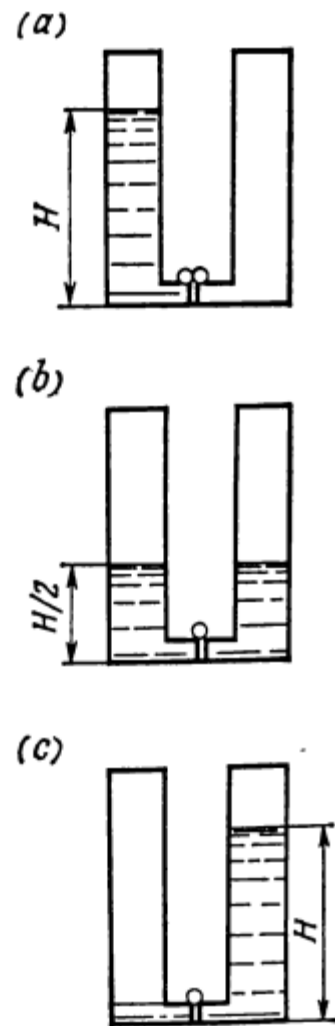
**GV:** Ngoài lực và quãng đường đi mà nó tác dụng, công thức này còn chứa cosin của góc giữa hướng của lực và vận tốc

$$A = Fs \cos\alpha$$

Trong trường hợp đã cho  $\cos\alpha = 0$ .

**HS A:**Ồ vâng, em hoàn toàn quên mất lượng cosin này.

**GV:** Tôi muốn nêu ra một ví dụ nữa. Xét hai bình thông nhau nối lại bằng một cái ống hẹp có van chặn. Giả sử lúc đầu toàn bộ chất lỏng ở bình bên trái và chiều cao



Hình 43

của nó là  $H$  (Hình 43a). Sau đó, chúng ta mở van và chất lỏng chảy từ bình bên trái sang bình bên phải. Dòng chảy ngừng lại khi có mức cao bằng nhau  $H/2$  ở mỗi bình (Hình 43b). Ta hãy tính thế năng của chất lỏng ở vị trí đầu và vị trí cuối. Để tính ta nhân trọng lượng của chất lỏng trong mỗi bình với nửa chiều cao của cột chất lỏng. Ở vị trí ban đầu thế năng bằng  $PH/2$ , và ở vị trí cuối thế năng là  $(P/2)(H/4) + (P/2)(H/4) = PH/4$ . Như vậy, ở trạng thái cuối thế năng của vật hóa ra chỉ bằng một nửa thế năng lúc ban đầu. Vậy một nửa năng lượng đã tiêu tán đi đâu?

**HS A:** Em sẽ cố gắng lí giải như thầy đã khuyên. Phần thế năng  $PH/4$  có thể đã dùng để thực hiện công lên những vật khác, sinh nhiệt do ma sát, và động năng của chính khối chất lỏng. Đúng không thầy?

**GV:** Khá chính xác. Hãy nói tiếp đi.

**HS A:** Trong trường hợp của chúng ta, chất lỏng chảy từ bình này sang bình kia không thực hiện bất kì công nào lên vật khác. Chất lỏng không có động năng ở trạng thái cuối vì nó ở trạng thái tĩnh. Như vậy cái còn lại để kết luận là một nửa thế năng đã chuyển hóa thành nhiệt do ma sát. Thật vậy, em không có khái niệm rõ ràng cho lắm loại ma sát này là gì.

**GV:** Em đã lí giải chính xác và đi tới kết luận đúng. Tôi muốn bổ sung thêm vài lời về bản chất của lực ma sát đó. Ta có thể tưởng tượng rằng chất lỏng được chia thành từng lớp, mỗi lớp đặc trưng một tốc độ chảy rõ ràng. Lớp càng gần thành bình thì vận tốc của nó càng nhỏ. Có sự hoán đổi phân tử giữa các lớp, hệ quả của những phân tử có vận tốc cao hơn của chuyển động trật tự đi xen vào giữa những phân tử có vận tốc thấp hơn của chuyển động trật tự, và ngược lại. Như vậy, lớp “nhanh” có tác dụng làm tăng tốc lớp “chậm” và, ngược lại, lớp “chậm” có tác dụng làm giảm tốc lớp “nhanh”. Hình ảnh này cho phép chúng ta nói tới sự tồn tại của sự ma sát nội tại giữa các lớp. Sự chênh lệch vận tốc của các lớp ở giữa bình và ở gần thành bình càng lớn thì tác dụng ma sát càng mạnh. Lưu ý rằng vận tốc của các lớp ở gần thành bình bị ảnh hưởng bởi loại tác dụng nội tại giữa các phân tử chất lỏng và các phân tử thành bình. Nếu chất lỏng làm ướt bình chứa thì lớp liền kề với thành bình thật sự là tĩnh.

**HS A:** Điều này có phải là ở trạng thái cuối nhiệt độ của chất lỏng có phần cao hơn ở trạng thái ban đầu?

**GV:** Vâng, chính xác thế. Bây giờ chúng ta sẽ thay đổi điều kiện của bài toán đi một chút. Giả sử không có tương tác giữa chất lỏng và thành bình. Do đó, tất cả các lớp

sẽ chảy với vận tốc bằng nhau và sẽ không có lực nội ma sát. Khi đó làm thế nào chất lỏng chảy từ bình này sang bình kia?

**HS A:** Ở đây thế năng sẽ giảm vì chất lỏng cần có động năng. Nói cách khác, trạng thái minh họa ở Hình 43b không phải là trạng thái nghỉ. Chất lỏng sẽ tiếp tục chảy từ bình bên trái sang bình bên phải cho đến khi nó đạt tới trạng thái như thể hiện ở Hình 43c. Ở trạng thái này thế năng một lần nữa bằng với ở trạng thái ban đầu (Hình 43a).

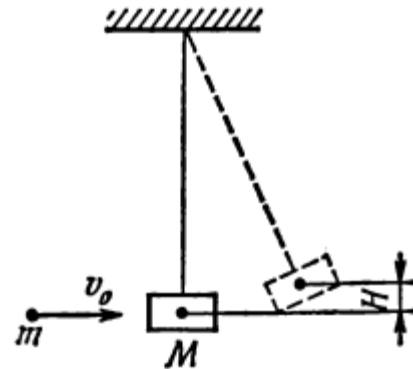
**GV:** Hiện tượng gì sẽ xảy ra với chất lỏng sau đó?

**HS A:** Chất lỏng sẽ bắt đầu chảy về theo hướng ngược lại, từ bình bên phải sang bình bên trái. Như vậy, mực chất lỏng sẽ thăng giáng ở hai bình thông nhau.

**GV:** Những quan sát như thế có thể quan sát được, chẳng hạn, ở những bình thông nhau thủy tinh chứa thủy ngân. Chúng ta biết rằng thủy ngân không dính ướt thủy tinh. Tất nhiên, những thăng giáng này sẽ bị tắt dần theo thời gian, vì không thể nào loại trừ hoàn toàn sự tương tác giữa các phân tử chất lỏng và các phân tử thành bình.

**HS A:** Em thấy định luật bảo toàn năng lượng có thể được áp dụng khá tích cực.

**GV:** Đây là một bài toán khác dành cho các em. Một viên đạn khối lượng  $m$ , đang chuyển động theo phương ngang với vận tốc  $v_0$ , đến va chạm với một khối gỗ khối lượng  $M$ , treo lơ lửng bên dưới một sợi dây, và dính vào trong gỗ. Hỏi sau khi viên đạn cắm vào, khối gỗ sẽ nâng lên đến độ cao  $H$  bằng bao nhiêu, do sự lệch của dây treo khỏi vị trí cân bằng (Hình 44)?



Hình 44

**HS A:** Ta kí hiệu  $v_1$  là vận tốc của khối gỗ và viên đạn ngay sau khi đạn bay vào trong gỗ. Để tìm vận tốc này, ta dùng định luật bảo toàn năng lượng. Như vậy

$$\frac{mv_0^2}{2} = (m + M) \frac{v_1^2}{2} \quad (50)$$

Từ đó suy ra

$$v_1 = v_0 \sqrt{\frac{m}{m+M}} \quad (51)$$

Biết được vận tốc này, ta đi tính độ cao  $H$  bằng cách sắp xếp lại định luật bảo toàn năng lượng

$$(m+M)gH = (m+M)\frac{v_1^2}{2} \quad (52)$$

Kết hợp phương trình (50) và (52) ta được

$$(m+M)gH = \frac{mv_0^2}{2}$$

Suy ra

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \frac{m}{m+M} \quad (53)$$

**GV** (nói với **HS B**): Em nghĩ gì về cách giải này?

**HS B**: Tôi không tán thành thế. Chúng ta đã nói ở phần trước rằng trong những trường hợp như vậy cần sử dụng định luật bảo toàn động lượng. Do đó, thay cho phương trình (50), em sẽ dùng một liên hệ khác

$$mv_0 = (m+M)v_1 \quad (54)$$

(động lượng của viên đạn trước khi nó va chạm với khối gỗ bằng động lượng của viên đạn và khối gỗ sau đó). Từ biểu thức này ta có

$$v_1 = v_0 \frac{m}{m+M} \quad (55)$$

Nếu bây giờ ta sử dụng định luật bảo toàn năng lượng (52) và thay kết quả của phương trình (55) vào (52) ta được

$$H = \frac{v_0^2}{2g} \frac{m^2}{(m+M)^2} \quad (56)$$

**GV**: Chúng ta có hai quan điểm và hai kết quả khác nhau. Theo một quan điểm thì áp dụng định luật bảo toàn động năng, còn theo quan điểm kia thì áp dụng định

luật bảo toàn động lượng. Quan điểm nào đúng? (nói với **HS A**) Em có thể nói gì để chứng minh cho quan điểm của mình?

**HS A:** Em đã không sử dụng định luật bảo toàn động lượng.

**GV** (nói với **HS B**): Còn em sẽ nói gì?

**HS B:** Em không biết làm thế nào chứng minh cho quan điểm của mình. Em nhớ là khi gặp bài toán va chạm thì định luật bảo toàn động lượng luôn luôn có giá trị sử dụng, còn định luật bảo toàn năng lượng không phải lúc nào cũng dùng tốt. Vì trong trường hợp đã cho, những định luật này đưa đến những kết quả khác nhau, nên cách giải của em rõ ràng là đúng.

**GV:** Trước tiên, cách giải của em thật sự khá chính xác. Tuy nhiên, ta cần xét kĩ hơn vấn đề này. Một va chạm mà sau đó các vật va chạm dính lại với nhau (hay vật này nằm trong vật kia) được gọi là “va chạm hoàn toàn không đàn hồi”. Tiêu biểu trong những va chạm như thế là sự có mặt của sự biến dạng vĩnh viễn ở những vật va chạm, hệ quả của nhiệt sinh ra do ma sát. Vì thế, phương trình (50), chỉ nói tới động năng của các vật, là không áp dụng được. Trong trường hợp của chúng ta, cần sử dụng định luật bảo toàn động lượng (54) để tìm vận tốc của khối gỗ và viên đạn sau va chạm.

**HS A:** Ý thầy nói là định luật bảo toàn năng lượng không có giá trị đối với một va chạm hoàn toàn không đàn hồi chăng? Nhưng định luật này có tính vạn vật mà.

**GV:** Không ai nghi ngờ chuyện định luật bảo toàn năng lượng có giá trị đối với một va chạm hoàn toàn không đàn hồi. Động năng không được bảo toàn sau một va chạm như thế. Tôi nói riêng động năng chứ không nói toàn bộ năng lượng. Kí hiệu nhiệt sinh ra trong va chạm là  $Q$ , ta có thể viết hệ định luật bảo toàn sau đây cho va chạm hoàn toàn không đàn hồi vừa nói ở trên

$$\left. \begin{aligned} mv_0 &= (m + M)v_1 \\ \frac{mv_0^2}{2} &= \frac{(m + M)v_1^2}{2} + Q \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Ở đây phương trình thứ nhất là định luật bảo toàn động lượng, và phương trình thứ hai là định luật bảo toàn năng lượng (không chỉ tính cơ năng, mà còn xét cả nhiệt năng).

Hệ phương trình (57) có hai biến:  $v_1$  và  $Q$ . Sau khi xác định  $v_1$  từ phương trình thứ nhất, ta có thể sử dụng phương trình thứ hai để tìm nhiệt lượng  $Q$

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{(m+M)m^2v_0^2}{2(m+M)^2} = \frac{mv_0^2}{2} \left( 1 - \frac{m}{m+M} \right) \quad (58)$$

Rõ ràng từ phương trình này là khối lượng  $M$  càng lớn, thì năng lượng chuyển hóa thành nhiệt càng nhiều. Tính giới hạn, với khối lượng  $M$  vô cùng lớn, ta thu được  $Q = mv_0^2/2$ , tức là toàn bộ động năng chuyển hóa thành nhiệt. Điều này khá tự nhiên thôi: ví dụ như trường hợp viên đạn bay dính vào tường.

**HS A:** Có thể có va chạm nào trong đó không có nhiệt sinh ra hay không?

**GV:** Có, những va chạm như thế là có thể. Chúng được gọi là va chạm “hoàn toàn đàn hồi”. Chẳng hạn, va chạm giữa hai quả cầu thép có thể xem là hoàn toàn đàn hồi với một mức độ gần đúng hợp lí. Sự biến dạng đàn hồi thuần túy của hai quả cầu xảy ra và không có nhiệt sinh ra. Sau va chạm, hai quả cầu trở lại hình dạng ban đầu của chúng.

**HS A:** Ý thầy nói là trong một va chạm hoàn toàn đàn hồi định luật bảo toàn năng lượng trở thành định luật bảo toàn động năng?

**GV:** Ừ, tất nhiên rồi.

**HS A:** Nhưng trong trường hợp này, em không thể nào hiểu làm thế nào thầy dung hòa định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn năng lượng. Chúng ta thu được hai phương trình hoàn toàn khác nhau cho vận tốc sau va chạm. Hoặc, có lẽ, định luật bảo toàn động lượng không có ý nghĩa trong một va chạm hoàn toàn đàn hồi.

**GV:** Cả hai định luật đều có ý nghĩa trong một va chạm hoàn toàn đàn hồi: bảo toàn động lượng và bảo toàn động năng. Em chẳng có lí do gì để ngần ngại chuyện phối hợp hai định luật này bởi vì sau một va chạm hoàn toàn đàn hồi, các vật bay ra xa nhau ở những vận tốc khác nhau. Trong khi sau một va chạm hoàn toàn không đàn hồi các vật va chạm chuyển động với cùng vận tốc (vì chúng dính vào nhau), thì sau một va chạm đàn hồi mỗi vật chuyển động với một vận tốc xác định riêng của nó. Hai biến chưa biết đòi hỏi có hai phương trình. Ta hãy xét một ví dụ. Giả sử một vật khối lượng  $m$  đang chuyển động với vận tốc  $v_0$  và chạm đàn hồi với một vật khối lượng  $M$  đang đứng yên. Giả sử thêm rằng sau va chạm vật đi tới đó bật ngược trở lại. Ta sẽ kí hiệu vận tốc của vật  $m$  sau va chạm là  $v_1$  và của vật  $M$  là  $v_2$ . Khi đó định luật bảo toàn năng lượng và động lượng có thể viết ở dạng



$$\left. \begin{aligned} mv_0 &= Mv_2 - mv_1 \\ \frac{mv_0^2}{2} &= \frac{Mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Lưu ý dấu trừ trong phương trình thứ nhất. Nó xuất hiện là do giả sử của chúng ta rằng vật đi tới bị bật ngược trở lại.

**HS B:** Nhưng thầy không phải lúc nào cũng biết trước hướng chuyển động của vật sau va chạm. Phải chăng vật  $m$  không thể tiếp tục chuyển động theo hướng cũ với một vận tốc nhỏ hơn sau va chạm?

**GV:** Nó có thể chứ. Trong trường hợp như vậy ta sẽ thu được một vận tốc  $v_1$  âm khi giải hệ phương trình (59).

**HS B:** Em nghĩ rằng hướng chuyển động của vật  $m$  sau va chạm được xác định bởi tỉ số của khối lượng  $m$  và  $M$ .

**GV:** Chính xác. Nếu  $m < M$ , vật  $m$  sẽ bật trở lại; nếu  $m = M$ , nó sẽ nằm yên sau va chạm; và nếu  $m > M$ , nó sẽ tiếp tục chuyển động theo hướng cũ nhưng với một vận tốc nhỏ hơn. Tuy nhiên, trong trường hợp tổng quát, các em không cần ngại vấn đề hướng chuyển động. Ta sẽ giả sử một hướng nào đó và bắt đầu tính toán. Dấu của đáp số tính được sẽ cho em biết em có giả sử sai hay không.

**HS B:** Chúng ta biết rằng sau va chạm các quả cầu có thể chuyển động ra xa nhau theo hướng hợp với nhau một góc nào đó. Chúng ta đã giả sử rằng chuyển động xảy ra theo một đường thẳng. Rõ ràng đây phải là một trường hợp đặc biệt mà thôi.

**GV:** Em nói đúng. Chúng ta đã xét cái gọi là va chạm xuyên tâm trong đó các quả cầu chuyển động trước và sau va chạm theo một đường thẳng đi qua tâm của chúng. Trường hợp tổng quát hơn là va chạm lệch tâm sẽ được xét tới sau. Ở đây tôi muốn biết mọi thứ đã khá rõ ràng hay chưa.

**HS A:** Em nghĩ là mình đã hiểu rồi. Như em thấy, trong mọi va chạm (đàn hồi hay không đàn hồi), có thể áp dụng được hai định luật bảo toàn: động lượng và năng lượng. Chỉ là bản chất khác nhau của các va chạm dẫn tới những phương trình khác nhau mô tả các định luật bảo toàn. Khi xét những va chạm không đàn hồi, cần kể đến nhiệt sinh ra trong va chạm đó.

**GV:** Nhận xét của em là đúng và ngắn gọn.

**HS B:** Như em hiểu cho đến đây thì va chạm hoàn toàn đàn hồi và va chạm hoàn toàn không đàn hồi là hai trường hợp cực độ. Chúng có luôn luôn thích hợp để mô tả những trường hợp thực tế hay không?

**GV:** Em hãy đẩy khi đưa ra vấn đề này. Những trường hợp va chạm mà chúng ta vừa xét là những trường hợp cực độ. Trong những va chạm thực tế, một lượng nhiệt nhất định luôn luôn được sinh ra (không có sự biến dạng đàn hồi lí tưởng) và các vật va chạm có thể chuyển động ra xa nhau với những vận tốc khác. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp những va chạm thực tế được mô tả khá tốt theo những mô hình đã giản lược hóa: va chạm hoàn toàn đàn hồi và va chạm hoàn toàn không đàn hồi.

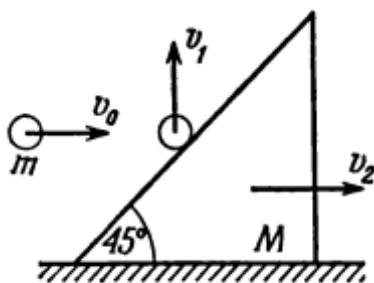
Bây giờ chúng ta hãy xét một ví dụ va chạm đàn hồi lệch tâm. Một vật ở dạng một mặt phẳng nghiêng với góc nghiêng  $45^\circ$  đang nằm trên mặt phẳng ngang. Một quả cầu khối lượng  $m$ , đang bay ngang với vận tốc  $v_0$ , đến va chạm với vật (mặt phẳng nghiêng) có khối lượng  $M$ . Hệ quả của sự va chạm là quả cầu bật lên theo phương thẳng đứng và vật  $M$  bắt đầu trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang. Hãy tìm vận tốc bay lên thẳng đứng của quả cầu ngay sau khi va chạm (Hình 45). Em nào muốn thử giải bài toán này?

**HS B:** Cho phép em làm thử. Ta kí hiệu vận tốc cần tìm của quả cầu là  $v_1$  và của vật  $M$  là  $v_2$ . Vì va chạm là đàn hồi, nên em có quyền giả sử rằng động năng được bảo toàn. Như vậy

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} \quad (60)$$

Em cần thêm một phương trình nữa, cái dễ thấy là em nên sử dụng định luật bảo toàn động lượng. Em sẽ viết nó ở dạng

$$mv_0 = Mv_2 + mv_1 \quad (61)$$



Hình 45

Thật ra em không chắc về phương trình thứ hai vì vận tốc  $v_1$  vuông góc với vận tốc  $v_2$ .

**GV:** Phương trình (60) là đúng. Phương trình (61) thì không đúng, giống như em nghĩ. Em nên nhớ rằng định luật bảo toàn động lượng là một phương trình vector, vì động lượng là một đại lượng vector có cùng chiều với vận tốc. Nói chung, khi toàn bộ các vận tốc nằm trên cùng một đường thẳng, thì phương trình vector có thể được thay bằng một phương trình vô hướng. Đó chính

là cái xảy ra khi chúng ta thảo luận về những va chạm xuyên tâm. Tuy nhiên, trong trường hợp tổng quát, ta cần phân tích toàn bộ các vận tốc theo những phương vuông góc nhau và viết định luật bảo toàn động lượng cho riêng từng phương này (nếu bài toán được xét trong một mặt phẳng, thì phương trình vector có thể được thay bằng hai phương trình vô hướng cho hình chiếu của động lượng lên hai phương vuông góc nhau).

Với bài toán đã cho, ta có thể chọn phương nằm ngang và phương thẳng đứng. Đối với phương ngang, định luật bảo toàn động lượng có dạng

$$mv_0 = Mv_2 \quad (62)$$

Từ phương trình (60) và (62) ta tìm được vận tốc

$$v_1 = v_0 \sqrt{\frac{M-m}{M}}$$

**HS B:** Chúng ta làm gì với phương thẳng đứng?

**GV:** Thoạt nhìn, có vẻ như định luật bảo toàn động lượng không đúng đối với phương thẳng đứng. Nhưng thật ra không phải. Trước va chạm, không có vận tốc nào thẳng đứng hết; sau va chạm, có một động lượng  $mv_1$  hướng theo phương thẳng đứng. Ta có thể thấy ngay rằng còn có một vật khác liên quan trong bài toán: trái đất. Nếu không có trái đất, vật  $M$  sẽ không chuyển động ngang sau va chạm. Ta hãy kí hiệu khối lượng của trái đất là  $M_e$  và vận tốc mà nó thu được do hệ quả của va chạm là  $v_e$ . Sự không có mặt của ma sát cho phép chúng ta xét tương tác giữa vật  $M$  và trái đất chỉ xảy ra theo phương thẳng đứng. Nói cách khác, vận tốc  $v_e$  của trái đất hướng thẳng đứng xuống dưới. Như vậy, sự tham gia của trái đất trong bài toán không làm thay đổi dạng của phương trình (62), nhưng đưa đến một phương trình mô tả định luật bảo toàn động lượng theo phương thẳng đứng

$$mv_1 - M_e v_e = 0 \quad (63)$$

**HS B:** Vì trái đất cũng tham gia vào bài toán này, cho nên rõ ràng sẽ cần sửa lại phương trình năng lượng (60).

**GV:** Vậy em sửa như thế nào cho phương trình (60)?

**HS B:** Em muốn thêm một số hạng về chuyển động của trái đất sau va chạm

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} + \frac{M_e v_e^2}{2} \quad (64)$$

**GV:** Lưu ý của em khá hợp lí. Tuy nhiên, ta không cần sửa lại phương trình (60). Trước tiên, theo phương trình (63) thì vận tốc của trái đất là

$$v_e = \frac{mv_1}{M_e}$$

Vì khối lượng  $M_e$  trên thực tế hết sức lớn, nên vận tốc  $v_e$  của trái đất sau va chạm trên thực tế là bằng không. Bây giờ, ta hãy viết lại số hạng  $M_e v_e^2/2$  trong phương trình (64) có dạng  $(M_e v_e) v_e/2$ . Theo phương trình (63), đại lượng  $M_e v_e$  trong tích này có một giá trị hữu hạn. Nếu nhân giá trị này với không (trong trường hợp đã cho  $v_e$  là bằng không), thì tích cũng sẽ bằng không. Từ đây ta có thể kết luận rằng trái đất tham gia rất kì cục trong bài toán này. Nó thu một động lượng nhất định, nhưng đồng thời trên thực tế nó không nhận năng lượng nào hết. Nói cách khác, nó tham gia vào định luật bảo toàn động lượng nhưng không tham gia vào định luật bảo toàn năng lượng. Trường hợp này là bằng chứng đặc biệt nổi bật của thực tế rằng định luật bảo toàn năng lượng và động lượng là những định luật khác nhau về cơ bản, và độc lập với nhau.

## Bài tập

22. Một vật khối lượng 3 kg rơi từ một độ cao nhất định với vận tốc ban đầu 3 m/s theo phương thẳng đứng. Tìm công thực hiện để thắng lực cản của không khí trong 10 giây, biết rằng vật thu được vận tốc 50 m/s lúc cuối khoảng thời gian 10 giây. Giả sử lực cản của không khí là không đổi.

23. Một vật trượt xuống một mặt phẳng nghiêng góc  $30^\circ$  sau đó trượt tiếp trên một mặt ngang. Xác định hệ số ma sát, biết rằng quãng đường vật trượt trên mặt phẳng ngang bằng với trên mặt phẳng nghiêng.

24. Tính hiệu suất của một mặt phẳng nghiêng trong trường hợp khi một vật trượt ra khỏi nó với vận tốc không đổi.

25. Một quả cầu khối lượng  $m$  và thể tích  $V$  thả rơi vào trong nước từ độ cao  $H$ , chìm xuống độ sâu  $h$ , và sau đó thì nhẩy ra khỏi nước (tỉ trọng của quả cầu nhỏ hơn của nước). Tìm lực cản của nước (giả sử nó là không đổi) và độ cao  $h_1$  quả cầu lên tới sau khi nó nhẩy ra khỏi nước. Bỏ qua sức cản không khí. Tỉ trọng của nước kí hiệu là  $\rho_n$ .

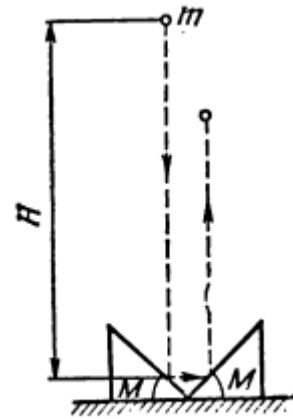
26. Một đầu tàu hỏa có khối lượng 50 tấn, đang chuyển động với vận tốc 12 km/h, móc vào một toa tàu trần khối lượng 30 tấn đang đứng yên trên cùng đường ray. Tìm vận tốc chuyển động chung của đầu tàu và toa xe ngay sau khi chuyển động ghép nối tự động hoạt động. Tính quãng đường đi được bởi hai xe sau khi ghép nối, biết lực cản bằng 5% trọng lượng.

27. Một khẩu đại bác khối lượng  $M$ , đặt tại chân một mặt phẳng nghiêng, bắn ra một viên đạn khối lượng  $m$  theo phương ngang với vận tốc ban đầu  $v_0$ . Hỏi khẩu đại bác leo lên đến độ cao nào trên mặt phẳng nghiêng do sự giật lùi nếu góc nghiêng của mặt phẳng đó là  $\alpha$  và hệ số ma sát giữa khẩu đại bác và mặt phẳng nghiêng là  $k$ ?

28. Hai quả cầu khối lượng  $M$  và  $2M$  treo bên dưới hai sợi dây mảnh chiều dài  $l$  buộc cố định tại cùng một điểm. Quả cầu  $M$  được kéo về một phía nghiêng một góc  $\alpha$  và thả ra sau khi truyền cho nó một vận tốc tiếp tuyến  $v_0$  hướng về phía vị trí cân bằng. Hỏi hai quả cầu sẽ nâng lên đến độ cao bao nhiêu nếu: (1) va chạm là hoàn toàn đàn hồi, và (2) va chạm là hoàn toàn không đàn hồi (hai quả cầu dính vào nhau sau va chạm)?

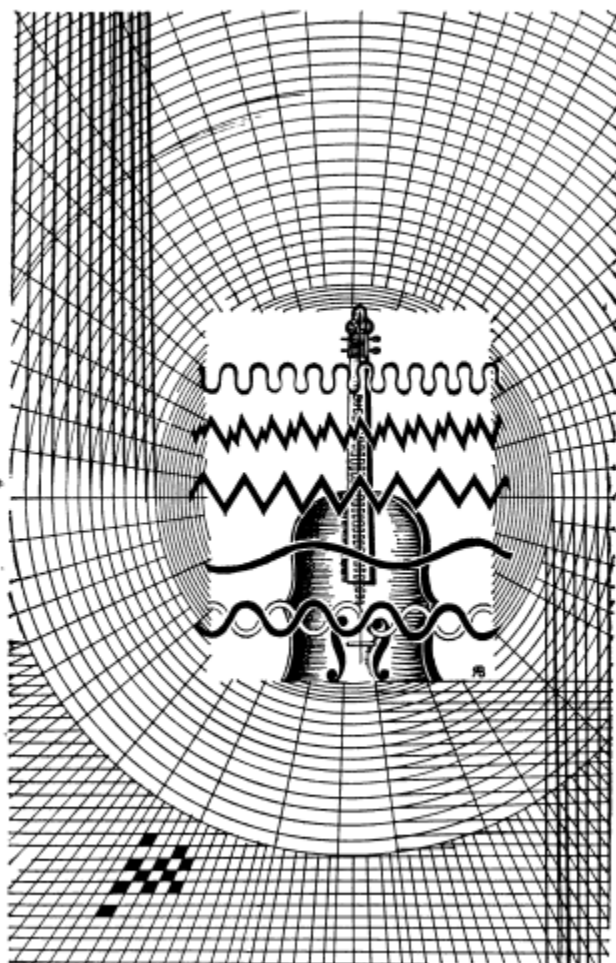
29. Một quả cầu khối lượng  $M$  treo dưới một sợi dây chiều dài  $l$ . Một viên đạn khối lượng  $m$ , đang bay theo phương ngang, đến cắm vào quả cầu và mắc kẹt trong đó. Hỏi viên đạn phải có vận tốc tối thiểu bao nhiêu để cho quả cầu quay tròn một vòng tròn trong mặt phẳng thẳng đứng?

30. Hai cái nêm có cùng góc nghiêng  $45^\circ$  và mỗi nêm có khối lượng  $M$  đang nằm trên một mặt phẳng ngang (Hình 46). Một quả cầu khối lượng  $m$  ( $m \ll M$ ) thả tự do từ độ cao  $H$ . Quả cầu va chạm với nêm này rồi tới nêm kia, sau đó bật lên theo phương thẳng đứng. Tìm độ cao mà quả cầu bật lên tới. Giả sử cả hai va chạm là đàn hồi và không có ma sát giữa hai cái nêm và mặt phẳng ngang.



Hình 46

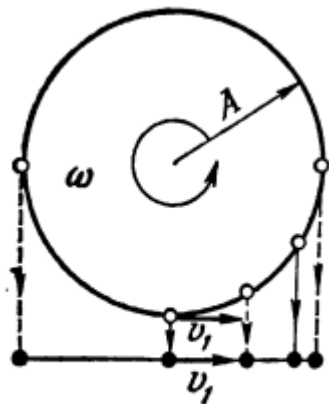
31. Một cái nêm có góc nghiêng  $30^\circ$  và khối lượng  $M$  nằm trên một mặt phẳng ngang. Một quả cầu khối lượng  $m$  thả tự do từ độ cao  $H$ , va đàn hồi với cái nêm và bật lên nghiêng góc  $30^\circ$  so với phương ngang. Hỏi quả cầu bật lên tới độ cao bao nhiêu? Bỏ qua ma sát giữa cái nêm và mặt phẳng ngang.



Thế giới xung quanh chúng ta tràn đầy những dao động và sóng. Hãy nhớ điều này khi các em nghiên cứu chuyên ngành vật lí dành cho những hiện tượng này.

Chúng ta hãy thảo luận về dao động điều hòa và, là một trường hợp đặc biệt, dao động của con lắc toán. Chúng ta sẽ phân tích hành trạng của con lắc trong hệ quy chiếu phi quán tính.

## §11. Giải bài toán dao động điều hòa



Hình 47

**GV:** Một số thí sinh không hiểu rõ cho lắm các dao động điều hòa. Trước tiên ta hãy nói về định nghĩa của chúng.

**HS A:** Các dao động được gọi là điều hòa nếu chúng tuân theo định luật sin: li độ  $x$  của một vật tính từ vị trí cân bằng của nó biến thiên theo thời gian theo hàm

$$x = A \sin(\omega t + \alpha) \quad (65)$$

trong đó  $A$  là biên độ dao động (li độ cực đại của vật tính từ vị trí cân bằng),  $\omega$  là tần số góc ( $\omega = 2\pi/T$ , trong đó  $T$  là chu kỳ của dao động), và  $\alpha$  là pha ban đầu (nó cho biết li độ của vật tính từ vị trí cân bằng tại thời điểm  $t = 0$ ). Có thể xem dao động điều hòa là chuyển động của hình chiếu của một điểm quay với vận tốc góc không đổi  $\omega$  trong một vòng tròn bán kính  $A$  (Hình 47).

**HS B:** Em thích một định nghĩa khác của dao động điều hòa. Như ta biết, các dao động xảy ra là do tác dụng của lực hồi phục, tức là một lực hướng về vị trí cân bằng và tăng lên khi vật tiến ra xa vị trí cân bằng. Dao động điều hòa là những dao động trong đó lực hồi phục  $F$  tỉ lệ với li độ  $x$  của vật tính từ vị trí cân bằng. Tức là

$$F = kx \quad (66)$$

Một lực như vậy được gọi là “có tính đàn hồi”.

**GV:** Tôi hoàn toàn hài lòng với cả hai định nghĩa vừa nêu. Trong trường hợp thứ nhất, dao động điều hòa được định nghĩa theo cách chúng xảy ra; trong trường hợp thứ hai là theo nguyên nhân của chúng. Nói cách khác, định nghĩa thứ nhất sử dụng mô tả không gian-thời gian (động học) của dao động, còn định nghĩa thứ hai sử dụng mô tả nguyên nhân (động lực học).

**HS B:** Nhưng trong hai định nghĩa, cái nào được ưa thích hơn? Hoặc, có lẽ, chúng là tương đương nhau?

**GV:** Không, chúng không tương đương nhau, và định nghĩa thứ nhất (động học) được ưa chuộng hơn. Nó hoàn chỉnh hơn.

**HS B:** Nhưng cho dù bản chất của lực hồi phục là gì, rõ ràng nó sẽ xác định bản chất của dao động. Như vậy, em không hiểu tại sao định nghĩa của em lại kém hoàn chỉnh hơn.

**GV:** Câu này em nói không đúng lắm. Bản chất của lực hồi phục không hoàn toàn xác định bản chất của dao động.

**HS A:** Rõ ràng bây giờ là lúc nên nhắc lại rằng bản chất của chuyển động của một vật tại một thời điểm cho trước được xác định không chỉ bởi những lực tác dụng lên vật tại thời điểm đã cho, mà còn bởi các điều kiện ban đầu nữa, tức là vị trí và vận tốc của vật tại thời điểm ban đầu. Chúng ta đã nói vấn đề này ở §4.

**GV:** Rất đúng. Đối chiếu với trường hợp đang xét thì phát biểu này có nghĩa là bản chất của các dao động được xác định không chỉ bởi lực hồi phục, mà còn bởi những điều kiện mà những dao động này được bắt đầu. Rõ ràng các dao động có thể bị ảnh hưởng bởi những cách khác nhau. Chẳng hạn, một vật có thể bị kéo lệch một khoảng nhất định khỏi vị trí cân bằng và sau đó thả ra nhẹ nhàng. Nó sẽ bắt đầu dao động. Nếu dao động bắt đầu tại thời điểm zero thì phương trình (65) ta thu được  $\alpha = \pi/2$ , và khoảng lệch của vật là biên độ dao động. Vật có thể bị kéo lệch những khoảng khác nhau tính từ vị trí cân bằng, do đó mang lại những biên độ dao động khác nhau.

Một phương pháp khác kích hoạt dao động là truyền một vận tốc ban đầu nhất định (bằng cách đẩy) cho một vật ở trường hợp cân bằng. Vật sẽ bắt đầu dao động. Chọn lúc bắt đầu dao động là thời điểm zero, ta thu được từ phương trình (65)  $\alpha = 0$ . Rõ ràng còn có thể đề xuất vô số phương pháp trung gian khác để kích thích dao động. Chẳng hạn, một vật bị kéo lệch khỏi vị trí cân bằng của nó, và đồng thời bị đẩy hoặc bị kéo... Mỗi phương pháp này sẽ mang lại một giá trị rõ ràng của biên độ  $A$  và pha ban đầu  $\alpha$  của dao động.

**HS B:** Ý thầy nói là các đại lượng  $A$  và  $\alpha$  không phụ thuộc vào bản chất của lực hồi phục phải không?

**GV:** Đúng vậy. Em xử lí hai đại lượng này tùy ý khi em kích thích dao động bằng phương pháp này hoặc phương pháp kia. Lực hồi phục, tức là hệ số  $k$  trong phương trình (66), chỉ xác định tần số góc  $\omega$  hay, nói cách khác, chu kì dao động của vật. Có

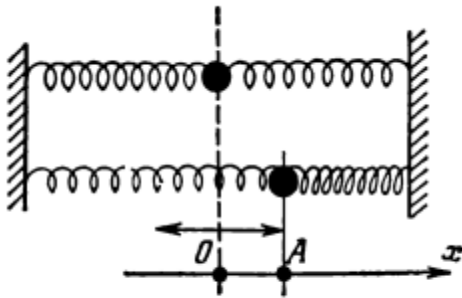


thể nói rằng chu kì dao động là một đặc trưng riêng của hệ dao động, còn biên độ  $A$  và pha ban đầu  $\alpha$  tùy thuộc vào các điều kiện bên ngoài kích thích dao động đã cho.

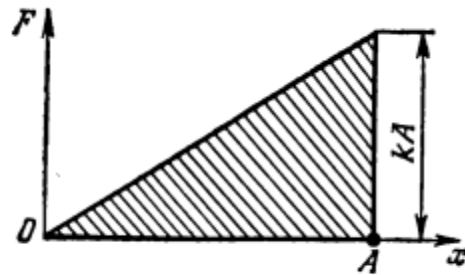
Trở lại với định nghĩa dao động điều hòa, chúng ta thấy rằng định nghĩa động lực học không chứa thông tin gì hoặc về biên độ hoặc về pha ban đầu. Trái lại, định nghĩa động học có chứa thông tin về những đại lượng này.

**HS B:** Nhưng nếu chúng ta có quyền tự do xử lí biên độ, thì có lẽ nó không phải là một đặc trưng quan trọng của một vật dao động?

**GV:** Em sai rồi. Biên độ là một đặc trưng rất quan trọng của một vật dao động. Để chứng minh điều này, ta hãy xét một ví dụ. Một quả cầu khối lượng  $m$  được gắn với hai lò xo đàn hồi và thực hiện dao động điều hòa với biên độ  $A$  theo phương ngang (Hình 48). Lực hồi phục được xác định bởi hệ số đàn hồi  $k$  đặc trưng cho tính đàn hồi của hai lò xo. Hãy tìm năng lượng của quả cầu đang dao động.



Hình 48



Hình 49

**HS A:** Để tìm năng lượng của quả cầu, ta có thể xét vị trí của nó lúc bị lệch nhiều nhất ( $x = A$ ). Ở vị trí này, vận tốc của quả cầu bằng không và do đó năng lượng toàn phần của nó là thế năng của nó. Thế năng đó có thể xem là công thực hiện chống lại lực đàn hồi làm dịch chuyển quả cầu một khoảng  $A$  tính từ vị trí cân bằng của nó. Như vậy

$$W = FA \quad (67)$$

Sau đó, tính đến  $F = kA$ , theo phương trình (66), ta thu được

$$W = kA^2$$

**GV:** Em suy luận theo hướng đúng, nhưng đã phạm một sai sót. Phương trình (67) chỉ có thể áp dụng trong điều kiện lực không đổi. Trong trường hợp đã cho, lực  $F$

biến thiên theo li độ, như thể hiện trên Hình 49. Công thực hiện bởi lực này trên quãng đường  $x = A$  bằng diện tích gạch chéo nằm dưới đường cong lực. Đây là diện tích của một tam giác và bằng  $kA^2/2$ . Như vậy

$$W = \frac{kA^2}{2} \quad (68)$$

Lưu ý rằng năng lượng toàn phần của một vật dao động tỉ lệ với bình phương của biên độ dao động. Điều này chứng minh biên độ là một đặc trưng quan trọng như thế nào của một vật dao động.

Nếu  $0 < x < A$  thì năng lượng toàn phần  $W$  bằng tổng hai thành phần – động năng và thế năng

$$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \quad (69)$$

Phương trình (69) cho phép tính vận tốc  $v$  của một vật dao động tại li độ  $x$  bất kì tính từ vị trí cân bằng. Câu hỏi tiếp theo của tôi là: chu kì dao động của quả cầu ở Hình 48 là bao nhiêu?

**HS B:** Để tìm công thức chu kì dao động sẽ cần sử dụng giải tích.

**GV:** Nói đại khái thì em đúng. Tuy nhiên, nếu chúng ta đồng thời sử dụng định nghĩa động học và động lực học của dao động điều hòa, ta có thể không cần sử dụng giải tích. Trước tiên, ta có thể kết luận từ Hình 47, đó là một biểu diễn hình học của định nghĩa động học, rằng vận tốc của vật tại thời điểm khi nó đi qua vị trí cân bằng là

$$v_1 = \omega A = \frac{2\pi A}{T} \quad (70)$$

Sử dụng kết quả của phương trình (68), theo định nghĩa động lực học, ta có thể kết luận rằng vận tốc  $v_1$  có thể tìm được từ hệ thức năng lượng

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \quad (71)$$

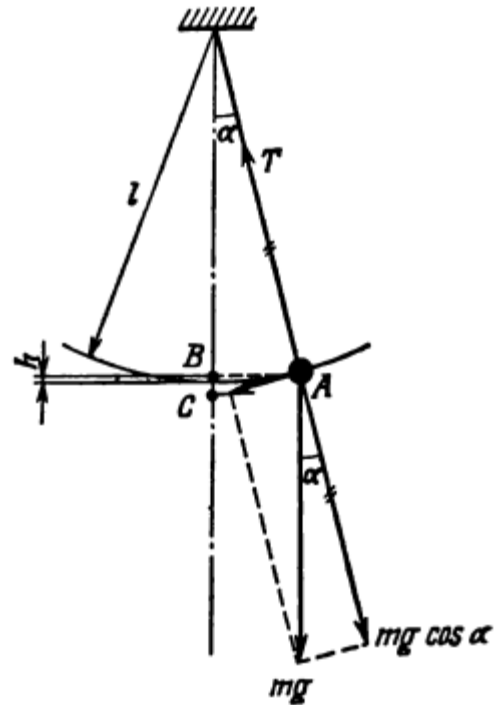
(tại thời điểm quả cầu đi qua vị trí cân bằng, toàn bộ năng lượng của quả cầu là động năng). Kết hợp phương trình (70) và (71), ta thu được  $4\pi^2 A^2 m / T^2 = kA^2$ , suy ra

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (72)$$

Như đã nói ở phần trước, chu kì dao động được xác định hoàn toàn bởi tính chất của bản thân hệ dao động, và độc lập với cách kích thích dao động.

**HS A:** Khi nói tới các dao động, ta thường xử lí không phải một quả cầu gắn với lò xo, mà là một con lắc. Những kết quả vừa thu được có thể khái quát hóa để bao hàm cả con lắc hay không?

**GV:** Để khái quát hóa như vậy, trước tiên ta phải làm rõ xem, trong trường hợp con lắc, cái gì giữ vai trò của hệ số đàn hồi  $k$ . Rõ ràng con lắc dao động không phải do lực đàn hồi, mà là do trọng lực. Ta hãy xét một quả cầu (trong con lắc gọi là quả lắc) treo dưới một sợi dây chiều dài  $l$ . Ta kéo quả cầu về một phía của vị trí cân bằng sao cho sợi dây hợp một góc  $\alpha$  (Hình 50) với phương thẳng đứng. Có hai lực tác dụng lên quả lắc: trọng lực  $mg$  và lực căng  $T$  của sợi dây. Hợp lực của chúng là lực hồi phục. Từ hình vẽ ta thấy nó bằng  $mg \sin \alpha$ .



Hình 50

**GV:** Chúng ta đang phân tích dao động điều hòa của một con lắc. Như vậy, cái cần thiết là góc lệch tối đa của sợi dây khỏi vị trí cân bằng phải rất nhỏ

$$\alpha \ll 1 \quad (73)$$

(lưu ý rằng góc  $\alpha$  ở đây được tính theo radian; tính theo độ, thì góc  $\alpha$ , trong mọi trường hợp, phải nhỏ hơn  $10^\circ$ ). Nếu điều kiện (73) được thỏa mãn, thì sự chênh lệch giữa chiều dài  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$  là có thể bỏ qua.

$$\overline{AB} = l \sin \alpha \cong \overline{AC} = l \tan \alpha$$

Vì thế, câu hỏi của em trở nên không đáng để tâm. Để cho rõ ràng, ta có thể giả sử rằng  $x = \overline{AB} = l \sin \alpha$ . Khi đó phương trình (66) sẽ có dạng sau đây cho một con lắc

$$mg \sin \alpha = kl \sin \alpha \quad (66a)$$

từ đó

$$k = \frac{mg}{l} \quad (74)$$

Thay phương trình này vào phương trình (72), ta thu được công thức cho chu kỳ dao động của một con lắc

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (75)$$

Chúng ta cũng trả lời cho câu hỏi năng lượng của con lắc. Năng lượng toàn phần của nó rõ ràng bằng  $mgh$ , trong đó  $h$  là độ cao quả lắc nâng lên ở vị trí lệch nhiều nhất (xem Hình 50). Như vậy

$$W = mgh = mgl(1 - \cos \alpha) = 2mgl \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (76)$$

Công thức (76) rõ ràng thích hợp cho mọi giá trị của góc  $\alpha$ . Để chuyển kết quả này thành hệ thức (68), cần thỏa mãn điều kiện điều hòa của dao động của con lắc, tức là bất đẳng thức (73). Khi đó  $\sin \alpha$  có thể lấy gần đúng bằng góc  $\alpha$  tính theo radian, và phương trình (76) sẽ chuyển thành

$$W \cong 2mgl \left( \frac{\alpha}{2} \right)^2 = mgl \frac{\alpha^2}{2}$$

Đưa phương trình (74) vào xem xét, cuối cùng ta được

$$W = k \frac{(l\alpha)^2}{2} \cong k \frac{(\overline{AB})^2}{2}$$

nghĩa là, về thực chất, giống như phương trình (68).

**HS B:** Nếu em nhớ chính xác thì trong phần khảo sát trước đây về dao động của con lắc, ta không cần điều kiện góc lệch nhỏ.

**GV:** Yêu cầu này là không cần thiết nếu chúng ta chỉ xét năng lượng của quả lắc hay lực căng của sợi dây. Trong trường hợp đã cho, thật ra chúng ta đang xét không phải con lắc, mà là chuyển động của một quả cầu trong một vòng tròn trong mặt phẳng thẳng đứng. Tuy nhiên, nếu bài toán cần dùng công thức (75) cho chu kì dao động, thì dao động của con lắc đòi hỏi phải điều hòa và do đó góc lệch phải là nhỏ. Ví dụ, trong bài tập 33, điều kiện góc lệch nhỏ của con lắc là không cần thiết, còn trong bài tập 34 điều kiện đó có tầm quan trọng thiết yếu.

### **Bài tập**

32. Một quả cầu thực hiện một dao động điều hòa như biểu diễn ở Hình 48. Tìm tỉ số vận tốc của quả cầu tại điểm có li độ bằng một nửa và một phần ba biên độ.

33. Một quả lắc treo dưới một sợi dây bị lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $60^\circ$  và sau đó được thả ra. Tìm tỉ số lực căng của sợi dây tại vị trí cân bằng và tại vị trí góc lệch lớn nhất.

34. Một con lắc ở dạng một quả cầu (quả lắc) treo dưới một sợi dây bị kéo lệch một góc  $5^\circ$ . Tìm vận tốc của quả lắc tại thời điểm nó đi qua vị trí cân bằng nếu tần số góc của dao động của con lắc là  $2 \text{ s}^{-1}$ .

## §12. Con lắc ở trạng thái không trọng lượng

GV: Giả sử chúng ta đóng một cái đinh vào thành thang máy và treo một quả lắc dưới một sợi dây chiều dài  $l$  buộc vào cái đinh đó. Sau đó chúng ta kích thích quả lắc để nó thực hiện dao động điều hòa. Giả sử thang máy đang đi lên với gia tốc  $a$ . Hỏi chu kì dao động của con lắc là bao nhiêu?

HS A: Khi chúng ta đang đi lên bên trong một máy đang chuyển động có gia tốc, ta cảm nhận một sự tăng nhất định của trọng lượng. Rõ ràng con lắc cũng “cảm thấy” sự tăng giống như vậy. Em nghĩ chu kì dao động của nó có thể tính bằng công thức

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}} \quad (77)$$

Tuy nhiên, em không thể chứng minh công thức này một cách chặt chẽ.

GV: Công thức của em là đúng. Nhưng để chứng minh nó, ta cần chấp nhận một quan niệm mới đối với chúng ta. Từ trước đến giờ chúng ta chỉ xét những vật nằm trong những hệ quy chiếu quán tính, tránh né những hệ quy chiếu phi quán tính. Hơn nữa, tôi còn khuyên các em không nên sử dụng những hệ quy chiếu phi quán tính (xem §4). Nhưng trong trường hợp hiện tại, sẽ thuận tiện hơn nếu chúng ta sử dụng hệ quy chiếu gắn liền với cái thang máy đang gia tốc này. Nhắc lại rằng khi xét chuyển động của một vật khối lượng  $m$  trong một hệ quy chiếu phi quán tính có gia tốc  $a$ , ta phải đưa thêm một lực nữa tác dụng vào vật. Lực này gọi là lực quán tính, bằng  $ma$  và tác dụng ngược chiều với gia tốc. Sau khi có lực quán tính tác dụng lên vật, ta có thể quên đi chuyện hệ quy chiếu đang chuyển động có gia tốc, và xét chuyển động như thể nó xảy ra trong một hệ quy chiếu quán tính. Trong trường hợp cái thang máy, ta phải tác dụng thêm một lực  $ma$  lên quả lắc. Lực này không đổi về độ lớn và chiều của nó biến đổi và trùng với chiều của trọng lực  $mg$ . Như vậy, từ phương trình (75) gia tốc  $g$  sẽ được thay bằng tổng số học của các gia tốc  $(g+a)$ . Từ đó ta thu được công thức (77) mà em vừa nêu.

HS A: Như vậy, nếu thang máy đang đi xuống với gia tốc  $a$  hướng xuống, thì chu kì dao động sẽ được xác định bởi hiệu gia tốc  $(g-a)$ , vì ở đây lực quán tính  $ma$  ngược chiều với trọng lực. Như vậy có đúng không thầy?

GV: Tất nhiên rồi. Trong trường hợp này chu kì dao động của con lắc là

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}} \quad (78)$$

Công thức có nghĩa với điều kiện  $a < g$ . Giá trị của gia tốc  $a$  càng gần với  $g$  thì chu kì của con lắc càng lớn. Khi  $a = g$  thì trạng thái không trọng lượng xảy ra. Chuyện gì sẽ xảy ra với con lắc trong trường hợp này?

**HS A:** Theo công thức (78), chu kì trở nên lớn vô hạn. Điều này phải có nghĩa là con lắc đứng yên.

**GV:** Chúng ta hãy làm rõ một số chi tiết trong câu trả lời của em. Chúng ta bắt đầu với con lắc đang dao động trong thang máy. Hết sức bất ngờ, thang máy đứt dây và rơi tự do xuống theo phương thẳng đứng (bỏ qua sức cản của không khí). Cái gì xảy ra với con lắc đây?

**HS A:** Như em đã nói, con lắc ngừng lắc.

**GV:** Câu trả lời của em không đúng lắm. Con lắc sẽ thật sự đứng yên (tất nhiên, đối với cái thang máy) nếu tại thời điểm con lắc đứt dây quả lắc đang ở vị trí biên của nó. Nếu tại thời điểm đó con lắc không ở vị trí biên thì nó sẽ tiếp tục quay của cuối sợi dây trong một mặt phẳng thẳng đứng với một tốc độ không đổi bằng tốc độ của nó tại thời điểm tai nạn xảy ra.

**HS A:** Giờ thì em đã hiểu.

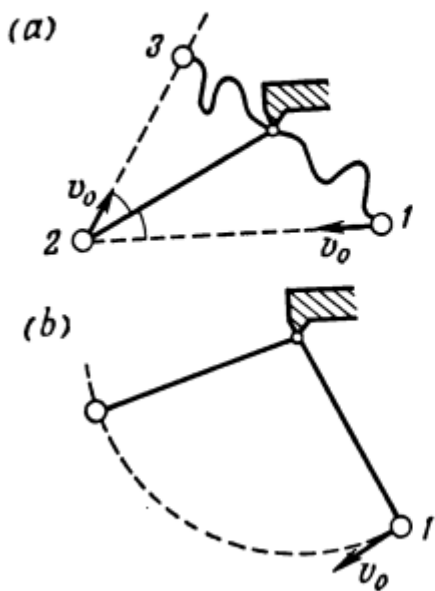
**GV:** Bây giờ hãy hình dung hành trạng của một con lắc (quả lắc gắn với sợi dây) bên trong một phi thuyền vũ trụ ở trạng thái không trọng lượng.

**HS A:** Trong phi thuyền vũ trụ, quả lắc ở cuối sợi dây hoặc sẽ là đứng yên (so với phi thuyền), hoặc sẽ quay trong một vòng tròn có bán kính được xác định bởi chiều dài của sợi dây (tất nhiên nếu không đụng trúng thành hoặc trần phi thuyền).

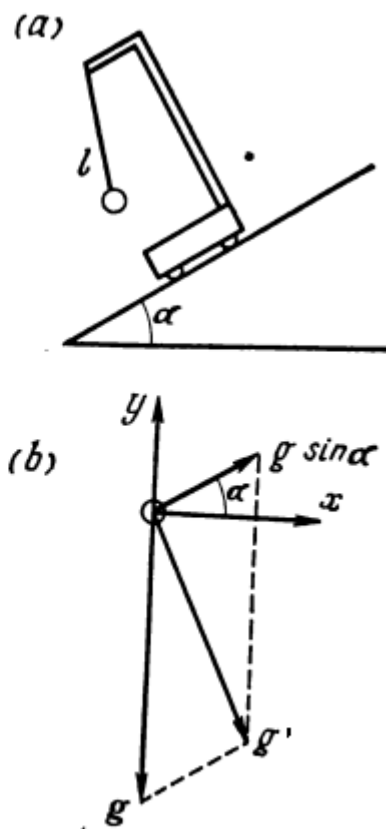
**GV:** Bức tranh của em không hoàn chỉnh cho lắm. Giả sử chúng ta đang ở trong một phi thuyền ở trạng thái không trọng lượng. Chúng ta lấy quả lắc và sợi dây và buộc đầu tự do của sợi dây sao cho thành hoặc trần phi thuyền không gây cản trở cho chuyển động của con lắc. Sau đó chúng ta thận trọng thả quả lắc ra. Quả lắc vẫn đứng yên. Ở đây chúng ta phân biệt hai trường hợp: (1) sợi dây chùng, và (2) sợi dây căng. Xét trường hợp thứ nhất (vị trí 1 ở Hình 51a). Chúng ta truyền một vận tốc nhất định  $v_0$  cho quả lắc. Khi đó quả lắc sẽ chuyển động thẳng với vận tốc không đổi cho đến khi sợi dây hết chùng (vị trí 2 ở Hình 51a). Tại thời điểm này, phản lực của

sợi dây sẽ tác dụng lên quả lắc theo kiểu giống như phản lực của tường tác dụng lên quả bóng bật vào nó. Như thế, hướng chuyển động của quả lắc sẽ thay đổi đột ngột và nó sẽ lại chuyển động với vận tốc không đổi theo đường thẳng (vị trí 3 ở Hình 51a). Ở dạng phản xạ kì cục này, quy luật bằng nhau của góc tới và góc phản xạ sẽ được nghiệm đúng. Bây giờ xét trường hợp thứ hai: trước tiên chúng ta kéo cho sợi dây căng, sau đó nhẹ nhàng thả quả lắc ra. Như trong trường hợp thứ nhất, quả lắc sẽ đứng yên tại vị trí nó được thả ra (vị trí 1, Hình 51b). Sau đó chúng ta truyền một vận tốc nhất định  $v_0$  cho quả lắc theo hướng vuông góc với sợi dây. Khi đó con lắc bắt đầu quay trong một vòng tròn với vận tốc không đổi. Mặt phẳng quay được xác định bởi sợi dây và vector vận tốc đã truyền cho quả lắc.

Bây giờ chúng ta hãy xét bài toán sau. Một sợi dây chiều dài  $l$  có một quả lắc tại đầu dưới được buộc vào một xe tải trượt không ma sát xuống một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha$  (Hình 52a). Chúng ta hãy tìm chu kì dao động của con lắc này trong một hệ quy chiếu chuyển động với một gia tốc nhất định. Tuy nhiên, trái với bài toán cái thang máy ở phần trước, gia tốc của hệ hợp một góc với gia tốc trọng trường. Như vậy phát sinh thêm một câu hỏi nữa: hướng cân bằng của sợi dây con lắc là hướng nào?



Hình 51



Hình 52



**HS A:** Em đã từng thử phân tích một bài toán như vậy nhưng rồi đành bó tay, không giải nổi.

**GV:** Chu kì dao động của con lắc trong trường hợp này được tính bằng công thức (75) ngoại trừ là  $g$  được thay bằng một gia tốc hiệu dụng nhất định như trong trường hợp cái thang máy. Gia tốc này (ta sẽ kí hiệu là  $g'$ ) bằng tổng vector của gia tốc trọng trường và gia tốc của hệ đã cho. Một vấn đề nữa cần xét tới trong tổng vector vừa nói, vector gia tốc của xe tải sẽ có dấu ngược lại, vì lực quán tính ngược chiều với gia tốc của hệ. Các vector gia tốc được vẽ trên Hình 52b, gia tốc của xe tải bằng  $g \sin \alpha$ . Tiếp theo ta tìm  $g'$ .

$$g' = \sqrt{g_x'^2 + g_y'^2} = \sqrt{(g \sin \alpha \cos \alpha)^2 + (g - g \sin^2 \alpha)^2} = g \cos \alpha \quad (79)$$

Từ đó suy ra

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha}} \quad (80)$$

**HS A:** Làm thế nào chúng ta có thể xác định hướng cân bằng của sợi dây?

**GV:** Đó chính là hướng của gia tốc  $g'$ . Trên cơ sở phương trình (79), dễ dàng thấy rằng hướng này hợp một góc  $\alpha$  với phương thẳng đứng. Nói cách khác, ở vị trí cân bằng, sợi dây của một con lắc treo trên một xe tải đang trượt xuống một mặt phẳng nghiêng sẽ vuông góc với mặt phẳng đó.

**HS B:** Có cách nào khác thu được kết quả vừa có hay không thầy?

**GV:** Chúng ta có thể đi tới kết luận giống như vậy trực tiếp bằng cách xét sự cân bằng của quả lắc so với xe tải. Các lực tác dụng lên quả lắc là: trọng lực  $mg$ , lực căng  $T$  của sợi dây và lực quán tính  $ma$  (Hình 53). Ta kí hiệu góc hợp bởi sợi dây và phương thẳng đứng là  $\beta$ .

Tiếp theo ta phân tích toàn bộ những lực này theo phương thẳng đứng và phương ngang, sau đó viết điều kiện cân bằng cho các thành phần lực thuộc mỗi phương này. Ta có

$$\left. \begin{aligned} T \cos \beta + ma \sin \alpha &= mg \\ T \sin \beta &= ma \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

Xét đến  $a = g \sin \alpha$ , ta viết lại hệ phương trình (81) ở dạng

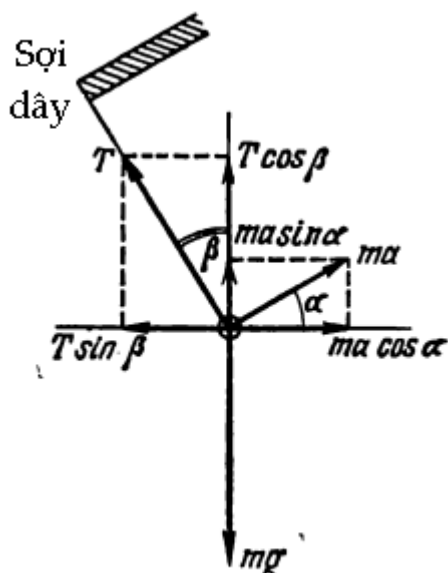
$$\left. \begin{aligned} T \cos \beta &= mg(1 - \sin^2 \alpha) \\ T \sin \beta &= mg \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \right\}$$

Sau khi chia phương trình này cho phương trình kia ta được

$$\cot \beta = \cot \alpha$$

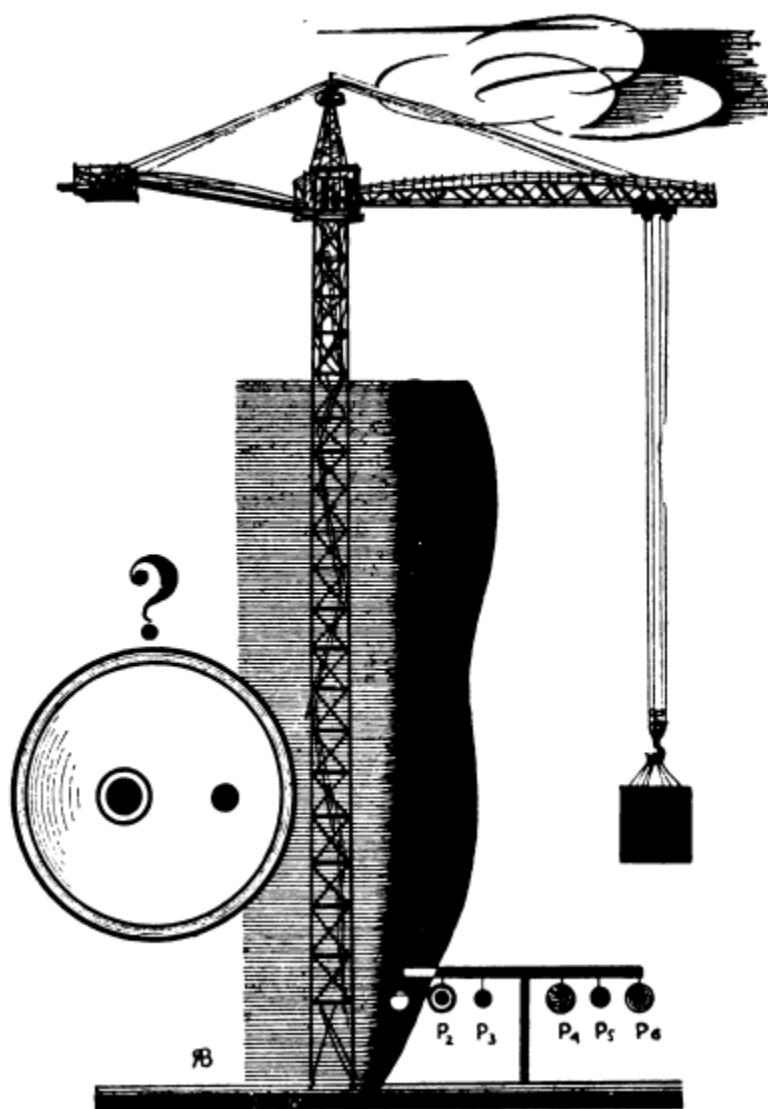
Như vậy góc  $\beta$  và  $\alpha$  hóa ra bằng nhau. Vì thế, hướng cân bằng của con lắc là vuông góc với mặt phẳng nghiêng.

**HS B:** Em đã theo dõi những lí giải của thầy rất kĩ và đi tới kết luận rằng xét cho cùng thì em chẳng có sai khi trả lời câu hỏi của thầy về lực tác dụng lên một vệ tinh, em đã chỉ ra trọng lực và lực li tâm (xem §8). Nói đơn giản thì câu trả lời của em đi liền với hệ quy chiếu gắn với vệ tinh, và lực li tâm được hiểu là lực quán tính. Trong hệ quy chiếu phi quán tính gắn với vệ tinh, chúng ta có một bài toán, không phải động lực học, mà là tĩnh học. Đó là bài toán cân bằng của các lực trong đó một lực là lực quán tính li tâm.



Hình 53

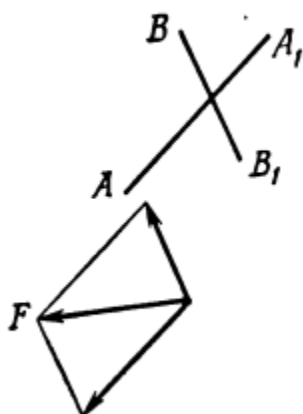
**GV:** Một cách tiếp cận với bài toán vệ tinh như thế là được phép. Tuy nhiên, khi nói tới lực li tâm ở §8, em đã không xem nó là một lực quán tính. Lúc ấy em chỉ đang cố nghĩ ra cái gì đó giữ vệ tinh lại để nó đừng rơi xuống đất. Hơn nữa, trong trường hợp em đề cập, không cần thiết phải chọn hệ quy chiếu gắn với vệ tinh: bản chất vật lí của bài toán được chứng minh rõ ràng hơn mà không cần sử dụng lực quán tính li tâm. Lời khuyên của tôi trước đây vẫn có giá trị: nếu không có yêu cầu đặc biệt, đừng nên sử dụng hệ quy chiếu phi quán tính.



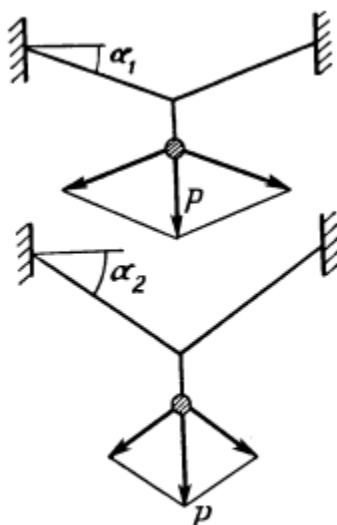
Các định luật tĩnh học là các định luật cân bằng. Hãy nghiên cứu những định luật này thật kĩ. Đừng quên rằng chúng có tầm quan trọng thực tiễn to lớn. Một người thợ xây dựng không có kiến thức về những định luật cơ bản của tĩnh học là không thể nào hình dung nổi. Chúng ta sẽ xét những ví dụ minh họa các quy tắc phân tích lực. Sau đó chúng ta sẽ bàn về điều kiện cân bằng của các vật, chúng được sử dụng, nhất là, để xác định trọng tâm.

### §13. Phương pháp phân tích lực hiệu quả

GV: Khi giải bài tập cơ học, ta thường cần phân tích lực. Vì thế, tôi nghĩ sẽ thật hữu ích nếu chúng ta bàn kĩ hơn về vấn đề này. Trước tiên, ta hãy nhớ lại quy tắc chính: để phân tích một lực theo hai phương bất kì, ta cần vẽ hai đường thẳng đi qua ngọn và hai đường thẳng đi qua gốc của vector lực, mỗi cặp đường thẳng song song với hướng tương ứng cần phân tích. Như vậy ta thu được một hình bình hành có các cạnh là những thành phần của lực đã cho. Quy tắc này được minh họa trong Hình 54 trong đó lực  $F$  được phân tích theo hai phương  $AA_1$  và  $BB_1$ . Chúng ta hãy xét vài bài tập trong đó phân tích lực là bước lí giải chính. Bài tập thứ nhất được minh họa trong Hình 55: ta có hai vật nặng  $P$  giống hệt nhau mỗi vật treo ở chính giữa của một sợi dây. Sợi dây chùng xuống vì vật nặng và hợp góc  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  với phương ngang. Hỏi sợi dây nào chịu lực căng lớn hơn?



Hình 54



Hình 55

**HS A:** Em có thể phân tích trọng lượng của mỗi vật nặng trên cùng hình vẽ theo phương song song với các nhánh dây. Từ phân tích này cho thấy lực căng ở sợi dây là  $T = P/(2\sin\alpha)$ . Như vậy sợi dây chùng xuống ít hơn có lực căng dây lớn hơn.

**GV:** Khá chính xác. Hãy cho thầy biết, liệu chúng ta có thể vẽ sợi dây căng đến mức nó không chùng xuống chút nào khi có vật nặng treo lên hay không?

**HS A:** Tại sao lại không được chứ?

**GV:** Đừng vội trả lời. Hãy sử dụng kết quả em vừa thu được.

**HS A:**Ồ vâng, em thấy rồi. Sợi dây không thể nào căng đến mức không chùng xuống được. Lực căng trong sợi dây tăng khi góc  $\alpha$  giảm. Tuy nhiên, nếu sợi dây cứng, nó sẽ bị lực căng làm cho đứt khi góc  $\alpha$  trở nên đủ nhỏ.

**GV:** Lưu ý rằng sự chùng xuống của sợi dây do tác dụng của vật nặng treo lên là vì tính chất đàn hồi của sợi dây làm cho nó giãn ra. Nếu sợi dây không biến dạng (giãn ra) thì không thể treo vật nặng lên nó. Hiện tượng này có mặt trong kĩ thuật xây dựng, phân tích sức bền của những cấu trúc khác nhau liên quan chặt chẽ với khả năng của chúng chịu biến dạng đàn hồi (các nhà thiết kế thường nói rằng cấu trúc cần phải “tho”). Những cấu trúc quá cứng là không bền vì sức căng sinh ra trong chúng khi có những biến dạng nhỏ có thể cực kì lớn và đưa đến sụp đổ. Những cấu trúc như vậy còn có thể đổ dưới sức nặng của riêng chúng.

Nếu chúng ta bỏ qua trọng lượng của sợi dây trong bài toán trên, ta có thể dễ dàng tìm thấy mối liên hệ giữa góc chùng  $\alpha$  của sợi dây và trọng lượng  $P$  của vật nặng. Để tìm liên hệ này, ta sử dụng định luật Hooke cho sự giãn đàn hồi của sợi dây (xem bài tập số 35).

Xét một ví dụ khác. Tục ngữ Nga có câu “lấy nêo cạy nêo” (tương đương trong tiếng Việt là “lấy đục trị đục”). Ta có thể chứng minh bằng cách áp dụng phương pháp phân tích lực (Hình 56a). *Cái nêo 1 bị đánh bật ra khỏi rãnh khe bởi cái nêo 2 tác dụng một lực  $F$ . Các góc  $\alpha$  và  $\beta$  là đã biết. Hãy tìm lực tác dụng lên nêo 1 và cho phép nó bật ra khỏi rãnh khe.*

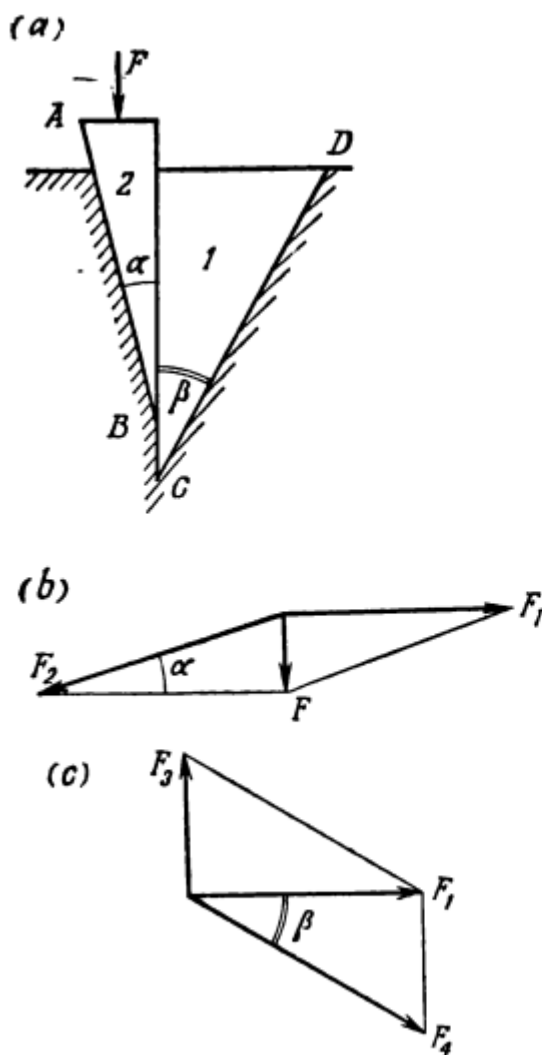
**HS A:** Em thấy khó mà giải bài toán này.

**GV:** Chúng ta hãy bắt đầu bằng cách phân tích lực  $F$  thành hai thành phần theo phương ngang và theo phương vuông góc với cạnh  $AB$  của nêo 2. Hai thành phần thu được kí hiệu là  $F_1$  và  $F_2$  (Hình 56b). Thành phần  $F_2$  bị cân bằng bởi phản lực của thành bên trái của rãnh; thành phần  $F_1$ , bằng  $F/\tan\alpha$ , sẽ tác dụng lên nêo 1. Tiếp

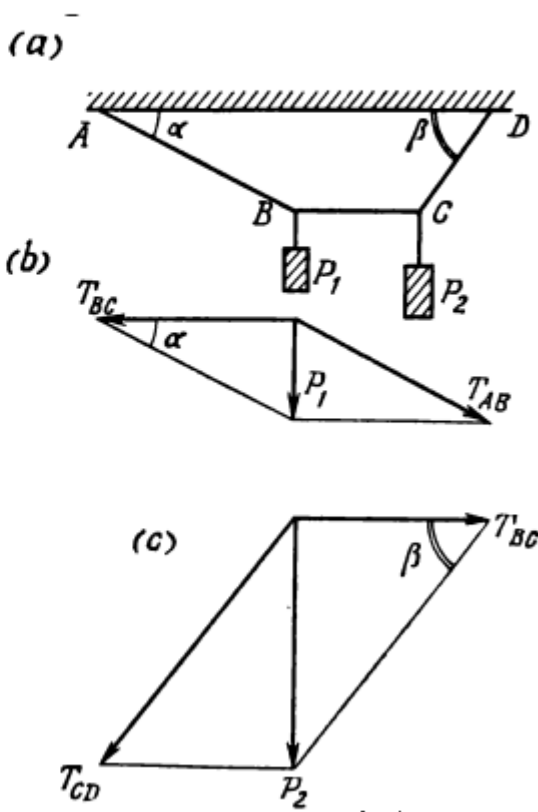
theo ta phân tích lực này thành hai thành phần theo phương thẳng đứng và theo phương vuông góc với cạnh CD của nêm 1. Hai thành phần tương ứng là  $F_3$  và  $F_4$ . Thành phần  $F_4$  cân bằng với phản lực của thành bên phải của rãnh, còn thành phần  $F_3$  cho phép cái nêm bật ra khỏi rãnh. Đây là lực mà chúng ta đang tìm. Ta có thể thấy ngay rằng nó bằng

$$F_1 \tan \beta = F \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$$

Bây giờ chúng ta xét một ví dụ thứ ba, minh họa ở Hình 57a. Hai vật nặng,  $P_1$  và  $P_2$ , treo trên một sợi dây sao cho phần dây ở giữa chúng nằm ngang. Tìm góc  $\beta$  (góc  $\alpha$  đã biết) và lực căng ở mỗi phần của sợi dây ( $T_{AB}$ ,  $T_{BC}$ , và  $T_{CD}$ ). Ví dụ này tương tự như ví dụ trước với hai cái nêm.



Hình 56



Hình 57

**HS A:** Trước tiên em sẽ phân tích trọng lượng  $P_1$  thành hai thành phần lực theo phương  $AB$  và  $BC$  (Hình 57b). Từ phân tích này ta tìm được  $T_{AB} = P_1/\sin\alpha$  và  $T_{BC} = P_1/\tan\alpha$ . Như vậy chúng ta đã tìm được lực căng ở hai phần của sợi dây. Tiếp theo em sẽ phân tích trọng lượng  $P_2$  thành hai thành phần theo phương  $BC$  và  $CD$  (Hình 57c). Từ phân tích này ta có thể viết các phương trình  $T_{BC} = P_2/\tan\beta$  và  $T_{CD} = P_2/\sin\beta$ . Cân bằng giá trị cho lực căng ở đoạn  $BC$  của sợi dây thu được trong hai bước phân tích lực, ta có thể viết  $P_1/\tan\alpha = P_2/\tan\beta$ , từ đó suy ra

$$\beta = \arctan \frac{P_2 \tan \alpha}{P_1}$$

Thay giá trị này vào phương trình cho  $T_{CD}$  ta có thể tìm lực căng ở đoạn  $CD$  của sợi dây.

**GV:** Có thật sự khó khăn hay không bước hoàn tất giải bài toán này, tức là tìm lực  $T_{CD}$ ?

**HS A:** Đáp số sẽ chứa sin của  $\arctan\beta$ , tức là

$$T_{CD} = \frac{P_2}{\sin\left(\arctan \frac{P_2 \tan \alpha}{P_1}\right)}$$

**GV:** Đáp số của em đúng nhưng nó có thể được viết lại ở dạng đơn giản hơn nếu biểu diễn  $\sin\beta$  theo  $\tan\beta$ . Trước tiên

$$\sin \beta = \frac{\tan \beta}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}}$$

Vì  $\tan\beta = \tan\alpha (P_2/P_1)$ , ta được

$$T_{CD} = \frac{P_1}{\tan \alpha} \sqrt{1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \tan^2 \alpha}$$

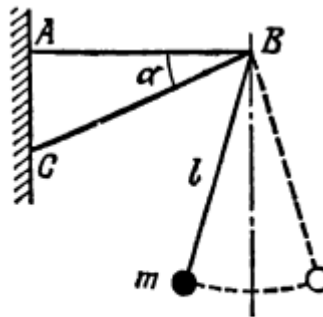
**HS B:** Em thấy trước khi đi thi vật lí, ta cần ôn lại kiến thức toán học thật kĩ.

**GV:** Nhận xét của em khá đúng đó.

## Bài tập

35. Một sợi dây đàn hồi, kéo căng từ thành này sang thành kia trong một buồng thang máy, chùng xuống do tác dụng của một vật nặng treo tại điểm chính giữa của nó như ở Hình 55. Góc chùng  $\alpha$  bằng  $30^\circ$  khi thang máy đứng yên và bằng  $45^\circ$  khi thang máy chuyển động có gia tốc. Tìm độ lớn và hướng của gia tốc của thang máy. Trọng lượng của sợi dây có thể bỏ qua.

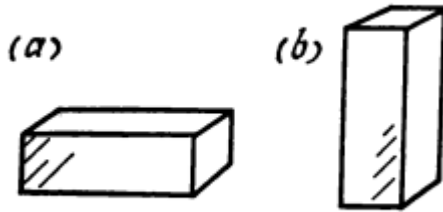
36. Một quả lắc khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  treo dưới một sợi dây chiều dài  $l = 1 \text{ m}$ , buộc với một giá đỡ như ở Hình 58 ( $\alpha = 30^\circ$ ). Truyền một vận tốc nằm ngang  $2 \text{ m/s}$  cho quả lắc và nó bắt đầu dao động như một con lắc. Tìm lực tác dụng lên các giá  $AB$  và  $AC$  khi quả lắc ở vị trí lệch xa vị trí cân bằng nhất.



Hình 58



## §14. Sự cân bằng của các vật



Hình 59

**GV:** Hai vị trí cân bằng của một viên gạch được thể hiện trên Hình 59. Cả hai vị trí cân bằng đó đều bền, nhưng mức độ bền của chúng khác nhau. Hỏi vị trí nào bền hơn?

**HS A:** Rõ ràng là vị trí của viên gạch ở Hình 59a.

**GV:** Tại sao?

**HS A:** Trường hợp này trọng tâm của viên gạch ở gần mặt đất hơn.

**GV:** Chưa đủ đâu.

**HS B:** Vì diện tích mặt đế lớn hơn so với ở Hình 59b.

**GV:** Và như vậy vẫn chưa đủ. Để làm sáng tỏ vấn đề, trước tiên ta hãy xét sự cân bằng của hai vật: một hình hộp chữ nhật có mặt đáy vuông và một hình trụ tròn đứng (Hình 60a). Giả sử hình hộp và hình trụ có cùng chiều cao  $H$  và có diện tích đáy  $S$  bằng nhau. Trong trường hợp này, trọng tâm của hai vật có cùng độ cao và, ngoài ra, chúng có diện tích mặt đế bằng nhau. Tuy nhiên, mức độ bền của chúng là khác nhau. Số đo mức độ bền của một trạng thái cân bằng nhất định là năng lượng phải tiêu hao để làm nhiều vĩnh viễn trạng thái đó của vật.

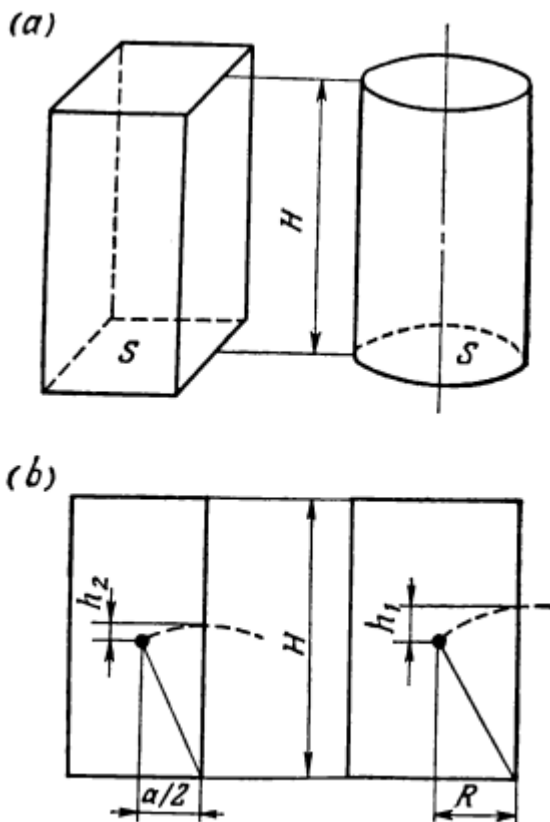
**HS B:** Thầy muốn nói gì với từ “vĩnh viễn”?

**GV:** Nghĩa là nếu vật bị lệch đi chút ít, nó không thể trở lại trạng thái ban đầu nữa. Lượng năng lượng này bằng với tích của trọng lượng của vật và độ cao mà trọng tâm phải nâng lên để cho vật không thể trở lại vị trí ban đầu của nó. Trong ví dụ với hình hộp và hình trụ, bán kính của hình trụ là  $R = \sqrt{S/\pi}$  và cạnh của mặt đáy của hình hộp là  $a = \sqrt{S}$ . Để làm nhiều sự cân bằng của hình trụ, trọng tâm của nó phải được nâng thêm độ cao (Hình 60b).

$$h_1 = \sqrt{\left(\frac{H}{2}\right)^2 + R^2} - \frac{H}{2}$$

Để làm nhiều sự cân bằng của hình hộp, trọng tâm của nó phải được nâng lên (Hình 60b)

$$h_2 = \sqrt{\left(\frac{H}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{H}{2}$$

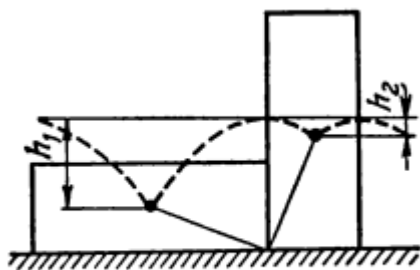


Hình 60

trí nằm của một vật.

**HS B:** Nhưng rõ ràng các độ cao  $h_1$  và  $h_2$  phụ thuộc vào độ cao của trọng tâm phía trên sàn đỡ và vào diện tích của mặt đế. Phải chăng điều đó có nghĩa là khi nói về mức cân bằng của các vật, ta nên so sánh độ cao của trọng tâm và diện tích của mặt đế?

**GV:** Ủm, nhưng chỉ với trường hợp những đại lượng này ảnh hưởng đến sự chênh lệch độ cao  $h_1$  và  $h_2$ . Như vậy, trong ví dụ với hình hộp và hình trụ, sự so sánh độ cao trọng tâm và diện tích mặt đế là bằng chứng không đủ để xác định xem vật nào



Hình 61

Vì  $(a/2)/R = \sqrt{\pi S}/2\sqrt{S} = \sqrt{\pi}/2 < 1$  nên  $h_2 < h_1$ . Như vậy, trong hai vật được xét, cân bằng của hình trụ là bền hơn.

Bây giờ tôi đề nghị chúng ta quay lại với ví dụ hai vị trí của viên gạch.

**HS A:** Nếu chúng ta lật viên gạch, nó sẽ chuyển từ vị trí cân bằng này sang vị trí cân bằng kia. Đường đứt nét trong Hình 61 thể hiện quỹ đạo mô tả bởi trọng tâm của nó trong quá trình này. Để làm thay đổi vị trí của một viên gạch nằm, trọng tâm của nó phải được nâng lên độ cao  $h_1$ , tiêu hao một năng lượng bằng  $mgh_1$ , và để làm thay đổi vị trí viên gạch đứng, trọng tâm phải được nâng lên  $h_2$ , năng lượng tiêu hao là  $mgh_2$ . Mức độ cân bằng cao hơn của viên gạch nằm là do thực tế

$$mgh_1 > mgh_2 \quad (82)$$

**GV:** Ít nhất thì em đã thành công trong việc lí giải mức cân bằng cao hơn của vị

bền hơn. Nhân tiện, tôi muốn hướng sự chú ý của các em sang vấn đề sau. Cho đến đây, chúng ta đã ngầm giả sử rằng hai vật trên làm bằng chất liệu giống nhau. Trong trường hợp này, bất đẳng thức (82) có thể được thỏa mãn bởi sự quan sát hình học  $h_1 > h_2$ . Tuy nhiên, trong trường hợp tổng quát, các vật có thể làm bằng những chất liệu khác nhau, và bất đẳng thức (82) có thể được thỏa mãn ngay cả khi  $h_1 < h_2$  do tỉ trọng khác nhau của các vật. Ví dụ,

một viên gạch bần ở vị trí nằm sẽ kém bền hơn một viên gạch chì ở vị trí đứng. Bây giờ chúng ta hãy xét các điều kiện cho sự cân bằng của các vật mà các em biết.

**HS A:** Tổng của tất cả các lực tác dụng lên một vật phải bằng không. Ngoài ra, vector trọng lực của vật phải rơi vào trong mặt đế của nó.

**GV:** Tốt. Tuy nhiên, tốt hơn chúng ta nên xét các điều kiện cân bằng ở một dạng khác, khái quát hơn và tiện lợi hơn cho sự áp dụng thực tiễn. Ta nên phân biệt rõ hai điều kiện của sự cân bằng.

Điều kiện thứ nhất: Hình chiếu của tất cả các lực tác dụng lên vật trên một phương bất kì sẽ triệt tiêu lẫn nhau. Nói cách khác, tổng đại số của hình chiếu của tất cả các lực trên một phương bất kì phải bằng không. Điều kiện này cho phép viết nhiều phương trình khi có những phương độc lập trong bài toán: một phương trình cho bài toán một chiều, hai phương trình cho bài toán hai chiều, và ba phương trình cho trường hợp tổng quát (chọn ba phương vuông góc lẫn nhau).

Điều kiện thứ hai (điều kiện moment): Tổng đại số của tất cả các moment lực đối với một trục quay bất kì phải bằng không. Ở đây, tất cả các moment có xu hướng làm quay vật theo một chiều nhất định (ví dụ chiều kim đồng hồ) được lấy dấu cộng và toàn bộ những moment lực làm vật quay theo chiều ngược lại (ngược chiều kim đồng hồ) thì nhận dấu trừ. Để xác lập điều kiện moment, ta làm như sau: (a) xác định tất cả các lực tác dụng lên vật; (b) chọn một điểm nào đó để xét các moment lực; (c) tìm moment của tất cả các lực đối với điểm đã chọn; (d) viết phương trình tổng đại số của các moment, cho nó bằng không. Khi áp dụng điều kiện moment, nên nhớ trong đầu điều sau đây: (1) điều kiện vừa phát biểu áp dụng cho trường hợp khi tất cả các lực trong bài toán và những cánh tay đòn của chúng nằm trong cùng một mặt phẳng (bài toán không phải là ba chiều); và (2) tổng đại số của tất cả các moment phải bằng không đối với một điểm bất kì, hoặc nằm bên trong hoặc nằm bên ngoài vật. Nên nhấn mạnh rằng mặc dù giá trị của từng moment lực thật sự phụ thuộc vào sự chọn lựa điểm (để xét moment lực đối với nó), nhưng trong mọi trường hợp tổng đại số của các moment là bằng không. Để hiểu rõ hơn các điều kiện của sự cân bằng, chúng ta sẽ xét một bài toán đặc biệt. *Một cái xà trọng lượng  $P_1$  được cố định tại B và C (Hình 62a). Tại điểm D, một vật nặng trọng lượng  $P_2$  được treo vào xà. Khoảng cách  $\overline{AB} = a$ ,  $\overline{BC} = 2a$  và  $\overline{CD} = a$ . Tìm phản lực  $N_B$  và  $N_C$  tại hai điểm đỡ. Giả sử hai phản lực đó có phương thẳng đứng.*

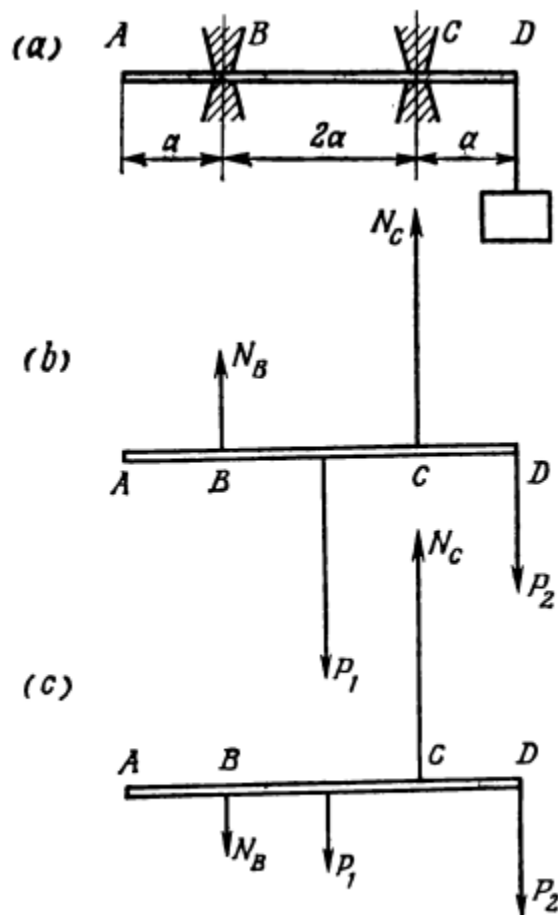
Như thường lệ, trước tiên hãy chỉ rõ các lực tác dụng lên vật.

**HS A:** Vật trong bài toán đã cho là cái xà. Có bốn lực tác dụng lên nó: các trọng lượng  $P_1$  và  $P_2$ , và các phản lực  $N_B$  và  $N_C$ .

**GV:** Hãy chỉ rõ những lực này trên hình vẽ.

HS A: Nhưng em không biết các phản lực là hướng lên hay hướng xuống.

GV: Hãy giả sử rằng cả hai phản lực là hướng lên.



Hình 62

$$N_B = \frac{P_1 - P_2}{2} \quad (84)$$

$$N_C = \frac{P_1 + 3P_2}{2} \quad (85)$$

GV: Phương trình (85) luôn luôn có kết quả dương. Điều này có nghĩa là phản lực  $N_C$  luôn luôn hướng lên trên (như chúng ta đã giả sử). Phương trình (84) cho kết quả dương khi  $P_1 > P_2$ , âm khi  $P_1 < P_2$ , và bằng không khi  $P_1 = P_2$ . Điều này có nghĩa là khi  $P_1 > P_2$  thì phản lực  $N_B$  có chiều như chúng ta đã giả sử, tức là hướng lên trên (xem Hình 62b); khi  $P_1 < P_2$  thì phản lực  $N_B$  hướng xuống (xem Hình 62c); và khi  $P_1 = P_2$  thì không có phản lực  $N_B$ .

HS A: Vâng, đây là hình vẽ của em (Hình 62b). Tiếp theo, em có thể định rõ điều kiện thứ nhất của sự cân bằng bằng cách viết phương trình

$$N_B + N_C = P_1 + P_2$$

GV: Tôi không phản đối gì với phương trình này. Tuy nhiên, trong bài toán của chúng ta nếu sử dụng điều kiện thứ hai của sự cân bằng (điều kiện moment) thì đơn giản hơn, áp dụng nó trước tiên với điểm B sau đó là với điểm C.

HS A: Được rồi, em sẽ làm như thế. Như vậy, em có thể viết phương trình đối với điểm B

$$aP_1 - 2aN_C + 3aP_2 = 0$$

và đối với điểm C

$$2aN_B - aP_1 + aP_2 = 0 \quad (83)$$

GV: Bây giờ thì em thấy đó: mỗi phương trình em viết chỉ chứa một biến chưa biết thôi. Em có thể tìm nó thật dễ dàng.

HS A: Từ hệ phương trình (83) ta tìm được

## §15. Phương pháp xác định trọng tâm

**GV:** Trong nhiều trường hợp, các thí sinh thấy khó xác định trọng tâm của một vật hay một hệ vật. Các em đã hiểu rõ vấn đề này chưa?

**HS A:** Không, em không dám nói thế. Em không hiểu cho lắm làm thế nào thầy tìm được trọng tâm trong hai trường hợp biểu diễn ở Hình 63a và Hình 64a.

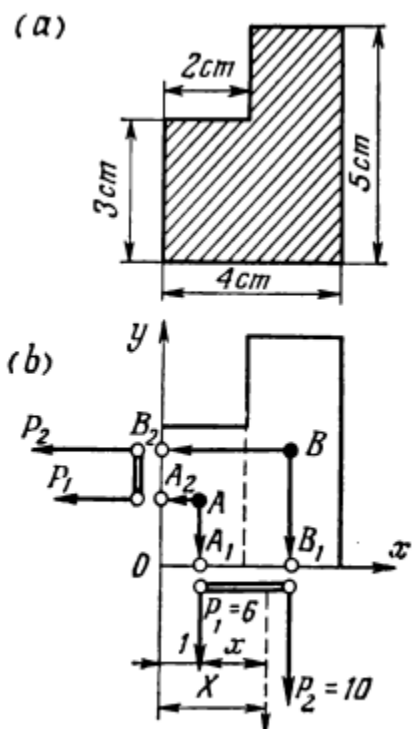
**GV:** Tốt thôi. Trong trường hợp thứ nhất, muốn tiện ta hãy chia tấm phẳng đó thành hai hình chữ nhật như thể hiện bởi đường đứt nét trong Hình 63b. Trọng tâm của hình chữ nhật 1 nằm tại điểm A; trọng tâm của hình chữ nhật này tỉ lệ với diện tích của nó và, như dễ thấy từ hình vẽ, bằng sáu đơn vị (ở đây trọng lượng được đo theo  $\text{cm}^2$ ). Trọng tâm của hình chữ nhật 2 nằm tại điểm B; trọng lượng của hình chữ nhật này bằng 10 đơn vị. Tiếp theo ta chiếu các điểm A và B lên trục tọa độ  $Ox$  và  $Oy$ ; những điểm chiếu này được kí hiệu là  $A_1$  và  $B_1$  trên trục  $x$  và  $A_2$  và  $B_2$  trên trục  $y$ . Sau đó ta xét các “thanh”  $A_1B_1$  và  $A_2B_2$ , giả sử khối lượng tập trung tại hai đầu “thanh”, khối lượng của mỗi đầu thanh bằng khối lượng của hình chữ nhật tương ứng (xem Hình 63b). Như vậy, bài toán xác định trọng tâm của tấm phẳng của chúng ta đã được giản lược thành bài toán tìm trọng tâm của “thanh”  $A_1B_1$  và  $A_2B_2$ . Vị trí của những trọng tâm này sẽ là tọa độ của trọng tâm của tấm phẳng.

Nhưng chúng ta hãy làm xong bài toán đã. Trước tiên ta xác định vị trí trọng tâm của “thanh”  $A_1B_1$  sử dụng quy tắc moment lực đã biết (xem Hình 63b):  $6x = 10(2 - x)$ . Suy ra  $x = 5/4$  cm. Như vậy, tọa độ X của trọng tâm của tấm phẳng trong hệ tọa độ đã chọn là  $X = (1 + x)$  cm =  $9/4$  cm. Tương tự, ta tìm được trọng tâm của “thanh”  $A_2B_2$ :  $6y = 10(1 - y)$  từ đó suy ra  $y = 5/8$  cm. Như vậy, tọa độ Y của trọng tâm của tấm phẳng là  $Y = (1,5 + y)$  cm =  $17/8$  cm.

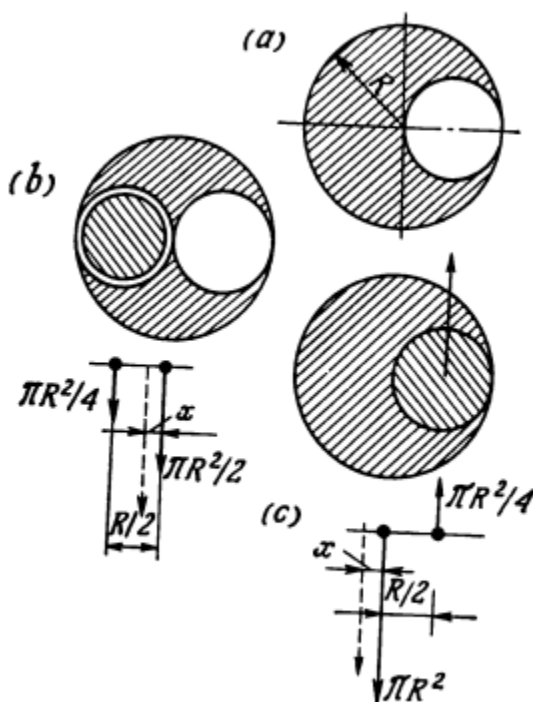
**HS A:** Giờ thì em hiểu rồi. Đó chính là cách em đã nghĩ tới để tìm tọa độ X của trọng tâm của tấm phẳng. Em đã không dám chắc là tọa độ Y cũng có thể tìm được theo cách như vậy.

**GV:** Bây giờ chúng ta xét trường hợp thứ hai, như ở Hình 64a. Có hai phương pháp khả dụng. Chẳng hạn, thay cho hình tròn đã cho với một cái lỗ tròn, ta có thể xét một hệ gồm hai vật: một hình tròn với hai cái lỗ tròn đối xứng nhau và một hình tròn đặt khít vào một trong hai lỗ đó (Hình 64b). Trọng tâm của những vật này nằm tại tâm đối xứng của chúng. Biết rằng trọng lượng của hình tròn có hai cái lỗ là tỉ lệ với diện tích của nó, tức là  $(\pi R^2 - 2\pi R^2/4) = \pi R^2/2$ , và trọng lượng của hình tròn nhỏ tỉ lệ với diện tích của nó  $\pi R^2/4$ , ta suy giản bài toán thành đi tìm điểm đặt của hợp lực của hai lực song song như thể hiện ở Hình 64b. Ta kí hiệu  $x$  là khoảng cách từ trọng

tâm cần tìm đến tâm hình học của hình tròn lớn. Khi đó, theo Hình 64b, ta có thể viết  $(\pi R^2/4)(R/2 - x) = (\pi R^2/2)x$ , từ đó ta được  $x = R/6$ .



Hình 63



Hình 64

Có một cách giải khác nữa. Hình tròn có cái lỗ đã cho có thể được thay bằng một hình tròn đặc (không có lỗ) cùng với hình tròn nằm đúng tại chỗ của cái lỗ và có trọng lượng âm (tức là lực hướng lên trên) (Hình 64c), nó sẽ triệt tiêu trọng lượng dương của phần tương ứng của hình tròn đặc. Nhìn chung, sắp xếp này tương ứng với hình tròn ban đầu với cái lỗ tròn. Trong trường hợp này, một lần nữa bài toán được giản lược thành đi tìm điểm đặt của hợp lực của hai lực như thể hiện ở phần dưới Hình 64c. Theo hình vẽ, ta có thể viết:  $\pi R^2 x = (\pi R^2/4)(R/2 + x)$ , từ đó, như trong trường hợp trước,  $x = R/6$ .

**HS A:** Em thích cách giải thứ nhất hơn vì nó không đòi hỏi dùng đến trọng lượng âm.

**GV:** Ngoài ra, tôi muốn đề xuất một bài toán xác định trọng tâm của hệ vật nặng như ở Hình 65a. Chúng ta có sáu vật nặng với trọng lượng khác nhau ( $P_1, P_2, \dots, P_6$ ), sắp xếp trên một thanh ngang và cách đều nhau. Bỏ qua trọng lượng của thanh. Các em sẽ giải bài toán này như thế nào?

**HS A:** Trước tiên, em xét hai vật nặng, chẳng hạn  $P_1$  và  $P_2$ , và tìm điểm đặt của hợp lực của chúng. Sau đó em sẽ biểu diễn hợp lực này (bằng tổng  $P_1 + P_2$ ) lên hình vẽ và tạm quên đi lực  $P_1$  và  $P_2$ , không xét đến chúng nữa. Tiếp theo, em tìm điểm đặt của

hợp lực của một cặp lực nữa, vân vân. Lắp lại thao tác này, cuối cùng em sẽ tìm được hợp lực cần thiết có điểm đặt là trọng tâm của cả hệ.

**GV:** Mặc dù phương pháp giải của em là hoàn toàn chính xác, nhưng nó quá rắc rối. Tôi có thể chỉ cho em một cách giải hay hơn nhiều. Ta bắt đầu bằng cách giả sử rằng ta đang nâng hệ tại trọng tâm của nó (tại điểm B trên Hình 65b).

**HS B (cắt ngang):** Nhưng thầy chưa biết trọng tâm nằm ở đâu mà. Làm thế nào thầy biết nó nằm ở giữa điểm đặt của lực  $P_3$  và  $P_4$  chứ?

**GV:** Dù cho trọng tâm có nằm ở đâu thì cũng không có sự khác biệt nào cả. Tôi sẽ không khai thác thực tế là ở Hình 65b, trọng tâm hóa ra nằm ở giữa các điểm đặt của lực  $P_3$  và  $P_4$ . Vì thế, ta giả sử ta đang nâng hệ tại trọng tâm của nó. Khi đó, cái thanh ở trong trạng thái cân bằng. Ngoài sáu lực, còn có một lực nữa – phản lực pháp tuyến  $N$  – sẽ tác dụng lên cái thanh. Vì cái thanh ở trạng thái cân bằng, ta có thể áp dụng các điều kiện cân bằng (xem §14). Ta bắt đầu với điều kiện cân bằng thứ nhất cho hình chiếu của tất cả các lực trên phương thẳng đứng

$$N = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 \quad (86)$$

Sau đó ta áp dụng điều kiện cân bằng thứ hai (điều kiện moment), xét các moment lực đối với điểm A ở Hình 65b (tức là đầu bên trái của thanh). Ở đây, toàn bộ các lực có xu hướng làm cái thanh quay theo chiều kim đồng hồ, và phản lực pháp tuyến có xu hướng làm nó quay ngược chiều kim đồng hồ. Ta có thể viết

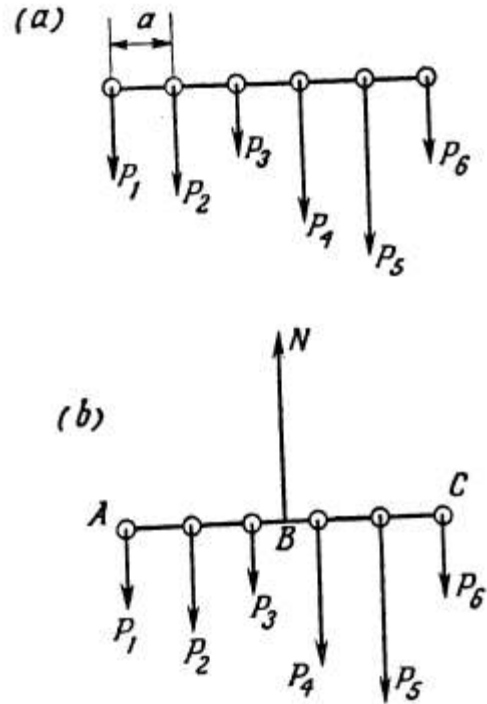
$$N(\overline{AB}) = aP_2 + 2aP_3 + 3aP_4 + 4aP_5 + 5aP_6 \quad (87)$$

Kết hợp các điều kiện (86) và (87), ta có thể tìm chiều dài  $\overline{AB}$ , tức là vị trí cần tìm của trọng tâm đo từ đầu trái của thanh

$$\overline{AB} = \frac{aP_2 + 2aP_3 + 3aP_4 + 4aP_5 + 5aP_6}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6} \quad (88)$$

**HS A:** Vâng, em phải thừa nhận rằng cách giải của thầy đơn giản hơn nhiều.

**GV:** Cũng lưu ý rằng phương pháp giải bài toán của em rất nhạy cảm với số lượng vật nặng trên thanh (cộng dần từng vật nặng làm cho hợp lực mỗi lúc một rắc rối



Hình 65

thêm). Cách giải của tôi, trái lại, không trở nên phức tạp hơn khi có thêm những vật nặng khác. Với mỗi vật nặng mới, ta chỉ việc thêm một số hạng vào tử số và một số hạng vào mẫu số trong phương trình (88).

**HS B:** Ta có thể tìm được vị trí trọng tâm của thanh hay không nếu chỉ sử dụng điều kiện moment?

**GV:** Vâng, ta có thể. Làm theo cách này, chúng ta viết điều kiện cân bằng moment lực đối với hai điểm khác nhau. Ta hãy làm đúng như thế nhé. Ta sẽ xét điều kiện moment lực đối với điểm A và điểm C (xem Hình 65b). Đối với điểm A, điều kiện moment được biểu diễn bởi phương trình (87); đối với điểm C, phương trình biểu diễn là

$$N(5a - \overline{AB}) = aP_5 + 2aP_4 + 3aP_3 + 4aP_2 + 5aP_1 \quad (89)$$

Chia phương trình (87) cho (89) ta được

$$\frac{\overline{AB}}{5a - \overline{AB}} = \frac{aP_2 + 2aP_3 + 3aP_4 + 4aP_5 + 5aP_6}{aP_5 + 2aP_4 + 3aP_3 + 4aP_2 + 5aP_1}$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= (aP_5 + 2aP_4 + 3aP_3 + 4aP_2 + 5aP_1 + aP_2 + 2aP_3 + 3aP_4 + 4aP_5 + 5aP_6) \\ &= 5a(aP_2 + 2aP_3 + 3aP_4 + 4aP_5 + 5aP_6) \end{aligned}$$

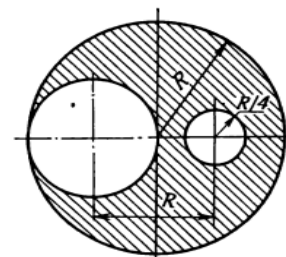
hay

$$\begin{aligned} \overline{AB} \times 5a &= (P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6) \\ &= 5a(aP_2 + 2aP_3 + 3aP_4 + 4aP_5 + 5aP_6) \end{aligned}$$

Như vậy ta thu được kết quả giống như ở phương trình (88).

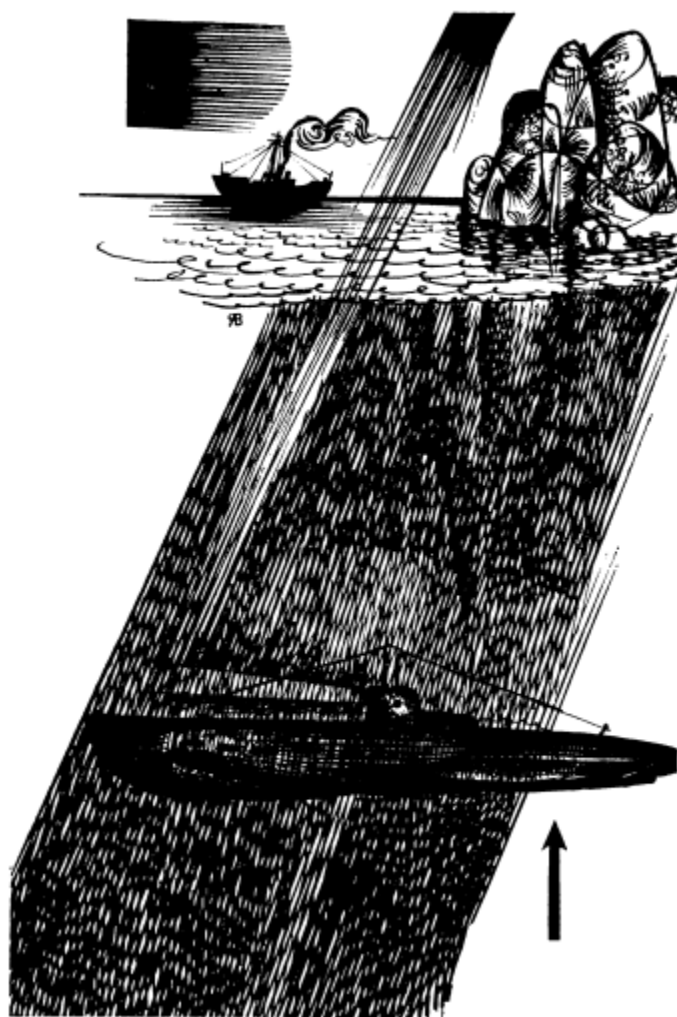
### Bài tập

37. Tìm trọng tâm của một đĩa tròn có hai lỗ tròn như ở Hình 66. Bán kính của hai lỗ tròn bằng một nửa và một phần tư bán kính của đĩa tròn.



Hình 66





Nguyên lí Archimedes thường không thu hút sự chú ý đặc biệt nào. Đây là sai lầm thường gặp ở học sinh sắp chuẩn bị thi vật lí. Những câu hỏi và bài tập hết sức lí thú có thể được nghĩ ra dựa trên nguyên lí này.

Chúng ta sẽ thảo luận vấn đề khả năng áp dụng nguyên lí Archimedes cho các vật ở trạng thái không trọng lượng.

## §16. Nguyên lí Archimedes

**GV:** Các em có biết nguyên lí Archimedes không?

**HS:** Vâng, tất nhiên có ạ. Lực nổi do một chất lỏng tác dụng lên một vật chìm trong nó đúng bằng trọng lượng của phần chất lỏng bị vật chiếm chỗ.

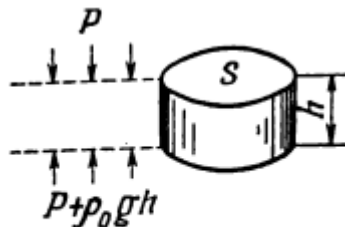
**GV:** Chính xác. Chỉ có điều là nó nên được mở rộng để bao gồm cả chất khí: chất khí cũng tác dụng một lực nổi lên một vật “dìm” trong nó. Và bây giờ em có thể nêu một chứng minh lí thuyết cho phát biểu của em không?

**HS A:** Một chứng minh của nguyên lí Archimedes ư?

**GV:** Vâng.

**HS A:** Nhưng nguyên lí Archimedes được phát hiện trực tiếp là kết quả thí nghiệm mà.

**GV:** Khá chính xác. Tuy nhiên, nó có thể được suy ra từ những xét đoán năng lượng đơn giản. Hãy tưởng tượng em nâng một vật thể tích  $V$  và khối lượng riêng  $\rho$  lên một độ cao  $H$ , trước tiên trong chân không, sau đó trong một chất lỏng có khối lượng riêng  $\rho_0$ . Năng lượng cần thiết trong trường hợp thứ nhất bằng  $\rho g V H$ . Năng lượng cần thiết trong trường hợp thứ hai là nhỏ hơn bởi vì việc nâng một vật thể tích  $V$  lên một độ cao  $H$  xảy ra cùng với sự hạ một thể tích  $V$  của chất lỏng xuống một độ cao  $H$ . Do đó, năng lượng tiêu hao trong trường hợp thứ hai bằng  $(\rho g V H - \rho_0 g V H)$ . Xem số trừ  $\rho_0 g V H$  là công thực hiện bởi một lực nhất định, chúng ta kết luận rằng, so với trong chân không, trong một chất lỏng có thêm lực  $F = \rho_0 g V$  tác dụng lên vật nên nó dễ nâng lên hơn. Lực này được gọi là lực nổi. Khá rõ ràng, nó chính là trọng lượng của chất lỏng trong thể tích  $V$  của vật dìm trong chất lỏng đó. (Lưu ý rằng chúng ta đã bỏ qua năng lượng tiêu hao cùng với sự ma sát do sự dôi chỗ thật sự của vật trong chất lỏng đó.)



Hình 67

Nguyên lí Archimedes có thể được suy luận từ một cách hơi khác nữa. Giả sử vật chìm trong chất lỏng có dạng một khối trụ chiều cao  $h$  và diện tích đáy của nó là  $S$  (Hình 67). Giả sử áp suất ở mặt trên là  $p$ . Khi đó áp suất ở mặt đáy sẽ bằng  $p + \rho_0 gh$ . Như vậy, độ chênh lệch áp suất giữa mặt trên và mặt đáy là  $\rho_0 gh$ . Nếu ta nhân độ chênh lệch này với diện tích  $S$  của mặt đáy, thì ta thu được lực  $F = \rho_0 ghS$  có xu hướng đẩy vật lên trên. Vì  $hS = V$ , thể tích của hình trụ, nên ta có thể dễ dàng thấy đây chính là lực nổi xuất hiện trong nguyên lí Archimedes.

**HS A:** Vâng, giờ thì em đã thấy nguyên lí Archimedes có thể được suy ra từ sự luận giải lí thuyết thuần túy.

**GV:** Trước khi tiếp tục, chúng ta hãy nhắc lại điều kiện cho sự nổi của một vật.

**HS A:** Em nhớ điều kiện đó. Trọng lượng của vật phải cân bằng với lực nổi tác dụng lên vật theo nguyên lí Archimedes.

**GV:** Khá chính xác. Đây là một ví dụ dành cho em. Một cục nước đá nổi trong một bình chứa nước. Hỏi mực nước có thay đổi không khi cục nước đá tan ra?

**HS A:** Mực nước sẽ giữ nguyên không đổi bởi vì trọng lượng của cục nước đá cân bằng với lực nổi và do đó bằng trọng lượng của nước bị cục nước đá chiếm chỗ. Khi nước đá tan ra, nó biến đổi thành nước có thể tích bằng thể tích của nước bị chiếm chỗ trước đó.

**GV:** Đúng rồi. Và bây giờ ta hãy giả sử rằng, chẳng hạn, có một miếng chì bên trong cục nước đá. Điều gì sẽ xảy ra với mực nước sau khi cục nước đá tan ra trong trường hợp này?

**HS A:** Em không chắc cho lắm, nhưng em nghĩ mực nước sẽ giảm đi một chút. Tuy nhiên, em không thể chứng minh điều này.

**GV:** Chúng ta hãy kí hiệu thể tích của cục nước đá cùng với chì là  $V$ , thể tích của miếng chì là  $v$ , thể tích của nước bị chiếm chỗ bởi phần nước đá chìm trong đó là  $V_1$ , khối lượng riêng của nước là  $\rho_0$ , khối lượng riêng của nước đá là  $\rho_1$  và khối lượng riêng của chì là  $\rho_2$ . Cục nước đá cùng với miếng chì có trọng lượng bằng

$$\rho_1 g(V - v) + \rho_2 gv$$

Trọng lượng này cân bằng với lực nổi  $\rho_0 gV_1$ . Như vậy

$$\rho_1 g(V - v) + \rho_2 gv = \rho_0 gV_1 \quad (90)$$

Sau khi tan ra, cục nước đá biến thành nước có thể tích  $V_2$  được tìm từ phương trình

$$\rho_1 g(V - v) = \rho_0 gV_2$$

Thay phương trình này vào phương trình (90) ta được

$$\rho_0 gV_2 + \rho_2 gv = \rho_0 gV_1$$

Từ đó ta tìm được thể tích của nước thu được do nước đá tan ra là

$$V_2 = V_1 - v \frac{\rho_2}{\rho_0} \quad (91)$$

Như vậy, trước khi nước đá tan, thể tích nước bị chiếm chỗ là  $V_1$ . Sau đó chì và nước do nước đá tan ra bắt đầu chiếm thể tích  $(V_2 + v)$ . Để trả lời câu hỏi về mực nước trong bình, ta so sánh những thể tích này. Từ phương trình (91) ta có

$$V_2 + v = V_1 - v \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_0} \quad (92)$$

Vì  $\rho_2 > \rho_0$  (chì nặng hơn nước), nên có thể thấy từ phương trình (92) là  $(V_2 + v) < V_1$ . Vì thế, mực nước sẽ giảm là hệ quả của nước đá tan. Chia độ chênh lệch thể tích  $V_1 - (V_2 + v)$  cho tiết diện  $S$  của bình (giả sử, cho đơn giản, cái bình có dạng hình trụ) ta có thể tìm được độ cao  $h$  mà mực nước giảm đi sau khi nước đá tan. Như vậy

$$h = v \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_0 S} \quad (93)$$

Các em có hiểu phần giải của bài toán này không?

**HS A:** Vâng, em khá chắc chắn là mình hiểu rồi.

**GV:** Bây giờ, thay cho miếng chì, chúng ta hãy để một miếng phao bần thể tích  $v$  và khối lượng riêng  $\rho_3$  vào trong cục nước đá. Điều gì sẽ xảy ra với mực nước khi nước đá tan?

**HS A:** Em nghĩ nó sẽ dâng lên một chút.

**GV:** Vì sao?

**HS A:** Trong ví dụ với chì, mực nước giảm. Chì thì nặng hơn nước, và miếng phao bần thì nhẹ hơn nước. Như vậy, trong trường hợp miếng phao, ta sẽ thấy hiệu ứng ngược lại: mực nước sẽ dâng lên.

**GV:** Em không đúng rồi. Câu trả lời của em sẽ đúng nếu như miếng phao vẫn chìm sau khi nước đá tan. Vì miếng phao nhẹ hơn nước nên chắc chắn nó sẽ trôi lên và nổi trên mặt nước. Do đó, ví dụ với miếng phao (hay bất kì vật nào nhẹ hơn nước) đòi hỏi phải xem xét đặc biệt. Sử dụng kết quả của phương trình (91), ta có thể tìm được sự chênh lệch giữa thể tích của nước bị chiếm chỗ bởi cục nước đá và miếng phao, và thể tích của nước thu được do nước đá tan ra. Như vậy

$$V_1 - V_2 = v \frac{\rho_3}{\rho_0} \quad (94)$$

Tiếp theo ta áp dụng điều kiện cho sự nổi của miếng phao

$$\rho_3 v = \rho v_1 \quad (95)$$

trong đó  $v_1$  là thể tích của phần phao chìm trong nước. Thay phương trình này vào (94) ta thu được

$$V_1 = V_2 + v_1$$

Như vậy, thể tích nước bị chiếm chỗ bởi cục nước đá đúng bằng tổng thể tích của nước thu được do nước đá tan và thể tích bị chiếm chỗ bởi phần chìm của miếng phao nổi. Cho nên trong trường hợp này mực nước vẫn giữ nguyên không đổi.

**HS A:** Vậy nếu cục nước đá chỉ chứa một cái bọt khí thay cho miếng phao thì sao thưa thầy?

**GV:** Sau khi nước đá tan, cái bọt khí này sẽ được giải phóng. Có thể dễ dàng thấy rằng mực nước trong bình sẽ bằng y như trước khi nước đá tan. Tóm lại, ví dụ với cái bọt khí trong cục nước đá tương tự với ví dụ miếng phao.

**HS A:** Em thấy rồi, những câu hỏi và bài tập khá lí thú có thể được nghĩ ra dựa trên nguyên lí Archimedes.

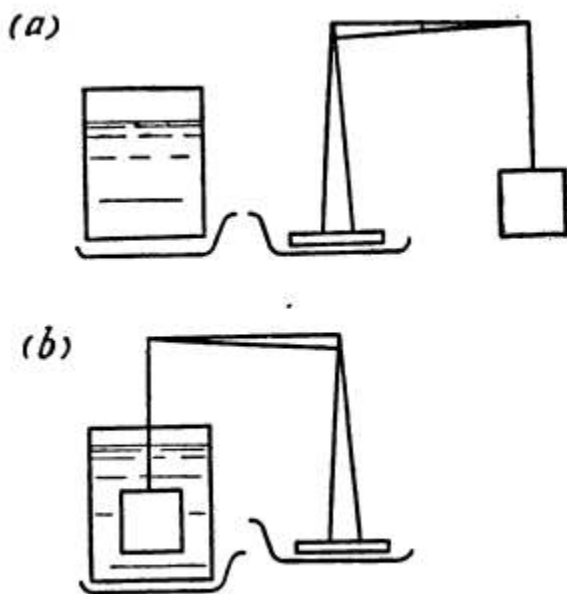
**GV:** Thật đáng tiếc, một số thí sinh không chú ý cho lắm tới nguyên lí này khi chuẩn bị bước vào những kì thi vật lí.

Chúng ta hãy xét ví dụ sau đây. Một bên đĩa của một cái cân mang một cái bình chứa nước và đĩa cân bên kia mang một cái cần cùng một vật nặng treo bên dưới nó. Hai đĩa cân nằm cân bằng (Hình 68a). Sau đó người ta xoay cái cần sao cho vật nặng treo dưới nó hoàn toàn ngập chìm trong nước. Rõ ràng trạng thái cân bằng đã bị nhiễu vì bên đĩa cân có cái cần đã trở nên nhẹ hơn (Hình 68b). Hỏi phải thêm một vật nặng bao nhiêu vào đĩa cân có cái cần để lấy lại sự cân bằng?

**HS A:** Vật nặng chìm chịu tác dụng của lực nổi bằng trọng lượng của khối nước bị chiếm chỗ bởi vật chìm (chúng ta kí hiệu phần trọng lượng nước này là  $P$ ). Như vậy, để lấy lại sự cân bằng, cần đặt lên đĩa cân bên cái cần một vật nặng trọng lượng  $P$ .

**GV:** Em sai rồi. Em sẽ làm tốt nếu nhớ lại định luật III Newton. Theo định luật này, lực mà nước trong bình tác dụng lên vật chìm đúng bằng lực do vật chìm tác dụng lên nước theo hướng ngược lại. Như vậy, khi trọng lượng của đĩa cân bên cái cần giảm, thì trọng lượng của đĩa cân bên cái bình tăng. Do đó, để lấy lại sự cân bằng, phải thêm vào đĩa cân bên cái cần một vật nặng  $2P$ .

**HS A:** Em không hiểu lắm sự lí giải của thầy. Xét cho cùng thì tương tác của vật chìm và nước không thể nào giống với tương tác của hai vật trong cơ học được.



**Hình 68**

**GV:** Phạm vi áp dụng của định luật III Newton không chỉ hạn chế với cơ học. Phát biểu “với mỗi tác dụng có một phản tác dụng ngược chiều và bằng về độ lớn” đúng cho nhiều loại tương tác. Tuy nhiên, chúng ta có thể áp dụng một hướng lí giải khác trong trường hợp của chúng ta, một hướng mà chắc chắn các em sẽ không phản đối nữa. Ta hãy xem cái cân có vật nặng và cái bình có nước là bộ phận của một hệ có trọng lượng toàn phần hiển nhiên bằng tổng trọng lượng của đĩa cân bên trái và trọng lượng của đĩa cân bên phải. Trọng lượng toàn phần của hệ sẽ không đổi do sự tương tác giữa những bộ phận của nó với nhau. Vì thế, nếu

hệ quả của sự tương tác là trọng lượng của đĩa cân bên phải giảm đi  $P$ , thì trọng lượng của đĩa cân bên trái cũng phải tăng lên một lượng bằng như vậy ( $P$ ). Do đó, sau khi vật nặng chìm trong bình nước, độ chênh lệch trọng lượng của đĩa cân bên trái và bên phải sẽ là  $2P$ .

### Bài tập

38. Một cái bình hình trụ, có tiết diện  $S$ , chứa đầy nước trong đó có nổi một cục nước đá chứa một quả cầu chì bên trong. Thể tích của cục nước đá và quả cầu chì là  $V$  và  $1/20$  thể tích này nằm phía trên mực nước. Hỏi mực nước trong bình sẽ giảm đến vạch nào sau khi cục nước đá tan hết? Khối lượng riêng của nước, nước đá và chì giả sử là đã biết.

## §17. Trong phi thuyền vũ trụ nguyên lí Archimedes có đúng không?

GV: Nguyên lí Archimedes có đúng trong một phi thuyền vũ trụ khi nó ở trạng thái không trọng lượng không?

HS A: Em nghĩ không đúng đâu. Bản chất của nguyên lí Archimedes là do tỉ trọng khác nhau của vật và của chất lỏng (tất nhiên, với thể tích bằng nhau), lượng công khác nhau cần thiết để nâng chúng lên cùng một độ cao. Ở trạng thái không trọng lượng, không có sự khác biệt ở những lượng công này bởi vì công cần thiết để nâng một vật và công cần thiết để nâng một khối chất lỏng có thể tích bằng nhau vậy là bằng không.

Ta có thể đi tới kết luận giống như vậy nếu chúng ta xét áp suất của chất lỏng tác dụng lên một vật chìm trong nó vì lực nổi là do sự chênh lệch áp suất tác dụng lên mặt trên và mặt dưới của vật. Ở trạng thái không trọng lượng, sự chênh lệch áp suất này không còn và, cùng với nó, lực nổi cũng biến mất. Em có thể nói thêm rằng ở trạng thái không trọng lượng không có sự khác biệt giữa “trên” và “dưới” và vì thế không thể xác định mặt nào của vật là mặt trên, mặt nào là mặt dưới.

Như vậy, ở trạng thái không trọng lượng, không có lực nổi tác dụng lên một vật chìm trong một chất lỏng. Điều này có nghĩa là nguyên lí Archimedes không đúng cho một trường hợp như thế.

HS B: Tôi không đồng ý với kết luận cuối cùng của HS A. Tôi cam đoan rằng nguyên lí Archimedes là đúng đối với trạng thái không trọng lượng. Chúng ta hãy lí giải thận trọng hơn nhé. Chúng ta sẽ không tiến thẳng vào trạng thái không trọng lượng, mà bắt đầu với một thang máy đang chuyển động với một gia tốc  $a$  nhất định cùng chiều với gia tốc trọng trường  $g$ . Giả sử  $a < g$ . Ta dễ dàng thấy rằng trong trường hợp đã cho, một vật chìm trong một chất lỏng sẽ chịu tác dụng của lực nổi

$$F = \rho_0(g - a)V \quad (96)$$

và trọng lượng của phần chất lỏng có thể tích bị vật chiếm chỗ cũng là  $\rho_0(g - a)V$ . Như vậy, lực nổi vẫn bằng trọng lượng của phần chất lỏng bị vật chiếm chỗ, tức là nguyên lí Archimedes vẫn đúng. Tiếp theo, chúng ta sẽ từ từ tăng gia tốc  $a$ , tiến đến giá trị  $g$ . Theo phương trình (96), lực nổi sẽ giảm dần, nhưng đồng thời và theo kiểu giống hệt như vậy, trọng lượng của khối chất lỏng bằng thể tích của vật cũng sẽ giảm. Nói cách khác, khi gia tốc  $a$  tiến đến gia tốc  $g$ , nguyên lí Archimedes sẽ tiếp tục đúng. Tại giới hạn  $a = g$ , một trạng thái không trọng lượng được thiết lập. Tại

đây, lực nổi bằng không, và trọng lượng của phần chất lỏng bị chiếm chỗ cũng bằng không. Như vậy, chẳng có gì ngăn chúng ta phát biểu rằng nguyên lí Archimedes cũng đúng đối với trạng thái không trọng lượng. Tôi muốn minh họa cho lập luận của mình bằng ví dụ sau đây. Ta hãy giả sử có một miếng phao nổi trong một bình chứa nước. Theo phương trình (95), tỉ số của thể tích miếng phao bị chìm trong nước và tổng thể tích của miếng phao là bằng tỉ số của tỉ trọng của miếng phao và tỉ trọng của nước. Tức là

$$\frac{v_1}{v} = \frac{\rho_3}{\rho_0} \quad (97)$$

Tiếp theo, chúng ta giả sử cái bình này nằm trong một thang máy và thang máy bắt đầu đi xuống với một gia tốc  $a$  nhất định. Vì chuyển động này không làm thay đổi tỉ trọng của miếng phao và của nước, nên phương trình (97) vẫn đúng. Nói cách khác, trong chuyển động có gia tốc của thang máy, vị trí của miếng phao so với mực nước vẫn giống như trong trường hợp không có gia tốc. Rõ ràng điều kiện này sẽ không thay đổi trong trường hợp giới hạn khi  $a = g$  và chúng ta đi tới trạng thái không trọng lượng. Như vậy, vị trí của miếng phao so với mực nước, được xác định bởi nguyên lí Archimedes, hóa ra là độc lập với gia tốc của thang máy. Trong trường hợp này, không có sự khác biệt nào giữa có hay không có trọng lượng.

**GV:** Tôi phải nói rằng lập luận của cả hai em đều chặt chẽ. Tuy nhiên, tôi phải tán thành với **HS A:** nguyên lí Archimedes không đúng đối với trạng thái không trọng lượng.

**HS B:** Nhưng thầy phải bác bỏ phần chứng minh của em.

**GV:** Đó chính là cái tôi sẽ làm. Lập luận của em dựa trên hai điểm chính. Thứ nhất là với gia tốc  $a < g$  một vật nổi trong chất lỏng theo kiểu hoàn toàn tuân theo nguyên lí Archimedes. Thứ hai là phát biểu này phải vẫn đúng trong trường hợp giới hạn khi  $a = g$ , tức là khi đạt tới trạng thái không trọng lượng. Tôi không phản đối điểm thứ nhất, nhưng tôi không tán thành điểm thứ hai.

**HS B:** Nhưng thầy không thể phủ nhận rằng miếng phao vẫn ở vị trí giống như cũ khi ở trạng thái không trọng lượng! Và vị trí của nó được xác định trực tiếp từ nguyên lí Archimedes.

**GV:** Vâng, đúng thế. Miếng phao thật sự vẫn ở nguyên vị trí cũ khi ở trạng thái không trọng lượng. Tuy nhiên, ở trạng thái này vị trí của nó so với mặt chất lỏng không còn là hệ quả của nguyên lí Archimedes nữa. Hãy lấy tay em chìm nó sâu vào trong nước và nó sẽ lơ lửng tại độ sâu mà em đã chìm nó. Mặt khác, chỉ cần có một chênh lệch  $(g - a)$  nhỏ nhất thôi, miếng phao sẽ trôi lên bề mặt và nổi ở vị trí được xác định bởi nguyên lí Archimedes. Như vậy, có một sự khác biệt cơ bản giữa sự không trọng lượng và sự có mặt của một trọng lượng không đáng kể. Nói cách khác,



khi tiến tới trạng thái không trọng lượng, tại “thời khắc cuối cùng” xảy ra một sự thay đổi đột ngột, hay nhảy vọt, làm thay đổi định tính toàn bộ tình huống.

**HS B:** Nhưng sự nhảy vọt này là do cái gì gây ra? Từ đâu mà có nó? Theo lập luận của em, gia tốc  $a$  tiến tron về giá trị gia tốc  $g$ .

**GV:** Sự nhảy vọt này liên quan đến thực tế là tại  $a = g$  xuất hiện một sự đối xứng nhất định: sự khác biệt giữa “trên” và “dưới” biến mất đột ngột giống như **HS A** đã nói. Nếu hiệu  $(g - a)$  là vô cùng nhỏ, nhưng vẫn khác không, thì tình huống có một chiều “hướng lên” rõ ràng. Chính theo hướng này lực nổi tác dụng. Tuy nhiên, tại  $a = g$ , hướng này biến mất, và tất cả các hướng là tương đương nhau về mặt vật lí. Đó là cái tôi muốn nói khi dùng từ nhảy vọt. Sự biến mất hay xuất hiện của sự đối xứng luôn xảy ra với một bước nhảy vọt.



Về cơ bản, vật lí hiện đại là vật lí phân tử. Vì thế, điều đặc biệt quan trọng là hãy lĩnh hội một số kiến thức cơ sở của thuyết động học phân tử của vật chất, cho dù là chỉ sử dụng ví dụ đơn giản nhất của chất khí lí tưởng. Vấn đề giãn nở nhiệt đặc biệt của nước được trình bày riêng. Các định luật chất khí sẽ được phân tích chi tiết và sẽ được áp dụng để giải những bài toán kĩ thuật nhất định.

## §18. Thuyết động học phân tử của vật chất

**GV:** Một trong những câu hỏi thường gặp trong đề thi là: những nguyên lý cơ bản của thuyết động học phân tử vật chất là gì? Các em trả lời câu hỏi này như thế nào?

**HS A:** Em sẽ nhắc tới hai nguyên lý cơ bản. Thứ nhất là tất cả mọi vật được cấu tạo từ những phân tử, và thứ hai là các phân tử ở trong một trạng thái chuyển động nhiệt hỗn loạn.

**GV:** Câu trả lời của em rất tiêu biểu: súc tích và không đầy đủ cho lắm. Tôi để ý thấy học sinh thường trả lời lấp liếm ở câu hỏi này. Nói chung, họ không biết nên nói cái gì về những nguyên lý cơ bản của thuyết động học phân tử, và giải thích nó với vài ba nhận xét chung chung. Trong phần này, tôi cảm thấy thuyết động học phân tử vật chất nên được bàn kĩ lưỡng hơn. Tôi sẽ bắt đầu với việc nhắc lại những nguyên lý của lý thuyết này có thể xem là những nguyên lý cơ bản.

1. Vật chất có cấu trúc dạng “hạt”: nó gồm các phân tử (hay nguyên tử). Một phân tử gram của một chất chứa  $N_A = 6 \times 10^{23}$  phân tử bất chấp trạng thái vật lý của chất (số  $N_A$  được gọi là số Avogadro).
2. Các phân tử của một chất ở trong trạng thái chuyển động nhiệt không ngừng.
3. Bản chất của chuyển động nhiệt của các phân tử phụ thuộc vào bản chất của tương tác của chúng và thay đổi khi chất chuyển từ một trạng thái này sang trạng thái khác.
4. Mức độ chuyển động nhiệt của các phân tử phụ thuộc vào mức độ nóng của vật đó, đặc trưng bởi nhiệt độ tuyệt đối  $T$ . Lý thuyết chứng minh rằng năng lượng trung bình  $e$  của một phân tử tỉ lệ thuận với nhiệt độ  $T$ . Như vậy, chẳng hạn, đối với các phân tử đơn nguyên tử:

$$e = \frac{3}{2}kT \quad (98)$$

trong đó  $k = 1,38 \times 10^{-23}$  J/độ là một hằng số vật lý gọi là hằng số Boltzmann.

5. Theo quan điểm của thuyết động học phân tử, năng lượng toàn phần  $E$  của một vật là tổng của những số hạng sau

$$E = E_k + E_p + U \quad (99)$$

Trong đó  $E_k$  là động năng của vật xem như một tổng thể,  $E_p$  là thế năng của vật xem như một tổng thể trong một trường ngoài nhất định, và  $U$  là năng lượng đi cùng với

chuyển động nhiệt của các phân tử của vật. Năng lượng  $U$  được gọi là nội năng của vật. Tính gộp cả nội năng khi xử lý sự cân bằng năng lượng là một đặc điểm nổi bật của thuyết động học phân tử.

**HS B:** Chúng em thường nghĩ rằng phân tử gram và số Avogadro là thuộc về hóa học.

**GV:** Đúng vậy, đó là nguyên do khiến học sinh dự thi vật lý thường không biết phân tử gram là gì, và như một quy luật, luôn xem số Avogadro chỉ liên quan với chất khí. Hãy nhớ rằng: phân tử gram là số gram của một chất bằng về con số với trọng lượng phân tử của nó (và không có nghĩa là trọng lượng phân tử được biểu diễn theo gram, như một số học sinh nói); nguyên tử gram là số gram của một chất bằng về con số với trọng lượng nguyên tử của nó; và số Avogadro là số phân tử trong một phân tử gram (hay số nguyên tử trong một nguyên tử gram) của một chất bất kì, bất kể trạng thái vật lý của nó.

Tôi muốn nói rằng số Avogadro là một loại cầu nối giữa đặc trưng vĩ mô và đặc trưng vi mô của một chất. Như vậy, ví dụ, sử dụng số Avogadro, các em có thể biểu diễn một đặc trưng vi mô của một chất như khoảng cách trung bình giữa các phân tử (hay nguyên tử) của nó theo mật độ/tỉ trọng và trọng lượng phân tử (hay nguyên tử). Chẳng hạn, ta hãy xét chất rắn sắt. Tỉ trọng của nó là  $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$  và trọng lượng nguyên tử  $A = 56$ . Chúng ta tìm khoảng cách trung bình giữa các nguyên tử trong sắt. Chúng ta sẽ làm như sau: trong  $A$  gram sắt có  $N_A$  nguyên tử, vậy trong 1 g sắt phải có  $N_A/A$  nguyên tử. Suy ra trong  $1 \text{ cm}^3$  có  $\rho N_A/A$  nguyên tử. Như vậy mỗi nguyên tử sắt đi cùng với một thể tích  $A/(\rho N_A) \text{ cm}^3$ . Khoảng cách trung bình giữa các nguyên tử xấp xỉ bằng căn bậc ba của thể tích này

$$x \cong \sqrt[3]{\frac{A}{\rho N_A}} = \sqrt[3]{\frac{56}{7,8 \times 6 \times 10^{23}}} \text{ cm} \cong 2 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

**HS B:** Ngay trước phần này thầy có nói bản chất của chuyển động nhiệt của các phân tử phụ thuộc vào tương tác liên phân tử và bị biến đổi lúc chuyển từ trạng thái này sang trạng thái khác. Xin thầy hãy giảng rõ hơn phần này.

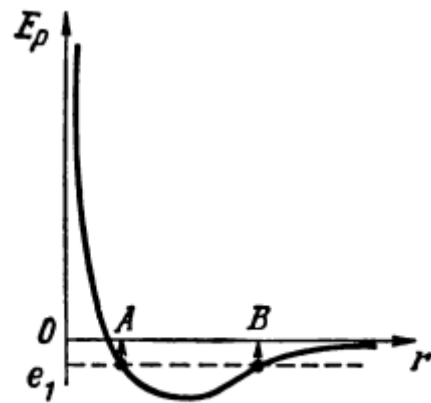
**GV:** Một cách định tính, tương tác của hai phân tử có thể mô tả bằng đường cong minh họa trên Hình 69. Đường cong này biểu diễn sự phụ thuộc của thế năng  $E_p$  của tương tác giữa hai phân tử vào khoảng cách giữa hai tâm của chúng. Ở một khoảng cách đủ lớn giữa các phân tử, đường cong  $E_p(r)$  tiến tiệm cận về không, tức

là các phân tử không còn tương tác nữa. Khi các phân tử tiến đến gần nhau hơn, đường cong  $E_p(r)$  uốn xuống dưới. Sau đó, khi hai phân tử ở đủ gần nhau, các phân tử bắt đầu đẩy nhau ra và đường cong  $E_p(r)$  uốn trở lên và tiếp tục tăng (lực đẩy này có nghĩa là các phân tử không thể tự do đi xuyên qua nhau). Như có thể thấy, đường cong  $E_p(r)$  có một cực tiểu đặc trưng.

**HS B:** Phần năng lượng âm có nghĩa là gì?

**GV:** Như chúng ta biết, năng lượng có thể được đo từ một giá trị bất kì nào đó. Ví dụ, chúng ta có thể đo thế năng của một hòn đá từ mặt đất ở nơi đã cho, hoặc chúng ta có thể đo nó từ mực nước biển, không có sự khác biệt nào. Trong trường hợp đã cho, điểm không tương ứng với năng lượng tương tác của hai phân tử cách nhau một khoảng lớn vô hạn. Do đó, năng lượng âm của các phân tử có nghĩa là nó trong một trạng thái liên kết (liên kết với phân tử khác). Để “giải phóng” phân tử này, cần cấp một năng lượng nhất định cho nó để làm tăng năng lượng của phân tử đến mức zero. Giả sử phân tử có một năng lượng âm  $e_1$  (xem Hình 69). Rõ ràng từ đường cong là trong trường hợp này phân tử đó không thể đi xa ra khỏi lũng giếng của nó hơn điểm  $B$  hoặc đến gần hơn điểm  $A$ . Nói cách khác, phân tử đó sẽ dao động giữa điểm  $A$  và điểm  $B$  trong trường của phân tử lân cận (chính xác hơn, sẽ có sự dao động tương đối của hai phân tử tạo nên một hệ liên kết).

Trong một chất khí, các phân tử ở cách nhau trung bình xa hơn nhiều nên có thể xem chúng thực tế là không tương tác. Mỗi phân tử chuyển động tự do, với các va chạm tương đối hiếm xảy ra. Mỗi phân tử tham gia vào ba loại chuyển động: tịnh tiến, quay (phân tử quay xung quanh trục riêng của nó) và dao động (các nguyên tử trong phân tử dao động xung quanh nhau). Nếu một phân tử là đơn nguyên tử thì nó sẽ chỉ có chuyển động tịnh tiến.



Hình 69

Trong một tinh thể, các phân tử ở gần nhau đến mức chúng tạo nên một hệ liên kết. Trong trường hợp này, mỗi phân tử dao động trong trường lực chung nào đó thiết lập bởi sự tương tác của toàn bộ tập thể các phân tử. Tiêu biểu cho một tinh thể dưới dạng hệ liên kết chung của các phân tử là sự tồn tại của một cấu trúc ba chiều có trật

tự - mạng tinh thể. Các nút mạng là vị trí cân bằng của các phân tử độc lập. Các phân tử thực hiện những chuyển động dao động phức tạp của chúng xung quanh những vị trí này. Nên lưu ý rằng trong một số trường hợp khi các phân tử tạo nên một tinh thể, chúng tiếp tục duy trì tính cá lẻ của chúng đến một chừng mực nào đó. Trong những trường hợp này, có sự khác biệt giữa sự dao động của phân tử trong trường của tinh thể và sự dao động của các nguyên tử trong những phân tử riêng lẻ. Hiện tượng này xảy ra khi năng lượng liên kết của các nguyên tử trong phân tử cao hơn năng lượng liên kết của chính các phân tử trong mạng tinh thể. Tuy nhiên, trong đa số trường hợp, các phân tử không giữ được tính cá lẻ của chúng khi hình thành nên tinh thể nên tinh thể hóa ra được cấu tạo bởi những nguyên tử độc lập, chứ không phải những phân tử độc lập. Ở đây, rõ ràng không có sự dao động nội phân tử, mà chỉ có sự dao động của các nguyên tử trong trường của tinh thể. Như vậy, đây là lượng thông tin tối thiểu mà các thí sinh phải có về chuyển động nhiệt nguyên tử và phân tử trong vật chất. Thông thường, khi nói về bản chất của chuyển động nhiệt trong vật chất, các thí sinh không nói được gì nhiều hơn ngoài câu “chuyển động hỗn loạn”, từ đó nhằm cố lấp liếm sự thiếu kiến thức chi tiết hơn của chuyển động nhiệt.

**HS B:** Nhưng thầy chưa nói gì về bản chất của chuyển động nhiệt của các phân tử trong chất lỏng.

**GV:** Chuyển động nhiệt trong chất lỏng thì rắc rối hơn trong những chất khác. Hành trạng của chất lỏng nằm lưng chừng giữa chất khí và tinh thể, cùng với sự tương tác hạt mạnh là một mức độ mất trật tự đáng kể trong cấu trúc của nó. Cái khó khi tính toán với tinh thể, có sự tương tác mạnh của các hạt, phần lớn được bù lại bởi sự tồn tại của một cấu trúc có trật tự - mạng tinh thể. Cái khó khi tính toán với chất khí, có vị trí hỗn loạn của các hạt, được bù lại bởi sự hoàn toàn vắng mặt của tương tác hạt. Tuy nhiên, ở chất lỏng, cả hai cái khó vừa nói đều không có yếu tố nào bù lại. Có thể nói rằng trong một chất lỏng các phân tử hoàn toàn giữ được tính cá lẻ của chúng. Trong chất lỏng có sự đa dạng của các hình thái chuyển động: sự dôi chỗ của các phân tử, chuyển động quay của chúng, dao động của các nguyên tử trong các phân tử, và dao động của các phân tử trong trường của những phân tử lân cận. Cái tệ nhất là toàn bộ những loại chuyển động này, nói đại khái, không thể được xem xét riêng vì có sự ảnh hưởng tương hỗ mạnh của các chuyển động.

**HS B:** Em không thể hiểu chuyển động tịnh tiến của phân tử có thể kết hợp như thế nào với chuyển động quay của nó trong trường của những phân tử lân cận.

**GV:** Các mô hình khác nhau đã được nghĩ ra trong đó người ta đã nỗ lực kết hợp những chuyển động này. Ví dụ, trong một mô hình, người ta giả sử phân tử hành xử như sau: nó dao động trong một khoảng thời gian nhất định trong trường tạo bởi những láng giềng của nó, sau đó nó nhảy đến chỗ khác, dao động trong những lân cận mới này, rồi tiếp tục nhảy, cứ thế. Một mô hình như vậy được gọi là “mô hình khuếch tán-nhảy”.

**HS B:** Đường như đó chính là cách các phân tử khuếch tán trong tinh thể.

**GV:** Em nói đúng. Chỉ nên nhớ là trong tinh thể quá trình này diễn ra chậm hơn: những bước nhảy sang một môi trường mới xảy ra hiếm hơn nhiều. Còn tồn tại một mô hình khác theo đó một phân tử trong chất lỏng hành xử như sau: nó dao động xung quanh những lân cận của nó và toàn bộ môi trường chuyển động êm xuôi (“trôi”) trong không gian và từ từ biến dạng. Đây được gọi là “mô hình khuếch tán liên tục”.

**HS B:** Thầy nói rằng chất lỏng chiếm một vị trí lưng chừng giữa tinh thể và chất khí. Vậy nó gần với chất nào hơn?

**GV:** Em nghĩ sao?

**HS B:** Theo em thấy thì chất lỏng gần với chất khí hơn.

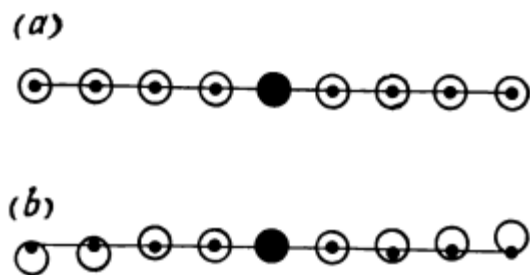
**GV:** Tuy nhiên, trên thực tế, chất lỏng giống với tinh thể hơn. Điều này dễ nhận thấy bởi sự tương đương tỉ trọng, nhiệt dung riêng và hệ số nở khối của chúng. Người ta cũng biết rằng nhiệt nóng chảy thì nhỏ hơn nhiều so với nhiệt hóa hơi. Toàn bộ những thực tế này là bằng chứng của sự tương đồng thấy rõ giữa lực liên kết liên phân tử trong tinh thể và trong chất lỏng. Một hệ quả khác của sự tương đồng này là sự tồn tại của những bộ phận sắp xếp trật tự ở các nguyên tử của một chất lỏng. Hiện tượng này, gọi là “trật tự gần”, đã được xác nhận trong các thí nghiệm tán xạ tia X.

**HS B:** Ý thầy muốn nói gì với khái niệm trật tự gần?

**GV:** Trật tự gần là sự sắp xếp có trật tự của một số nhất định những láng giềng gần nhất xung quanh một nguyên tử (hay phân tử) được chọn tùy ý nào đó. Trái với ở

tinh thể, sự sắp xếp có trật tự này đối với nguyên tử đã chọn bị nhiễu khi chúng ta tiến ra xa nó, và không dẫn đến sự hình thành của mạng tinh thể. Tuy nhiên, ở cự li ngắn, nó khá giống với sự sắp xếp của các nguyên tử của một chất cho trước ở pha rắn. Có thể so sánh nó với trật tự gần biểu diễn ở Hình 70b.

Sự tương tự giữa chất lỏng và tinh thể dẫn tới khái niệm “giả kết tinh” ở các chất lỏng.



Hình 70

**HS B:** Nhưng trong một trường hợp như vậy, rõ ràng có thể xử lý chất lỏng bằng sự tương tự với tinh thể.

**GV:** Tôi lưu ý em không nên sử dụng sai khái niệm giả-kết tinh của chất lỏng và gán cho nó quá nhiều quan trọng. Trước tiên, em phải nhớ trong đầu rằng trạng thái lỏng tương ứng với một ngưỡng rộng nhiệt độ, và các tính chất động lực học cấu trúc của chất lỏng không giống nhau (hay dù là gần giống nhau) trong toàn ngưỡng nhiệt độ này. Ở gần trạng thái tới hạn, một chất lỏng rõ ràng sẽ mất hết mọi sự tương đồng với chất rắn và từ từ chuyển sang pha khí. Như vậy, khái niệm giả-kết tinh của các chất lỏng chỉ có thể thỏa mãn ở đâu đó gần điểm nóng chảy, nếu có. Thứ hai, bản chất của tương tác liên phân tử ở chất lỏng này khác với ở chất lỏng kia. Do đó, khái niệm giả-kết tinh không thích hợp như nhau cho tất cả các chất lỏng. Ví dụ, người ta thấy nước là một chất lỏng giả-kết tinh hơn các kim loại nóng chảy, và điều này lý giải nhiều tính chất đặc biệt của nó (xem §19).

**HS B:** Giờ thì em mới thấy không hề có một bức tranh đơn giản của chuyển động nhiệt của các phân tử trong một chất lỏng.

**GV:** Em nói rất đúng. Chỉ những trường hợp cực độ mới tương đối đơn giản. Những trường hợp trung gian thì luôn luôn phức tạp.

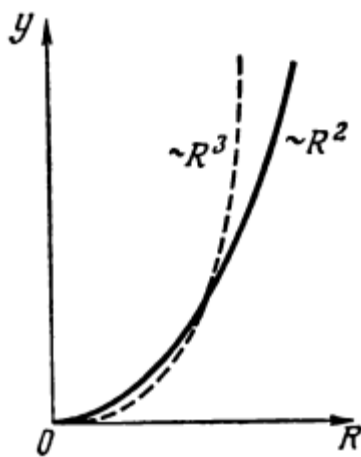


**HS A:** Yêu cầu của đề thi vật lí đầu vào thường hỏi về cơ sở của thuyết động học phân tử vật chất. Rõ ràng người ta nên nói về chuyển động Brown.

**GV:** Vâng, chuyển động Brown là bằng chứng thực nghiệm nổi bật chứng minh những nguyên lí cơ bản của thuyết động học phân tử. Nhưng, em có biết chuyển động Brown thật sự là gì không?

**HS A:** Nó là chuyển động nhiệt của các phân tử.

**GV:** Em lầm rồi; chuyển động Brown có thể được quan sát với kính hiển vi bình thường mà! Nó là chuyển động của những hạt vật chất riêng lẻ bị bắn phá bởi chuyển động của các phân tử môi trường trong chuyển động nhiệt của chúng. Từ góc nhìn phân tử, những hạt này là những vật vĩ mô. Tuy nhiên, xét theo chuẩn thông thường thì chúng cực kì nhỏ. Là một hệ quả của những va chạm ngẫu nhiên không được bù của chúng với các phân tử, các hạt Brown chuyển động liên tục theo kiểu lung tung và như vậy di chuyển khắp trong môi trường, đó thường là một loại chất lỏng nào đó.



Hình 71

**HS B:** Nhưng tại sao những hạt Brown phải nhỏ như thế? Tại sao chúng ta không quan sát chuyển động Brown với những hạt vật chất thích hợp như lá trà trong một cốc trà?

**GV:** Có hai nguyên do cho điều này. Thứ nhất, số lượng va chạm của các phân tử với bề mặt của một hạt tỉ lệ với diện tích bề mặt của hạt đó; khối lượng của hạt tỉ lệ với thể tích của nó. Như vậy, với sự tăng kích cỡ  $R$  của một hạt, thì số lượng va chạm của các phân tử với bề mặt của nó tăng tỉ lệ với  $R^2$ , còn khối lượng của hạt bị dịch chỗ bởi va chạm tỉ lệ với  $R^3$ . Do đó, khi hạt tăng

kích cỡ thì càng khó cho các phân tử đẩy chúng ra xung quanh hơn. Để làm rõ vấn đề này, tôi vẽ hai đường cong trên Hình 71:  $y = R^2$  và  $y = R^3$ . Các em có thể dễ dàng thấy rằng liên hệ bình phương lấn át ở những giá trị nhỏ của  $R$  và liên hệ lập phương thì lấn át ở những giá trị lớn. Điều này có nghĩa là những hiệu ứng bề mặt chiếm ưu thế ở những giá trị nhỏ của  $R$  và thể tích chiếm ưu thế ở những giá trị lớn.

Thứ hai, chuyển động Brown phải là rất nhỏ vì va chạm của nó với các phân tử là không được bù lại, tức là số lượng va chạm từ phía bên trái và phía bên phải trong một đơn vị thời gian về thực chất phải khác nhau. Nhưng tỉ số giữa độ chênh lệch số lượng va chạm này với toàn bộ số va chạm sẽ càng lớn nếu bề mặt của hạt càng nhỏ.

**HS A:** Còn những thực tế nào khác chứng minh cho thuyết động học phân tử mà chúng ta muốn biết?

**GV:** Minh chứng rất tốt của thuyết động học phân tử là sự áp dụng thành công của nó trong việc giải thích nhiều hiện tượng vật lí. Ví dụ, chúng ta có thể đưa ra lời giải thích cho áp suất của một chất khí lên thành bình chứa nó. Áp suất  $p$  là thành phần pháp tuyến của lực  $F$  tác dụng lên một đơn vị diện tích thành bình. Vì

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} \quad (100)$$

nên để tính áp suất, ta phải xác định động lượng đã truyền cho một đơn vị diện tích thành bình trong một đơn vị thời gian do những phân tử chất khí va đập vào thành bình.

Giả sử một phân tử khối lượng  $m$  đang chuyển động vuông góc với một thành bình với một vận tốc  $v$ . Do sự va chạm đàn hồi với thành bình, phân tử đảo chiều chuyển động của nó và bay ra xa thành bình với một vận tốc  $v$ . Độ biến thiên động lượng của phân tử bằng  $\Delta(mv) = m\Delta v = 2mv$ . Động lượng này được truyền cho thành bình. Để cho đơn giản, chúng ta sẽ giả sử rằng tất cả các phân tử của chất khí đó có cùng vận tốc  $v$  và sáu chiều chuyển động theo ba trục tọa độ là như nhau (giả sử thành bình vuông góc với một trong ba trục này). Tiếp theo, chúng ta sẽ xét rằng trong một đơn vị thời gian thì chỉ có những phân tử đi tới thành bình cách nó một khoảng nhỏ hơn  $v$  và có vận tốc hướng về phía thành bình. Vì một đơn vị thể tích của chất khí chứa  $N/V$  phân tử, nên trong một đơn vị thời gian có  $\frac{1}{6}(N/V)v$  phân tử đi tới một đơn vị diện tích của thành bình. Vì mỗi phân tử trong số này truyền một động lượng  $2mv$ , nên kết quả của những va chạm này là mỗi đơn vị diện tích của thành bình nhận một động lượng bằng  $2mv \frac{1}{6}(N/V)v$ . Theo phương trình (100), đây chính là áp suất  $p$  cần tìm. Như vậy

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{mv^2}{2} \quad (101)$$

Theo phương trình (98), ta có thể thay năng lượng của phân tử  $mv^2/2$  bằng đại lượng  $\frac{3}{2}kT$ . Như vậy, phương trình (101) có thể được viết lại là

$$pV = NkT \quad (102)$$

Lưu ý rằng kết quả này thu được bởi sự đơn giản hóa hợp lí của bài toán (chẳng hạn, ta giả sử rằng các phân tử của chất khí đó chuyển động với cùng một vận tốc). Tuy nhiên, lí thuyết cho thấy rằng kết quả này hoàn toàn khớp với kết quả thu được khi xử lí vấn đề một cách chặt chẽ.

Phương trình (102) đã được xác nhận bởi những phép đo trực tiếp. Nó là bằng chứng tốt của tính đúng đắn của các khái niệm của thuyết động học phân tử đã sử dụng khi suy luận ra phương trình (102).

Bây giờ chúng ta sẽ nói sang vấn đề bay hơi và sôi của các chất lỏng trên cơ sở các khái niệm động học phân tử. Các em giải thích như thế nào về hiện tượng bay hơi?

**HS A:** Những phân tử nhanh nhất của chất lỏng chiến thắng lực hút của những phân tử khác và bay ra khỏi chất lỏng.

**GV:** Những yếu tố nào làm tăng cường bay hơi?

**HS A:** Thứ nhất, sự tăng diện tích mặt thoáng của chất lỏng, và thứ hai, đun nóng chất lỏng.

**GV:** Nên nhớ rằng sự bay hơi là một quá trình hai chiều: trong khi một số phân tử rời khỏi chất lỏng, thì một số phân tử khác trở lại với nó. Sự bay hơi sẽ hiệu quả hơn khi tỉ số của các phân tử rời khỏi và các phân tử đi vào lớn hơn. Đun nóng chất lỏng và tăng diện tích mặt thoáng của nó làm tăng sự thoát của các phân tử ra khỏi chất lỏng. Đồng thời, có những yếu tố khác có thể làm giảm sự trở lại của các phân tử vào chất lỏng. Ví dụ, nếu có gió thổi trên bề mặt chất lỏng, thì những phân tử vừa mới thoát ra được mang đi xa, do đó làm giảm xác suất trở lại của chúng. Đó là nguyên nhân vì sao quần áo ướt khô nhanh hơn khi trời có gió.

Nếu sự thoát ra của các phân tử từ phía chất lỏng và sự trở lại của chúng bù đủ cho nhau, thì một trạng thái cân bằng động được thiết lập, và hơi phía trên chất lỏng trở nên bão hòa. Trong một số trường hợp, việc làm chậm quá trình bay hơi là có lợi. Để tránh sự khô nhanh của bánh mì, nó được giữ trong bọc kín. Bọc này làm cản trở sự thoát ra của những phân tử bay hơi, và một lớp hơi bão hòa hình thành phía trên bề mặt của bánh mì, cản không cho nước tiếp tục bay hơi khỏi bánh mì.

Bây giờ các em hãy giải thích quá trình sôi.

**HS A:** Quá trình sôi giống như sự bay hơi, nhưng diễn ra mạnh hơn.

**GV:** Tôi không thích định nghĩa của em về quá trình sôi chút nào hết. Tôi muốn nhắc rằng nhiều thí sinh không hiểu bản chất của quá trình này. Khi một chất lỏng được đun nóng, thì tính tan của những chất khí mà nó chứa giảm đi. Do đó, các bọt khí hình thành bên trong chất lỏng (dưới đáy và trên thành bình). Sự bay hơi xảy ra ở những cái bọt này, chúng trở nên chứa đầy hơi bão hòa, có áp suất tăng theo nhiệt độ của chất lỏng. Ở một nhiệt độ nhất định, áp suất của hơi bão hòa bên trong cái bọt trở nên bằng với áp suất tác dụng lên cái bọt từ phía bên ngoài (áp suất này bằng áp suất khí quyển cộng với áp suất của lớp nước phía trên cái bọt). Bắt đầu với thời điểm này, những cái bọt nổi nhanh lên bề mặt và chất lỏng sôi. Như các em có thể thấy, sự sôi của chất lỏng khác về cơ bản với sự bay hơi. Lưu ý rằng sự bay hơi xảy ra ở nhiệt độ bất kỳ, còn sự sôi xảy ra ở một nhiệt độ xác định gọi là điểm sôi. Tôi muốn nhắc nhở các em rằng nếu quá trình sôi đã bắt đầu, thì nhiệt độ của chất lỏng không thể tăng thêm, cho dù chúng ta tiếp tục đun nó lên bao lâu. Nhiệt độ vẫn giữ nguyên ở điểm sôi cho đến khi toàn bộ chất lỏng đã sôi hết.

Rõ ràng từ phần thảo luận ở trên là điểm sôi của một chất lỏng giảm khi áp suất bên ngoài giảm. Ở đây, chúng ta hãy xét bài toán sau. *Một cái phích chứa một lượng nhỏ nước ở nhiệt độ phòng. Chúng ta bắt đầu bơm không khí ở phía trên nước ra khỏi cái phích bằng một cái bơm chân không. Điều gì sẽ xảy ra với nước?*

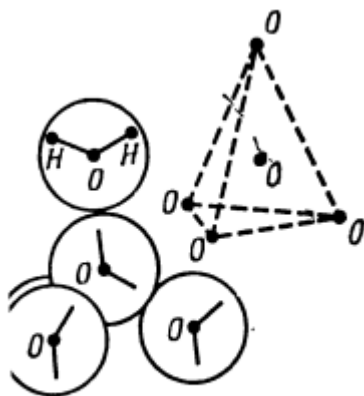
**HS A:** Khi không khí được bơm ra thì áp suất trong cái phích sẽ giảm và điểm sôi sẽ giảm. Khi nó giảm tới nhiệt độ phòng thì nước sẽ bắt đầu sôi.

**GV:** Liệu nước có thể đông đặc thay vì sôi hay không?

**HS A:** Em không biết. Em nghĩ là không thể.

**GV:** Tất cả phụ thuộc vào tốc độ không khí được bơm ra khỏi cái phích. Nếu quá trình này đủ chậm, thì sớm muộn gì nước sẽ bắt đầu sôi. Nhưng nếu không khí được bơm ra rất nhanh, thì trái lại, nước sẽ đông đặc. Do sự xả khí (và cùng với nó là hơi nước), quá trình bay hơi tăng lên. Vì trong sự bay hơi những phân tử có năng lượng cao thoát ra khỏi nước, nên phần nước còn lại lạnh đi. Nếu không khí được bơm ra chậm, thì hiệu ứng lạnh đi được bù lại bởi sự truyền nhiệt từ bên ngoài vào. Nhờ thế nhiệt độ của nước vẫn không đổi. Nếu không khí được bơm ra rất nhanh, thì sự lạnh đi của nước không thể được bù lại bởi sự truyền nhiệt từ bên ngoài vào, và nhiệt độ của nước bắt đầu giảm. Ngay khi điều này xảy ra, khả năng sôi cũng giảm đi. Sự xả nhanh liên tục của không khí từ bên trong phích ra ngoài sẽ làm hạ nhiệt độ của nước đến điểm đông đặc, và phần nước chưa bay hơi sẽ biến thành băng.

## §19. Sự giãn nở nhiệt của nước



Hình 72

GV: Sự giãn nở nhiệt của nước có gì đặc biệt nào?

HS A: Khi nước nóng lên từ 0 đến 4°C, tỉ trọng của nó tăng. Nó chỉ bắt đầu giãn nở khi nhiệt độ của nó tăng vượt quá 4°C.

GV: Em giải thích hiện tượng này như thế nào?

HS A: Em không biết.

GV: Tính chất khác biệt này của nước gắn liền với cấu trúc nguyên tử của nó. Các phân tử nước chỉ có thể tương tác theo một kiểu: mỗi phân tử nước chỉ có thể nhận duy nhất bốn phân tử láng giềng có tâm khi đó tạo thành một tứ diện (Hình 72).

Tương tác này mang lại một cấu trúc dạng viên, để vẽ biểu hiện tính giả-kết tinh của nước. Tất nhiên, chúng ta có thể nói tới cấu trúc của nước, như với mọi chất lỏng khác, chỉ ở mức trật tự gần (xem §18). Với khoảng cách tăng dần tính từ phân tử đã chọn, trật tự này sẽ chịu sự biến dạng dần dần do sự bẻ cong và sự gãy vỡ của các liên kết liên phân tử. Khi nhiệt độ tăng, liên kết giữa các phân tử bị đứt thường xuyên hơn, nên càng lúc càng có nhiều phân tử với những liên kết chưa bị chiếm giữ chứa những khoảng trống của cấu trúc tứ diện và, do đó, mức độ giả-kết tinh giảm. Cấu trúc kiểu viên của nước là một chất giả kết tinh vừa nói ở trên giải thích một cách thuyết phục sự dị thường của những tính chất vật lý của nước, nhất là tính kì lạ của sự giãn nở nhiệt của nó. Một mặt, sự tăng nhiệt độ làm tăng khoảng cách trung bình giữa các nguyên tử của một phân tử do sự tăng dao động nội phân tử, tức là phân tử hơi “phình ra” một chút. Mặt khác, sự tăng nhiệt độ làm phá vỡ cấu trúc kiểu viên của nước thành ra dẫn tới sự co cụm dày đặc hơn của các phân tử. Hiệu ứng thứ nhất (dao động) sẽ dẫn tới sự giảm tỉ trọng của nước. Đây là hiệu ứng thường gặp gây ra sự giãn nở nhiệt của các chất rắn. Hiệu ứng thứ hai, hiệu ứng phá vỡ cấu trúc, thì trái lại, nó làm tăng tỉ trọng của nước khi nóng lên. Trong lúc đun nước lên 4°C, hiệu ứng cấu trúc chiếm ưu thế và do đó tỉ trọng của nước tăng lên. Tiếp tục đun nóng thêm thì hiệu ứng dao động bắt đầu chiếm ưu thế và do đó tỉ trọng của nước giảm.

## §20. Các định luật chất khí

**GV:** Hãy viết phương trình định luật chất khí kết hợp.

**HS A:** Phương trình này có dạng

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \quad (103)$$

trong đó  $p$ ,  $V$  và  $T$  là áp suất, thể tích và nhiệt độ của một lượng khí nhất định ở một trạng thái nhất định, và  $p_0$ ,  $V_0$  và  $T_0$  là áp suất, thể tích và nhiệt độ cho trạng thái ban đầu. Nhiệt độ được biểu diễn theo thang nhiệt độ tuyệt đối.

**HS B:** Em thích sử dụng một phương trình có dạng khác

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (104)$$

trong đó  $m$  là khối lượng của chất khí,  $\mu$  là khối lượng của một phân tử gram và  $R$  là hằng số chất khí.

**GV:** Cả hai phương trình các em nêu đều đúng. (Quay sang **HS B**) Em sử dụng hằng số chất khí. Hãy nói xem em tính ra giá trị của nó như thế nào? Tôi không nghĩ là người ta có thể nhớ.

**HS B:** Để tính  $R$ , em có thể sử dụng phương trình (103), trong đó các thông số  $p_0$ ,  $V_0$  và  $T_0$  gán cho lượng khí đã cho nhưng xét ở điều kiện tiêu chuẩn. Điều này có nghĩa là  $p_0 = 76 \text{ cmHg}$ ,  $T_0 = 273 \text{ K}$  và  $V_0 = (m/\mu) \times 22,4 \text{ lít}$ , vì một phân tử gram chất khí bất kì ở điều kiện tiêu chuẩn chiếm một thể tích xác định là 22,4 lít. Tỉ số  $(m/\mu)$  rõ ràng là số phân tử gram có trong lượng khí đã cho. Thay những giá trị này vào phương trình (103) ta được

$$pV = \frac{m}{\mu} T \frac{76 \text{ cmHg} \times 22,4 \text{ l}}{273 \text{ K}}$$

So sánh với biểu thức (104) ta được  $R = 6,2 \text{ cmHg.lít/độ}$ .

**GV:** Tôi yêu cầu em làm những phép tính này là để chứng minh sự tương đương của biểu thức (103) và (104). Thật không may, các thí sinh thường chỉ biết phương

trình (103) và không quen với phương trình (104), phương trình khớp với phương trình (102) thu được ở phần trước trên cơ sở xét các giả thuyết động học phân tử. So sánh phương trình (102) và (104) ta suy ra  $(m/\mu)R = Nk$ . Như vậy

$$R = \frac{N}{\frac{m}{\mu}} k = N_A k \quad (105)$$

Vì thế, hằng số chất khí hóa ra là tích số của số Avogadro và hằng số Boltzmann.

Tiếp theo chúng ta sẽ xem các em có biết sử dụng phương trình chất khí kết hợp hay không. Hãy vẽ một đường cong biểu diễn một quá trình đẳng áp, tức là một quá trình trong đó áp suất chất khí không đổi, sử dụng các trục tọa độ  $V$  và  $T$ .

**HS A:** Hình như em nhớ quá trình này được biểu diễn bằng một đường thẳng.

**GV:** Tại sao lại nhớ? Hãy sử dụng phương trình (104). Trên cơ sở đó, hãy biểu diễn thể tích của một chất khí là một hàm của nhiệt độ của nó.

**HS A:** Từ phương trình (104) ta có

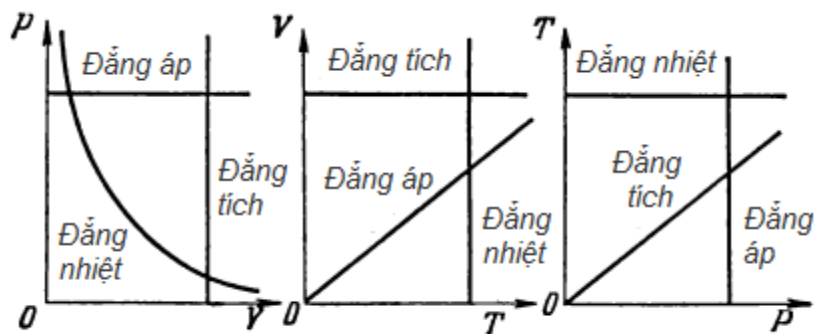
$$V = \frac{m}{\mu} \frac{R}{p} T \quad (106)$$

**GV:** Áp suất ở đây có phụ thuộc vào nhiệt độ hay không?

**HS A:** Trong trường hợp đã cho, nó không phụ thuộc bởi vì chúng ta đang xét một quá trình đẳng áp.

**GV:** Tốt. Bây giờ thì tích  $(m/\mu)(R/p)$  trong phương trình (106) là một hằng số tỉ lệ. Do đó, ta thu được sự phụ thuộc tuyến tính của thể tích chất khí vào nhiệt độ của nó. Các thí sinh thường có thể biểu diễn các quá trình đẳng áp ( $p = \text{const}$ ), đẳng nhiệt ( $T = \text{const}$ ) và đẳng tích ( $V = \text{const}$ ) trên đồ thị với các trục tọa độ  $p$  và  $V$ . Đồng thời, các em thường thấy khó miêu tả những quá trình này với những tập hợp khác của trục tọa độ, ví dụ như  $V$  và  $T$ , hay  $T$  và  $p$ . Ba quá trình này được biểu diễn trên Hình 73 với những tập hợp khác nhau của trục tọa độ.





Hình 73

**HS B:** Em có một câu hỏi về đường đẳng áp trong đồ thị với trục tọa độ  $V$  và  $T$ . Từ phương trình (106) và từ đường cong tương ứng ở Hình 73, ta thấy khi nhiệt độ tiến tới không, thể tích của chất khí cũng tiến tới không. Tuy nhiên, không thể có chuyện thể tích của một chất khí có thể nhỏ hơn tổng thể tích của tất cả các phân tử của nó. Vậy lập luận của em sai ở chỗ nào?

**GV:** Các phương trình (102), (103), (104) và (106) áp dụng cho cái gọi là chất khí lí tưởng. Chất khí lí tưởng là một mô hình đã đơn giản hóa của một khí thực trong đó kích cỡ của các phân tử và lực hút tương hỗ của chúng đều không được xét đến. Tất cả các đường cong trên Hình 73 áp dụng cho một mô hình đã đơn giản hóa như thế, tức là áp dụng cho chất khí lí tưởng.

**HS B:** Nhưng các định luật chất khí khá khớp với số liệu thực nghiệm, và trong các thí nghiệm chúng ta xét chất khí thực có các phân tử có kích cỡ riêng của chúng.

**GV:** Cần lưu ý rằng những thí nghiệm như thế chưa từng được thực hiện ở những nhiệt độ cực thấp. Nếu một chất khí thực không bị quá lạnh hay quá nén, thì nó có thể được mô tả khá chính xác bằng mô hình khí lí tưởng. Cũng lưu ý rằng đối với những chất khí có trong không khí (ví dụ nitrogen và oxygen), những điều kiện này được thỏa mãn ở nhiệt độ phòng và áp suất thường.

**HS B:** Có phải ý thầy muốn nói nếu chúng ta vẽ đồ thị sự phụ thuộc của thể tích vào nhiệt độ trong một quá trình đẳng áp cho một chất khí thực, thì đường cong đó sẽ trùng với đường thẳng tương ứng trong Hình 73 ở những nhiệt độ đủ cao nhưng sẽ không trùng ở vùng nhiệt độ thấp?

**GV:** Chính xác. Ngoài ra, hãy nhớ rằng với sự giảm nhiệt độ đủ đáng kể thì một chất khí sẽ ngưng tụ thành chất lỏng.

**HS B:** Em biết. Thật ra thì đường cong của phương trình (106) trong Hình 73 đi qua gốc tọa độ, hay điểm không, không có ý nghĩa vật lí. Nhưng có lẽ chúng ta nên kết thúc đường cong trước khi nó đi tới điểm này chứ?

**GV:** Điều đó là không nhất thiết. Em chỉ đang vẽ đường cong cho mô hình của một chất khí. Mô hình này có thể áp dụng ở đâu lại là một câu hỏi khác.

Bây giờ tôi muốn đề xuất như sau. Hai đường đẳng áp trong Hình 74 vẽ theo trục tọa độ  $V$  và  $T$ : một đường tương ứng với áp suất  $p_1$  và đường kia tương ứng với áp suất  $p_2$ . Hỏi áp suất nào cao hơn?

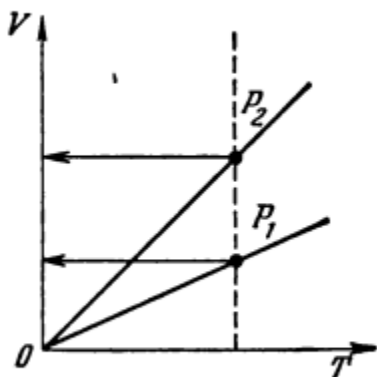
**HS A:** Có khả năng nhất là  $p_2$  cao hơn  $p_1$ .

**GV:** Em trả lời mà không thêm suy nghĩ gì hết. Rõ ràng, em trả lời như thế vì đường đẳng áp đó dốc hơn, tương ứng với áp suất cao hơn. Tuy nhiên, câu trả lời này sai hoàn toàn. Tan của góc nghiêng của một đường đẳng áp bằng  $(m/\mu)(R/p)$  theo phương trình (106). Suy ra áp suất càng cao thì góc nghiêng của đường đẳng áp càng nhỏ. Như vậy, trong trường hợp của chúng ta,  $p_2 < p_1$ . Ta có thể đi tới kết luận tương tự bằng cách lập luận khác. Ta hãy vẽ một đường đẳng nhiệt trong Hình 74 (xem đường đứt nét). Nó cắt đường đẳng áp  $p_2$  ở một giá trị thể tích chất khí cao hơn so với đường đẳng áp  $p_1$ . Chúng ta biết rằng ở nhiệt độ không đổi, áp suất của chất khí sẽ càng cao khi thể tích của nó càng nhỏ. Kết luận này suy ra trực tiếp từ định luật chất khí kết hợp [xem phương trình (103) hoặc (104)]. Như vậy,  $p_2 < p_1$ .

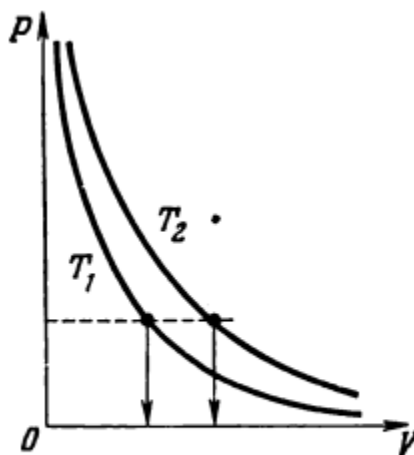
**HS A:** À, giờ thì em chắc rằng mình đã hiểu.

**GV:** Bây giờ nhìn vào Hình 75 cho thấy hai đường đẳng nhiệt (các trục tọa độ là  $p$  và  $V$ ) được vẽ cho cùng một lượng khí ở những nhiệt độ khác nhau  $T_1$  và  $T_2$ . Hỏi nhiệt độ nào cao hơn?

**HS A:** Trước tiên em sẽ vẽ một đường đẳng áp (xem đường đứt nét trong Hình 75). Ở một áp suất không đổi, nhiệt độ của một chất khí càng cao thì thể tích của nó càng lớn. Do đó, đường đẳng nhiệt phía ngoài,  $T_2$ , tương ứng với nhiệt độ cao hơn.



Hình 74



Hình 75

**GV:** Chính xác. Hãy nhớ rằng: đường đẳng nhiệt càng gần gốc tọa độ của hệ trục  $p$  và  $V$ , thì nhiệt độ tương ứng càng thấp.

**HS B:** Ở trường THCS, chúng ta đã học các định luật chất khí trong phạm vi hẹp hơn nhiều so với cái được thảo luận ở đây. Định luật chất khí kết hợp chỉ vừa vận được đề cập tới. Bài học của chúng ta hạn chế với định luật Boyle và Mariotte, định luật Gay-Lussac và định luật Charles.

**GV:** Ở phần này, tôi muốn đưa ra một số nhận xét sẽ cho phép các định luật Boyle và Mariotte, Gay-Lussac và Charles được gộp vào trong một khuôn khổ chung. Định luật Boyle và Mariotte (thường được gọi là định luật Boyle) mô tả sự phụ thuộc của  $p$  vào  $V$  trong một quá trình đẳng nhiệt. Phương trình cho định luật này có dạng

$$p = \frac{\text{const}}{V} \quad (107)$$

trong đó  $\text{const} = (m/\mu)RT$ .

Định luật Gay-Lussac mô tả sự phụ thuộc của  $p$  vào  $T$  trong một quá trình đẳng tích. Phương trình của nó là

$$p = \text{const } T \quad (108)$$

trong đó  $\text{const} = (m/\mu)(R/V)$ .

Định luật Charles mô tả sự phụ thuộc của  $V$  vào  $T$  trong một quá trình đẳng áp. Phương trình của nó là

$$V = \text{const } T \quad (109)$$

trong đó  $\text{const} = (m/\mu)(R/p)$ . [Phương trình (109) rõ ràng là lặp lại phương trình (106)] Tôi sẽ nêu ra những nhận xét sau đây về các định luật chất khí đã nói:

1. Toàn bộ những định luật này xét với chất khí lí tưởng và có thể áp dụng cho một chất khí thực chỉ trong trường hợp chất khí thực đó mô tả được bởi mô hình chất khí lí tưởng.
2. Mỗi định luật này xác lập một mối liên hệ giữa một cặp thông số nào đó của một chất khí với giả thuyết rằng thông số thứ ba là không đổi.
3. Như có thể dễ dàng thấy, mỗi định luật này là một hệ quả của định luật chất khí kết hợp [xem phương trình (104)] xác lập mối liên hệ giữa cả ba thông số bất kể những điều kiện đặc biệt này.
4. Các hằng số trong mỗi định luật này có thể được biểu diễn, không phải theo khối lượng của chất khí và thông số thứ ba không đổi, mà theo cùng cặp thông số đó xét cho một trạng thái khác của cùng lượng khí đó. Nói cách khác, các định luật chất khí có thể được viết lại ở dạng

$$p = \frac{p_0 V_0}{V} \quad (107a)$$

$$p = \frac{p_0}{T_0} T \quad (108a)$$

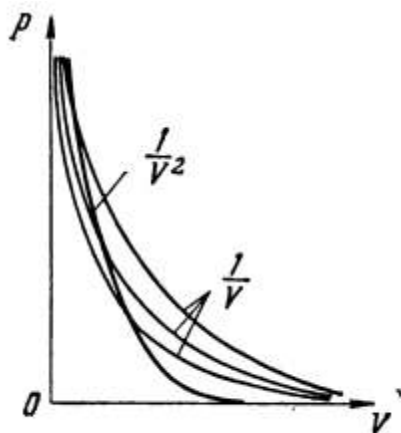
$$V = \frac{V_0}{T_0} T \quad (109a)$$

**HS A:** Hình như cuối cùng thì em đã hiểu cái cốt lõi của các định luật chất khí.

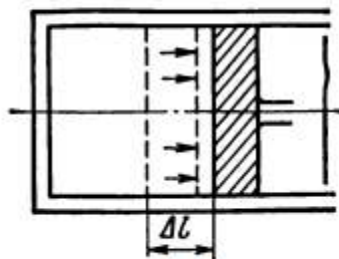
**GV:** Trong trường hợp đó, chúng ta hãy tiếp tục nào. Xét ví dụ sau đây. Một chất khí giãn nở sao cho áp suất và thể tích của nó thỏa mãn điều kiện

$$pV^2 = \text{const} \quad (110)$$

Chúng ta xác định xem chất khí nóng lên hay lạnh đi trong một sự giãn nở như thế.



Hình 76



Hình 77

**HS A:** Tại sao nhiệt độ của chất khí đó phải thay đổi?

**GV:** Nếu nhiệt độ là không đổi, thì điều đó có nghĩa là chất khí giãn nở theo định luật Boyle và Mariotte [phương trình (107)]. Trong một quá trình đẳng nhiệt,  $p \propto (1/V)$ , còn trong trường hợp của chúng ta sự phụ thuộc của  $p$  vào  $V$  theo một bản chất khác:  $p \propto (1/V^2)$ .

**HS A:** Có lẽ em nên thử vẽ đồ thị biểu diễn những liên hệ này? Các đường cong sẽ có dạng như ở Hình 76.

**GV:** Đó là một ý hay. Vậy những đường cong đó cho thấy gì nào?

**HS A:** Giờ thì có vẻ như em đã hiểu. Ta có thể thấy rằng lần theo đường cong  $p \propto (1/V^2)$  về phía thể tích tăng, thì chất khí sẽ từ từ cắt qua các đường đẳng nhiệt càng gần gốc tọa độ hơn, tức là những đường đẳng nhiệt tương ứng với nhiệt độ giảm dần. Điều này có nghĩa là trong quá trình giãn nở này chất khí lạnh đi.

**GV:** Khá chính xác. Tôi sẽ chỉ nhắc lại phần trả lời của em. Tốt hơn là nên nói một quá trình giãn nở chất khí như vậy sẽ chỉ làm cho chất khí lạnh đi.

**HS B:** Ta có thể đi tới kết luận giống như vậy bằng phương pháp giải tích hay không?

**GV:** Tất nhiên. Ta hãy xét hai trạng thái của chất khí:  $p_1, V_1, T_1$  và  $p_2, V_2, T_2$ . Tiếp theo ta sẽ viết phương trình định luật chất khí kết hợp [xem phương trình (104)] cho mỗi trạng thái này:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1$$

$$p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} R T_2$$

Ta có thể viết quá trình giãn nở chất khí đã cho, theo điều kiện trên, ở dạng

$$p_1 V_1^2 = p_2 V_2^2$$

Thay hai phương trình trước vào phương trình vừa có ta được

$$\frac{m}{\mu} R T_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_2 V_2$$

Sau khi đơn giản các thừa số chung, ta được

$$T_1 V_1 = T_2 V_2 \quad (111)$$

Theo phương trình này, rõ ràng là nếu, ví dụ, thể tích chất khí tăng lên gấp đôi thì nhiệt độ của nó (theo thang nhiệt độ tuyệt đối) giảm đi một nửa.

**HS A:** Phải chăng như vậy có nghĩa là cho dù quá trình nào, các thông số chất khí ( $p$ ,  $V$  và  $T$ ) sẽ liên hệ với nhau trong mỗi trường hợp theo định luật chất khí kết hợp?

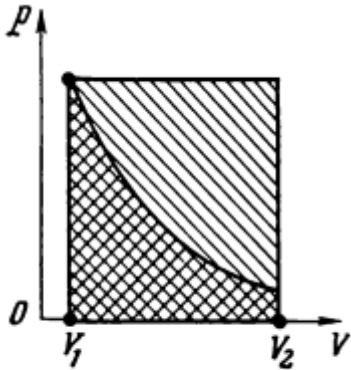
**GV:** Chính xác. Định luật chất khí kết hợp xác lập một mối liên hệ giữa các thông số chất khí bất chấp quá trình được xét tới.

Bây giờ chúng ta hãy xét bản chất của sự trao đổi năng lượng giữa một chất khí và môi trường của nó trong những quá trình khác nhau. Giả sử chất khí đó đang giãn nở. Nó sẽ tác dụng lực lên mọi vật kìm hãm thể tích của nó (ví dụ như cái piston trong một xilanh). Hệ quả là chất khí thực hiện công lên những vật này. Công này chẳng khó tính đối với sự giãn nở đẳng áp của chất khí. Giả sử chất khí giãn nở đẳng áp và đẩy một piston tiết diện  $S$  dịch một đoạn  $\Delta l$  (Hình 77). Áp suất do chất khí tác dụng lên piston là  $p$ . Tìm lượng công do chất khí thực hiện làm dịch chuyển piston:

$$A = F \Delta l = (pS) \Delta l = p(S \Delta l) = p(V_2 - V_1) \quad (112)$$

Trong đó  $V_1$  và  $V_2$  là thể tích ban đầu và thể tích lúc sau của chất khí. Công do chất khí thực hiện trong quá trình phi đẳng áp thì khó tính hơn bởi vì áp suất biến thiên

trong quá trình chất khí giãn nở. Trong trường hợp tổng quát, công thực hiện bởi chất khí khi thể tích của nó tăng từ  $V_1$  đến  $V_2$  bằng diện tích nằm dưới đường cong  $p(V)$  giữa tọa độ  $V_1$  và  $V_2$ . Công thực hiện bởi chất khí trong quá trình giãn nở đẳng áp và đẳng nhiệt từ thể tích  $V_1$  đến thể tích  $V_2$  được biểu diễn tương ứng trên Hình 78 bởi toàn bộ phần diện tích gạch chéo và phần gạch ca rô. Trạng thái cuối là như nhau trong cả hai trường hợp.



**Hình 78**

Như vậy, khi giãn nở, chất khí thực hiện công lên những vật xung quanh, làm tiêu hao một phần nội năng của nó. Công thực hiện bởi chất khí phụ thuộc vào bản chất của quá trình giãn nở. Cũng nên lưu ý rằng, nếu chất khí bị nén thì có công thực hiện trên chất khí và, do đó, nội năng của nó tăng.

Tuy nhiên, sự xuất hiện của công không phải là phương pháp duy nhất trao đổi năng lượng giữa một chất khí và môi trường. Ví dụ, trong giãn nở đẳng nhiệt, một chất khí thực hiện một công  $A$  nhất

định và, do đó, tiêu hao một phần năng lượng bằng với công  $A$ . Tuy nhiên, mặt khác, theo các nguyên lý đã nêu ở §18 [xem phương trình (98)], một nhiệt độ không đổi của một chất khí trong quá trình đẳng nhiệt nghĩa là nội năng  $U$  của nó không đổi (tôi nhắc lại với các em rằng  $U$  được xác định bởi chuyển động nhiệt của các phân tử và năng lượng trung bình của các phân tử tỉ lệ với nhiệt độ  $T$ ). Câu hỏi đặt ra là: loại năng lượng nào dùng để thực hiện công trong trường hợp đã cho?

**HS B:** Rõ ràng là nhiệt từ bên ngoài truyền cho chất khí.

**GV:** Đúng. Bằng cách này, chúng ta đi tới kết luận rằng một chất khí trao đổi năng lượng với môi trường thông qua ít nhất hai kênh: bằng cách thực hiện công đi kèm với sự biến thiên thể tích của chất khí, và bằng cách truyền nhiệt.

Sự cân bằng năng lượng có thể được biểu diễn dưới dạng sau:

$$\Delta U = Q - A \quad (113)$$

Trong đó  $\Delta U$  là độ tăng nội năng của chất khí được đặc trưng bởi độ tăng nhiệt độ của nó,  $Q$  là nhiệt từ môi trường xung quanh truyền cho chất khí, và  $A$  là công do chất khí thực hiện lên những vật xung quanh. Phương trình (113) được gọi là định

luật thứ nhất của nhiệt động lực học. Lưu ý rằng nó có tính vạn vật và có khả năng áp dụng không chỉ cho các chất khí, mà còn cho bất kì vật nào khác.

**HS B:** Nói tóm lại, chúng ta có thể kết luận rằng, trong sự giãn nở đẳng nhiệt, toàn bộ nhiệt truyền cho chất khí tức thời biến đổi thành công do chất khí thực hiện. Như vậy, các quá trình đẳng nhiệt không thể xảy ra trong một hệ cô lập nhiệt.

**GV:** Khá chính xác. Bây giờ hãy xét sự giãn nở đẳng áp của chất khí từ quan điểm năng lượng.

**HS B:** Chất khí giãn ra. Điều đó có nghĩa là nó thực hiện công. Ở đây, như có thể thấy từ phương trình (106), nhiệt độ của chất khí tăng lên, tức là nội năng của nó tăng lên. Như vậy, trong trường hợp này, một lượng nhiệt tương đối lớn phải được truyền cho chất khí: một phần nhiệt này được dùng để làm tăng nội năng của chất khí và phần còn lại biến đổi thành công thực hiện bởi chất khí.

**GV:** Rất tốt. Xét thêm một ví dụ nữa. Một chất khí được nung nóng sao cho nhiệt độ của nó tăng thêm  $\Delta T$ . Quá trình này được thực hiện hai lần: một lần thể tích không đổi và lần sau áp suất không đổi. Hỏi chúng ta có tiêu hao lượng nhiệt như nhau để làm nóng chất khí trong cả hai trường hợp hay không?

**HS A:** Em nghĩ là như nhau.

**HS B:** Theo em lượng nhiệt tiêu hao là khác nhau. Ở thể tích không đổi, không có công nào được thực hiện, và toàn bộ nhiệt tiêu hao để làm tăng nội năng của chất khí, tức là làm tăng nhiệt độ của nó. Trong trường hợp này

$$Q_1 = C_1 \Delta T \quad (114)$$

Ở áp suất không đổi, sự nóng lên của chất khí luôn đi kèm với sự giãn nở của nó, cho nên lượng công thực hiện là  $A = p(V - V_1)$ . Nhiệt cung cấp  $Q_2$  một phần dùng để làm tăng nội năng của chất khí (tăng nhiệt độ của nó) và một phần để thực hiện công này. Như vậy

$$Q_2 = C_1 \Delta T + p(V - V_1) \quad (115)$$

Rõ ràng  $Q_1 < Q_2$ .

**GV:** Tôi đồng ý với em B. Thế các em gọi lượng nhiệt cần thiết dùng để làm tăng nhiệt độ của một vật lên thêm một độ là gì?



**HS B:** Nhiệt dung của vật.

**GV:** Ta có thể kết luận gì từ ví dụ vừa nêu khi xét nhiệt dung của một chất khí?

**HS B:** Một chất khí có hai nhiệt dung khác nhau: ở thể tích không đổi và ở áp suất không đổi. Nhiệt dung ở thể tích không đổi (hệ số  $C_1$  trong hai phương trình trên) nhỏ hơn nhiệt dung ở áp suất không đổi.

**GV:** Các em có thể biểu diễn nhiệt dung đẳng áp theo  $C_1$ , tức là theo nhiệt dung đẳng tích hay không?

**HS B:** Để em thử xem. Ta kí hiệu nhiệt dung đẳng áp là  $C_2$ . Theo định nghĩa nhiệt dung, ta có thể viết  $C_2 = Q_2/\Delta T$ . Thay giá trị của  $Q_2$  từ phương trình (115) vào ta được

$$C_2 = C_1 + \frac{p(V - V_1)}{\Delta T} \quad (116)$$

**GV:** Em dừng lại quá sớm rồi. Nếu chúng ta áp dụng phương trình của định luật chất khí kết hợp, ta có thể viết

$$p(V - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T - T_1) = \frac{m}{\mu} R\Delta T$$

Sau khi thay vào phương trình (116) ta được

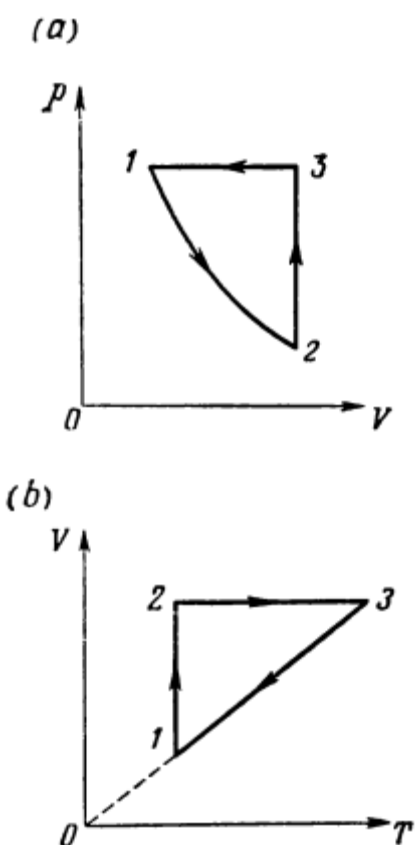
$$C_2 = C_1 + \frac{m}{\mu} R \quad (117)$$

Khi xét một phân tử gram chất khí ( $m = \mu$ ), thì mối liên hệ này còn đơn giản hơn nữa:

$$C_2 = C_1 + R \quad (118)$$

Để kết luận, chúng ta hãy xét một chu trình nhất định gồm một đường đẳng nhiệt, một đường đẳng tích và một đường đẳng áp (xem Hình 79a trong đó các trục  $p$  và  $V$  được dùng làm các trục tọa độ). Hãy vẽ lại chu trình này (định tính) trong một hệ trục tọa độ với các trục tọa độ  $V$  và  $T$ , và phân tích bản chất của sự trao đổi năng lượng giữa chất khí và môi trường trong mỗi đoạn của chu trình.

**HS B:** Trong hệ trục với các trục  $V$  và  $T$ , chu trình sẽ có dạng như minh họa ở Hình 79b.



Hình 79

**GV:** Khá chính xác. Bây giờ hãy phân tích bản chất của sự trao đổi năng lượng giữa chất khí và môi trường trong mỗi đoạn riêng của chu trình.

**HS B:** Ở đoạn 1-2, chất khí giãn nở đẳng nhiệt. Nó nhận một lượng nhiệt từ bên ngoài và tiêu hao toàn bộ nhiệt lượng này để thực hiện công. Nội năng của chất khí không thay đổi.

Ở đoạn 2-3 của chu trình, chất khí được nung nóng đẳng tích (thể tích không đổi). Vì thể tích của nó không đổi nên không có công thực hiện. Nội năng của chất khí tăng lên chỉ do nhiệt từ bên ngoài truyền cho chất khí.

Ở đoạn 3-1, chất khí bị nén đẳng áp (áp suất không đổi) và nhiệt độ của nó giảm như có thể thấy ở Hình 79b. Có công thực hiện trên chất khí, nhưng nội năng của nó giảm. Điều này có nghĩa là chất khí truyền nhiệt mạnh cho môi trường.

**GV:** Lí giải của em hết sức chính xác.

**HS A:** Phần thảo luận của chúng ta cho em thấy em biết rất ít về các định luật chất khí. Chúng ta có cần biết hết những cái này để bước vào kì thi hay không? Theo quan điểm của em, một số câu hỏi chúng ta vừa thảo luận đã nằm ngoài khung chương trình học để thi rồi.

**GV:** Nếu em chịu khó suy nghĩ kĩ về những thảo luận của chúng ta, em sẽ thấy nó không chỉ bao quát những câu hỏi trực tiếp liên quan đến định luật chất khí kết hợp ở dạng khái quát của nó hoặc như đã áp dụng trong những trường hợp đặc biệt nhất định. Sự hoang mang của em không phải do sự mở rộng khung chương trình mà do thực tế em không suy nghĩ và hiểu các định luật chất khí một cách đủ thấu đáo. Thật đáng tiếc, các thí sinh thường không quan tâm chuyên hiểu sâu hơn các khái niệm rất bề ngoài của các định luật chất khí.

## §21. Phương pháp giải bài toán các định luật chất khí

**HS A:** Em muốn khảo sát áp dụng của các định luật chất khí trong việc giải những bài toán khác nhau.

**GV:** Theo quan điểm của tôi, hầu như mọi bài toán liên quan đến các định luật chất khí yêu cầu thí sinh giải đều khá đơn giản. Đa số chúng thuộc một trong hai nhóm sau đây.

*Nhóm thứ nhất:* Những bài toán được nghĩ ra trên cơ sở một sự biến thiên trạng thái ở một khối lượng khí nhất định; giá trị của khối lượng không được dùng tới. Do sự giãn nở, nóng lên và những quá trình khác, chất khí chuyển từ một trạng thái nhất định với các thông số  $p_1$ ,  $V_1$  và  $T_1$  sang một trạng thái với các thông số  $p_2$ ,  $V_2$  và  $T_2$ . Các thông số của trạng thái ban đầu và trạng thái sau cuối liên hệ với nhau theo phương trình của định luật chất khí kết hợp

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (119)$$

Bài toán là đi tính một trong sáu thông số trạng thái này.

*Nhóm thứ hai:* Những bài toán trong đó trạng thái của chất khí không biến đổi nhưng giá trị của khối lượng chất khí có mặt trong bài toán. Nó yêu cầu hoặc tính khối lượng này khi tất cả các thông số là đã biết, hoặc tính một thông số khi khối lượng và những thông số kia là đã biết. Trong những bài toán như thế, trọng lượng phân tử của chất khí là phải biết trước.

**HS B:** Em nghĩ cách tiện nhất để giải những bài toán thuộc nhóm thứ hai là sử dụng phương trình (104) của định luật chất khí kết hợp.

**GV:** Tất nhiên em có thể sử dụng phương trình này. Tuy nhiên, để làm vậy, em phải biết giá trị số của hằng số chất khí  $R$ . Cứ như một quy tắc, chẳng ai nhớ giá trị đó cả. Vì lý do này, trên thực tế cách tiện hơn là sắp xếp lại theo phương pháp sau đây: chúng ta giả sử chất khí được mang đến điều kiện chuẩn, kí hiệu các thông số chất khí ở điều kiện này là  $p_s$ ,  $V_s$  và  $T_s$ . Khi đó ta có thể viết phương trình

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_s V_s}{T_s} \quad (120)$$

Trong đó  $V_s = \frac{m}{\mu} \times 22,4$  lít.

**HS B:** Theo em, phương pháp giải này chẳng có gì đơn giản hơn sử dụng phương trình (104). Ở đây chúng ta phải nhớ ba giá trị:  $p_s = 76$  cmHg,  $T_s = 273$  K và  $V_s/(m/\mu) = 22,4$  lít. Rõ ràng nếu chỉ nhớ một giá trị số của hằng số chất khí thì dễ hơn.

**GV:** Tuy nhiên, phương pháp của tôi đơn giản hơn bởi vì chẳng ai có chút khó khăn gì trong việc ghi nhớ ba giá trị mà em nói (áp suất, nhiệt độ và thể tích của một phân tử gram chất khí dưới điều kiện chuẩn). Giả sử rằng chúng ta được yêu cầu *tính thể tích của 58 g không khí ở áp suất 8 atm và nhiệt độ 91°C*. Chúng ta hãy giải bài toán này bằng phương pháp mà tôi đề xuất. Vì khối lượng phân tử gram của không khí bằng 29 g nên chúng ta có 2 phân tử gram. Từ phương trình (120) ta thu được

$$V = V_s \frac{p_s T}{p T_s} = 44,8 \text{ (lít)} \times \frac{1 \times 364}{8 \times 273} = 7,5 \text{ lít}$$

**HS B:** Em thấy thầy đã giả sử rằng  $p_s = 1$  atm. Tuy nhiên, dữ kiện của bài toán có khả năng cho theo đơn vị atmosphere kỹ thuật. Khi đó  $p_s = 1,034$  atm.

**GV:** Em nói đúng. Có một sự khác biệt giữa atmosphere vật lý (tương ứng với áp suất chuẩn) và atmosphere kỹ thuật. Để cho nhanh, tôi đã bỏ qua sự khác biệt này.

**HS A:** Thầy có thể trình bày cho chúng em biết những khó khăn tiêu biểu trong việc giải những bài toán thuộc nhóm thứ nhất và nhóm thứ hai hay không?

**GV:** Tôi đã nói theo quan điểm của tôi những bài toán này khá đơn giản.

**HS A:** Nhưng thường thì các thí sinh phạm phải những lỗi gì?

**GV:** Ngoài sự bất cẩn, nguyên nhân sai sót chủ yếu là không biết tính áp suất chất khí trong trường hợp này hay trường hợp khác. Xét một bài toán về một ống thủy tinh hàn kín ở một đầu. Cái ống chứa một cột thủy ngân tách li một thể tích khí nhất định với môi trường. *Cái ống có thể quay trong một mặt phẳng thẳng đứng. Ở vị trí thứ nhất (Hình 80a), cột không khí trong ống có chiều dài  $l_1$  và ở vị trí thứ hai (Hình 80b),  $l_2$ . Tìm chiều dài  $l_3$  của cột không khí ở vị trí thứ ba khi cái ống nghiêng một góc  $\alpha$  so với phương thẳng đứng (Hình 80c).* Chúng ta sẽ kí hiệu áp suất khí quyển là  $p_A$  tính theo chiều dài của cột thủy ngân, và chiều dài của cột thủy ngân trong ống là  $\Delta l$ . Ở vị trí thứ nhất, áp suất của không khí trong ống rõ ràng bằng áp suất khí quyển. Ở vị trí

thứ hai nó bằng hiệu  $(p_A - \Delta l)$ , vì áp suất khí quyển cân bằng với tổng áp suất của cột thủy ngân và không khí bên trong ống. Áp dụng định luật Boyle và Mariotte, ta viết

$$l_1 p_A = l_2 (p_A - \Delta l)$$

Từ đó ta tìm được áp suất khí quyển là

$$p_A = \Delta l \frac{l_2}{l_2 - l_1} \quad (121)$$

Ở vị trí thứ ba, một phần trọng lượng của cột thủy ngân sẽ cân bằng với phản lực của thành ống. Do đó, áp suất của không khí bên trong ống bằng  $(p_A - \Delta l \cos \alpha)$ . Sử dụng định luật Boyle và Mariotte cho trạng thái thứ nhất và thứ ba của chất khí, ta có thể viết

$$l_1 p_A = l_3 (p_A - \Delta l \cos \alpha)$$

Từ đó áp suất khí quyển bằng

$$p_A = \Delta l \frac{l_3 \cos \alpha}{l_3 - l_1} \quad (122)$$

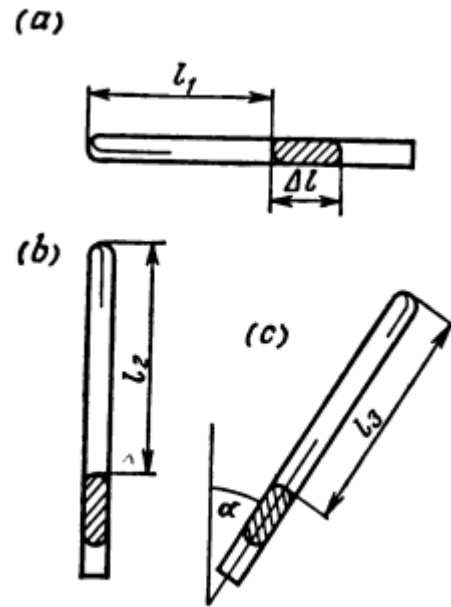
Cân bằng vế phải của phương trình (121) và (122) ta được

$$\frac{l_2}{l_2 - l_1} = \frac{l_3 \cos \alpha}{l_3 - l_1}$$

Từ đó ta tính được chiều dài cần tìm

$$l_3 = \frac{l_1 l_2}{l_2 - (l_2 - l_1) \cos \alpha} \quad (123)$$

Các em có thể dễ dàng thấy rằng nếu  $\cos \alpha = 1$  thì  $l_3 = l_2$ , tức là ta có vị trí thứ hai của ống, và nếu  $\cos \alpha = 0$  thì  $l_3 = l_1$ , tức tương ứng với vị trí thứ nhất của ống.



Hình 80

**HS A:** Nhóm bài toán thứ nhất và thứ hai theo phân loại của thầy thì em đã rõ. Nhưng liệu có khả năng thí sinh sẽ gặp những bài toán kết hợp của cả hai nhóm trên không thầy?

**GV:** Có chứ, không thể loại trừ một khả năng như thế. Ta hãy xét bài toán sau đây. Ở một áp suất 2 atm, 16 g oxygen chiếm một thể tích 5 lít. Hỏi nhiệt độ của chất khí biến thiên như thế nào nếu biết rằng áp suất tăng lên đến 5 atm và thể tích giảm đi 1 lít?

**HS A:** Khối lượng, áp suất và thể tích của khí oxygen là đã biết, ta có thể tìm nhiệt độ của nó ngay. 16 g oxygen là 0,5 phân tử gram, nó có thể tích 11,2 lít ở điều kiện chuẩn. Tiếp theo, ta tìm được

$$T_1 = T_s \frac{p_1 V_1}{p_s V_s} = 273 \frac{2 \times 5}{1 \times 11,2} = 244\text{K} \quad (124)$$

**GV:** Khá lắm. Ở giai đoạn đã cho, em đã giải được bài toán dưới dạng một bài tiêu biểu thuộc nhóm thứ hai.

**HS A:** Tiếp theo, vì chúng ta biết nhiệt độ  $T_1$  của chất khí ở trạng thái ban đầu, nên ta có thể tìm nhiệt độ  $T_2$  ở trạng thái sau cuối. Như vậy

$$T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 244 \frac{5 \times 4}{2 \times 5} = 488\text{K}$$

So sánh kết quả này với phương trình (124), ta thấy nhiệt độ đã tăng thêm 244 độ.

**GV:** Lời giải của em hoàn toàn đúng. Như các em có thể thấy, nửa phần sau của bài toán giải dưới dạng một dạng tiêu biểu thuộc nhóm thứ nhất.

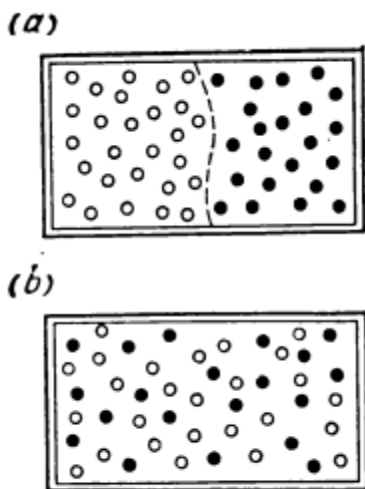
**HS B:** Lúc chúng ta mới bắt đầu thảo luận, trong khi nói về những nhóm bài toán có thể gặp, thầy có nói là đa số các bài toán thuộc về những nhóm này. Liệu có những bài toán khác về nguyên lí với những bài thuộc nhóm thứ nhất và nhóm thứ hai không thưa thầy?

**GV:** À, có chứ. Trong những bài toán thuộc những nhóm này, người ta giả sử khối lượng của chất khí không thay đổi. Tuy nhiên, người ta có thể nghĩ ra những bài toán trong đó khối lượng của chất khí thay đổi (chất khí được bơm vào hoặc bơm ra khỏi bình chứa). Chúng sẽ phân loại tùy ý những bài toán như thế là thuộc nhóm thứ ba. Không có những quy tắc có sẵn nào để giải những bài toán như thế; chúng

đòi hỏi một cách tiếp cận riêng trong từng trường hợp. Tuy nhiên, trong mỗi trường hợp riêng, các bài toán thuộc nhóm thứ ba có thể được suy giản thành những bài toán thuộc hai nhóm đầu hoặc sang dạng kết hợp của chúng. Ta có thể minh họa nội dung này bằng hai ví dụ sau đây.

Đây là ví dụ thứ nhất. *Chất khí đựng trong một cái bình chịu áp suất 20 atm và nhiệt độ 27°C. Tính áp suất chất khí trong bình sau khi một nửa khối lượng khí đã được lấy ra khỏi bình và nhiệt độ của chất khí còn lại tăng thêm 50 độ.*

Bài toán này tương tự với những bài thuộc nhóm thứ nhất, vì nó liên quan đến sự biến thiên trạng thái của một chất khí. Tuy nhiên, với sự biến thiên trạng thái thì khối lượng của chất khí cũng thay đổi. Để sử dụng định luật chất khí kết hợp, chúng ta phải xét sự biến thiên trạng thái của cùng một lượng khí. Chúng ta sẽ chọn khối lượng của chất khí cuối cùng còn lại trong bình. Ta kí hiệu các thông số sau cuối của nó là  $p_2$ ,  $V_2$  và  $T_2$ . Khi đó  $T_2 = (273 + 27 + 50) = 350$  K,  $V_2 = V$ , trong đó  $V$  là thể tích của bình chứa, và  $p_2$  là áp suất cần tính. Ta có thể biểu diễn các thông số ban đầu của lượng khí này như thế nào?



Hình 81

**HS A:** Nó sẽ có nhiệt độ của toàn bộ lượng khí  $T_1 = (273 + 27) = 300$  K; thể tích của nó sẽ bằng một nửa thể tích của bình, tức là  $V/2$ ; và áp suất của nó bằng áp suất của toàn bộ lượng khí:  $p_1 = 20$  atm.

**HS B:** Em xử lí các thông số ban đầu của khối lượng khí đã nói ở trên hơi khác:  $T_1 = 300$  K, thể tích bằng thể tích của toàn bộ chất khí ( $V_1 = V$ ), nhưng áp suất bằng một nửa áp suất của toàn bộ lượng khí, tức là  $p_1 = 10$  atm.

**GV:** Vì áp suất và thể tích có mặt trong phương trình ở dạng tích của chúng, cho nên mặc dù đề xuất của hai em có khác nhau nhưng chúng dẫn tới cùng một

kết quả. Vì lí do này, chúng ta có thể tránh né những khác biệt này nếu chúng không đáng quan tâm từ quan điểm vật lí. Chúng ta sẽ tùy ý gọi những phân tử thuộc phần sau cùng còn ở lại trong bình là những phân tử “trắng”, còn những phân tử thuộc phần được lấy ra khỏi bình là những phân tử “đen”. Như vậy, chúng ta đồng ý rằng các phân tử trắng vẫn ở lại trong bình, và các phân tử đen được lấy ra khỏi

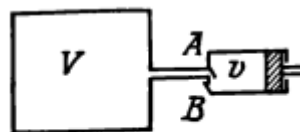
bình. Trạng thái ban đầu của chất khí có thể được xét theo hai cách: (1) các phân tử đen và trắng tách riêng sao cho thể tích vĩ mô có thể tách riêng trong bình chỉ chứa phân tử trắng hoặc chỉ chứa phân tử đen (Hình 81a); (2) các phân tử đen và trắng trộn đều với nhau sao cho mỗi thể tích vĩ mô có chứa số phân tử thuộc mỗi loại là như nhau (Hình 81b). Trong trường hợp thứ nhất, các phân tử thuộc mỗi loại tạo ra “khối” khí riêng của chúng với thể tích  $V/2$  tác dụng một áp suất 20 atm lên thành bình và lên ranh giới tưởng tượng với khối kia. Trong trường hợp thứ hai, các phân tử thuộc cả hai loại phân bố đều khắp thể tích  $V$  của bình, và các phân tử thuộc mỗi loại chỉ tác dụng một nửa áp suất lên thành bình (tại bất kì chỗ nào trên thành bình, một nửa áp suất là do các phân tử trắng tác dụng, một nửa còn lại là do các phân tử đen). Trong trường hợp này,  $V_1 = V$  và  $p_1 = 10$  atm. Liên hệ với nhận xét vừa nói, chúng ta hãy nhắc lại định luật áp suất riêng phần: áp suất của một hỗn hợp khí bằng tổng áp suất của các chất khí thành phần. Tôi muốn nhấn mạnh ở đây là chúng ta đang xét một hỗn hợp khí, trong đó các phân tử thuộc cả hai loại ban đầu trộn lẫn với nhau.

**HS B:** Em nghĩ phương án thứ hai là chính xác hơn bởi vì các phân tử thuộc cả hai loại thật sự hòa lẫn với nhau.

**GV:** Trong bài toán đang xét, cả hai phương án đều có giá trị ngang nhau. Đừng quên rằng chuyện chúng ta phân chia thành các phân tử trắng và đen là hoàn toàn tùy tiện.

Nhưng ta hãy trở lại với việc giải bài toán. Chúng ta viết phương trình của định luật chất khí kết hợp cho khối khí vẫn còn lại trong bình

$$\frac{10V}{300} = \frac{p_2 V}{350}$$



**Hình 82**

Từ đó ta tính được  $p_2 = 11,7$  atm.

Bây giờ xét bài toán sau. Một chất khí đựng trong một cái bình thể tích  $V$  ở áp suất  $p_0$ . Nó được lấy ra khỏi bình bằng một bơm piston mỗi lần bơm được thể tích  $v$  (Hình 82). Tìm số lần bơm,  $n$ , cần thiết để hạ áp suất của chất khí trong bình xuống còn  $p_n$ .



**HS A:** Bài toán này có vẻ khá đơn giản: số lượt bơm  $n$  của piston làm thể tích chất khí tăng thêm một lượng  $nv$ . Do đó, ta có thể viết định luật Boyle và Mariotte ở dạng

$$p_0V = p_n(V + nv)$$

từ đó ta tính được số lần bơm  $n$ .

**GV:** Khối lượng chất khí trong phương trình của em là chỉ cái gì?

**HS A:** Chỉ khối lượng ban đầu có trong bình.

**GV:** Nhưng ngay sau lần bơm thứ nhất, một phần của khối lượng này đã rời khỏi hệ hoàn toàn: khi piston chuyển động sang trái nó đóng van A và mở van B cho chất khí rời khỏi hệ (xem Hình 82). Độ tăng thể tích chất khí  $nv$  không chỉ cùng khối lượng khí đó. Như vậy, phương trình của em là không đúng.

Chúng ta hãy xét riêng từng lần bơm của piston. Ta sẽ bắt đầu với lần bơm thứ nhất. Đối với khối lượng khí ban đầu có trong bình ta có thể viết

$$p_0V = p_1(V + v)$$

Trong đó  $p_1$  là áp suất của chất khí sau khi piston hoàn thành lần bơm thứ nhất và ở vị trí biên phía bên phải. Sau đó piston trở lại vị trí ban đầu phía bên trái của nó. Tại đây, như tôi đã nói ở phần trước, van A đóng và khối lượng khí trong bình nhỏ hơn khối lượng khí ban đầu. Áp suất của nó là  $p_1$ . Đối với khối lượng khí này chúng ta có thể viết phương trình

$$p_1V = p_2(V + v)$$

Trong đó  $p_2$  là áp suất của chất khí sau khi piston hoàn thành lần bơm thứ hai. Tiếp tục tương tự với lần bơm thứ ba, thứ tư, và những lần bơm tiếp sau đó của piston, ta thu được một hệ phương trình của định luật Boyle và Mariotte

$$\left. \begin{array}{l} p_0V = p_1(V + v) \\ p_1V = p_2(V + v) \\ p_2V = p_3(V + v) \\ \dots\dots\dots \\ p_{n-1}V = p_n(V + v) \end{array} \right\} \quad (125)$$

Mỗi phương trình này ứng với một khối lượng khí nhất định. Giải hệ phương trình (125) ta được

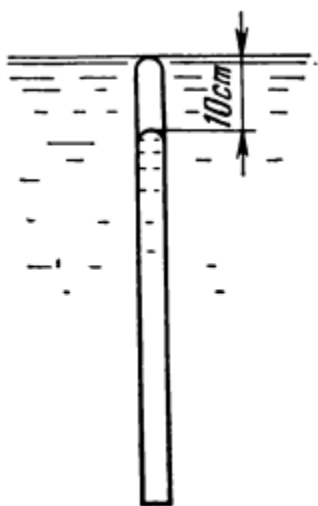
$$p_n = p_0 \left( \frac{V}{V + v} \right)^n$$

Lấy logarithm kết quả này, cuối cùng ta thu được

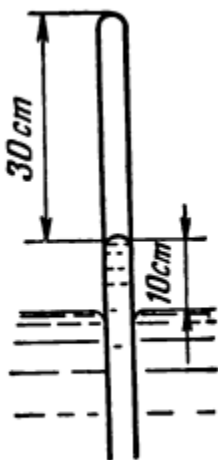
$$n = \frac{\log \left( \frac{p_n}{p_0} \right)}{\log \left( \frac{V}{V + v} \right)} \quad (126)$$

### Bài tập

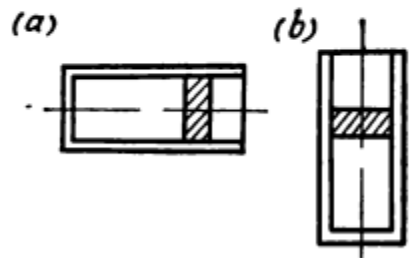
39. Một ống thủy tinh có một đầu hàn kín và được đìm hoàn toàn trong một bình chứa thủy ngân (Hình 83). Cột không khí bên trong ống có chiều cao 10 cm. Hỏi đầu trên của ống phải nâng lên đến độ cao nào so với mức thủy ngân trong bình để cho mức thủy ngân bên trong ống trùng với mức thủy ngân trong bình? Giả sử áp suất khí quyển chuẩn. Tính khối lượng của không khí bên trong ống nếu tiết diện của nó bằng 1 cm<sup>2</sup>. Cho biết nhiệt độ là 27°C.



Hình 83



Hình 84



Hình 85

40. Một ống thủy tinh, một đầu hàn kín, đầu hở được nhúng vào một bình chứa thủy ngân (Hình 84). Hỏi mức thủy ngân trong ống sẽ thay đổi như thế nào nếu nhiệt độ

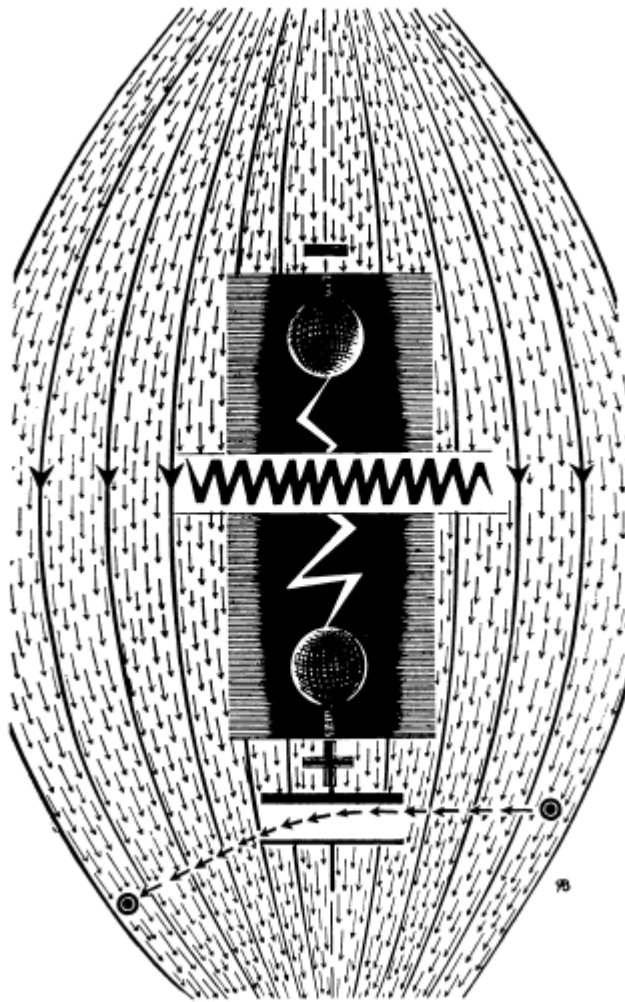
tăng từ  $27^{\circ}\text{C}$  lên  $77^{\circ}\text{C}$ ? Bỏ qua sự giãn nở vì nhiệt của ống. Giả sử áp suất khí quyển chuẩn. Tính khối lượng không khí bên trong ống nếu tiết diện của nó là  $0,5\text{ cm}^2$ .

41. Không khí trong một cái bình thể tích 5 lít có nhiệt độ  $27^{\circ}\text{C}$  và chịu áp suất 20 atm. Khối lượng không khí phải lấy ra khỏi bình là bao nhiêu để cho áp suất của nó giảm còn 10 atm?

42. Tính công thực hiện bởi một chất khí đang được nung nóng đẳng áp từ  $20^{\circ}\text{C}$  lên  $100^{\circ}\text{C}$  nếu nó được đựng trong một cái bình đáy kín bởi một piston di động có tiết diện  $20\text{ cm}^2$  và trọng lượng 5 kgf. Xét hai trường hợp: (1) cái bình đặt nằm ngang (Hình 85a); (2) cái bình đặt thẳng đứng (Hình 85b). Thể tích ban đầu của chất khí là 5 lít. Giả sử áp suất khí quyển chuẩn.

43. Một cột không khí dài 40 cm trong một ống thủy tinh có tiết diện  $0,4\text{ cm}^2$  và được đặt thẳng đứng với đầu kín hướng lên trên, và được tách riêng bởi một cột thủy ngân dài 8 cm. Nhiệt độ là  $27^{\circ}\text{C}$ . Hỏi chiều dài của cột không khí sẽ biến thiên như thế nào nếu cái ống nghiêng  $60^{\circ}$  so với phương thẳng đứng đồng thời nhiệt độ tăng thêm  $30^{\circ}$ ? Giả sử áp suất khí quyển chuẩn. Tính khối lượng của không khí bị nhốt kín trong ống.

44. Khối lượng của hơi nước trong một căn phòng kích cỡ  $6\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3,5\text{ m}$  bằng bao nhiêu nếu, ở nhiệt độ  $15^{\circ}\text{C}$ , độ ẩm tương đối là 55%. Sương có hình thành không nếu nhiệt độ giảm xuống còn  $10^{\circ}\text{C}$ ? Khối lượng của hơi nước bằng bao nhiêu phần khối lượng không khí trong phòng nếu áp suất không khí bằng 75 cm Hg?



Trường là gì? Một trường được mô tả như thế nào? Chuyển động trong một trường xảy ra như thế nào? Những bài toán vật lí căn bản này có thể được xét một cách thuận tiện nhất với trường tĩnh điện là một ví dụ.

Chuyển động sẽ nói về chuyển động của những vật tích điện trong một trường tĩnh điện đều. Một số bài toán minh họa cho định luật Coulomb sẽ được giải cụ thể.

## §22. Bàn về lí thuyết trường

**GV:** Chúng ta hãy nói về trường, một trong những khái niệm vật lí cơ bản. Để cho tiện lợi, chúng ta sẽ xét trường tĩnh điện. Các em hiểu gì về một trường? Các em nghĩ nó là cái gì?

**HS A:** Em phải thú nhận rằng em rất mơ hồ một trường thật sự là cái gì. Một trường là cái gì đó khó nắm bắt, vô hình, một loại bóng ma. Đồng thời, người ta nói nó có mặt trong toàn bộ không gian. Em không phản đối trường được định nghĩa là một thực thể vật chất. Nhưng điều này chẳng có nghĩa lí gì đối với em. Khi chúng ta nói tới vật chất, em hiểu cái chúng ta đang nói. Nhưng khi chúng ta nói tới trường, em đành chịu.

**HS B:** Đối với em, khái niệm trường khá hữu hình. Vật chất trong bất kì chất liệu nào là ở dạng tập trung, như nó vốn thế. Trái lại, trong một trường, vật chất “rải ra” khắp không gian, nói đại khái thế. Thực tế chúng ta không thể nhìn thấy một trường bằng mắt trần không chứng minh cái gì cả. Một trường có thể được “nhìn thấy” rõ ràng qua phương tiện là những thiết bị tương đối đơn giản. Trường có tác dụng là môi trường trường tương tác giữa các vật. Có thể nói mỗi điện tích sinh ra một trường xung quanh nó. Một trường do một điện tích sinh ra ảnh hưởng lên một điện tích khác và, ngược lại, trường do điện tích thứ hai sinh ra thì ảnh hưởng đến điện tích thứ nhất. Nhờ đó, tương tác Coulomb (tĩnh điện) của các điện tích được thực hiện.

**HS A:** Nhưng chẳng phải chúng ta vẫn có thể giải thích mà không cần cái gì “ở giữa” sao? Có cái gì ngăn cản chúng ta giả sử rằng một điện tích tác dụng trực tiếp lên điện tích kia đâu?

**HS B:** Giả thiết của bạn có thể làm phát sinh những lí do phản đối nặng kị. Giả sử tại một thời điểm nào đó một trong các điện tích bị dịch chỗ (tức là “nhúc nhích”) vì một nguyên nhân gì đó. Nếu chúng ta tiếp tục từ giả thiết “tương tác trực tiếp”, ta phải kết luận rằng điện tích thứ hai cũng bị “nhúc nhích” tại đúng thời điểm đó. Điều này có nghĩa là một tín hiệu từ điện tích thứ nhất đi tới điện tích thứ hai một

cách tức thời. Như vậy sẽ mâu thuẫn với những nguyên lý cơ bản của thuyết tương đối. Tuy nhiên, nếu chúng ta có một môi trường truyền tương tác, tức là một trường, thì tín hiệu được truyền từ điện tích này đến điện tích kia thông qua trường. Cho dù vận tốc truyền lớn bao nhiêu thì nó vẫn luôn luôn hữu hạn. Do đó, tồn tại một khoảng thời gian nhất định trong đó điện tích thứ hai ngừng “nhúc nhích” và điện tích thứ hai chưa bắt đầu dịch chỗ. Trong khoảng thời gian này, chỉ có trường chứa tín hiệu “nhúc nhích”.

**HS A:** Nói gì thì nói, em muốn nghe một định nghĩa chính xác của trường.

**GV:** Tôi thấy phần thảo luận của hai em hay đấy. Tôi cảm thấy em B có biểu hiện quan tâm sâu sắc đến những vấn đề của vật lý hiện đại và đã đọc khá nhiều sách phổ cập vật lý học. Nhờ đó, em đã phát triển cái có thể gọi là suy nghĩ chủ động. Đối với em, khái niệm trường là một khái niệm khá thực tế, “sống động”. Những nhận xét của em rằng trường là môi trường truyền tương tác là khá chính xác. Còn học sinh A rõ ràng đã tự hạn chế mình chỉ đọc sách giáo khoa chính thống. Vì thế, suy nghĩ của em không đủ hiệu quả trong chừng mực có thể xét đến. Tất nhiên, tôi nói như vậy không phải để xúc phạm em này hay em nào khác, mà tôi muốn nói rằng nhiều thí sinh cảm thấy khá hoang mang trong những trường hợp giống như thế. Cái có chút lạ là một số tương đối lớn học sinh hầu như chưa từng được một tác phẩm phổ biến khoa học nào. Tuy nhiên, chúng ta hãy trở lại với cái cốt lõi của vấn đề. (Nói với học sinh A) Em muốn có một định nghĩa chính xác của trường. Không có một định nghĩa như thế thì em thấy khái niệm trường khó nắm bắt được. Tuy nhiên, em có nói rằng em hiểu vật chất là cái gì. Nhưng em có thật sự biết định nghĩa chính xác của vật chất hay không?

**HS A:** Khái niệm vật chất không đòi hỏi một định nghĩa nào cả. Vật chất có thể “chạm được” bởi tay của chúng ta.

**GV:** Trong trường hợp đó, khái niệm trường cũng “không cần định nghĩa nào cả”; nó cũng có thể “chạm được”, mặc dù không phải bởi tay của em. Tuy nhiên, vấn đề định nghĩa là cái nghiêm túc hơn nhiều. Muốn đưa ra một định nghĩa chính xác, dễ hiểu, ta cần biểu diễn khái niệm trường theo một số khái niệm “sơ cấp” hơn. Nhưng chúng ta có thể làm gì nếu khái niệm đã cho là một trong những khái niệm “sơ cấp” rồi? Hãy thử định nghĩa một đường thẳng trong hình học xem. Tình huống xảy ra gần như tương tự với khái niệm vật chất và khái niệm trường. Đây là những khái

niệm sơ cấp, căn bản, từ đó chúng ta không dám hi vọng tìm thấy một định nghĩa tường minh, rõ ràng.

**HS A:** Tuy nhiên, liệu chúng ta có thể tìm thấy một định nghĩa hợp lí nào đó hay không?

**GV:** Tất nhiên là có rồi. Chỉ có điều chúng ta nên nhớ trong đầu rằng không có một định nghĩa nào thấu đáo hết cả. Vật chất có thể tồn tại ở những dạng đa dạng. Nó có thể tập trung bên trong một vùng không gian hạn chế với ranh giới ít nhiều rõ ràng (hay nó có thể “định xứ”), nhưng nó cũng có thể bị “mất định xứ”. Dạng thứ nhất trong những trạng thái này của vật chất có thể đi cùng với khái niệm vật chất theo nghĩa là một “chất”, và trạng thái thứ hai đi cùng với khái niệm “trường”. Cùng với những đặc trưng riêng của chúng, cả hai trạng thái đó có những đặc trưng vật lí chung. Ví dụ, có năng lượng của một đơn vị thể tích vật chất (dạng một chất) và năng lượng của một đơn vị thể tích trường. Chúng ta có thể nói động lượng của một đơn vị thể tích của một chất và động lượng của một đơn vị thể tích của một trường. Mỗi loại trường truyền một loại tương tác nhất định. Chính nhờ tương tác này mà chúng ta có thể xác định các đặc trưng của trường tại một điểm bất kì. Một vật tích điện, chẳng hạn, tạo ra một trường tĩnh điện trong không gian xung quanh nó. Để làm rõ trường này và đo cường độ của nó tại một điểm nhất định trong không gian, cần mang một vật tích điện khác đến điểm này và đo lực tác dụng lên nó. Giả sử rằng vật tích điện thứ hai là đủ nhỏ để cho sự biến dạng do nó gây ra trong trường đó có thể bỏ qua được.

Các tính chất của vật chất là vô tận, quá trình tìm kiếm kiến thức là không có điểm dừng. Dần dần, từng bước một, chúng ta tiến lên trên con đường học hỏi và ứng dụng thực tế các tính chất của vật chất xung quanh chúng ta. Trong sự tiến bộ của chúng ta, chúng ta phải “dán nhãn” lần này đến lần khác cho một loại địa hình mà chúng ta bắt gặp trên con đường nhận thức đó. Bây giờ chúng ta dán cho cái gì đó là một “trường”. Chúng ta hiểu “cái gì đó” này thật ra là bờ vực nguyên sinh. Chúng ta biết nhiều về cái vực mà chúng ta đã gọi là một trường này, và do đó chúng ta có thể sử dụng khái niệm mới nêu với ít nhiều hài lòng. Chúng ta biết nhiều, nhưng còn lâu mới biết hết. Một nỗ lực muốn đưa ra một định nghĩa rõ ràng là tựa như một cố gắng đo chiều sâu của một cái vực không đáy.

**HS B:** Em nghĩ rằng khái niệm trường, cũng như bất kì khái niệm nào khác xuất hiện trong hành trình của chúng ta nghiên cứu thế giới vật chất, là vô tận. Đây chính là lí do tại sao không thể nêu ra một định nghĩa chính xác, thấu đáo của một trường.

**GV:** Tôi hoàn toàn đồng ý với em.

**HS A:** Em khá hài lòng với nhận xét của thầy về chất và trường là hai trạng thái của vật chất – định xứ và không định xứ. Nhưng tại sao thầy lại mở đầu phần thảo luận này về sự vô tận của những khái niệm vật lí và sự trường tồn của sự học? Ngay khi em nghe nói thế, sự rõ ràng lại biến mất và mọi thứ trở nên mờ ảo, mơ hồ.

**GV:** Tôi hiểu tình trạng của em. Em đang tìm kiếm một định nghĩa bình yên nào đó của một trường, cho dù nó không tuyệt đối chính xác. Em sẵn lòng học thuộc định nghĩa này và trình bày nó khi được hỏi. Em không công nhận rằng tình huống đó không hề êm đềm mà, trái lại, là một tình huống động. Em không nên tin rằng mọi thứ trở nên nhạt nhòa và mơ hồ. Tôi muốn nói rằng mọi thứ trở nên động theo nghĩa là nó có xu hướng biến đổi. Bất kì định nghĩa chính xác nào, tự nó, là chắc chắn và tối hậu. Nhưng các khái niệm vật lí không nên được nghiên cứu ở tình trạng phát triển của chúng. Cái chúng ta hiểu là khái niệm trường ngày hôm qua khác đáng kể với cái chúng ta hiểu khái niệm này hôm nay. Vì thế, chẳng hạn, vật lí hiện đại, trái với vật lí cổ điển, không vạch ra một ranh giới rõ ràng giữa trường và chất. Trong vật lí hiện đại, trường và chất có thể chuyển hóa qua lại: một chất có thể trở thành một trường và một trường có thể trở thành một chất. Tuy nhiên, lúc này mà nói vấn đề này cụ thể hơn là đã đi quá xa rồi.

**HS B:** Thảo luận của chúng ta về vật lí vừa có một bước ngoặt triết lí thấy rõ.

**GV:** Điều đó là khá tự nhiên bởi vì mọi thảo luận về những khái niệm vật lí nhất thiết phải giả sử trước rằng những người tham gia đều có khả năng suy nghĩ biện chứng đã phát triển đủ mức. Nếu khả năng này chưa được trưởng thành, thì chúng ta phải đi lạc đề sang triết học. Đây chính là lí do tại sao tôi luôn khẳng định khuyến các em đọc càng nhiều loại sách càng tốt. Nhờ đó các em sẽ rèn luyện phương tiện tư duy của mình, làm cho nó linh hoạt hơn và có tính động hơn. Nhân tiện, có một quyển sách của V.I Lenin dành cho bạn trẻ, *Chủ nghĩa duy vật và Chủ nghĩa phê phán kinh nghiệm*, tôi khuyến các em nên đọc nó.



**HS A:** Nhưng đây là một quyển sách rất khó hiểu. Nó được nghiên cứu bởi sinh viên thuộc các học viện và trường đại học thôi.

**GV:** Tôi đâu có ép các em phải đọc quyển sách này. Nó chắc chắn không phải sách dành cho người đọc lướt. Hãy thử đọc nó tỉ mỉ xem. Tùy vào nền tảng kiến thức của các em, quyển sách này sẽ có tác động ít nhiều lên lối suy nghĩ của các em. Dầu sao nó cũng có lợi mà.

Tóm lại, tôi muốn nói như sau: Học sinh A rõ ràng lo ngại chuyện mơ hồ hoặc không rõ ràng; em đòi hỏi sự chính xác tối đa. Em quên rằng có một giới hạn hợp lý cho mỗi thứ, cho dù là sự chính xác. Hãy thử tưởng tượng một thế giới hoàn toàn chính xác mà chúng ta có thông tin thối nát. Hãy hình dung một thế giới như thế và cho tôi biết: có phải các em chẳng hề ngạc nhiên trước tính nguyên sơ và bất lực không thể phát triển thêm cái gì nữa? Hãy suy nghĩ cho kỹ và đừng vội vàng kết luận gì. Và bây giờ chúng ta hãy tiếp cận vấn đề từ một góc độ khác. Tôi sẽ nêu câu hỏi sau: “Một trường được mô tả như thế nào?” Tôi biết rằng nhiều người, sau khi có câu trả lời, sẽ nói: “Bây giờ chúng ta biết trường là cái gì rồi.”

## §23. Trường tĩnh điện được mô tả như thế nào?

GV: Ta sẽ tiếp tục nội dung thảo luận đã nêu ở bài trước với câu hỏi: Một trường tĩnh điện được mô tả như thế nào?

HS B: Một trường tĩnh điện được mô tả bởi một đặc trưng lực vector gọi là cường độ điện trường. Tại mỗi điểm trong điện trường, cường độ  $E$  có một hướng và một giá trị số xác định. Nếu chúng ta dịch chuyển từ một điểm này trong điện trường sang một điểm khác theo kiểu sao cho chiều của các vector cường độ điện trường luôn luôn tiếp tuyến với hướng dịch chuyển, thì quỹ đạo của những dịch chuyển như thế được gọi là đường sức điện trường. Các đường sức rất tiện lợi để mô tả một trường trên phương diện hình học.

GV: Tốt. Bây giờ chúng ta hãy giải thích chặt chẽ hơn. Lực tương tác Coulomb giữa hai điện tích  $q_1$  và  $q_2$  cách nhau một khoảng  $r$  có thể được viết ở dạng

$$F_e = \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (127)$$

Phương trình này có thể viết lại ở dạng

$$E(r) = \frac{q_1}{r^2} \quad (128)$$

$$F_e = E(r) q_2 \quad (129)$$

Phương trình (128) nghĩa là điện tích  $q_1$  tạo ra điện trường xung quanh nó, có cường độ tại điểm cách nó khoảng cách  $r$  là  $q_1/r^2$ . Phương trình (129) nghĩa là trường này tác dụng lên điện tích  $q_2$ , nằm cách  $q_1$  một khoảng cách  $r$ , với một lực  $E(r)q_2$ . Phương trình (127) có thể viết lại là nhờ nêu ra một đại lượng trung gian  $E$ , đặc trưng của trường. Các em hãy thử xác định phạm vi áp dụng của phương trình (127), (128) và (129).

**HS B:** Phương trình (127) có thể áp dụng cho hai điện tích điểm. Nghĩa là phạm vi áp dụng của phương trình (128) và (129) cũng giống như vậy. Ta thu được chúng từ phương trình (127).

**GV:** Điều đó chỉ đúng với phương trình (127) và (128). Phương trình (129) có phạm vi áp dụng rộng hơn nhiều. Cho dù cái gì tạo ra điện trường  $E$  (một điện tích điểm, một tập hợp gồm những điện tích điểm hay những vật tích điện có hình dạng tùy ý), trong mọi trường hợp lực tác dụng bởi trường này lên điện tích  $q_0$  bằng tích của điện tích này với cường độ điện trường tại điểm đặt điện tích  $q_0$ . Dạng khái quát hơn của phương trình (129) là dạng vector như sau

$$\vec{F}_e = \vec{E}(\vec{r}) q_0 \quad (130)$$

Trong đó các mũi tên, như thường lệ, kí hiệu cho các vector. Rõ ràng từ phương trình (130) là chiều của lực tác dụng lên điện tích  $q_0$  tại điểm cho trước trong trường trùng với chiều của cường độ điện trường tại điểm này nếu điện tích  $q_0$  là dương. Nếu điện tích  $q_0$  là âm, thì chiều của lực ngược với chiều của cường độ điện trường.

Ở đây chúng ta có thể thấy sự độc lập của khái niệm trường. Những vật tích điện khác nhau tạo ra những trường tĩnh điện khác nhau, nhưng mỗi một trường này tác dụng lên một điện tích đặt trong nó theo quy luật giống nhau (130). Để tính lực tác dụng lên một điện tích, trước tiên các em phải tính cường độ điện trường tại nơi đặt điện tích đó. Vì thế, cái quan trọng là có thể tính được cường độ điện trường gây ra bởi một hệ điện tích. Giả sử có hai điện tích,  $q_1$  và  $q_2$ . Độ lớn và chiều của cường độ điện trường gây ra bởi từng điện tích có thể tính được dễ dàng cho bất kì điểm nào trong không gian mà chúng ta đang xét. Giả sử tại một điểm nhất định, đặc trưng bởi vector  $\vec{r}$ , các cường độ này được mô tả bởi các vector  $\vec{E}_1(\vec{r})$  và  $\vec{E}_2(\vec{r})$ . Để tính cường độ điện trường tổng hợp tại điểm  $\vec{r}$ , các em phải cộng vector các cường độ do từng điện tích gây ra

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1(\vec{r}) + \vec{E}_2(\vec{r}) \quad (131)$$

Tôi nhắc lại lần nữa là các cường độ điện trường phải được cộng theo kiểu vector. (Quay sang **HS A**) Em có hiểu không nào?

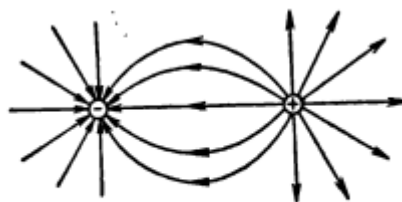
**HS A:** Vâng, em biết là cường độ điện trường phải được cộng vector.

**GV:** Tốt. Bây giờ chúng ta có thể kiểm tra xem các em có thể vận dụng kiến thức này như thế nào trong thực tế. Hãy vẽ các đường sức điện trường của hai điện tích kích cỡ bằng nhau và trái dấu ( $+q_1$  và  $-q_2$ ), giả sử rằng một trong hai điện tích (chẳng hạn,  $+q_1$ ) có độ lớn gấp điện tích kia vài lần.

**HS A:** Em e là em không thể vẽ. Chúng ta chưa từng nói tới những trường như thế trước đây.

**GV:** Vậy em đã học những loại trường nào rồi?

**HS A:** Em biết hình ảnh các đường sức điện trường trông như thế nào cho một điện trường gây ra bởi hai điện tích điểm bằng nhau về độ lớn. Em vẽ được một hình như thế ở Hình 86.



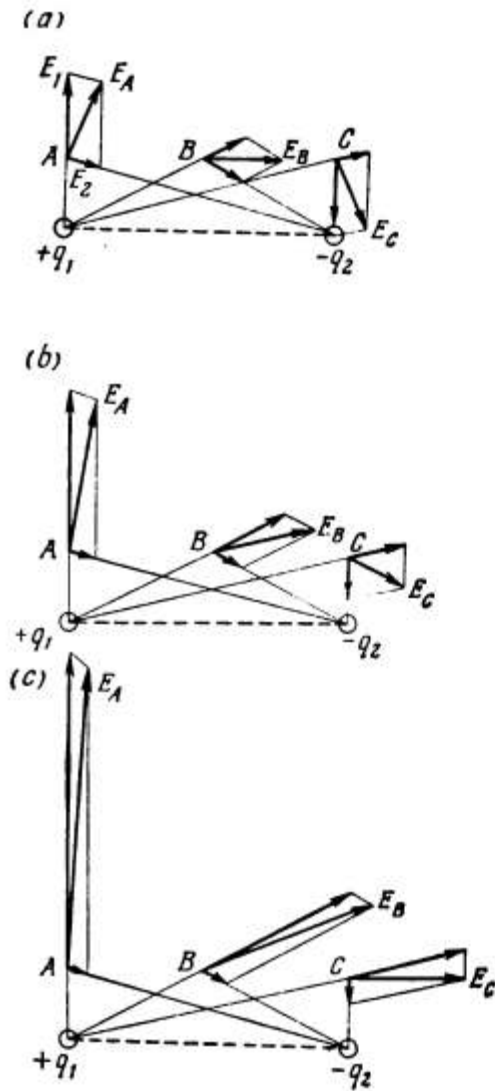
Hình 86

**GV:** Hình vẽ của em có phần không chính xác, mặc dù về mặt định tính nó thật sự miêu tả các đường sức điện trường gây ra bởi hai điện tích điểm bằng nhau về độ lớn và trái dấu. Sao em không hình dung xem bức tranh này sẽ thay đổi như thế nào nếu một trong hai điện tích tăng lên?

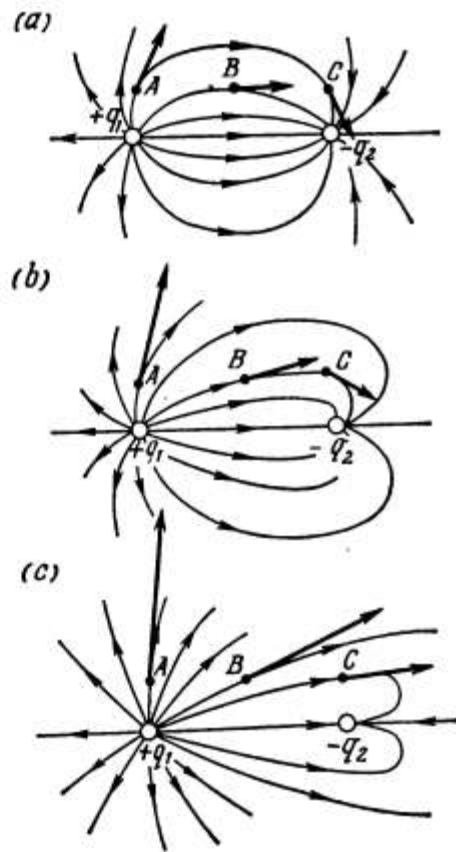
**HS A:** Chúng em chưa từng làm cái gì giống như vậy.

**GV:** Trong trường hợp đó, chúng ta hãy sử dụng quy tắc cộng vector cho các cường độ điện trường. Chúng ta sẽ bắt đầu với trường hợp quen thuộc khi hai điện tích bằng nhau (Hình 87a). Ta chọn ba điểm  $A$ ,  $B$  và  $C$  và xây dựng một cặp vector cường độ điện trường cho mỗi điểm:  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  ( $\vec{E}_1$  cho điện trường của điện tích  $+q_1$  và  $\vec{E}_2$  cho điện trường của điện tích  $-q_2$ ). Sau đó chúng ta cộng các vector  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  cho mỗi điểm này để có các vector tổng  $\vec{E}_A$ ,  $\vec{E}_B$  và  $\vec{E}_C$ . Những vector này phải tiếp tuyến với đường sức điện trường tại điểm tương ứng. Ba vector này cho biết hành trạng của đường sức thể hiện trong Hình 88a. Hãy so sánh hình vẽ này với Hình 86 do em

đề xuất. Lưu ý những chỗ không chính xác của em trong hành trạng của các đường sức phía bên trái điện tích  $-q$  và phía bên phải điện tích  $+q$ .



Hình 87



Hình 88

Bây giờ giả sử điện tích  $+q_1$  tăng gấp đôi độ lớn, và điện tích  $-q_2$  giảm đi một nửa (Hình 87b). Chúng ta chọn, giống như trước đây, ba điểm A, B và C. Trước tiên, ta dựng vector cường độ cho những điểm này và sau đó tìm tổng của chúng:  $\vec{E}_A$ ,  $\vec{E}_B$  và  $\vec{E}_C$ . Hình ảnh đường sức tương ứng với những vector này được thể hiện trên Hình 88b.

Cuối cùng, chúng ta giả sử rằng  $q_1$  tăng gấp đôi lần nữa và  $q_2$  tiếp tục giảm một nửa (Hình 87c). Sau đó, chúng ta dựng các vector tổng  $\vec{E}_A, \vec{E}_B$  và  $\vec{E}_C$  cho các điểm A, B và C. Hình ảnh tương ứng của đường sức được vẽ ở Hình 88c.

Như các em thấy, tác dụng của điện tích  $+q_1$  tăng lên theo sự tăng độ lớn tương đối của nó; điện trường của điện tích  $+q_1$  bắt đầu lấn át điện trường của điện tích  $-q_2$ .

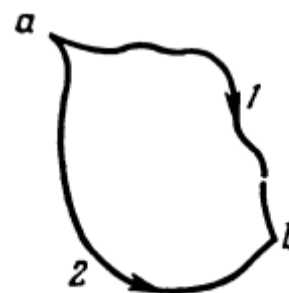
**HS A:** Giờ thì em đã hiểu cách dựng hình ảnh đường sức của điện trường gây ra bởi một hệ gồm vài ba điện tích.

**GV:** Chúng ta hãy tiếp tục thảo luận về trường tĩnh điện. Trường này có một tính chất quan trọng đặt nó vào quan hệ tương tự với trường hấp dẫn, đó là: công thực hiện bởi lực của trường tính theo những quỹ đạo khép kín là bằng không. Nói cách khác, nếu điện tích chuyển động trong điện trường quay trở lại vị trí xuất phát ban đầu của nó, thì công thực hiện bởi lực điện trường trong chuyển động này là bằng không. Trên vài đoạn nhất định của quỹ đạo công này sẽ có giá trị dương và trên những đoạn khác là âm, nhưng tổng công thực hiện sẽ bằng không. Có những hệ quả thú vị từ tính chất này của trường tĩnh điện. Các em có thể gọi tên chúng không?

**HS B:** Không, em không nghĩ ra hệ quả nào.

**GV:** Tôi sẽ giúp em. Có lẽ em đã để ý rằng các đường sức của một điện trường không bao giờ cắt qua nhau. Chúng bắt đầu và kết thúc ở các điện tích (đi ra ở điện tích dương và đi vào ở điện tích âm) hoặc chúng kết thúc ở vô cùng (hoặc chúng xuất phát từ vô cùng). Em có thể liên hệ trường hợp này với tính chất vừa nói của trường tĩnh điện hay không?

**HS B:** Giờ thì em hiểu rồi. Nếu một đường sức trong một trường tĩnh điện tự khép kín, thì bằng cách lần theo nó chúng ta có thể trở lại điểm ban đầu. Khi một điện tích chuyển động theo một đường sức, dấu của công thực hiện bởi điện trường rõ ràng không thay đổi và, do đó, không thể nào bằng không. Mặt khác, công thực hiện theo một quỹ đạo khép kín bất kì phải bằng không. Do đó, các đường sức của một trường tĩnh điện không thể nào khép kín.



Hình 89

**GV:** Khá chính xác. Còn có một hệ quả nữa từ tính chất vừa nói của trường tĩnh điện: công thực hiện khi dịch chuyển một điện tích từ điểm này sang điểm khác trong trường không phụ thuộc vào hình dạng đường đi. Chúng ta có thể di chuyển một điện tích từ điểm  $a$  sang điểm  $b$ , chẳng hạn, theo những quỹ đạo khác nhau, 1 và 2 (Hình 89). Ta hãy kí hiệu  $A_1$  là công thực hiện bởi lực điện trường làm dịch chuyển điện tích theo đường đi 1 và công đó theo đường đi 2 là  $A_2$ . Ta xét một vòng kín: từ điểm  $a$  đến điểm  $b$  theo đường đi 1 và từ điểm  $b$  trở lại điểm  $a$  theo đường đi 2. Khi trở lại theo đường đi 2, công thực hiện sẽ là  $-A_2$ . Công toàn phần thực hiện trong một vòng kín là  $A_1 + (-A_2) = A_1 - A_2$ . Vì công thực hiện theo đường đi khép kín bất kì nào là bằng không, nên  $A_1 = A_2$ . Thực tế công thực hiện làm dịch chuyển một điện tích độc lập với đường đi đã chọn mà chỉ phụ thuộc vào điểm đầu và điểm cuối, cho phép giá trị này được sử dụng làm một đặc trưng của trường (vì nó chỉ phụ thuộc vào các điểm đã chọn của trường!). Như vậy, một đặc trưng khác của trường tĩnh điện, điện thế của nó, vừa được nêu ra. Trái với cường độ điện trường, điện thế này là một đại lượng vô hướng vì nó được biểu diễn theo công thực hiện.

**HS B:** Chúng em đã được học ở trường trung học cơ sở rằng khái niệm thế của một trường là không có ý nghĩa vật lí. Chỉ có độ chênh lệch thế của hai điểm bất kì của trường mới có ý nghĩa vật lí.

**GV:** Em nói khá đúng. Nói đại khái, phần thảo luận ở trên cho phép chúng ta xác định chính xác hiệu điện thế đó; hiệu điện thế giữa hai điểm  $a$  và  $b$  của điện trường (kí hiệu là  $\varphi_a - \varphi_b$ ) được định nghĩa là tỉ số của công thực hiện bởi lực điện trường làm dịch chuyển điện tích  $q_0$  từ điểm  $a$  đến điểm  $b$ , và điện tích  $q_0$  đó, tức là

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{A_{a \rightarrow b}}{q_0} \quad (132)$$

Tuy nhiên, nếu ta giả sử rằng điện trường không có mặt tại vô cùng (tức là  $\varphi_\infty = 0$ ), thì phương trình (132) có dạng

$$\varphi_a = \frac{A_{a \rightarrow \infty}}{q_0} \quad (133)$$

Như vậy, điện thế của điện trường tại một điểm cho trước có thể được xác định theo công thực hiện bởi lực điện trường làm dịch chuyển một điện tích đơn vị dương từ điểm cho trước đó đến vô cùng. Nếu công đang xét không do điện trường thực hiện,

mà chống lại lực điện trường, thì thế tại một điểm đã cho là công phải thực hiện để làm dịch chuyển một điện tích đơn vị dương từ vô cùng đến điểm đã cho đó. Như vậy, định nghĩa này loại trừ phép đo thực nghiệm của điện thế tại một điểm của điện trường, vì trong thí nghiệm chúng ta không thể nào lùi ra xa vô cùng được. Chính vì lí do này mà người ta nói rằng hiệu điện thế của hai điểm trong điện trường mới có ý nghĩa vật lí, còn bản thân điện thế tại một điểm nào đó thì không. Chúng ta có thể nói rằng điện thế tại một điểm đã cho được xác định với độ chính xác đến một hằng số tùy ý. Giá trị của điện thế tại vô cùng thường được chọn làm hằng số này. Điện thế được đo tính từ giá trị này. Để cho tiện, người ta giả sử điện thế tại vô cùng là bằng không.

Trong khuôn khổ những giả định này, điện thế của một điện trường, gây ra bởi một điện tích điểm  $q_1$ , đo tại một điểm cách điện tích đó một khoảng  $r$ , bằng

$$\varphi(r) = \frac{q_1}{r} \quad (134)$$

Các em sẽ chẳng gặp khó khăn gì trong việc xác định điện thế của điện trường, gây ra bởi một vài điện tích điểm, tại một điểm  $\vec{r}$  nào đó.

**HS B:** Ta sẽ kí hiệu giá trị của điện thế tại điểm  $\vec{r}$  do mỗi điện tích gây ra độc lập là  $\varphi_1(\vec{r}), \varphi_2(\vec{r}), \dots$ . Tổng điện thế  $\varphi(\vec{r})$  rõ ràng bằng tổng đại số của các điện thế do từng điện tích gây ra. Như vậy

$$\varphi(\vec{r}) = \varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r}) + \dots \quad (135)$$

Trong tổng này, điện thế do điện tích dương gây ra có dấu cộng và điện thế do điện tích âm gây ra có dấu trừ.

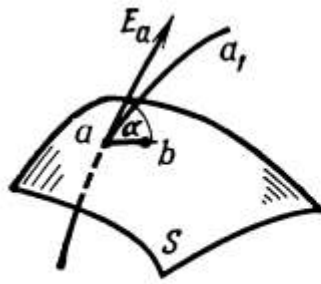
**GV:** Khá chính xác. Bây giờ chúng ta xét khái niệm mặt đẳng thế. Quỹ tích của những điểm thuộc một điện trường có điện thế bằng nhau được gọi là một mặt đẳng thế (hay mặt thế không đổi). Có một đường sức và một mặt đẳng thế đi qua mỗi điểm trong một điện trường. Hỏi chúng định hướng với nhau như thế nào?

**HS B:** Em biết là tại mỗi điểm đường sức và mặt đẳng thế vuông góc với nhau.

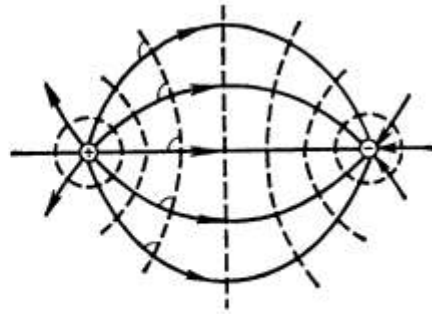
**GV:** Em có thể chứng minh điều đó không?



HS B: Không, em không thể chứng minh.



Hình 90



Hình 91

GV: Chứng minh này không khó đâu. Giả sử đường sức  $aa_1$  và mặt đẳng thế  $S$  (Hình 90) đi qua một điểm  $a$  nhất định. Cường độ điện trường tại điểm  $a$  được mô tả bởi vector  $\vec{E}_a$ . Tiếp theo, chúng ta sẽ dịch chuyển điện tích  $q_0$  từ điểm  $a$  đến một điểm  $b$  nhất định nằm trên mặt đẳng thế  $S$  cách điểm  $a$  một khoảng ngắn  $\Delta l$ . Công thực hiện trong dịch chuyển này được biểu diễn bởi phương trình

$$A = F_e \Delta l \cos \alpha = E_a q_0 \Delta l \cos \alpha \quad (136)$$

Trong đó  $\alpha$  là góc giữa vector  $\vec{E}_a$  và hướng dịch chuyển. Cũng lượng công này có thể được biểu diễn theo hiệu điện thế của các điểm  $a$  và  $b$ . Như vậy, ta có thể viết một liên hệ nữa

$$A = q_0 (\varphi_a - \varphi_b) \quad (137)$$

Vì cả hai điểm  $a$  và  $b$  nằm trong cùng một mặt đẳng thế, nên suy ra  $\varphi_a = \varphi_b$ . Điều này có nghĩa là theo phương trình (137), công  $A$  sẽ bằng không. Thay kết quả này vào phương trình (136), ta được

$$E_a q_0 \Delta l \cos \alpha = 0 \quad (138)$$

Trong số thừa số ở vế trái của phương trình (138), chỉ có  $\cos \alpha$  có khả năng bằng không. Vì thế, ta kết luận rằng  $\alpha = 90^\circ$ . Tôi nghĩ các em đã thấy rõ được rằng kết quả này thu được từ những chiều chuyển động  $ab$  khác nhau, biết rằng những chuyển động này nằm trong giới hạn của mặt đẳng thế  $S$ . Sự cong của mặt đẳng thế không ảnh hưởng đến lập luận của chúng ta bởi vì độ dời  $\Delta l$  là rất nhỏ.

Ngoài các đường sức ra, người ta còn dùng tiết diện của mặt đẳng thế để miêu tả một trường tĩnh điện trên phương diện hình học. Xét đến thực tế các đường sức và mặt đẳng thế này vuông góc với nhau, người ta có thể vẽ một họ tiết diện của mặt đẳng thế từ một họ đường sức đã biết, và ngược lại.

(Nói với **HS A**) Em hãy thử vẽ tiết diện của các mặt đẳng thế cho trường hợp ở Hình 88a? Để tránh nhầm lẫn chúng với đường sức, em hãy vẽ tiết diện của các mặt đẳng thế bằng đường đứt nét.

**HS A:** Em sẽ vẽ các đường đứt nét sao cho chúng luôn luôn giao vuông góc với các đường sức. Đây là hình vẽ của em (Hình 91).

**GV:** Hình vẽ của em là đúng.

## **§24. Các đường sức hành xử như thế nào ở gần bề mặt của một vật dẫn?**

**GV:** Ta hãy đưa một vật dẫn nào đó vào trong một trường tĩnh điện. Các em biết rõ rằng một vật dẫn đặt trong một điện trường được đặc trưng bởi một đại lượng gọi là điện dung. Nhưng các em có bao giờ tự hỏi mình rằng tại sao chúng ta nói tới điện dung của một vật dẫn mà không bao giờ nói tới điện dung của một điện môi?

**HS A:** Em chưa bao giờ nêu câu hỏi đó.

**GV:** Em định nghĩa như thế nào là điện dung của một vật dẫn cô lập?

**HS A:** Nó là đại lượng điện phải truyền cho vật dẫn để làm tăng điện thế của nó lên một đơn vị.

**GV:** Lưu ý em rằng ở đây em đang nói đến điện thế là một đặc trưng của một vật. Nhưng cho đến hiện tại, điện thế được xem là một đặc trưng của điện trường và như vậy nó biến thiên từ điểm này sang điểm khác. Điện thế là một hàm của tọa độ của điểm tương ứng thuộc một điện trường. Vậy chúng ta có thể nói nó là một đặc trưng của một vật hay không? Nếu có thể thì tại sao như vậy?

**HS B:** Có thể, nếu vật đó là vật dẫn. Thực tế thì tất cả các điểm thuộc một vật dẫn đặt trong một trường tĩnh điện đều có cùng điện thế. Một vật dẫn là một vật đẳng thế.

**GV:** Em lập luận dựa trên cơ sở nào?

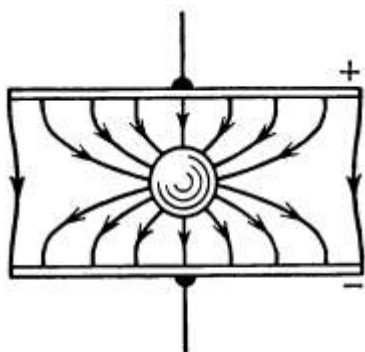
**HS B:** Một vật dẫn thì có các điện tích tự do. Do đó, nếu tồn tại hiệu điện thế giữa hai điểm bất kì thuộc vật dẫn, thì sẽ có một dòng điện chạy giữa những điểm này. Điều này rõ ràng là không thể.

**GV:** Khá chính xác. Có thể nói rằng khi một vật dẫn được mang vào một trường tĩnh điện, thì các điện tích tự do trong vật dẫn được phân bố lại sao cho cường độ điện trường bên trong vật dẫn bằng không. Như vậy có nghĩa là mỗi điểm thuộc vật dẫn (cả bên trong và trên mặt của nó) có điện thế như nhau. Sự bằng nhau của điện thế tại mọi điểm thuộc một vật dẫn cho phép chúng ta nói tới điện thế của vật dẫn với vai trò là một vật. Tôi muốn nói rằng không có điện tích tự do trong một điện môi

và do đó không thể xảy ra sự phân bố lại của điện tích. Nhân tiện, các điện tích tự do được phân bố lại như thế nào trong một vật dẫn?

**HS B:** Chúng tập trung trên bề mặt vật dẫn. Độ cong của nguyên tố bề mặt của vật dẫn càng lớn thì điện tích càng tập trung nhiều. Mật độ điện tích cực đại sẽ là tại điểm nhọn.

**GV:** Đúng rồi. Bây giờ thì đã rõ một vật dẫn ở trong một trường tĩnh điện là một vật đẳng thế. Suy ra bề mặt của vật dẫn là một mặt đẳng thế. Trên cơ sở kết luận này, các em hãy cho biết các đường sức của một trường tĩnh điện hành xử như thế nào ở gần bề mặt của một vật dẫn?



Hình 92

**HS B:** Vì các đường sức luôn vuông góc với mặt đẳng thế, nên chúng phải “đi” vuông góc vào bề mặt của vật dẫn.

**GV:** Đáng tiếc là các thí sinh thường không biết như vậy. Các em chẳng gặp khó khăn gì khi vẽ hình ảnh các đường sức trong điện trường của một tụ phẳng với một quả cầu kim loại nằm giữa hai bản tụ. Nhưng các thí sinh thường gặp khó khăn lớn với câu hỏi này.

**HS B:** Các đường sức sẽ tiến tới vuông góc với hai bản tụ và bề mặt quả cầu. Như vậy, hình ảnh các đường sức sẽ na ná như biểu diễn ở Hình 92.

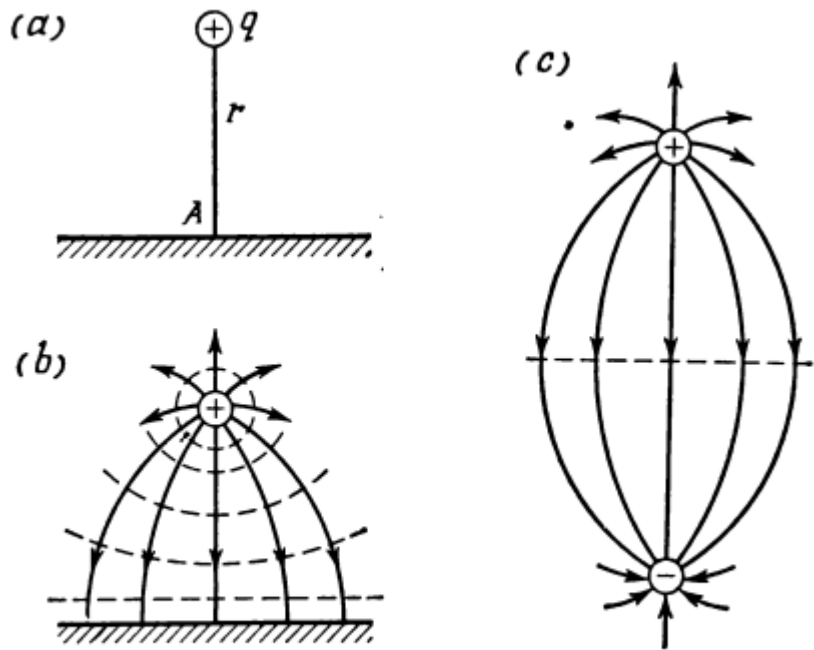
**GV:** Em nói chính xác. Cái tôi không hiểu là vì sao một số thí sinh cứ nghĩ rằng các đường sức phải đi vòng qua quả cầu.

Bây giờ ta hãy xét bài toán sau đây. Một điện tích điểm  $+q$  đặt cách mặt đất một khoảng  $r$ . Nó sẽ gây cảm ứng một điện tích có dấu ngược lại trên mặt đất. Vì thế, một lực hút điện phát sinh giữa điện tích và mặt đất. Hãy tìm lực này. Tôi đề nghị cả hai em suy nghĩ về bài toán này.

**HS A:** Điện tích cảm ứng trên mặt đất sẽ bằng độ lớn với điện tích  $+q$ . Từ đó suy ra lực cần tìm bằng  $q^2/r^2$ .

**HS B:** Em không đồng ý như vậy. Bạn A cho rằng điện tích cảm ứng trên mặt đất tập trung tại một điểm (điểm A ở Hình 93a). Tuy nhiên, thật ra điện tích cảm ứng

không tập trung tại một điểm mà phân bố trên khắp mặt đất. Vì lí do này, chúng ta biết trước rằng lực cần tìm phải nhỏ hơn  $q^2/r^2$ .



Hình 93

**GV:** Tôi hoàn toàn đồng ý với em. Sau đó thì làm thế nào chúng ta tìm được lực hút giữa điện tích và mặt đất?

**HS B:** Theo em thấy chúng ta phải xác định điện trường giữa điện tích đó và mặt đất. Mặt đất rõ ràng là một mặt đẳng thế. Do đó, ở gần mặt đất mặt đẳng thế của điện trường phải có hình gần như là phẳng. Đồng thời, mặt đẳng thế trong vùng phụ cận điện tích thì phải có dạng cầu. Như vậy cho phép chúng ta vẽ một hình ảnh định tính của các mặt đẳng thế (hay, chính xác hơn là tiết diện của những mặt này). Khi vẽ xong, chúng ta có thể vẽ các đường sức theo quy tắc quen thuộc. Hình vẽ được thể hiện ở Hình 93b, trong đó các đường sức được vẽ liền nét, còn tiết diện của những mặt đẳng thế được vẽ đứt nét.

**GV:** Hãy tiếp tục hướng suy luận của em. Hình ảnh các đường sức của em ở Hình 93b có nhắc em nhớ tới cái gì không?

**HS B:** Vâng, tất nhiên rồi. Hình ảnh này chắc chắn tương tự với hình ảnh các đường sức của hai điện tích điểm bằng nhau về độ lớn và trái dấu. Em sẽ vẽ hình này ở

phía bên phải (Hình 93c). Giờ thì mọi thứ khá rõ ràng rồi. Trong cả hai trường hợp (xem Hình 93b và c), diện mạo của điện trường ở gần điện tích  $+q$  là giống nhau. Theo phương trình (130), điều này có nghĩa là lực tác dụng lên  $+q$  trong hai trường hợp là bằng nhau. Như vậy, lực cần tìm là  $q^2/(4r^2)$ .

**GV:** Lập luận của em chính xác lắm. Bài toán này cho thấy rõ ràng rằng khái niệm trường có ý nghĩa hết sức to lớn.

## §25. Bài toán chuyển động trong điện trường đều

GV: Giả sử một vật tích điện chuyển động trong một điện trường đều, tức là trong một điện trường mà mỗi điểm có cường độ điện trường bằng nhau về độ lớn  $E$  và cùng chiều. Một ví dụ là điện trường nằm giữa hai bản tụ của một tụ phẳng. Các em có thấy sự tương đồng nào giữa bài toán chuyển động của một vật tích điện trong điện trường đều và bất kì bài toán nào đã biết trước đây không?

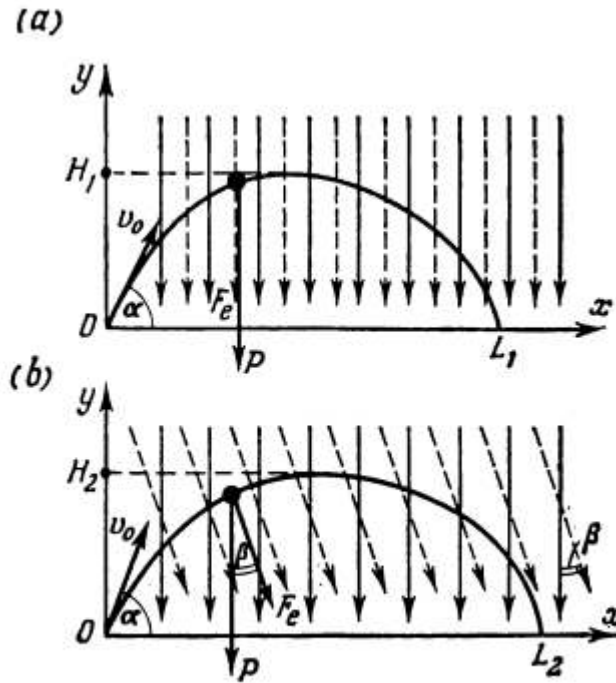
HS B: Theo em thấy nó có liên hệ gần gũi với bài toán chuyển động của một vật trong trường hấp dẫn. Trên những khoảng cách tương đối ngắn, trường hấp dẫn của Trái đất có thể xem là đều.

GV: Đúng rồi. Vậy đâu là sự khác biệt giữa chuyển động trong điện trường và trong trường hấp dẫn?

HS B: Lực tác dụng lên vật là khác nhau. Trong điện trường, lực tác dụng lên vật là  $F_e = Eq$  (nó truyền một gia tốc  $a_e = Eq/m$  cho vật). Lực trong trường hấp dẫn là  $P = mg$  (truyền gia tốc  $g$  cho vật). Ở đây  $m$  là khối lượng của vật và  $q$  là điện tích của nó.

GV: Tôi ước gì thí sinh nào cũng có thể hiểu sự thật đơn giản là chuyển động của một vật trong một trường đều bất kì về mặt động học là như nhau. Cái khác nhau chỉ là giá trị của lực tác dụng lên vật trong những trường khác nhau. Chuyển động của một vật tích điện trong một điện trường đều có cùng bản chất với chuyển động của một hòn đá bình thường trong trọng trường của Trái đất. Ta hãy xét một bài toán trong đó chuyển động của một vật xảy ra đồng thời trong hai trường: trọng trường và điện trường. Một vật khối lượng  $m$ , điện tích  $+q$  được ném lên xiên một góc  $\alpha$  so với phương ngang, với vận tốc ban đầu  $v_0$ . Vật chuyển động đồng thời trong trọng trường và điện trường đều có cường độ  $E$ . Đường sức của hai trường đều hướng thẳng đứng xuống dưới (Hình 94a). Tìm thời gian chuyển động  $T_1$ , tầm xa  $L_1$  và độ cao cực đại  $H_1$ .

HS B: Có hai lực tác dụng lên vật: trọng lực  $P = mg$  và lực điện  $F_e = Eq$ . Trong trường hợp đã cho, hai lực đó song song nhau. Và như trong §5, em có thể phân tích vector vận tốc ban đầu thành các thành phần hướng theo hai chiều...



Hình 94

**GV** (cắt ngang): Dừng lại chút! Các em có muốn làm lại phần chứng minh ở bài toán tương tự ở §5 không?

**HS B:** Có chứ, nhưng nên ngắn gọn thôi.

**GV:** Không cần làm thế. Các em có thể sử dụng trực tiếp kết quả ở các phương trình (15), (16) và (17). Chỉ cần tưởng tượng rằng vật đang chuyển động trong một trường hấp dẫn “mạnh hơn” được đặc trưng bởi một gia tốc toàn phần bằng  $g + Eq/m$ . Trong các phương trình (15), (16) và (17) ta thay

$$\left( g + \frac{Eq}{m} \right) \text{ cho } g \quad (139)$$

thì em sẽ thu được ngay các kết quả như sau:

$$T_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \quad (140)$$

$$L_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \quad (141)$$



$$H_1 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g + \frac{Eq}{m}} \quad (142)$$

**HS A:** Ở đây có một chỗ em không hiểu. So với bài toán tương ứng ở §5, có thêm một lực  $F_e$  tác dụng trong bài toán đã cho. Lực này hướng thẳng đứng xuống dưới và do đó không ảnh hưởng đến chuyển động ngang của vật. Vậy tại sao, trong trường hợp đã cho, nó lại ảnh hưởng đến tầm bay xa  $L_1$ ?

**GV:** Tầm bay xa phụ thuộc vào thời gian bay, và thời gian này được xác định bằng cách xét chuyển động theo phương thẳng đứng của vật.

Bây giờ chúng ta sẽ thay đổi một chút các điều kiện của bài toán: *giả sử các đường sức điện trường hợp một góc  $\beta$  với phương thẳng đứng (Hình 94b). Giống như bài trước, hãy tìm thời gian chuyển động  $T_2$ , tầm bay xa  $L_2$  và độ cao cực đại  $H_2$ .*

**HS A:** Trước tiên, em sẽ phân tích lực  $F_e$  thành hai thành phần: thẳng đứng ( $F_e \cos \beta$ ) và nằm ngang ( $F_e \sin \beta$ ). Bài toán này khiến em nhớ tới bài toán vết gió thổi ở §5. Ở đây thành phần  $F_e \sin \beta$  đóng vai trò “lực của gió”.

**GV:** Khá hợp lí. Chỉ cần nhớ rằng, trái với bài toán vết gió mà em nói, ở đây chúng ta có một lực thẳng đứng khác, đó là:  $mg + F_e \cos \beta$ .

**HS A:** Em sẽ sử dụng phương trình (15), (16) và (18), trong đó em sẽ thay như sau

$$\left. \begin{array}{l} g + \frac{Eq \cos \beta}{m} \text{ cho } g \\ \frac{Eq \sin \beta}{mg + Eq \cos \beta} \text{ cho } \frac{F}{P} \end{array} \right\} \quad (143)$$

Sau đó, em thu được các kết quả

$$T_2 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g + \frac{Eq \cos \beta}{m}} \quad (144)$$

$$L_2 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g + \frac{Eq \cos \beta}{m}} \left( 1 + \frac{Eq \sin \beta \tan \alpha}{mg + Eq \cos \beta} \right) \quad (145)$$

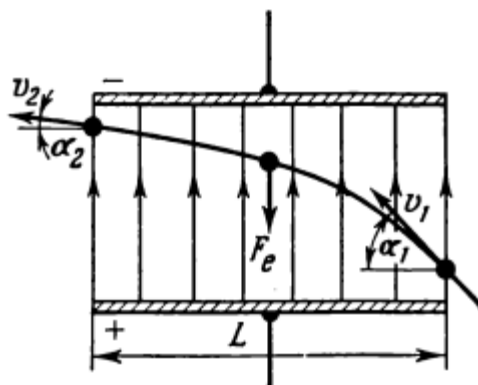
$$H_2 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g + \frac{Eq \cos \beta}{m}} \quad (146)$$

**GV:** Hoàn toàn chính xác. Thật đáng tiếc là các thí sinh thường không thấy được sự tương tự giữa chuyển động trong trường hấp dẫn và chuyển động trong điện trường đều. Vì thế, các bài toán như vậy thường hết sức khó khăn đối với các em.

**HS A:** Chúng em đã không học những bài toán như thế trước đây. Bài toán duy nhất thuộc loại này mà em từng gặp là về chuyển động của một electron giữa hai bản tụ song song, nhưng chúng ta bỏ qua tác dụng của trường hấp dẫn lên electron. Theo em nhớ thì những bài toán như vậy thường hết sức khó.

**GV:** Toàn bộ những bài toán này là trường hợp đặc biệt của bài toán minh họa ở Hình 94a, vì trong chuyển động của một electron bên trong một tụ điện thì tác dụng của trọng trường là có thể bỏ qua. Chúng ta hãy xét một bài toán như thế.

Với vận tốc ban đầu  $v_0$ , một electron bay vào trong một tụ phẳng hợp một góc  $\alpha_1$  và rời khỏi tụ với góc  $\alpha_2$  so với bản tụ như thể hiện trong Hình 95. Độ dài của bản tụ là  $L$ . Tìm cường độ  $E$  của điện trường trong lòng tụ và động năng của electron khi nó vừa ra khỏi tụ. Khối lượng  $m$  và điện tích  $q$  của electron là đã biết.



Hình 95

Tôi kí hiệu  $v_2$  là vận tốc của electron khi nó bay ra khỏi tụ. Theo phương song song với bản tụ, electron bay với vận tốc không đổi. Điều này cho phép chúng ta xác định thời gian bay bên trong tụ

$$T = \frac{L}{v_1 \cos \alpha_1}$$

Thành phần vận tốc ban đầu và sau cùng của electron theo phương vuông góc với hai bản tụ liên hệ với nhau bởi mối liên hệ quen thuộc cho chuyển động biến đổi đều

$$v_2 \sin \alpha_2 = v_1 \sin \alpha_1 - \frac{Eq}{m} T = v_1 \sin \alpha_1 - \frac{Eq}{m} \frac{L}{v_1 \cos \alpha_1}$$

Từ đó, xét rằng thành phần vận tốc theo phương song song với hai bản tụ vẫn bất biến ( $v_1 \cos \alpha_1 = v_2 \cos \alpha_2$ ) ta thu được

$$v_1 \cos \alpha_1 \tan \alpha_2 = v_1 \sin \alpha_1 - \frac{Eq}{m} \frac{L}{v_1 \cos \alpha_1}$$

Từ phương trình này ta suy ra cường độ điện trường trong lòng tụ

$$E = (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \frac{mv_1^2 \cos^2 \alpha_1}{qL} \quad (147)$$

Động năng của electron khi nó bay ra khỏi tụ điện là

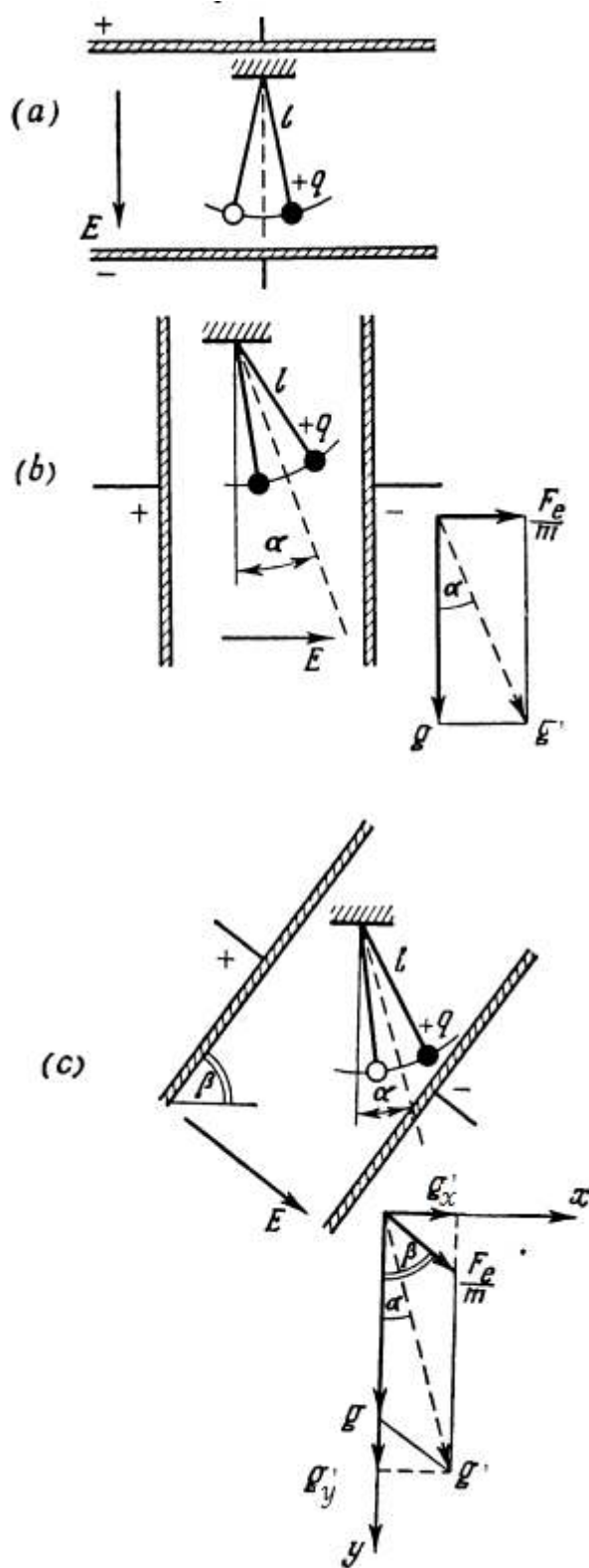
$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_2} \quad (148)$$

Giải như vậy các em đã thấy rõ ràng chưa?

**HS A:** Vâng, giờ thì em biết cách giải những bài toán như thế rồi.

**GV:** Cũng đáng quan tâm là những bài toán về dao động của một con lắc với quả lắc tích điện đặt trong một tụ phẳng. Chúng ta sẽ xét bài toán sau đây. *Một quả lắc khối lượng  $m$  tích điện tích  $q$  được treo lơ lửng bên dưới một sợi dây mảnh chiều dài  $l$  bên trong một tụ phẳng với hai bản tụ đặt nằm ngang. Cường độ điện trường  $E$  trong lòng tụ và các đường sức điện hướng thẳng đứng xuống dưới (Hình 96a). Tìm chu kỳ dao động của con lắc.*  
**HS B:** Vì trong trường hợp đã cho, các đường sức của trường tĩnh điện và trọng trường là cùng chiều, nên em có thể sử dụng kết quả của phương trình (75) cho một con lắc bình thường sau khi thay tổng các gia tốc ( $g + Eq/m$ ) cho gia tốc trọng trường  $g$ . Như vậy, chu kỳ dao động cần tìm sẽ là

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{Eq}{m}}} \quad (149)$$



Hình 96

**GV:** Khá chính xác. Như các em thấy, bài toán đã cho rất đơn giản nếu các em có khả năng sử dụng sự tương tự giữa chuyển động trong điện trường đều và trong trọng trường.

**HS A:** Phương trình (149) giống phương trình (77) ở cấu trúc của nó.

**GV:** Điều này khá đúng. Chỉ có điều trong phương trình (77) số hạng thêm cho gia tốc  $g$  là do gia tốc của hệ quy chiếu (trong đó dao động của con lắc được nghiên cứu), còn trong phương trình (149) số hạng đó xuất hiện cùng với sự có mặt của một tương tác bổ sung.

Phương trình (149) sẽ thay đổi như thế nào nếu dấu của điện tích trên hai bản tụ bị đảo lại?

**HS A:** Trong trường hợp này, chu kỳ dao động sẽ là

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{Eq}{m}}} \quad (150)$$

**GV:** Tốt. Điều gì sẽ xảy ra với con lắc nếu chúng ta tăng từ từ cường độ điện trường bên trong tụ?

**HS A:** Chu kỳ dao động sẽ tăng, tiến tới vô cùng khi  $E = mg/q$ . Nếu  $E$  tiếp tục tăng thêm thì chúng ta sẽ phải buộc sợi dây xuống bản dưới thay cho bản trên

của tụ.

**GV:** Trong trường hợp này phương trình cho chu kì dao động sẽ có dạng ra sao?

**HS A:** Phương trình này sẽ có dạng

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\frac{Eq}{m} - g}} \quad (151)$$

**GV:** Tốt lắm. Bây giờ chúng ta sẽ làm bài toán phức tạp thêm một chút. Chúng ta sẽ xét dao động của một con lắc với một quả lắc tích điện bên trong một tụ điện có hai bản tụ được định hướng không phải nằm ngang mà là thẳng đứng (Hình 96b). Trong trường hợp này, các gia tốc  $g$  và  $(Eq/m)$  vuông góc với nhau. Như bài trước, hãy tìm chu kì dao động của con lắc và, ngoài ra, tính góc  $\alpha$  hợp bởi sợi dây với phương thẳng đứng khi con lắc ở vị trí cân bằng.

**HS B:** Theo hướng lập luận ở phần này và ở §12, em có thể kết luận ngay rằng: (1) chu kì dao động được biểu diễn theo gia tốc hiệu dụng  $g'$ , đó là tổng vector của gia tốc trọng trường và gia tốc của điện trường; và (2) hướng cân bằng của sợi dây trùng với vector gia tốc hiệu dụng vừa nói (hướng này được thể hiện trong Hình 96b bởi đường đứt nét). Như vậy

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2}}} \quad (152)$$

và

$$\tan \alpha = \frac{\frac{Eq}{m}}{g} \quad (153)$$

**GV:** Hoàn toàn chính xác. Tôi nghĩ bây giờ thì các em đã có thể dễ dàng khảo sát trường hợp tổng quát trong đó hai bản tụ hợp một góc  $\beta$  với phương ngang (Hình 96c). Vẫn là bài toán cũ: tìm chu kì dao động của con lắc và góc  $\alpha$  hợp bởi hướng cân bằng của sợi dây con lắc và phương thẳng đứng.

**HS A:** Như trong trường hợp trước, gia tốc hiệu dụng bằng tổng vector của gia tốc trọng trường và gia tốc do điện trường. Chiều của gia tốc hiệu dụng này là chiều cân bằng của sợi dây con lắc. Có thể tìm gia tốc hiệu dụng  $g'$  bằng định lí cosin lượng giác. Như vậy

$$g'^2 = g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2 + 2g \frac{Eq}{m} \cos \beta$$

Khi đó

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2 + 2g \frac{Eq}{m} \cos \beta}}} \quad (154)$$

Giá trị của  $\tan \alpha$  có thể tìm được như sau

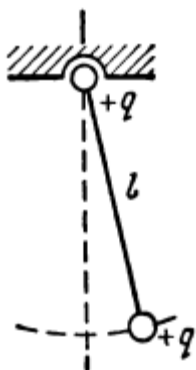
$$\tan \alpha = \frac{g'_x}{g'_y} = \frac{\frac{Eq}{m} \sin \beta}{g + \frac{Eq}{m} \cos \beta} \quad (155)$$

**GV:** Đáp số của em đúng rồi. Rõ ràng, với  $\beta = 0$ , chúng sẽ dẫn tới các kết quả cho trường hợp hai bản tụ nằm ngang, và với  $\beta = 90^\circ$  thì dẫn tới các kết quả cho trường hợp hai bản tụ thẳng đứng. Các em hãy kiểm tra lại xem có phải vậy không.

**HS B:** Nếu  $\beta = 0$ , thì  $\cos \beta = 1$  và  $\sin \beta = 0$ . Trong trường hợp này, phương trình (154) đơn giản thành phương trình (149) và  $\tan \alpha = 0$  (vị trí cân bằng của sợi dây là thẳng đứng). Nếu  $\beta = 90^\circ$ , thì  $\cos \beta = 0$  và  $\sin \beta = 1$ . Trong trường hợp này, phương trình (154) trở thành phương trình (152), và phương trình (155) đơn giản thành phương trình (153).

**GV:** Tôi nghĩ chúng ta đã làm sáng tỏ hoàn toàn bài toán dao động của con lắc với quả lắc tích điện bên trong một tụ phẳng.

Để kết luận, tôi muốn các em tìm chu kì dao động của một con lắc có quả lắc tích điện, biết rằng tại điểm treo sợi dây con lắc có một điện tích khác cùng độ lớn và cùng dấu (Hình 97). Không có tụ điện nào cả.



Hình 97

**HS A:** Theo định luật Coulomb, quả lắc sẽ chịu một lực đẩy từ phía điểm treo sợi dây bằng  $q^2/l^2$ . Lực này sẽ truyền một gia tốc  $q^2/(l^2m)$  cho quả lắc. Gia tốc này phải được tính đến trong phương trình cho chu kì dao động. Do đó, ta thu được biểu thức như sau

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g + \frac{q^2}{l^2m}}}} \quad (156)$$

**GV** (nói với **HS B**): Em có đồng ý với kết quả này không?

**HS B:** Không, em không tán thành. Để cho phương trình (156) hợp lí, thì gia tốc  $q^2/(l^2m)$  phải hướng thẳng đứng xuống dưới trong suốt thời gian dao động. Thật ra thì gia tốc đó chỉ hướng như thế khi con lắc đi qua vị trí cân bằng. Như vậy, rõ ràng phương trình (156) là không đúng cho trường hợp bất kì. Tuy nhiên, em không nghĩ là mình tìm được đáp số chính xác.

**GV:** Em hiểu được cái sai trong phương trình (156) là hay lắm rồi. Trong trường hợp đã cho, lực điện tại mọi thời điểm hướng theo phương của sợi dây và do đó luôn luôn bị triệt tiêu bởi phản lực của sợi dây. Do đó, lực điện không góp phần cho lực hồi phục và như vậy nó không thể ảnh hưởng đến chu kì dao động của con lắc.

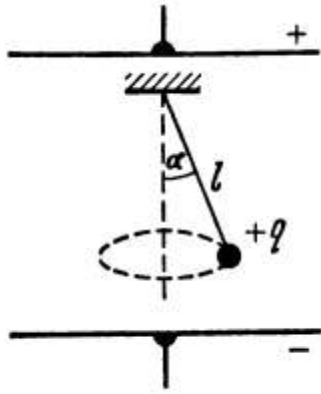
**HS B:** Như vậy có phải trong trường hợp đã cho thì chu kì dao động của con lắc sẽ được tính bằng phương trình (75) cho một con lắc với quả lắc không tích điện?

**GV:** Đúng rồi. Trong trường hợp chúng ta đang xét, trường lực điện không phải là đều và không thể liên hệ tương tự với trọng trường được.

## Bài tập

45. Một electron bay vào một tụ phẳng theo chiều song song với hai bản tụ và cách bản tích điện dương dài 15 cm một khoảng 4 cm. Hỏi sau bao lâu thì electron sẽ rơi lên bản tụ này nếu cường độ điện trường bằng 500 V/m? Electron có thể có vận tốc tối thiểu bao nhiêu để nó bay vào trong tụ mà không rơi lên bản tụ? Khối lượng của electron là  $9.10^{-28}$  g và điện tích electron là  $4,8.10^{-10}$  esu (đơn vị tĩnh điện).

46. Một electron bay vào một tụ phẳng theo phương song song với hai bản của nó với vận tốc ban đầu  $3 \cdot 10^6$  m/s. Tìm cường độ điện trường trong lòng tụ nếu electron bay ra hợp một góc  $30^\circ$  với bản tụ. Bản tụ dài 20 cm. Khối lượng và điện tích electron là đã biết (xem bài 45).



Hình 98

47. Bên trong một tụ phẳng có cường độ điện trường  $E$ , một quả lắc khối lượng  $m$  và điện tích  $+q$  được treo lơ lửng bên dưới một sợi dây chiều dài  $l$ , chuyển động quay đều theo một vòng tròn (Hình 98). Góc nghiêng của sợi dây là  $\alpha$ . Tìm lực căng dây và động năng của quả lắc.

48. Hai quả cầu khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  với điện tích  $+q_1$  và  $+q_2$  được nối với nhau bởi một sợi dây vắt qua một cái ròng rọc. Tính gia tốc của hai quả cầu và lực căng dây nếu toàn bộ hệ được đặt trong một điện trường đều  $E$  có các đường sức điện hướng thẳng đứng xuống dưới. Bỏ qua mọi tương tác giữa hai quả cầu tích điện.

49. Một quả cầu khối lượng  $m$  tích điện  $+q$  có thể quay trong một mặt phẳng thẳng đứng tại đầu của một sợi dây chiều dài  $l$  trong một điện trường đều có các đường sức điện hướng thẳng đứng lên trên. Phải truyền cho quả cầu một vận tốc ngang bằng bao nhiêu tại vị trí cao nhất của nó để cho lực căng của sợi dây tại vị trí thấp nhất của quả cầu bằng 10 lần trọng lượng của quả cầu?



## §26. Áp dụng định luật Coulomb

**GV:** Chúng ta hãy thảo luận chi tiết hơn về định luật Coulomb, cũng như những bài toán có liên quan với việc áp dụng định luật này. Trước tiên, hãy phát biểu định luật Coulomb.

**HS A:** Lực tương tác giữa hai điện tích tỉ lệ thuận với tích của hai điện tích và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng.

**GV:** Em phát biểu định luật này chưa hoàn chỉnh; em đã bỏ sót một số điểm.

**HS B:** Có lẽ nên bổ sung thêm rằng lực tương tác đó tỉ lệ nghịch với hằng số điện môi  $K_e$  của môi trường. Đúng không thầy?

**GV:** Tất nhiên bổ sung như thế thì cũng tốt. Nhưng đó chưa phải là cái thiếu sót chính. Các em lại quên rằng lực là một đại lượng vector. Do đó, khi nói độ lớn của lực, đừng quên nhắc tới chiều của nó nữa (ở đây, chúng ta nên nhớ lại phần đã thảo luận ở §4 về định luật II Newton).

**HS A:** Giờ thì em hiểu rồi. Có phải ý thầy muốn chúng em bổ sung rằng lực tương tác giữa hai điện tích có phương là đường nối giữa hai điện tích?

**GV:** Như thế vẫn chưa đủ. Trên phương đó có tới hai chiều mà.

**HS A:** Vậy thì chúng em phải nói là các điện tích đẩy nhau nếu chúng có cùng dấu và hút nhau nếu chúng trái dấu.

**GV:** Tốt. Bây giờ nếu gom hết những bổ sung này thì các em sẽ có một phát biểu hoàn chỉnh của định luật Coulomb. Cũng cần nhấn mạnh rằng định luật này nói về tương tác giữa các điện tích điểm.

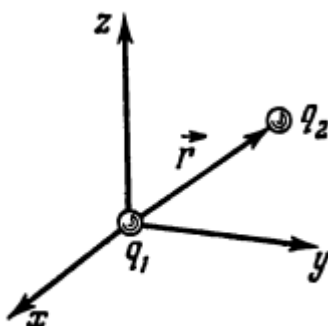
**HS B:** Phương trình của định luật Coulomb có thể được viết sao cho nó chứa đầy đủ thông tin về định luật được không thầy? Dạng bình thường

$$F = B \frac{q_1 q_2}{K_e r^2} \quad (157)$$

không có chứa thông tin về chiều của lực.

**GV:** Định luật Coulomb có thể được viết như sau. Trước tiên, chúng ta phải xác định rõ mình đang nói tới lực nào. Giả sử chúng ta muốn tính lực do điện tích  $q_1$  tác dụng lên điện tích  $q_2$ . Ta chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ tại điện tích  $q_1$ . Sau đó ta vẽ vector  $\vec{r}$  từ gốc tọa độ đến điểm đặt điện tích  $q_2$  (Hình 99). Vector này được gọi là vector bán kính của điện tích  $q_2$ . Trong trường hợp này, dạng hoàn chỉnh của định luật Coulomb sẽ là

$$\vec{F} = B \frac{q_1 q_2}{K_e r^3} \vec{r} \quad (158)$$



**Hình 99**

Trong đó hệ số  $B$  tùy thuộc vào hệ đơn vị ta chọn.

**HS A:** Nhưng trong phương trình này lực tỉ lệ, không phải với bình phương, mà với lập phương khoảng cách giữa các điện tích!

**GV:** Không hẳn. Vector  $\vec{r}/r$  trên phương diện số là bằng đơn vị (đơn vị không có chiều!). Nó được gọi là vector đơn vị. Nó chỉ có tác dụng xác định chiều mà thôi.

**HS A:** Ý thầy nói là em chỉ việc viết ra phương trình (158) nếu được yêu cầu viết định luật Coulomb đúng không? Không cần thêm gì nữa phải không?

**GV:** Em sẽ chỉ phải giải thích kí hiệu trong phương trình.

**HS A:** Vậy nếu em viết phương trình (157) thay vì (158) thì sao?

**GV:** Thì em sẽ phải dùng lời mô tả chiều của lực Coulomb.

**HS A:** Làm thế nào phương trình (158) cho thấy các điện tích hút hay đẩy nhau?

**GV:** Nếu hai điện tích cùng dấu, thì tích  $q_1q_2$  là dương. Trong trường hợp này vector  $\vec{F}$  song song với vector  $\vec{r}$ . Vector  $\vec{F}$  là lực tác dụng lên điện tích  $q_2$ ; điện tích  $q_2$  bị đẩy bởi điện tích  $q_1$ . Nếu hai điện tích trái dấu, thì tích  $q_1q_2$  là âm và khi đó vector  $\vec{F}$  sẽ đối song với vector  $\vec{r}$ , tức là điện tích  $q_2$  sẽ bị hút bởi điện tích  $q_1$ .

**HS A:** Thầy hãy giải thích chúng ta nên biết gì về hệ số  $B$ .

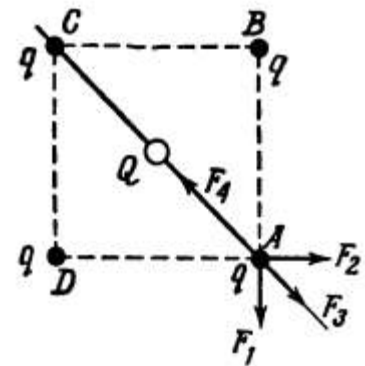
**GV:** Hệ số này tùy thuộc vào hệ đơn vị ta chọn. Nếu các em sử dụng hệ đơn vị tĩnh điện tuyệt đối (cgse), thì  $B = 1$ ; nếu các em sử dụng hệ đơn vị quốc tế (SI), thì  $B = 1/(4\pi\epsilon_0)$ , trong đó hằng số  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$  (coulomb bình phương trên newton-mét bình phương).

Chúng ta hãy giải vài bài toán về định luật Coulomb.

**Bài toán 1.** Bốn điện tích điểm  $q$  giống hệt nhau đặt tại bốn đỉnh của một hình vuông. Hỏi phải đặt điện tích  $Q$  có dấu ngược lại và bằng bao nhiêu tại tâm của hình vuông để toàn hệ ở trong trạng thái cân bằng?

**HS A:** Trong hệ gồm năm điện tích, bốn điện tích đã biết và một điện tích chưa biết. Vì hệ cân bằng, nên tổng lực tác dụng lên từng điện tích trong hệ bằng không. Nói cách khác, chúng ta phải xét sự cân bằng của từng điện tích.

**GV:** Xét như thế là thừa. Các em có thể dễ dàng thấy rằng điện tích  $Q$  ở trạng thái cân bằng, bất kể độ lớn của nó, do vị trí hình học của nó. Do đó, điều kiện cân bằng cho điện tích này chẳng góp ích gì cho bài giải. Do sự đối xứng của hình vuông, bốn điện tích  $q$  còn lại là hoàn toàn tương đương. Như vậy, chỉ cần xét điều kiện cân bằng cho một trong bốn điện tích này là đủ, dù là điện tích nào cũng vậy. Chúng ta có thể chọn, ví dụ, điện tích tại điểm  $A$  (Hình 100). Có những lực nào tác dụng lên điện tích này?



**Hình 100**

**HS A:** Lực  $F_1$  do điện tích tại điểm  $B$ , lực  $F_2$  do điện tích tại điểm  $D$  và, cuối cùng, lực do điện tích cần tìm nằm tại tâm của hình vuông.

**GV:** Tôi thấy không ổn chút nào, tại sao em không xét lực tác dụng bởi điện tích đặt tại  $C$ ?

**HS A:** Nó đã bị che khuất bởi điện tích tại tâm của hình vuông.

**GV:** Đây là một cái sai ngớ ngẩn. Hãy nhớ: trong một hệ điện tích, mỗi điện tích chịu lực tác dụng bởi mọi điện tích khác trong hệ, không có ngoại lệ nào hết. Do đó, em sẽ phải cộng thêm lực  $F_3$  tác dụng lên điện tích tại  $A$  do điện tích tại  $C$  gây ra. Sơ đồ lực cuối cùng được thể hiện ở Hình 100.

**HS A:** Giờ thì mọi thứ đã rõ. Em chọn phương  $CA$  và chiếu toàn bộ các lực tác dụng lên điện tích tại  $A$  lên phương này. Tổng đại số của tất cả các hình chiếu lực phải bằng không, tức là

$$F_4 = 2F_1\cos 45^\circ + F_3$$

Gọi cạnh của hình vuông là  $a$ , ta có thể viết lại phương trình này ở dạng

$$\frac{Qq}{\frac{a^2}{2}} = \sqrt{2} \frac{q^2}{a^2} + \frac{q^2}{2a^2}$$

Từ đó suy ra

$$Q = \frac{q}{4}(2\sqrt{2} + 1) \quad (159)$$

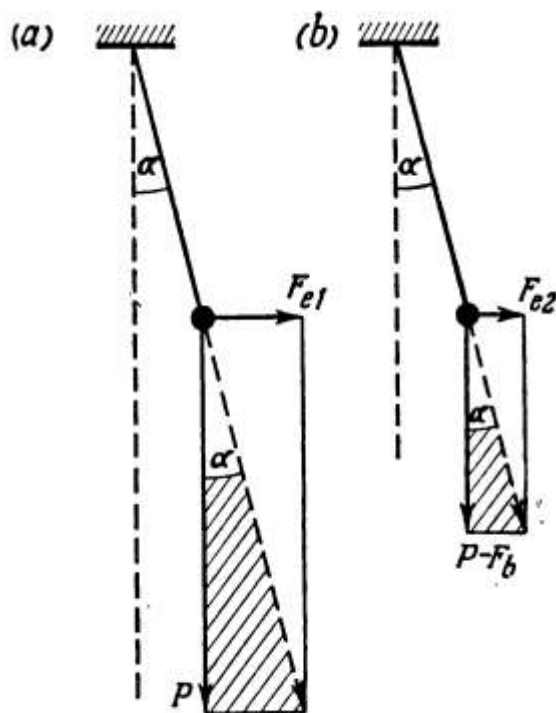
**GV:** Khá chính xác. Sự cân bằng của hệ điện tích này có bền không?

**HS B:** Không bền. Đây là cân bằng không bền. Chỉ cần một trong các điện tích hơi lệch một chút, toàn bộ các điện tích sẽ bắt đầu chuyển động và hệ sẽ bị phá vỡ.

**GV:** Em nói đúng. Thật sự khó nghĩ ra một cách sắp xếp cân bằng bền của các điện tích đứng yên.

*Bài toán 2. Hai quả lắc hình cầu có cùng khối lượng và bán kính, có điện tích bằng nhau và được treo bên dưới hai sợi dây cùng chiều dài và treo vào cùng một điểm, được nhúng trong một điện môi lỏng có hằng số điện môi  $K_e$  và khối lượng riêng  $\rho$ . Hỏi khối lượng riêng  $\rho$  của chất liệu làm con lắc phải bằng bao nhiêu để cho góc lệch giữa hai sợi dây trong không khí và trong điện môi đó là như nhau?*

**HS B:** Góc lệch giữa hai sợi dây là do lực đẩy Coulomb giữa hai quả lắc. Gọi  $F_{e1}$  là lực đẩy Coulomb trong không khí và  $F_{e2}$  là lực đẩy Coulomb trong điện môi.



Hình 101

GV: Hai lực này khác nhau ra sao?

HS B: Vì, theo điều kiện của bài toán, góc lệch giữa hai sợi dây là như nhau trong cả hai trường hợp, nên khoảng cách giữa hai quả lắc cũng là như nhau. Do đó, độ chênh lệch lực  $F_{e1}$  và  $F_{e2}$  chỉ là do hằng số điện môi. Như vậy

$$F_{e1} = K_e F_{e2} \quad (160)$$

Ta hãy xét trường hợp hai quả lắc nằm trong không khí. Từ sự cân bằng của hai quả lắc, ta kết luận rằng tổng vector của các lực  $F_{e1}$  và trọng lực sẽ hướng theo phương của sợi dây bởi vì nếu không nó không thể trực đối với phản lực của sợi dây (Hình 101a). Ta suy ra

$$\frac{F_{e1}}{P} = \tan \alpha$$

trong đó  $\alpha$  là góc hợp bởi sợi dây và phương thẳng đứng. Khi hai quả lắc nhúng chìm trong điện môi, lực  $F_{e1}$  được thay bằng lực  $F_{e2}$ , và trọng lực  $P$  được thay bằng hiệu  $(P - F_b)$ , trong đó  $F_b$  là lực nổi. Tuy nhiên, tỉ số của hai lực mới này, giống như phần trước, phải bằng  $\tan \alpha$  (Hình 101b). Như vậy

$$\frac{F_{e2}}{P - F_b} = \tan \alpha$$

Sử dụng hai phương trình vừa có, ta thu được

$$\frac{F_{e1}}{P} = \frac{F_{e2}}{P - F_b}$$

Sau khi thay phương trình (160) và xét đến  $P = Vg\rho$  và  $F_b = Vg\rho_0$ , ta được

$$\frac{K_e}{\rho} = \frac{1}{\rho - \rho_0}$$

và khối lượng riêng cần tìm của chất liệu làm con lắc là

$$\rho = \frac{\rho_0 K_e}{K_e - 1} \quad (161)$$

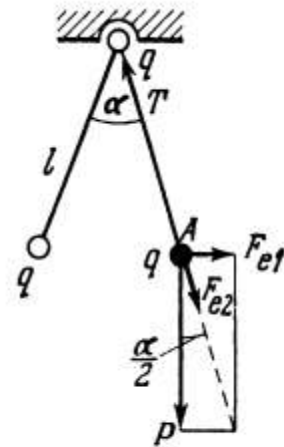
**GV:** Đáp số của em đúng rồi.

**Bài toán 3.** Hai quả lắc hình cầu cùng khối lượng  $m$  tích điện giống hệt nhau được treo dưới hai sợi dây cùng chiều dài  $l$  và treo vào cùng một điểm. Tại điểm treo có một quả cầu thứ ba mang cùng điện tích. (Hình 102). Tính điện tích  $q$  của mỗi quả lắc và quả cầu nếu góc hợp bởi hai sợi dây khi quả lắc cân bằng là  $\alpha$ .

**HS B:** Ta sẽ xét quả lắc A. Có bốn lực tác dụng lên nó (Hình 102). Vì quả lắc ở trạng thái cân bằng, nên em sẽ phân tích những lực này ra các thành phần hướng theo hai phương...

**GV (cắt ngang):** Trong trường hợp đã cho, có một cách giải đơn giản hơn. Lực do điện tích tại điểm treo tác dụng không có ảnh hưởng nào đối với vị trí cân bằng của sợi dây: lực  $F_{e2}$  tác dụng theo phương của sợi dây và bị triệt tiêu ở mọi vị trí bởi phản lực của sợi dây. Do đó, bài toán đã cho có thể được giải như là không có điện nào tại điểm treo của sợi dây. Các thí sinh thường không biết điều này.

**HS B:** Như vậy ta sẽ bỏ qua lực  $F_{e2}$ . Vì tổng vector của các lực  $F_{e1}$  và  $P$  phải hướng theo phương của sợi dây nên ta có



**Hình 102**

$$\frac{F_{el}}{P} = \tan \frac{\alpha}{2} \quad (162)$$

**GV:** Lưu ý rằng kết quả này không phụ thuộc vào chuyện có mặt hay không có mặt của một điện tích tại điểm treo dây.

**HS B:** Vì

$$F_{el} = \frac{q^2}{4l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

nên ta thu được từ phương trình (162)

$$\frac{q^2}{4l^2 mg \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

Giải cho điện tích cần tìm, ta được

$$q = 2l \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{mg \tan \frac{\alpha}{2}} \quad (163)$$

**GV:** Đáp số của em đúng rồi.

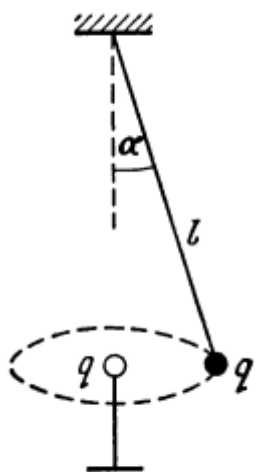
**HS A:** Khi nào thì sự có mặt của một điện tích tại điểm treo dây là có nghĩa?

**GV:** Chẳng hạn, khi cần tìm lực căng dây.

### Bài tập

50. Các điện tích  $+q$  giống hệt nhau nằm tại các đỉnh của một lục giác đều. Phải đặt tại tâm của lục giác đó một điện tích bằng bao nhiêu để toàn bộ hệ điện tích cân bằng?

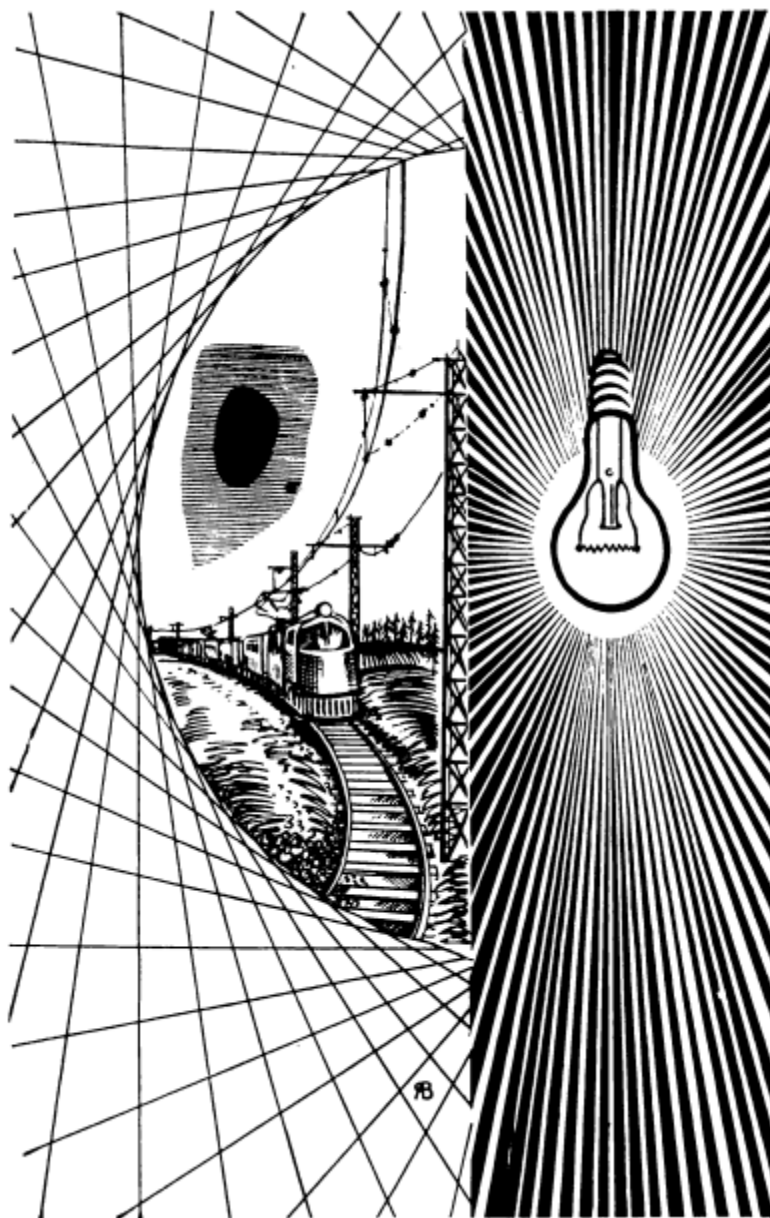
51. Một quả lắc hình cầu có khối lượng  $m$  và điện tích  $q$  treo bên dưới một sợi dây chiều dài  $l$  quay xung quanh một điện tích cố định giống hệt với điện tích của quả lắc (Hình 103). Góc giữa sợi dây và phương thẳng đứng là  $\alpha$ . Tính vận tốc góc của chuyển động đều của quả lắc và lực căng của sợi dây.



**Hình 103**

52. Một quả lắc hình cầu có khối lượng  $m$  và điện tích  $q$  có thể quay trong một mặt phẳng thẳng đứng tại đầu của một sợi dây chiều dài  $l$ . Tại tâm quay có một quả cầu thứ hai có điện tích cùng dấu và độ lớn với điện tích của quả lắc. Phải truyền cho quả lắc một vận tốc nằm ngang tối thiểu bằng bao nhiêu tại vị trí thấp nhất của nó để cho phép nó quay trọn vòng?





Dòng điện đã trở thành một phần không thể thiếu trong cuộc sống hằng ngày của chúng ta, và vì thế chẳng cần thiết phải trình bày tầm quan trọng của định luật Ohm và định luật Joule-Lenz. Nhưng các em biết hai định luật này tường tận đến mức nào?

## §27. Định luật Ohm

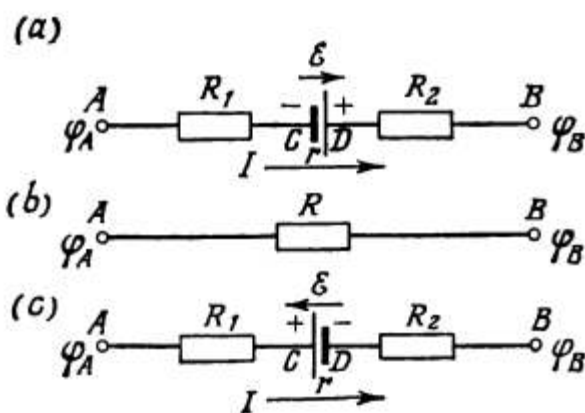
GV: Các em có biết định luật Ohm không?

HS A: Tất nhiên là biết rồi. Em nghĩ ai mà chẳng biết định luật Ohm. Đó có lẽ là câu hỏi dễ nhất trong toàn chương trình vật lí.

GV: Rồi chúng ta sẽ thấy. Một đoạn mạch điện được vẽ trên Hình 104a. Ở đây  $E$  là suất điện động và có chiều hướng sang phải;  $R_1$  và  $R_2$  là điện trở;  $r$  là điện trở trong của nguồn suất điện động; và  $\varphi_A$  và  $\varphi_B$  là điện thế tại hai đầu đoạn mạch đã cho. Dòng điện chạy từ trái sang phải. Hãy tính giá trị  $I$  của dòng điện này.

HS A: Nhưng thầy có một mạch điện hở!

GV: Tôi bảo em xét một đoạn của một mạch điện lớn nào đó mà. Em không biết gì về phần còn lại của mạch điện. Em cũng chẳng cần biết làm gì, vì điện thế tại hai đầu của đoạn mạch này là đã biết rồi.



Hình 104

HS A: Trước đây, chúng em chỉ giải bài toán mạch điện kín. Với những trường hợp đó, định luật Ohm có thể viết dưới dạng

$$I = \frac{E}{R + r} \quad (164)$$

GV: Em nhầm rồi. Em còn xét các nguyên tố của mạch điện. Theo định luật Ohm, dòng điện trong một nguyên tố mạch điện bằng tỉ số của hiệu điện thế và điện trở.

**HS A:** Nhưng đây có phải là một nguyên tố mạch điện không?

**GV:** Chắc chắn rồi. Một nguyên tố như vậy được minh họa trên Hình 104b. Với nguyên tố này, em có thể viết định luật Ohm ở dạng

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R} \quad (165)$$

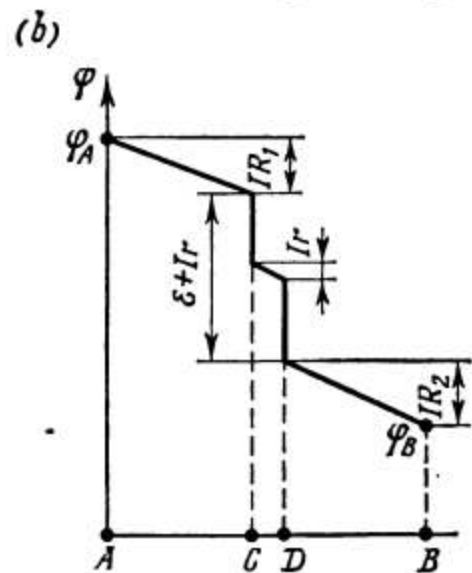
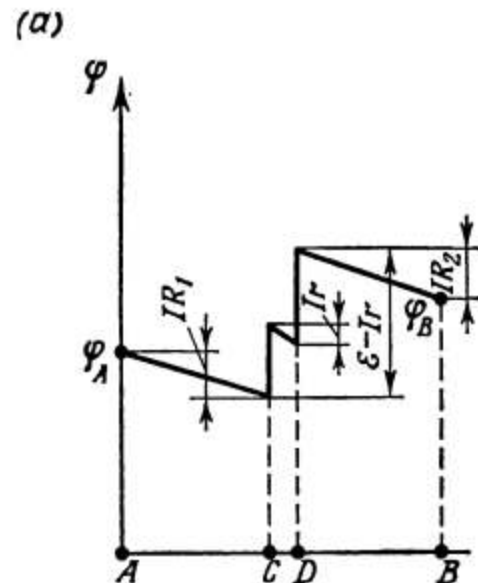
Thay cho hiệu điện thế ( $\varphi_A - \varphi_B$ ) giữa hai đầu nguyên tố mạch điện, trước đây các em sử dụng thuật ngữ đơn giản hơn là “hiệu điện thế”, kí hiệu nó bằng chữ cái  $V$ .

**HS A:** Dẫu sao, chúng em chưa từng giải với nguyên tố mạch điện có dạng như trên Hình 104a.

**GV:** Như vậy, ta thấy rằng các em biết định luật Ohm cho những trường hợp đặc biệt của một mạch điện kín và cho loại nguyên tố mạch đơn giản nhất không chứa suất điện động. Tuy nhiên, các em không biết định luật Ohm cho trường hợp tổng quát. Chúng ta hãy cùng nhau khảo sát kĩ vấn đề này.

Hình 105a thể hiện sự biến thiên điện thế trên một đoạn đã cho của một mạch điện. Dòng điện chạy từ trái sang phải và do đó điện thế giảm từ  $A$  đến  $C$ . Độ giảm thế trên điện trở  $R_1$  bằng  $IR_1$ . Ngoài ra, chúng ta giả sử hai bản cực của một cục pin đặt tại  $C$  và  $D$ . Tại hai điểm này xảy ra sự tăng điện thế đột ngột; tổng độ tăng thế bằng suất điện động là  $\mathcal{E}$ .

Giữa  $C$  và  $D$ , điện thế giảm theo điện trở trong của pin; độ giảm thế bằng  $Ir$ . Cuối cùng, độ giảm thế trên điện trở  $R_2$  bằng  $IR_2$ . Tổng độ giảm thế trên toàn bộ điện trở



Hình 105

của đoạn mạch trừ cho độ tăng thế vọt lên là bằng  $V$ . Đó chính là hiệu điện thế giữa hai đầu của đoạn mạch đang xét. Như vậy

$$I(R_1 + R_2 + r) - E = \varphi_A - \varphi_B$$

Từ đây, ta thu được biểu thức cho dòng điện, tức là định luật Ohm cho đoạn mạch đã cho

$$I = \frac{E + (\varphi_A - \varphi_B)}{R_1 + R_2 + r} \quad (166)$$

Lưu ý rằng từ phương trình vừa có này, ta có thể dễ dàng thu được những trường hợp đặc biệt mà các em đã quen thuộc. Với đoạn mạch đơn giản nhất không chứa suất điện động ta thay  $E = 0$  và  $r = 0$  vào phương trình (166). Từ đó

$$I = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{R_1 + R_2}$$

tương ứng với phương trình (165). Để thu về một mạch điện kín, ta phải nối hai đầu  $A$  và  $B$  của đoạn mạch của chúng ta. Điều này có nghĩa là  $\varphi_A = \varphi_B$ . Khi đó

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r}$$

Phương trình này tương ứng với phương trình (164).

**HS A:** Giờ em mới thấy thật ra em chẳng biết gì về định luật Ohm.

**GV:** Nói chính xác hơn thì em biết nó chỉ với những trường hợp đặc biệt thôi. Giả sử nối một volt kế với hai cực của cực pin trong đoạn mạch điện ở Hình 104a. Đồng thời giả sử rằng volt kế có điện trở đủ lớn để chúng ta có thể bỏ qua ảnh hưởng do sự có mặt của nó trong mạch điện. Hỏi volt kế sẽ chỉ giá trị bao nhiêu?

**HS A:** Em biết một volt kế nối giữa hai cực của cực pin sẽ cho biết độ giảm thế trên toàn mạch ngoài. Tuy nhiên, trong trường hợp đã cho, chúng ta không biết gì về mạch điện ngoài.

**GV:** Biết về mạch điện ngoài là không cần thiết đối với mục đích của chúng ta. Nếu volt kế được nối với điểm  $C$  và điểm  $D$ , thì nó sẽ chỉ hiệu điện thế giữa hai điểm này. Điều này em có hiểu không?

**HS A:** Vâng, tất nhiên em hiểu.

**GV:** Bây giờ hãy nhìn vào Hình 105a. Rõ ràng rằng hiệu điện thế giữa hai điểm C và D bằng  $(E - Ir)$ . Gọi số chỉ của volt kế là  $V$ , ta thu được công thức

$$V = E - Ir \quad (167)$$

Tôi khuyên các em nên sử dụng công thức này vì nó không đòi hỏi phải biết về mạch điện ngoài. Công thức này đặc biệt có giá trị trong những trường hợp khi các em gặp một mạch điện ít nhiều phức tạp. Lưu ý rằng phương trình (167) có cơ sở thuộc về một quy tắc đã biết: nếu mạch điện bị hở và không có dòng điện chạy ( $I = 0$ ), thì  $V = E$ . Ở đây, số chỉ của volt kế trùng với giá trị của suất điện động.

Các em có hiểu hết chưa nào?

**HS A:** Vâng, giờ thì em thấy rõ rồi.

**GV:** Để kiểm tra, tôi sẽ nêu với các em một câu hỏi mà các thí sinh thường thấy khó trả lời. Một mạch điện kín gồm  $n$  cục pin mắc nối tiếp. Mỗi pin có suất điện động  $E$  và điện trở trong  $r$ . Điện trở của dây nối giả sử là bằng không. Một volt kế mắc vào hai cực của một trong các pin sẽ chỉ giá trị bao nhiêu? Như thường lệ, giả sử không có dòng điện chạy qua volt kế.

**HS A:** Em sẽ lập luận giống như phần lí giải trước. Số chỉ của volt kế sẽ là  $V = E - Ir$ . Từ định luật Ohm cho đoạn mạch đã cho, ta có thể tính được dòng điện  $I = (nE)/(nr) = E/r$ . Thay kết quả này vào phương trình đầu ta thu được  $V = E - (E/r)r = 0$ . Như vậy, trong trường hợp này, volt kế sẽ chỉ số 0.

**GV:** Hoàn toàn chính xác. Chỉ cần nhớ rằng trường hợp này đã lí tưởng hóa. Một mặt, chúng ta đã bỏ qua điện trở của dây nối, mặt khác chúng ta giả sử điện trở của volt kế là vô cùng lớn, vì thế không nên kiểm tra kết quả này bằng thí nghiệm.

Bây giờ chúng ta hãy xét một trường hợp khi dòng điện trong một đoạn mạch chạy theo một chiều và suất điện động thì có chiều ngược lại. Trường hợp này được minh họa trên Hình 104c. Hãy vẽ sơ đồ biểu diễn sự biến thiên điện thế trên đoạn mạch này.

**HS A:** Liệu dòng điện có thể chạy ngược hướng với suất điện động không?

**GV:** Em quên mất rằng chúng ta chỉ có một đoạn mạch điện thôi. Mạch điện có thể chứa suất điện động khác nằm bên ngoài đoạn mạch đang xét, dưới tác dụng của nó dòng điện trong đoạn mạch này có thể chạy ngược chiều với suất điện động đã cho.

**HS A:** Em biết rồi. Vì dòng điện chạy từ trái sang phải, nên có một độ giảm thế bằng  $IR_1$  từ  $A$  đến  $C$ . Vì suất điện động bây giờ có chiều ngược lại, nên bước nhảy thế tại điểm  $C$  và  $D$  bây giờ sẽ làm giảm điện thế thay vì làm tăng nó. Từ điểm  $C$  đến điểm  $D$ , điện thế sẽ giảm đi một lượng bằng  $Ir$ , và từ điểm  $D$  đến điểm  $B$ , điện thế giảm lượng  $IR_2$ . Từ đó ta thu được sơ đồ Hình 105b.

**GV:** Và định luật Ohm trong trường hợp này sẽ có dạng như thế nào?

**HS A:** Nó sẽ có dạng

$$I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) - E}{R_1 + R_2 + r} \quad (168)$$

**GV:** Chính xác. Vậy volt kế bây giờ sẽ chỉ số bao nhiêu?

**HS A:** Có thể thấy từ Hình 105b là trong trường hợp này

$$V = E + Ir \quad (169)$$

**GV:** Đúng rồi. Bây giờ hãy xét bài toán sau đây. Trong một mạch điện như hình vẽ 106,  $r = 1 \, \Omega$ ,  $R = 10 \, \Omega$  và điện trở của volt kế  $R_V = 200 \, \Omega$ . Tính sai số tương đối của số chỉ volt kế thu được, giả sử volt kế có điện trở lớn vô hạn và không gây ra ảnh hưởng nào đối với mạch điện.

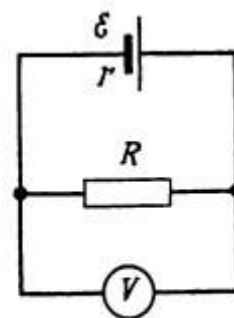
Ta sẽ gọi số chỉ của volt kế thật sự là  $V$  và số chỉ của volt kế có điện trở vô hạn là  $V_\infty$ . Khi đó, sai số tương đối sẽ là

$$f = \frac{V_\infty - V}{V_\infty} = 1 - \frac{V}{V_\infty} \quad (170)$$

Ngoài ra, chúng ta xét

$$V_\infty = \frac{E}{R + r} R \quad (171)$$

và



Hình 106

$$V = \frac{E}{r + \frac{RR_V}{R + R_V}} \frac{RR_V}{R + R_V} \quad (172)$$

Sau khi thay phương trình (171) và (172) vào (170), ta được

$$\begin{aligned} f &= 1 - \frac{R_V(R+r)}{(R+R_V)r + RR_V} = 1 - \frac{R_V(R+r)}{(r+R)R_V + rR} \\ &= 1 - \frac{1}{1 + \frac{rR}{(r+R)R_V}} \end{aligned}$$

Vì  $R_V \gg R$  và  $R > r$ , nên phân thức ở mẫu trong phương trình trên nhỏ hơn đơn vị nhiều. Do đó, ta có thể sử dụng một công thức gần đúng luôn luôn có ích nếu ghi nhớ trong đầu

$$(1 + \lambda)^\alpha \cong 1 + \alpha\lambda \quad (173)$$

Công thức này đúng với  $\lambda \ll 1$  đối với mọi giá trị của  $\alpha$  (dù nguyên hay phân số, dương hay âm). Sử dụng công thức gần đúng (173) với  $\alpha = -1$  và  $\lambda = rR(r+R)^{-1}R_V^{-1}$ , ta được

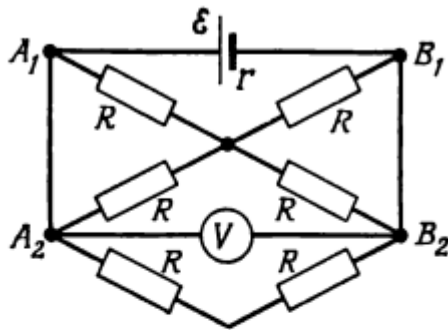
$$f \cong \frac{rR}{(r+R)R_V} \quad (174)$$

Thay các giá trị số đã cho vào phương trình (174), ta tính được sai số là  $f \cong 1/220 = 0,0045$ .

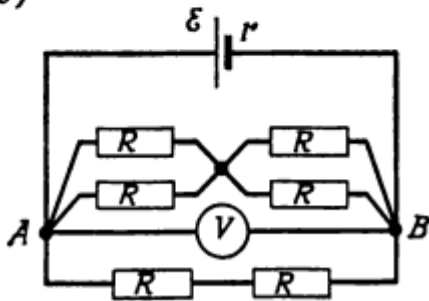
**HS A:** Như vậy có nghĩa là điện trở của volt kế càng lớn so với điện trở ngoài, thì sai số tương đối càng nhỏ, và chúng ta càng có lí do để bỏ qua sự ảnh hưởng của volt kế khi mắc nó vào mạch điện?

**GV:** Ừ, đúng vậy. Chỉ cần nhớ  $R \ll R_V$  là điều kiện đủ chứ không phải điều kiện cần để cho sai số tương đối nhỏ. Rõ ràng từ phương trình (174) là sai số  $f$  sẽ nhỏ khi điều kiện  $r \ll R_V$  được thỏa mãn, tức là điện trở của volt kế cao hơn nhiều so với điện trở trong của nguồn điện. Điện trở ngoài trong trường hợp này có thể là vô cùng lớn.

(a)



(b)



Hình 107

Hãy giải bài toán sau: Trong mạch điện như ở Hình 107a,  $E = 6 \text{ V}$ ,  $r = 2/3 \Omega$  và  $R = 2 \Omega$ . Tìm số chỉ của volt kế.

HS A: Chúng ta có thể giả sử điện trở của volt kế là hết sức lớn không thay?

GV: Được chứ, thêm nữa điện trở này không được nhắc tới trong bài toán này.

HS A: Nhưng khi đó dòng điện có chạy qua các điện trở ở giữa mạch điện không? Có phải nó sẽ chạy theo đoạn  $A_1A_2$  và  $B_1B_2$ ?

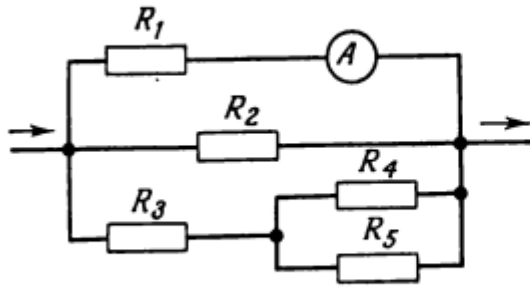
GV: Em nhầm rồi. Trước khi xét dòng điện, tôi khuyên em nên đơn giản sơ đồ mạch điện. Vì các đoạn  $A_1A_2$  và  $B_1B_2$  không có điện trở, nên suy ra  $\varphi_{A1} = \varphi_{A2}$  và  $\varphi_{B1} = \varphi_{B2}$ . Sau đó, ta có thể sử dụng quy tắc: nếu trong một mạch

điện, hai điểm bất kì có cùng một điện thế, thì chúng ta có thể nhập chúng lại mà không làm thay đổi dòng điện chạy qua các điện trở. Ta hãy áp dụng quy tắc này cho trường hợp của chúng ta bằng cách nhập điểm  $A_1$  cho trùng với điểm  $A_2$ , và điểm  $B_1$  với  $B_2$ . Khi đó ta thu được sơ đồ như ở Hình 107b. Sơ đồ này khá dễ xử lí. Do đó, tôi cho em đáp số cuối cùng luôn: số chỉ volt kế sẽ là 4 V. Các bước tính toán tôi để dành làm bài tập ở nhà cho các em.

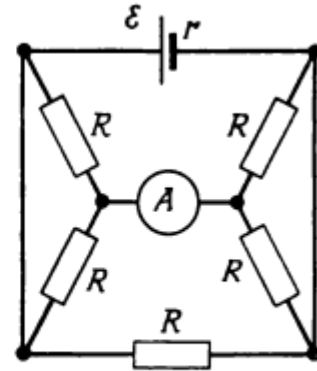
### Bài tập

53. Một ampe kế, được mắc vào một nhánh của mạch điện như trên Hình 108, có số chỉ 0,5 A. Tính dòng điện chạy qua điện trở  $R_4$ , biết các điện trở:  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 4 \Omega$ ,  $R_3 = 1 \Omega$ ,  $R_4 = 2 \Omega$  và  $R_5 = 1 \Omega$ .





Hình 108



Hình 109

54. Trong mạch điện như ở Hình 109,  $E = 4 \text{ V}$ ,  $r = 1 \Omega$  và  $R = 2 \Omega$ . Tìm số chỉ của ampe kế.

55. Điện trở của một điện kế bằng  $0,2 \Omega$ . Mắc song song với điện kế là một shunt có điện trở  $0,05 \Omega$ . Hỏi phải mắc nối tiếp kết hợp này với điện trở bằng bao nhiêu để điện trở toàn phần bằng điện trở của điện kế?

56. Một volt kế có điện trở  $100 \Omega$  mắc vào hai cực của một cục pin có suất điện động  $10 \text{ V}$  và điện trở trong  $1 \Omega$ . Xác định số chỉ của volt kế và sai số tương đối của số chỉ của nó giả sử điện trở của nó là vô cùng lớn.

57. Một ampe kế có điện trở  $1 \Omega$  được mắc vào một mạch điện có điện trở ngoài  $49 \Omega$  và với nguồn điện có suất điện động  $10 \text{ V}$  và điện trở trong  $1 \Omega$ . Xác định số chỉ của ampe kế và tính sai số tương đối của số chỉ của nó giả sử nó không có điện trở.

## §28. Tự điện trong mạch điện một chiều

GV: Chúng ta hãy xét bài toán sau. Trong mạch điện như ở Hình 110,  $C$  là điện dung của tụ điện. Tìm điện tích  $Q$  trên bản tụ, biết suất điện động của nguồn điện bằng  $E$  và điện trở trong của nó là  $r$ .

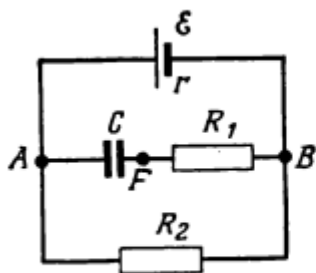
HS A: Nhưng liệu chúng ta có thể sử dụng tụ trong mạch điện một chiều không thầy? Dầu sao, chẳng có dòng điện nào chạy qua nó.

GV: Nó không chạy qua thì có sao nhi? Dòng điện chạy theo nhánh song song kia.

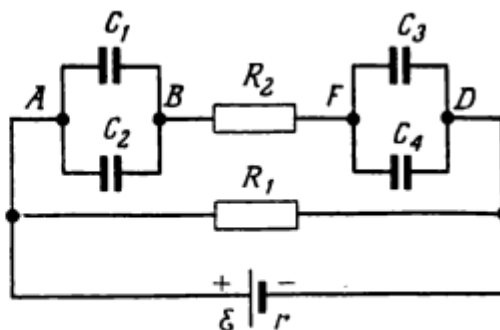
HS A: Em nghĩ em hiểu rồi. Vì dòng điện không chạy qua tụ trong mạch điện ở Hình 110, nên nó cũng sẽ không chạy qua điện trở  $R_1$ . Trong phần phía ngoài của mạch điện, dòng điện sẽ chỉ chạy qua điện trở  $R_2$ . Chúng ta có thể tính dòng điện từ liên hệ  $I = E/(R_2 + r)$  và rồi tính hiệu điện thế giữa điểm  $A$  và điểm  $B$  sẽ bằng độ giảm thế trên điện trở  $R_2$ , tức là

$$\varphi_A - \varphi_B = IR_2 = \frac{ER_2}{R_2 + r} \quad (175)$$

Em không biết làm gì tiếp theo nữa. Để tính điện tích trên bản tụ, trước tiên em phải tính hiệu điện thế giữa điểm  $A$  và điểm  $F$ .



Hình 110



Hình 111

GV: Em nói đúng khi kết luận không có dòng điện chạy qua điện trở  $R_1$ . Tuy nhiên, trong trường hợp như vậy, mọi điểm thuộc điện trở đó sẽ có cùng điện thế (hãy nhớ lại cái đã nói ở §24). Điều đó có nghĩa là  $\varphi_F = \varphi_B$ . Từ đây, sử dụng phương trình (175), ta tính được điện tích cần tìm

$$Q = \frac{CER_2}{R_2 + r} \quad (176)$$

Bây giờ hãy xét bài toán sau đây. Trong mạch điện như ở Hình 111,  $E = 4 \text{ V}$ ,  $r = 1 \, \Omega$ ,  $R_1 = 3 \, \Omega$ ,  $R_2 = 2 \, \Omega$ ,  $C_1 = 2 \, \mu\text{F}$  (microfarad),  $C_2 = 8 \, \mu\text{F}$ ,  $C_3 = 4 \, \mu\text{F}$  và  $C_4 = 6 \, \mu\text{F}$ . Tính điện tích trên từng tụ điện.

Ở đây, hãy nhớ lại các quy tắc cộng điện dung của những tụ ghép nối tiếp và ghép song song.

**HS A:** Em nhớ những quy tắc đó. Khi các tụ ghép song song, điện dung tổng hợp của chúng bằng tổng từng điện dung thành phần, tức là

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (177)$$

và khi chúng ghép nối tiếp thì điện dung tổng hợp được tính bằng cách lấy nghịch đảo của tổng nghịch đảo của từng điện dung thành phần. Tức là

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (178)$$

**GV:** Đúng rồi. Bây giờ, sử dụng quy tắc (177), ta tính điện dung giữa điểm  $A$  và điểm  $B$ :

$$C_{AB} = 2 \, \mu\text{F} + 8 \, \mu\text{F} = 10 \, \mu\text{F}$$

và giữa điểm  $F$  và điểm  $D$ :

$$C_{FD} = 4 \, \mu\text{F} + 6 \, \mu\text{F} = 10 \, \mu\text{F}$$

Hiệu điện thế giữa điểm  $A$  và điểm  $D$  bằng độ giảm thế trên điện trở  $R_1$ . Như vậy

$$\varphi_D - \varphi_A = IR_1 = \frac{ER_1}{R_1 + r} = 3 \text{ V}$$

Rõ ràng, điện trở  $R_2$  không có vai trò gì trong mạch điện, và có thể bỏ qua.

Vì  $C_{AB} = C_{FD}$ , nên

$$\varphi_B - \varphi_A = \varphi_D - \varphi_F = \frac{3 \text{ V}}{2} = 1,5 \text{ V}$$

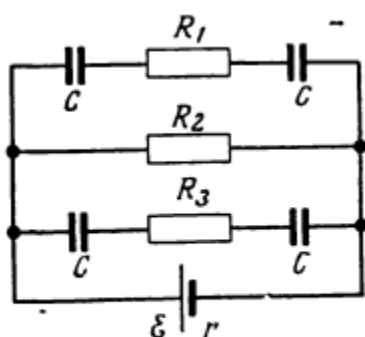
Cuối cùng, ta có thể tính được các điện tích cần tìm:

$$Q_1 = C_1 (\varphi_B - \varphi_A) = 3 \mu\text{C} \text{ (micro-coulomb)}$$

$$Q_2 = C_2 (\varphi_B - \varphi_A) = 12 \mu\text{C}$$

$$Q_3 = C_3 (\varphi_D - \varphi_F) = 6 \mu\text{C}$$

$$Q_4 = C_4 (\varphi_D - \varphi_F) = 9 \mu\text{C}$$



Hình 112

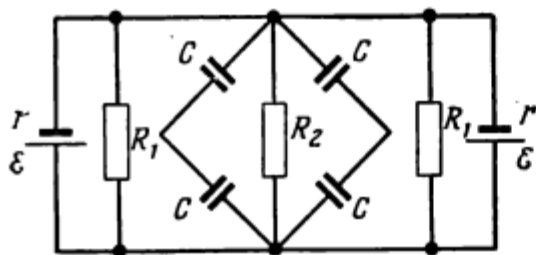
### Bài tập

58. Trong mạch điện (Hình 112),  $E = 5 \text{ V}$ ,  $r = 1 \Omega$ ,  $R_2 = 4 \Omega$ ,  $R_1 = 3 \Omega$  và  $C = 3 \mu\text{F}$ . Tính điện tích trên mỗi tụ điện.

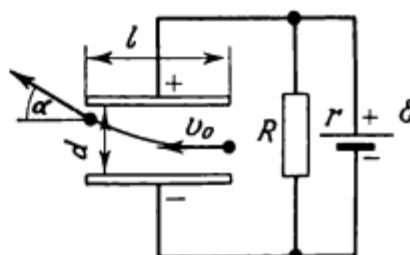
59. Toàn bộ các đại lượng biểu diễn trên sơ đồ mạch điện Hình 113 là đã biết, tính điện tích trên mỗi tụ điện.

60. Một tụ phẳng có bản tụ chiều dài  $l$  được mắc vào một mạch điện như ở Hình 114. Cho biết

suất điện động  $E$  của nguồn điện, điện trở trong  $r$  của nó và khoảng cách  $d$  giữa hai bản tụ. Một electron với vận tốc  $v_0$  bay vào tụ theo phương song song với hai bản. Phải mắc song song với tụ một điện trở  $R$  bằng bao nhiêu để electron bay ra khỏi tụ hợp một góc  $\alpha$  với bản tụ? Giả sử khối lượng  $m$  và điện tích  $q$  của electron là đã biết.



Hình 113

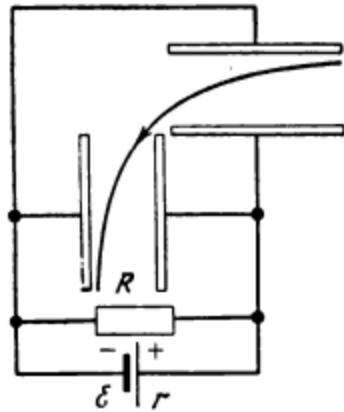


Hình 114

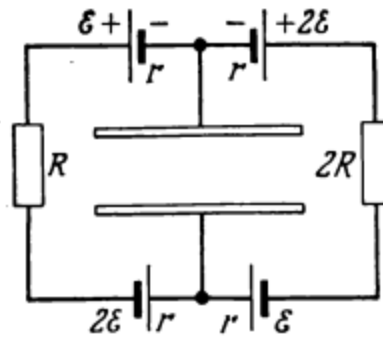
61. Hai tụ phẳng giống hệt nhau và đặt vuông góc nhau, bản tụ có chiều dài  $l$  và hai bản tụ cách nhau khoảng cách  $d$ , được mắc vào trong mạch điện như ở Hình 115. Suất điện động  $E$  và điện trở trong  $r$  của nguồn điện là đã biết. Tìm điện trở  $R$  để cho một electron bay với vận tốc  $v_0$  vào một trong hai tụ, theo phương song song với bản

tụ, bay vào tụ thứ hai và rồi bay ra theo phương song song với bản tụ. Khối lượng  $m$  và điện tích  $q$  của electron là đã biết.

62. Một tụ phẳng có hai bản tụ chiều dài  $l$  và khoảng cách giữa chúng là  $d$ , được mắc vào mạch điện như ở Hình 116 (suất điện động  $E$ , và điện trở  $R$  và  $r$  là đã biết). Một electron bay vào tụ với vận tốc  $v_0$  song song với bản tụ. Tính góc hợp bởi electron và bản tụ khi nó bay ra khỏi tụ,  $m$  và  $q$  là đã biết.

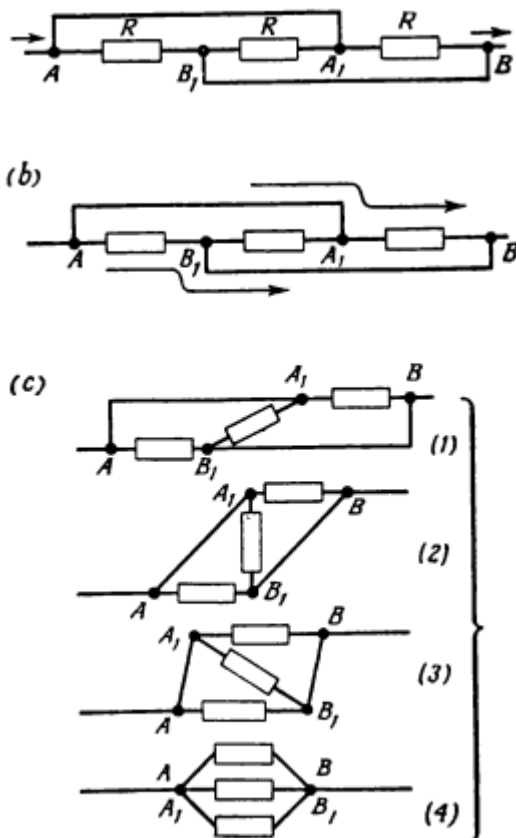


Hình 115



Hình 116

## §29. Tính điện trở của đoạn mạch phân nhánh



Hình 117

**GV:** Lại sai nữa rồi! Tôi khuyên em nên sử dụng quy tắc sau đây: tìm những điểm trong mạch điện có cùng điện thế và sau đó thay đổi sơ đồ sao cho những điểm này trùng với nhau. Dòng điện chạy trong các nhánh khác nhau của mạch điện sẽ vẫn không đổi, nhưng sơ đồ có thể vẽ đơn giản đi nhiều. Tôi đã nói về vấn đề ở §27. Vì trong bài toán đã cho, điện trở của các dây nối bằng không, nên điểm  $A$  và  $A_1$  có cùng điện thế. Tương tự, điểm  $B$  và  $B_1$  có cùng điện thế. Theo quy tắc tôi vừa nói, chúng ta sẽ thay đổi sơ đồ sao cho các điểm có điện thế bằng nhau cuối cùng sẽ trùng với nhau. Với mục đích này, chúng ta sẽ thu ngắn dần chiều dài của các dây nối. Các giai đoạn liên tiếp của quá trình này được minh họa trên Hình 117c. Từ đó ta tìm được cách mắc đã cho tương ứng một sắp xếp gồm ba điện trở mắc song song. Do đó, điện trở toàn phần của đoạn mạch là  $R/3$ .

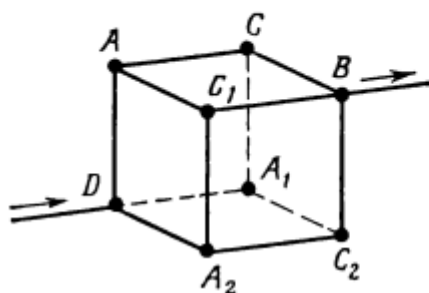
**GV:** Tính điện trở của đoạn mạch điện như ở Hình 117a. Các em có thể bỏ qua điện trở của dây dẫn (dây nối).

**HS A:** Nếu điện trở của dây dẫn có thể bỏ qua được thì mấy đoạn dây nối có thể bỏ đi hoàn toàn. Điện trở cần tìm bằng  $3R$ .

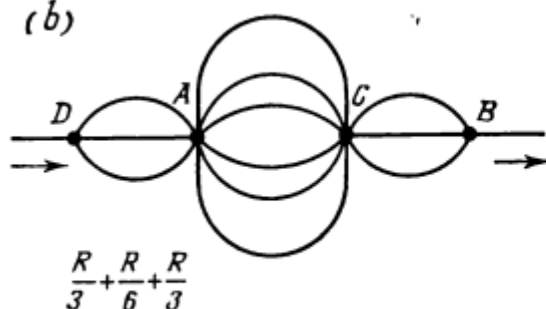
**GV:** Em đã trả lời mà không suy nghĩ. Bỏ qua điện trở của dây dẫn và bỏ đi dây nối là những cái hoàn toàn khác nhau (mặc dù một số thí sinh cho là giống nhau). Để bỏ một đoạn dây ra khỏi mạch điện có nghĩa là thay nó bằng một điện trở vô cùng lớn. Ở đây, trái lại, điện trở của dây nối là bằng không.

**HS A:** Vâng, tất nhiên. Em đã không suy nghĩ chu đáo. Nhưng bây giờ em sẽ lí giải như sau. Tại điểm  $A$  dòng điện chia thành hai dòng có chiều  $I$  được vẽ bằng mũi tên trên Hình 117b. Ở đây điện trở ở giữa có thể bỏ qua hoàn toàn và điện trở toàn phần là  $R/2$ .

(a)

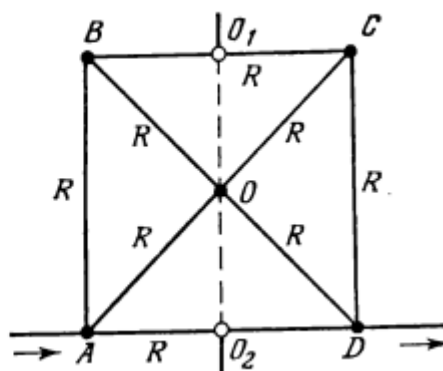


(b)

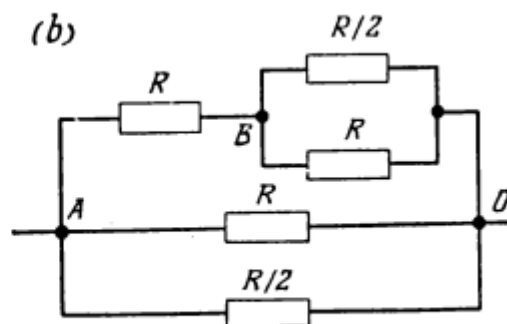


Hình 118

(a)



(b)



Hình 119

**HS A:** Vâng, đúng rồi. Cái khá rõ ràng từ Hình 117c là các điện trở mắc song song với nhau.

**GV:** Chúng ta hãy xét ví dụ sau đây. Ta có một hình lập phương tạo bởi các dây nối, mỗi cạnh có điện trở  $R$  (Hình 118a). Hình lập phương đó được mắc vào một mạch điện như hình vẽ. Tính điện trở tương đương của hình lập phương.

Chúng ta có thể bắt đầu bằng cách áp dụng quy tắc tôi vừa nói. Hãy chỉ ra những điểm có cùng điện thế.

**HS A:** Em nghĩ ba điểm  $A$ ,  $A_1$  và  $A_2$  sẽ có cùng điện thế (xem Hình 118a) vì ba cạnh của hình lập phương ( $DA$ ,  $DA_1$  và  $DA_2$ ) là hoàn toàn tương đương nhau.

**GV:** Đúng rồi, và tương tự cho các cạnh  $BC$ ,  $BC_1$  và  $BC_2$ . Do vậy, các điểm  $C$ ,  $C_1$  và  $C_2$  sẽ có cùng điện thế. Tiếp theo, chúng ta hãy cắt rời hình lập phương dây của chúng ta tại những điểm vừa nêu và, sau khi uốn cong các cạnh dây, nối chúng lại sao cho những điểm có điện thế bằng nhau thì trùng với nhau. Sơ đồ bây giờ sẽ trông như thế nào?

**HS A:** Chúng ta sẽ thu được sơ đồ như ở Hình 118b.

**GV:** Chính xác. Sơ đồ thu được ở Hình 118b là tương đương với sơ đồ ban đầu (với hình lập phương) nhưng đã đơn giản hơn nhiều. Bây giờ thì em chẳng gặp khó khăn gì khi tính điện trở tương đương cần tìm.

**HS A:** Nó bằng  $(1/3)R + (1/6)R + (1/3)R = (5/6)R$ .

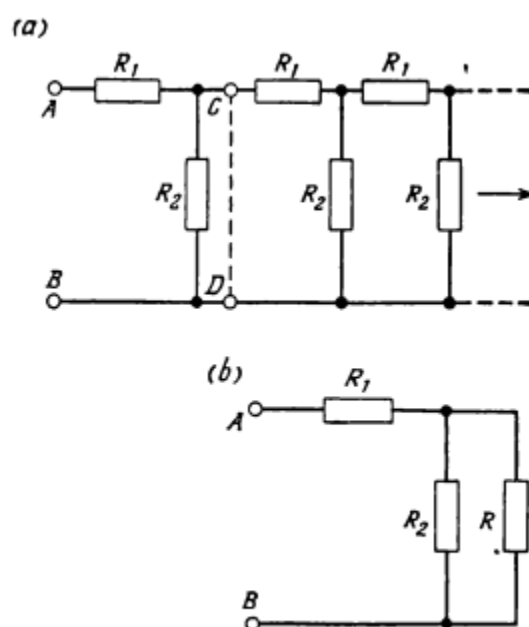
**HS B:** Làm thế nào thầy tính được điện trở tương đương của một hình dây có dạng một hình vuông, với các đường chéo, nối thành một mạch điện như ở Hình 119a?

**GV:** Một lần nữa chúng ta phải tìm những điểm có cùng điện thế. Trong trường hợp đã cho, ta dễ dàng thấy rằng sơ đồ có một trục đối xứng mà tôi vẽ trên sơ đồ 119a bằng đường đứt nét. Rõ ràng mọi điểm nằm trên trục đối xứng này sẽ có cùng điện thế bằng một nửa tổng điện thế của điểm A và điểm D. Như vậy, điện thế của các điểm O, O<sub>1</sub> và O<sub>2</sub> là bằng nhau. Theo quy tắc trên, ta có thể nhập ba điểm này trùng với nhau. Từ đó, sơ đồ ghép điện trở được chia thành hai đoạn giống hệt nhau mắc nối tiếp. Một trong hai đoạn này được vẽ ở Hình 119b. Chẳng khó khăn gì tính được điện trở của đoạn này. Nếu mỗi dây dẫn, hay dây nối, trong hình vuông có cùng điện trở R, thì điện trở tương đương của đoạn mạch là  $(4/15)R$ . Như vậy, điện trở tương đương cần tìm của hình vuông bằng  $(8/15)R$ .

**HS A:** Ý thầy muốn nói là quy tắc chính là tìm những điểm trên sơ đồ có cùng điện thế và làm đơn giản sơ đồ bằng cách nhập những điểm này lại phải không?

**GV:** Đúng vậy. Để kết luận, tôi muốn nêu một thí dụ với một đoạn mạch vô hạn. Chúng ta được cho một mạch điện gồm một số vô hạn những đoạn lặp lại với điện trở R<sub>1</sub> và R<sub>2</sub> (Hình 120a). Tìm điện trở tương đương giữa điểm A và điểm B.

**HS A:** Có lẽ chúng ta nên sử dụng phương pháp quy nạp toán học thầy ạ? Trước tiên ta sẽ xét một đoạn, rồi hai đoạn, đến ba đoạn, và cứ thế. Cuối cùng, chúng ta sẽ cố gắng mở



Hình 120



rộng kết quả cho  $n$  đoạn với trường hợp  $n \rightarrow \infty$ .

**GV:** Không, ở đây chúng ta không cần phương pháp quy nạp toán học. Ta sẽ bắt đầu với thực tế là vô cùng sẽ không thay đổi nếu chúng ta loại bỏ một bộ phận ra khỏi nó. Ta sẽ cắt bỏ đoạn đầu tiên ra khỏi sơ đồ (cùng với đường đứt nét ở Hình 120a). Rõ ràng sẽ vẫn còn lại một số vô hạn đoạn và vì thế điện trở giữa điểm  $C$  và điểm  $D$  sẽ bằng điện trở tương đương  $R$  cần tìm. Như vậy, sơ đồ ban đầu có thể thay đổi thành sơ đồ ở Hình 120b. Đoạn mạch điện ở Hình 120b có điện trở tương đương là  $R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2}$ . Vì đoạn này tương đương với đoạn ban đầu của mạch điện, nên điện trở của nó sẽ bằng điện trở cần tìm  $R$ . Như vậy, ta có

$$R = R_1 + \frac{RR_2}{R + R_2}$$

tức là một phương trình bậc hai theo  $R$ :

$$R^2 - RR_1 - R_1R_2 = 0$$

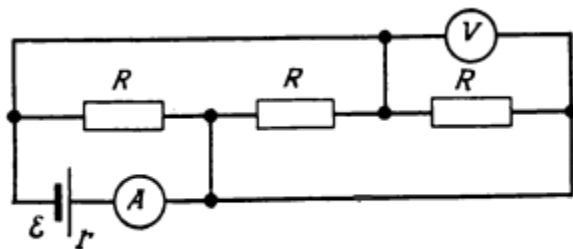
Giải phương trình này ta được

$$R = \frac{R_1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 4 \frac{R_2}{R_1}} \right) \quad (179)$$

**HS A:** Vâng, đó chắc chắn là phương pháp giải toán hay.

### Bài tập

63. Trong mạch điện ở Hình 121,  $E = 4V$ ,  $r = 1 \Omega$  và  $R = 45 \Omega$ . Xác định số chỉ của volt kế và ampere kế.



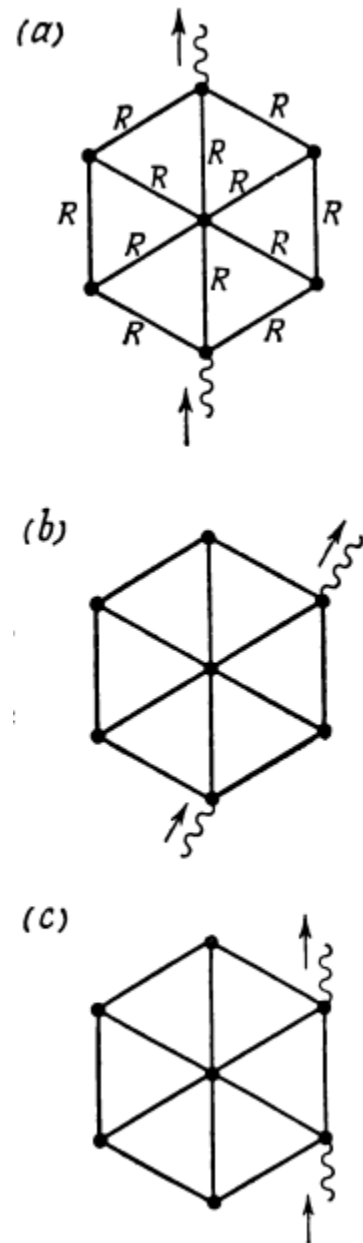
Hình 121

64. Tìm điện trở tương đương của hình vuông vẽ ở Hình 119a, giả sử nó được nối thành mạch điện tại điểm A và điểm C.

65. Một hình lục giác đều với các đường chéo được làm bằng dây nối. Điện trở của mỗi đoạn dây nối là bằng  $R$ . Hình lục giác được mắc thành mạch điện như ở Hình 122a. Tính điện trở tương đương của hình lục giác.

66. Tính điện trở tương đương của hình lục giác ở Bài 65 giả sử nó được mắc thành mạch điện như ở Hình 122b.

67. Tính điện trở tương đương của hình lục giác ở Bài 65 giả sử nó được mắc thành mạch điện như ở Hình 122c.



Hình 122

### §30. Vì sao bóng đèn bị hỏng?

**HS A:** Vì sao bóng đèn bị cháy hỏng? Do hiệu điện thế quá mức hay do dòng điện quá mức?

**GV:** Em sẽ trả lời câu hỏi này như thế nào?

**HS A:** Em nghĩ là do dòng điện cao.

**GV:** Tôi không thích câu trả lời của em chút nào. Trước tiên, tôi muốn lưu ý em rằng câu hỏi như câu em vừa nêu là thuộc nhóm câu hỏi gợi mở. Bóng đèn cháy hỏng là do sự sản sinh một lượng nhiệt hết sức lớn trong một đơn vị thời gian, tức là do sự tăng đột ngột tác dụng nhiệt của dòng điện. Như vậy, hiện tượng xảy ra là do sự biến đổi của bất kì yếu tố nào: hiệu điện thế đặt vào bóng đèn, dòng điện chạy qua bóng đèn và điện trở của bóng đèn. Ở đây, các em hãy nhắc lại toàn bộ những công thức mà em biết để tính công suất tiêu thụ khi có một dòng điện chạy qua một điện trở  $R$  nhất định.

**HS B:** Em biết mấy công thức sau đây

$$P = (\varphi_1 - \varphi_2) I \quad (180)$$

$$P = I^2 R \quad (181)$$

$$P = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{R} \quad (182)$$

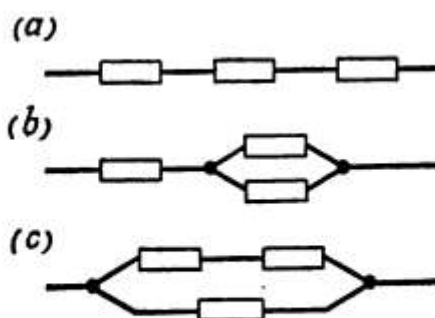
trong đó  $P$  là công suất tiêu thụ ở điện trở  $R$ ,  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  là hiệu điện thế trên điện trở  $R$  và  $I$  là cường độ dòng điện chạy qua điện trở  $R$ .

**HS A:** Chúng ta thường chỉ sử dụng công thức (181), nó biểu diễn công suất theo bình phương của cường độ dòng điện và điện trở.

**GV:** Cái khá rõ ràng là ba công thức trên tương đương nhau vì người ta có thể biến đổi công thức này thành công thức kia bằng cách sử dụng định luật Ohm. Chính sự tương đương của các công thức cho thấy khi giải bài tập chúng ta không nên xét riêng cường độ dòng điện hay hiệu điện thế. Chúng ta nên xét cả ba đại lượng – cường độ dòng điện, hiệu điện thế và điện trở – chung với nhau. (Quay sang **HS A**) Nhân tiện, tại sao em lại thích công thức (181) hơn?

**HS A:** Như một quy tắc rồi, hiệu điện thế đặt vào bóng đèn là không đổi. Do đó, sự phụ thuộc của công suất vào hiệu điện thế là không cần quan tâm nữa. Công thức (181) có ích nhất trong ba công thức trên.

**GV:** Em đã sai khi gán một vị thế ưu tiên cho công thức (181). Hãy xét bài toán sau đây. Dây đun của một bếp điện được cấu tạo gồm ba đoạn có điện trở bằng nhau. Nếu ba đoạn mắc song song thì nước trong ấm trà bắt đầu sôi trong 6 phút. Hỏi sau bao lâu thì lượng nước trong ấm trà bằng như thế sẽ bắt đầu sôi nếu ba đoạn dây được mắc như ở Hình 123?



Hình 123

**HS A:** Trước tiên, chúng ta tính điện trở tương đương của dây đun ứng với từng trường hợp, gọi điện trở của một đoạn là  $R$ . Trong trường hợp ban đầu (mắc song song), điện trở tương đương  $R_0 = R/3$ . Đối với các trường hợp  $a$ ,  $b$  và  $c$  (Hình 123), ta có

$$\left. \begin{aligned} R_a &= 3R \\ R_b &= R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R \\ R_c &= \frac{2R^2}{3R} = \frac{2}{3}R \end{aligned} \right\} \quad (183)$$

Tiếp theo, nếu ta gọi hiệu điện thế đặt vào ấm điện là  $U$ , thì theo định luật Ohm ta có thể tính cường độ dòng điện mạch chính chạy qua ấm điện trong mỗi trường hợp...

**GV (ngắt ngang):** Em không cần tính cường độ dòng điện. Ta hãy gọi  $t_0$ ,  $t_a$ ,  $t_b$  và  $t_c$  là thời gian cần thiết để đun nóng nước trong ấm điện lên tới điểm sôi trong từng

trường hợp. Nhiệt sinh ra thì bằng công suất nhân với thời gian sinh nhiệt. Trong mỗi trường hợp, lượng nhiệt sinh ra là bằng nhau. Sử dụng công thức (182) để tính công suất, ta có

$$\frac{U^2 t_0}{R_0} = \frac{U^2 t_a}{R_a} = \frac{U^2 t_b}{R_b} = \frac{U^2 t_c}{R_c} \quad (184)$$

Thay phương trình (183) vào (184) và triệt tiêu các thừa số chung ( $U^2$  và  $1/R$ ), ta được

$$3t_0 = \frac{t_a}{3} = \frac{2t_b}{3} = \frac{3t_c}{2}$$

Từ đây ta dễ dàng tính được các giá trị cần tìm:  $t_a = 9t_0 = 54$  phút,  $t_b = 9t_0/2 = 27$  phút, và  $t_c = 2t_0 = 12$  phút. Lưu ý rằng trong bài toán đã cho, cách tiện hơn là áp dụng công thức (182) để tính công suất, chính bởi vì hiệu điện thế đặt vào bếp điện có một giá trị không đổi. Nhưng hãy xét câu hỏi sau đây. Cho biết: một nguồn điện có suất điện động  $E$  và điện trở trong  $r$ ; nguồn được nối với một điện trở ngoài  $R$  nhất định. Hỏi hiệu suất của nguồn bằng bao nhiêu?

**HS B:** Hiệu suất của một nguồn điện bằng tỉ số của công suất có ích của nó, tức là công suất tiêu thụ trên điện trở ngoài, và công suất toàn phần, tức là công suất tiêu thụ trên điện trở trong lẫn điện trở ngoài:

$$\eta = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r} \quad (185)$$

**GV:** Đúng rồi. *Giả sử điện trở trong của nguồn điện giữ nguyên không đổi và chỉ có điện trở ngoài biến thiên. Hiệu suất của nguồn sẽ biến thiên như thế nào trong trường hợp này?*

**HS B:** Tại  $R = 0$  (trong trường hợp ngắn mạch),  $\eta = 0$ . Tại  $R = r$ ,  $\eta = 0,5$ . Khi  $R$  tăng lên vô hạn, hiệu suất tiến tới đơn vị.

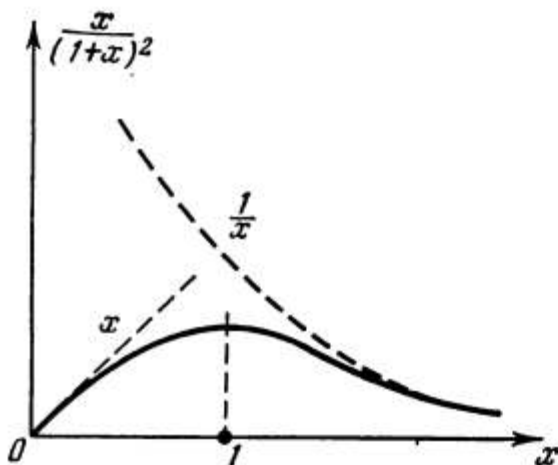
**GV:** Hoàn toàn chính xác. *Và trong trường hợp này công suất có ích (công suất tiêu thụ trên điện trở ngoài) sẽ biến thiên như thế nào?*

**HS B:** Vì hiệu suất của nguồn tăng theo  $R$ , nên suy ra công suất có ích cũng sẽ tăng. Tóm lại,  $R$  càng lớn thì công suất có ích càng cao.

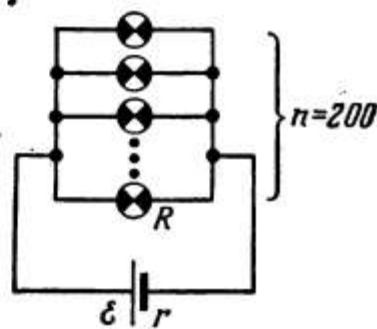
**GV:** Em sai rồi. Sự tăng hiệu suất của nguồn điện có nghĩa là có sự tăng tỉ số của công suất có ích và công suất toàn phần của nguồn. Công suất có ích thậm chí có thể giảm. Thật vậy, công suất có ích là

$$P_i = \frac{E^2}{(R+r)^2} R = \frac{E^2}{r} \frac{x}{(x+1)^2} \quad (186)$$

Trong đó  $x = R/r$ . Nếu  $x \ll 1$ , thì  $P_i \propto x$ . Nếu  $x \gg 1$ , thì  $P_i \propto 1/x$ . Công suất có ích  $P_i$  đạt tới giá trị cực đại tại  $x = 1$  (tức là  $R = r$ ), khi đó  $P_i = E^2/(4r)$ . Một đồ thị của hàm  $x/(x+1)^2$  được vẽ trên Hình 124. Nó minh họa cho sự biến thiên công suất có ích theo sự tăng điện trở ngoài.



Hình 124



Hình 125

Xét bài toán sau đây. Hai trăm bóng đèn giống hệt nhau, mỗi bóng có điện trở  $300 \, \Omega$ , được mắc song song với một nguồn điện có suất điện động  $100 \, \text{V}$  và điện trở trong  $0,5 \, \Omega$ . Tính công suất tiêu thụ trên mỗi bóng đèn nếu một trong các bóng đèn đó bị cháy hỏng. Bỏ qua điện trở của các dây nối. (Hình 125)

**HS B:** Dòng điện toàn phần trong mạch ngoài là  $I_t = E/(r + R/n) = 50 \, \text{A}$ . Dòng điện chạy qua mỗi bóng đèn là  $I = I_t/n = 0,25 \, \text{A}$ . Tiếp theo, chúng ta có thể tính công suất tiêu thụ trên mỗi bóng đèn  $P = I^2 R = 37,5 \, \text{W}$ . Để xác định độ biến thiên tương đối của công suất trên mỗi bóng đèn nếu một trong 200 bóng đèn bị cháy hỏng, trước tiên em sẽ tìm công suất  $P_1$  trên mỗi đèn cho  $n = 199$ , rồi sau đó tính tỉ số

$$f = \frac{P_1 - P}{P} \quad (187)$$

**GV:** Tôi không tán thành phương pháp tính tỉ số  $f$  này của em. Ta nên biểu diễn ở dạng tổng quát theo các điện trở  $R$  và  $r$ , và số bóng đèn  $n$ . Như vậy

$$P = \frac{R}{n^2} \frac{E^2}{\left(r + \frac{R}{n}\right)^2}$$

$$P_1 = \frac{R}{(n-1)^2} \frac{E^2}{\left(r + \frac{R}{n-1}\right)^2}$$

Thay các phương trình này vào (187), ta được

$$f = \left(\frac{P_1}{P} - 1\right) = \frac{nr + R}{nr - r + R} - 1 = \frac{1}{1 - \frac{r}{nr + R}} - 1$$

Phân số ở mẫu của phương trình trên có hơn đơn vị nhiều lần (vì có nhiều bóng đèn trong mạch điện và điện trở của mỗi đèn đều cao hơn điện trở trong của nguồn điện nhiều lần). Do đó, ta có áp dụng công thức gần đúng

$$f = \left(1 - \frac{r}{nr + R}\right)^{-2} - 1 \cong \frac{2r}{nr + R} \quad (188)$$

Sau khi thay các giá trị số vào phương trình (188), ta tính được  $f = 0,0025$ .

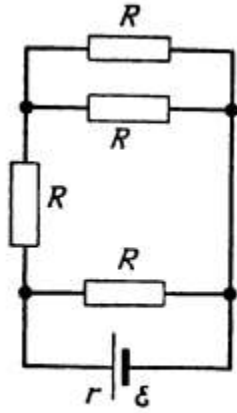
**HS B:** Vậy tại sao thầy phản đối việc tính  $P_1$  trước rồi sau đó tính  $f$  bằng cách thay các giá trị số vào phương trình (187)?

**GV:** Em thấy đó,  $f = 0,0025$ . Điều này có nghĩa là nếu sử dụng phương pháp (dạng số) của em để tính kết quả này, thì ta phải tính giá trị của  $P_1$  với độ chính xác đến chữ số thập phân thứ tư. Em thậm chí chẳng hề biết trước cần tính  $P_1$  với độ chính xác bao nhiêu. Nếu trong trường hợp của chúng ta, em tính  $P_1$  với độ chính xác hai chữ số thập phân, thì em sẽ đi tới kết luận rằng công suất  $P_1$  trùng với  $P$ .

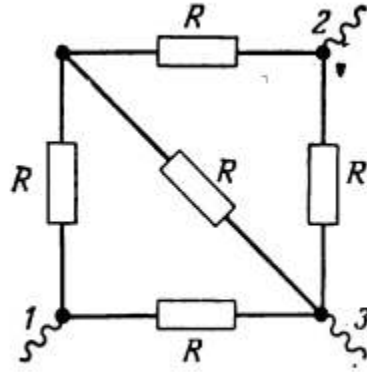
### Bài tập

68. Trong mạch điện như ở Hình 126,  $E = 100 \text{ V}$ ,  $r = 36 \Omega$  và hiệu suất của nguồn điện bằng 50%. Tính điện trở  $R$  và công suất có ích.

69. Một nguồn điện được mắc với một điện trở có điện trở gấp bốn lần điện trở trong của nguồn. Hiệu suất của nguồn sẽ biến thiên như thế nào (tính theo %) nếu có thêm một điện trở nữa gấp hai lần điện trở trong của nguồn mắc song song với điện trở ngoài?



Hình 126



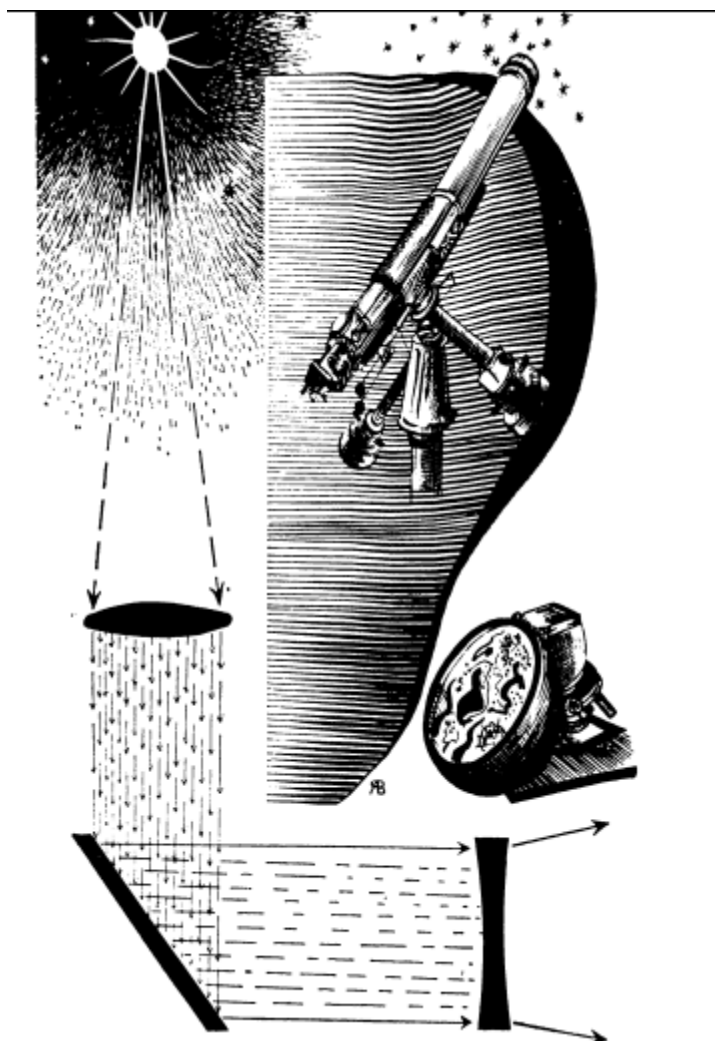
Hình 127

70. Một vài điện trở  $R$  giống hệt nhau được mắc theo một bố trí như ở Hình 127. Trong một trường hợp, sắp xếp này được mắc với một nguồn điện tại điểm 1 và 2, và trong trường hợp khác tại điểm 1 và 3. Tính điện trở trong của nguồn điện nếu tỉ số của hiệu suất của nguồn trong trường hợp thứ nhất và trường hợp thứ hai bằng  $16/15$ . Tính giá trị của những hiệu suất này.

71. Các điện trở trong dây đun của một lò điện được mắc với nhau theo cách sắp xếp ở Hình 127. Sắp xếp này được nối với nguồn cấp điện tại điểm 1 và 2 và, sau một thời gian nhất định, 500 gram nước được đun tới điểm sôi. Hỏi có bao nhiêu nước có thể được đun tới điểm sôi trong khoảng thời gian bằng như vậy khi cấu hình điện trở được mắc vào nguồn cấp điện tại điểm 1 và 3? Nhiệt độ ban đầu của nước trong hai trường hợp là bằng nhau. Bỏ qua mọi tổn hao nhiệt.

72. Một lít rượu nước ở nhiệt độ  $20^\circ\text{C}$  được đun 15 phút trên một bếp điện gồm hai đoạn có điện trở bằng nhau. Khi hai đoạn đó mắc song song thì nước bắt đầu sôi và 100 gram nước biến thành hơi. Hỏi hiện tượng xảy ra như thế nào với nước nếu hai đoạn đó mắc nối tiếp và nước được đun trong 60 phút? Nhiệt hóa hơi của nước là  $539 \text{ cal/gram}$ . Sẽ cần bao nhiêu thời gian để đun lượng nước này lên tới điểm sôi nếu chỉ có một đoạn dây được mở điện?





Các định luật quang hình học đã được loài người biết tới trong nhiều thế kỉ. Tuy nhiên, nét đẹp và sự hoàn hảo của chúng vẫn khiến chúng ta liên tục bất ngờ. Các em sẽ thấy thế khi làm các bài tập về sự tạo ảnh trong những hệ thống quang khác nhau.

Chúng ta sẽ thảo luận định luật phản xạ và khúc xạ ánh sáng.

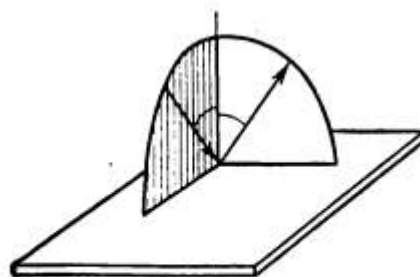
### §31. Ánh sáng bị phản xạ và khúc xạ như thế nào?

GV: Hãy phát biểu định luật phản xạ và khúc xạ ánh sáng.

HS A: Định luật phản xạ là: góc tới bằng góc phản xạ. Định luật khúc xạ là: tỉ số của sin của góc tới và sin của góc khúc xạ bằng chiết suất của môi trường.

GV: Phát biểu của em chưa chính xác lắm. Trước tiên, em chưa nói tới thực tế là tia tới và tia phản xạ (hoặc khúc xạ) nằm trong cùng một mặt phẳng với pháp tuyến với đường ranh giới phản xạ (hoặc khúc xạ) dựng tại điểm tới. Nếu không nêu rõ điều này, thì chúng ta có thể giả sử sự phản xạ xảy ra như minh họa ở Hình 128. Thứ hai, phát biểu của em về định luật khúc xạ chỉ nêu trường hợp đặc biệt tia sáng tới từ không khí trên ranh giới của một môi trường nhất định. Giả sử trong trường hợp tổng quát, tia sáng đi từ một môi trường có chiết suất  $n_1$  đến ranh giới của một môi trường có chiết suất  $n_2$ . Chúng ta gọi góc tới là  $\alpha_1$  và góc khúc xạ là  $\alpha_2$ . Trong trường hợp này, định luật khúc xạ có thể được viết dưới dạng

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (189)$$



Hình 128

Công thức này đưa tới phát biểu của em, với không khí  $n_1 = 1$ .

Xét bài toán sau đây. Một đồng tiền nằm trong nước ở độ sâu  $H$ . Chúng ta nhìn vào nó từ phía trên theo phương thẳng đứng. Hỏi chúng ta thấy đồng tiền ở độ sâu bao nhiêu?

HS A: Theo em biết thì ta sẽ thấy đồng tiền được nâng lên một chút. Em không nghĩ mình có thể đưa ra câu trả lời rõ ràng hơn.

**GV:** Chúng ta hãy vẽ hai tia sáng từ tâm của đồng tiền:  $OA$  và  $OB_1B$  (Hình 129). Tia  $OA$  không bị khúc xạ (vì nó thẳng đứng) và tia  $OB_1B$  thì bị khúc xạ. Giả sử hai tia phân kì này đi vào mắt. Mắt sẽ nhìn thấy một ảnh của đồng tiền tại giao điểm của hai tia phân kì  $OA$  và  $B_1B$ , tức là tại điểm  $O_1$ . Rõ ràng từ sơ đồ là khoảng cách cần tìm  $h$  liên hệ với độ sâu  $H$  như sau:

$$h \tan \alpha_1 = H \tan \alpha_2$$

Suy ra

$$h = H \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} \quad (190)$$

Do góc  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  là nhỏ nên ta có thể áp dụng công thức gần đúng

$$\tan \alpha \cong \sin \alpha \cong \alpha \quad (191)$$

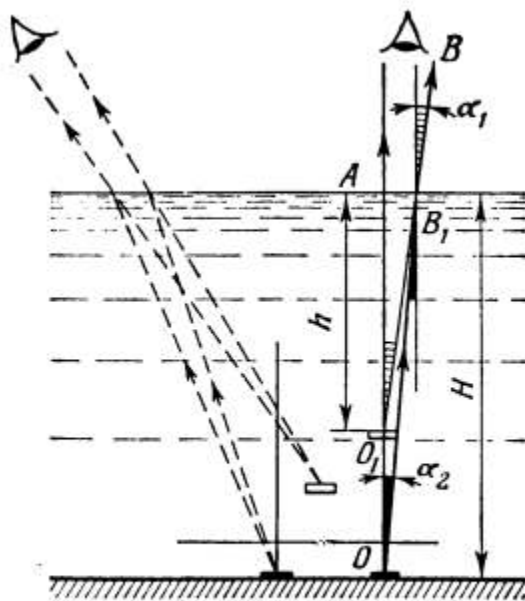
(trong đó góc biểu diễn theo radian, chứ không theo độ). Sử dụng công thức (191), ta có thể viết lại phương trình (190) ở dạng

$$h \cong H \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{H}{n} \quad (192)$$

Vì với nước  $n = 4/3$ , nên  $h = (3/4)H$ .

**HS B:** Nếu chúng ta nhìn vào đồng tiền, không nhìn thẳng đứng, mà nhìn xiên góc, thì chúng ta sẽ thấy gì?

**GV:** Trong trường hợp này, ta thấy đồng tiền không những được nâng lên, mà còn dịch ra xa (xem đường đứt nét trên Hình 129). Rõ ràng, các tính toán trong trường hợp này sẽ phức tạp hơn nhiều. Xét bài toán sau đây. *Một người thợ lặn có chiều cao  $h$  đứng trên đáy của một cái hồ có độ sâu  $H$ . Tính khoảng cách tối thiểu từ chỗ người thợ lặn đứng đến những điểm thuộc đáy hồ mà anh ta có thể nhìn thấy phản xạ từ mặt nước.*



Hình 129

**HS A:** Em biết cách giải những bài toán như vậy. Ta hãy gọi khoảng cách cần tìm là  $L$ . Đường đi của tia sáng từ điểm  $A$  đến mắt của người thợ lặn được vẽ trên Hình 130. Điểm  $A$  là điểm gần người thợ lặn nhất mà anh ta có thể nhìn thấy phản xạ từ mặt hồ. Do đó, chẳng hạn, một tia sáng từ điểm  $B$  ở gần hơn bị khúc xạ tại bề mặt và không quay lại phía người thợ lặn (xem đường đứt nét ở Hình 130). Góc  $\alpha$  là góc tới hạn cho sự phản xạ toàn phần. Nó được tính từ công thức

$$\sin \alpha = \frac{1}{n} \quad (193)$$

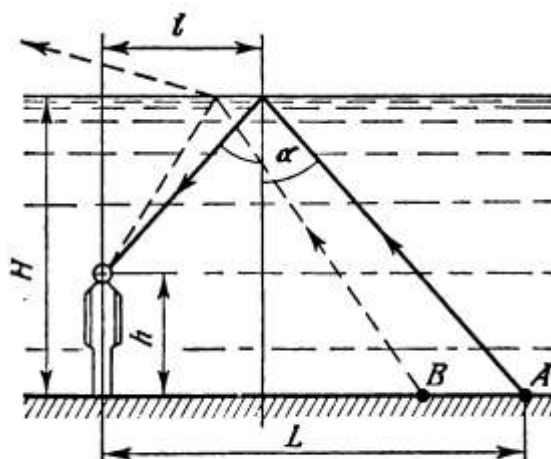
Rõ ràng từ sơ đồ là

$$L = h \tan \alpha + 2(H - h) \tan \alpha = (2H - h) \tan \alpha$$

Vì  $\tan \alpha = \sin \alpha / \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ , nên sử dụng phương trình (193), ta được

$$L = \frac{2H - h}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (194)$$

Sau khi thay  $n = 4/3$ , ta tìm được  $L = (3/\sqrt{7})(2H - h)$ .



Hình 130

**GV:** Hoàn toàn chính xác. Vậy người thợ lặn sẽ nhìn thấy loại ảnh gì ngay phía trên đầu?

**HS A:** Ngay trên đầu, anh ta sẽ thấy một vòng tròn sáng với bán kính  $l = (H - h) / \sqrt{n^2 - 1} = (3 / \sqrt{7})(2H - h)$  (xem hình 130). Bên ngoài giới hạn của vòng tròn này, anh ta sẽ thấy ảnh của các vật nằm trên đáy hồ.

**HS B:** Hiện tượng sẽ như thế nào nếu một phần đáy hồ nơi người thợ lặn đang đứng không bằng ngang, mà bị nghiêng?

**GV:** Trong trường hợp này, khoảng cách  $L$  rõ ràng sẽ phụ thuộc vào hướng mà người thợ lặn đang nhìn. Các em có thể dễ dàng thấy rằng khoảng cách này sẽ là tối thiểu khi người thợ lặn nhìn lên theo đáy nghiêng đó, và là tối đa khi người ấy nhìn theo hướng ngược lại. Kết quả thu được ở bài toán trước bây giờ chỉ có thể áp dụng khi người thợ lặn nhìn theo hướng mà độ sâu của hồ nước không thay đổi (song song với mặt hồ). Một bài toán với đáy hồ nghiêng sẽ được cho trong phần bài tập về nhà (xem Bài 74).

**HS A:** Liệu chúng ta có thể làm đổi hướng của chùm sáng bằng cách đưa một hệ gồm những bản mặt song song trong suốt vào đường đi của nó hay không?

**GV:** Em nghĩ như thế nào?

**HS A:** Trên nguyên tắc, em nghĩ là chúng ta có thể. Chúng ta biết rằng chùm sáng, khi bị khúc xạ, truyền đi theo một hướng khác bên trong một bản mặt song song.

**HS B:** Em không đồng ý. Sau khi ló khỏi bản mặt song song, chùm sáng sẽ vẫn song song với phương ban đầu của nó.

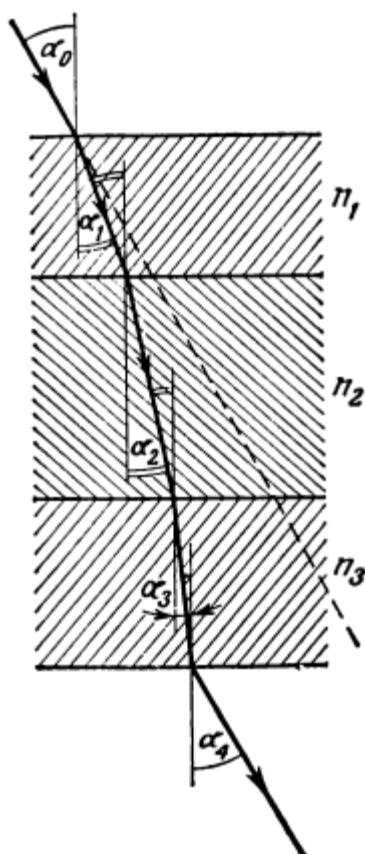
**GV:** Em hãy chứng minh cho kết luận này, sử dụng một hệ gồm vài bản mặt song song có chiết suất khác nhau.

**HS B:** Em sẽ dùng ba bản mặt song song có chiết suất lần lượt là  $n_1$ ,  $n_2$  và  $n_3$ . Đường đi của tia sáng qua hệ được vẽ trên Hình 131. Đối với sự khúc xạ tia sáng tại mỗi ranh giới, ta có thể viết

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_1} = n_1; \quad \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1};$$

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_3} = \frac{n_3}{n_2}; \quad \frac{\sin \alpha_3}{\sin \alpha_4} = \frac{1}{n_3}$$

Nhân tương ứng các vế trái với vế trái, và vế phải với vế phải của những phương trình này, ta được  $(\sin \alpha_0 / \sin \alpha_4) = 1$ . Suy ra,  $\alpha_0 = \alpha_4$ , đó là cái chúng ta muốn chứng minh.



**Hình 131**

**GV:** Hoàn toàn chính xác. Bây giờ chúng ta hãy thảo luận về các giới hạn của khả năng áp dụng các định luật quang hình học.

**HS B:** Những định luật này không thể áp dụng cho những khoảng cách vào cỡ bước sóng của ánh sáng hoặc ngắn hơn. Ở những khoảng cách nhỏ hơn, tính chất sóng của ánh sáng bắt đầu xuất hiện.

**GV:** Em nói đúng. Đây là cái mà các thí sinh thường hiểu không đủ tốt. Em có thể nói cho tôi biết bất kỳ hạn chế nào về khả năng áp dụng của các định luật quang hình học từ một phương diện khác – từ phương diện khoảng cách lớn – hay không?

**HS B:** Nếu khoảng cách dài hơn bước sóng ánh sáng, thì ánh sáng có thể được xem xét trong khuôn khổ của quang hình học. Ít nhất đó là cái chúng ta đã nói trước đây. Em nghĩ không có ràng buộc nào đối với

việc sử dụng quang hình học trên những khoảng cách lớn.

**GV:** Em nhầm rồi. Hãy tưởng tượng hình ảnh sau đây: em gửi một chùm ánh sáng ra ngoài không gian, hoàn toàn bỏ qua khả năng tán xạ của nó. Giả sử trong một giây, em quay thiết bị phát ra chùm sáng một góc  $60^\circ$ . Câu hỏi đặt ra là: trong chuyển động quay này, vận tốc của các điểm thuộc chùm sáng ở cách thiết bị hơn 300.000 km sẽ là bao nhiêu?

**HS B:** Em hiểu câu hỏi của thầy. Những điểm như thế phải chuyển động với vận tốc lớn hơn tốc độ ánh sáng. Tuy nhiên, theo thuyết tương đối, những vận tốc lớn hơn tốc độ ánh sáng là không thể nếu chúng là vận tốc của các đối tượng vật chất. Ở đây chúng ta đang xét một chùm sáng.

**GV:** Vậy một chùm sáng thì không phải là vật chất sao? Như em có thể thấy, quang hình học không tương thích với những khoảng cách hết sức lớn. Ở đây, chúng ta phải xét rằng một chùm sáng là một dòng gồm những hạt ánh sáng gọi là photon. Các photon phát ra từ thiết bị trước khi chúng ta quay nó “chẳng biết tí gì” về chuyển động quay sau đó và tiếp tục chuyển động của chúng theo hướng chúng đã được phát đi. Các photon mới được phát ra theo hướng mới. Như vậy, chúng ta không thấy bất kì sự quay nào của của tổng thể chùm ánh sáng.

**HS B:** Làm thế nào chúng ta có thể đánh giá định lượng giới hạn của khả năng áp dụng các định luật quang hình học từ phương diện những khoảng cách lớn?

**GV:** Những khoảng cách đó phải sao cho thời gian cần thiết để ánh sáng đi hết chúng phải nhỏ hơn nhiều so với bất kì thời gian đặc trưng nào trong bài toán đã cho (ví dụ, nhỏ hơn nhiều so với thời gian cần thiết để quay thiết bị phát ra chùm sáng). Trong trường hợp này, tổng thể chùm sáng không bị phá hỏng, nên chúng ta có thể an toàn sử dụng các định luật quang hình học.

## **Bài tập**

73. Chúng ta đang nhìn thẳng đứng từ phía trên xuống một vật đặt dưới nước với một bản mặt song song bằng thủy tinh nằm phía trên nó. Bản mặt song song dày 5 cm; có một lớp nước 10 cm phía trên nó. Chiết suất của thủy tinh là 1,6. Chúng ta thấy ảnh của vật ở cách mặt nước bao xa?

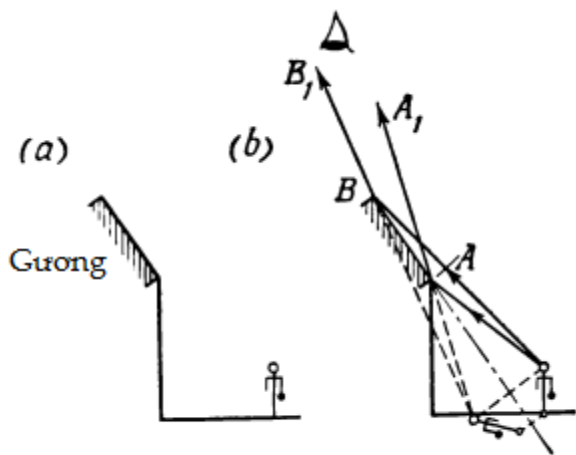
74. Một người thợ lặn cao 1,8 m đứng trên đáy của một hồ nước, tại một chỗ sâu 5 m. Đáy hồ là một mặt phẳng nghiêng góc  $15^\circ$ . Tính khoảng cách tối thiểu theo phương đáy hồ từ chỗ người thợ lặn đứng đến điểm trên đáy hồ mà anh ta nhìn thấy phản xạ từ mặt nước.

75. Chúng ta có một bản mặt song song thủy tinh dày 5 cm với chiết suất bằng 1,5. Góc tới (từ không khí) sẽ bằng bao nhiêu để cho tia phản xạ và tia khúc xạ bởi bản mặt vuông góc với nhau? Với góc tới này, hãy tính độ dời của tia sáng do nó đi qua bản mặt song song.

76. Chúng ta có một bản mặt song song thủy tinh bề dày  $d$  và chiết suất  $n$ . Góc tới của tia sáng từ không khí lên bản mặt bằng góc phản xạ toàn phần đối với thủy tinh làm bản mặt. Tính độ dời của tia sáng do nó đi qua bản mặt song song.



## §32. Cách dựng ảnh tạo bởi gương và thấu kính



Hình 132

GV: Chúng ta khá thường xuyên bắt gặp các thí sinh không có khả năng dựng ảnh tạo bởi những hệ quang khác nhau, ví dụ như thấu kính và gương phẳng và gương cầu. Ta hãy xét một số thí dụ tiêu biểu. *Hãy dựng ảnh của một người tạo trong gương phẳng như ở Hình 132a.*

HS A: Theo em thấy chẳng có ảnh nào được tạo ra bởi cái gương trong trường hợp này vì cái gương nằm quá cao phía trên người đó.

GV: Em nhầm rồi. Sẽ có một ảnh ở trong gương. Việc dựng ảnh được cho trên Hình 132b. Cái khá rõ ràng là để dựng ảnh, ta cần kéo dài đường biểu diễn bề mặt gương và vẽ ảnh đối xứng với người qua đường kéo dài này (mặt gương).

HS A: Vâng, em hiểu, nhưng liệu người đó có nhìn thấy ảnh của anh ta không?

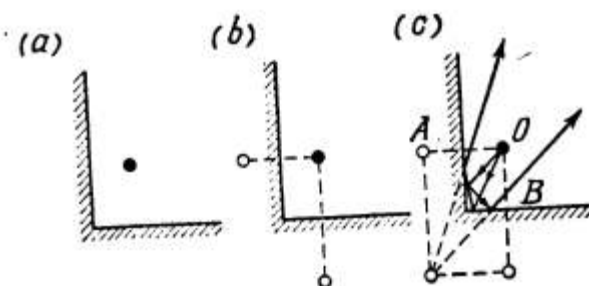
GV: Đó là một câu hỏi khác. Trước tiên, người đó sẽ không nhìn thấy ảnh của anh ta, vì cái gương đặt quá cao phía trên anh ta và không đủ nghiêng. Ảnh của người đó sẽ có thể nhìn thấy được trong cái gương đã cho chỉ với người quan sát ở trong góc hợp bởi các tia sáng  $AA_1$  và  $BB_1$ . Cũng nên nhắc lại rằng mắt người nhận một chùm sáng phân kì từ vật đang nhìn. Mắt sẽ nhìn thấy ảnh của vật tại giao điểm của những tia này hoặc giao điểm của đường kéo dài của chúng (xem Hình 129 và Hình 132b).

*Hãy xét việc dựng ảnh tạo bởi một hệ gồm hai gương phẳng đặt vuông góc nhau (Hình 133a).*

HS A: Ta dễ dàng biểu diễn được ảnh phản xạ của vật trong hai mặt phẳng gương. Từ đó, ta thu được hai ảnh như ở Hình 133b.

GV: Em đã bỏ sót ảnh thứ ba. Lưu ý rằng các tia sáng từ vật đến nằm trong góc vuông  $AOB$  (Hình 133c) và bị phản xạ hai lần: lần thứ nhất từ gương này, và lần sau

từ gương kia. Đường đi của hai tia sáng này được minh họa trên Hình 133c. Giao điểm của đường kéo dài của hai tia này xác định ảnh thứ ba của vật.

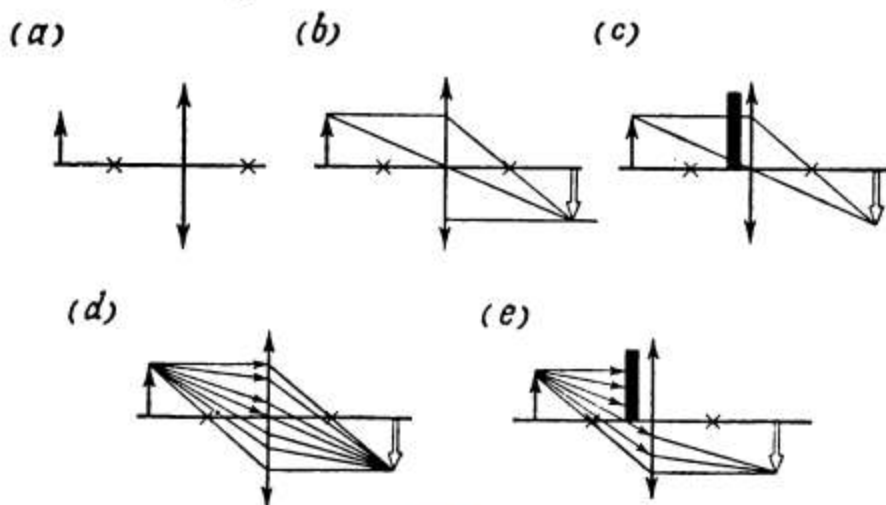


Hình 133

Tiếp theo, chúng ta sẽ xét một số thí dụ liên quan đến thấu kính hội tụ. Hãy dựng ảnh tạo bởi một thấu kính như vậy trong trường hợp minh họa ở Hình 134a.

**HS A:** Yêu cầu đó rất đơn giản. Ảnh dựng của em là Hình 134b.

**GV:** Tốt. Bây giờ giả sử một nửa thấu kính bị che bởi một màng đục như Hình 134c. Hỏi ảnh bây giờ sẽ như thế nào?



Hình 134

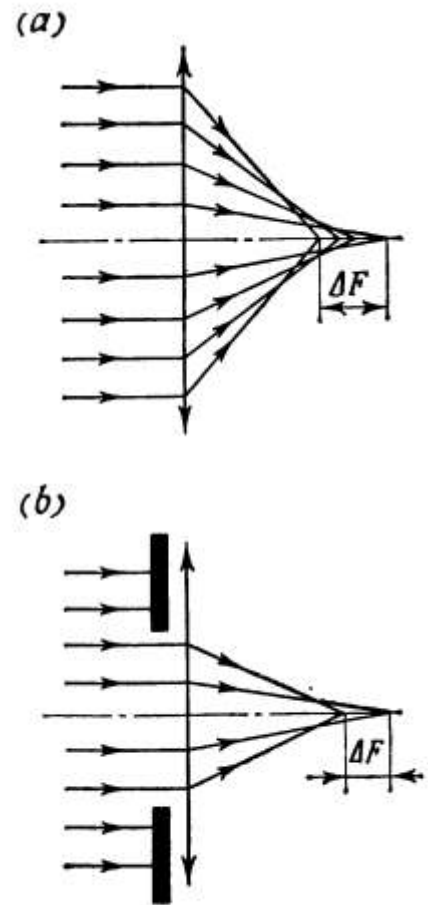
**HS A:** Trong trường hợp này, ảnh sẽ biến mất.

**GV:** Em nhầm rồi. Em quên mất rằng ảnh của bất kì điểm nào trên mũi tên (ví dụ, đầu nhọn của nó) thu được là kết quả của sự giao nhau của một số vô hạn tia sáng (Hình 134d). Chúng ta thường tự hạn chế mình với hai tia sáng thôi bởi vì chỉ cần

đường đi của hai tia là đủ để tìm vị trí và kích cỡ của ảnh mà ta dựng. Trong trường hợp đã cho, màng chắn chặn mất một phần tia sáng rơi lên thấu kính. Tuy kia, phần kia của các tia sáng vẫn đi qua thấu kính và tạo nên ảnh của vật (Hình 134e). Vì có ít tia sáng hơn tham gia vào tạo ảnh, nên ảnh sẽ không sáng như trước đó nữa.

**HS B:** Từ lí giải của thầy suy ra rằng khi chúng ta chặn một phần thấu kính bằng một màng chắn đục, thì chỉ có độ sáng của ảnh thay đổi chứ không gì khác nữa. Tuy nhiên, bất kì ai từng chụp ảnh đều biết rằng khi bạn giảm khẩu độ của thấu kính camera, tức là bạn giảm tiết diện hiệu dụng của thấu kính, thì có một hiệu ứng nữa xảy ra cùng với sự giảm độ sáng của ảnh: ảnh trở nên sắc nét hơn, hay rõ ràng hơn. Tại sao lại xảy ra như vậy?

**GV:** Đây là một câu hỏi rất hợp lí. Nó cho phép tôi nhấn mạnh điều sau đây: toàn bộ phép dựng ảnh của chúng ta là dựa trên giả thiết rằng chúng ta có thể bỏ qua các khiếm khuyết trong hệ quang (trong trường hợp của chúng ta là một thấu kính). Thật ra, từ “khiếm khuyết” dùng ở đây khó mà hợp lí, vì nó không nói tới bất kì hạn chế tình cờ nào của thấu kính, mà là những tính chất cơ bản của nó. Người ta biết rằng nếu hai tia sáng, song song và cách trục chính những khoảng khác nhau, truyền qua một thấu kính, thì sau khi khúc xạ trong thấu kính, chúng sẽ cắt qua trục chính, nói đại khái, tại những điểm khác nhau (Hình 135a). Điều này có nghĩa là tiêu điểm của thấu kính (giao điểm của mọi tia sáng song song với trục chính) sẽ bị nhòe đi; một ảnh rõ ràng, sắc nét của vật không thể nào hình thành. Chênh lệch khoảng cách của các tia sáng với trục chính càng lớn, thì ảnh sẽ càng nhòe. Khi giảm khẩu độ, thì thấu kính cho chùm sáng hẹp hơn đi qua. Chính điều này làm sắc nét ảnh đến chừng mực nào đó (Hình 135b).



Hình 135

**HS B:** Như vậy, sử dụng màng chắn mang đến cho chúng ta ảnh sắc nét hơn, bù lại là giảm độ sáng.

**GV:** Đúng rồi. Tuy nhiên, hãy nhớ rằng khi dựng ảnh tạo bởi thấu kính, các thí sinh có mọi lí do để giả sử rằng các tia sáng song song luôn luôn giao nhau tại một điểm. Điểm này nằm trên trục chính nếu chùm sáng song song hướng theo trục này; điểm này nằm trên tiêu diện nếu chùm sáng song song hợp một góc nhất định với trục chính. Tuy nhiên, điều quan trọng mà các thí sinh nên hiểu là cách xử lí này chỉ là gần đúng và một phương pháp chính xác hơn sẽ đòi hỏi các hiệu chỉnh cho khiếm khuyết của hệ quang.

**HS A:** Tiêu diện của một thấu kính là gì?

**GV:** Nó là một mặt phẳng đi qua tiêu điểm chính của thấu kính và vuông góc với trục chính. Bây giờ, hãy nêu sự khác biệt giữa ảnh tạo bởi một gương phẳng và bởi một thấu kính hội tụ trong ví dụ ở Hình 134?

**HS A:** Trong trường hợp thứ nhất (với gương) ảnh là ảo, và trong trường hợp thứ hai nó là thật.

**GV:** Chính xác. Em hãy giải thích cụ thể hơn sự khác biệt giữa ảnh ảo và ảnh thật.

**HS B:** Ảnh ảo được tạo ra bởi sự giao nhau, không phải của các tia sáng, mà của đường kéo dài của chúng. Ảnh thật được tạo ra bởi sự giao nhau của bản thân các tia sáng. Ảnh ảo có thể được nhìn thấy ở đâu đó phía sau tường, nơi các tia sáng không thể đi xuyên qua.

**GV:** Khá chính xác. Cũng lưu ý rằng ảnh ảo chỉ có thể được quan sát từ những vị trí nhất định. Trong trường hợp ảnh thật, các em có thể đặt một màn hứng nơi có ảnh và quan sát ảnh đó từ bất kì vị trí nào. Hãy xét ví dụ minh họa ở Hình 136a. *Xác định, bằng cách dựng ảnh, chiều của tia sáng  $AA_1$  sau khi nó đi qua một thấu kính hội tụ nếu đường đi của một tia sáng khác ( $BB_1B_2$  trong Hình 136a) qua thấu kính này là đã biết.*

**HS A:** Nhưng chúng ta chưa biết tiêu cự của thấu kính.

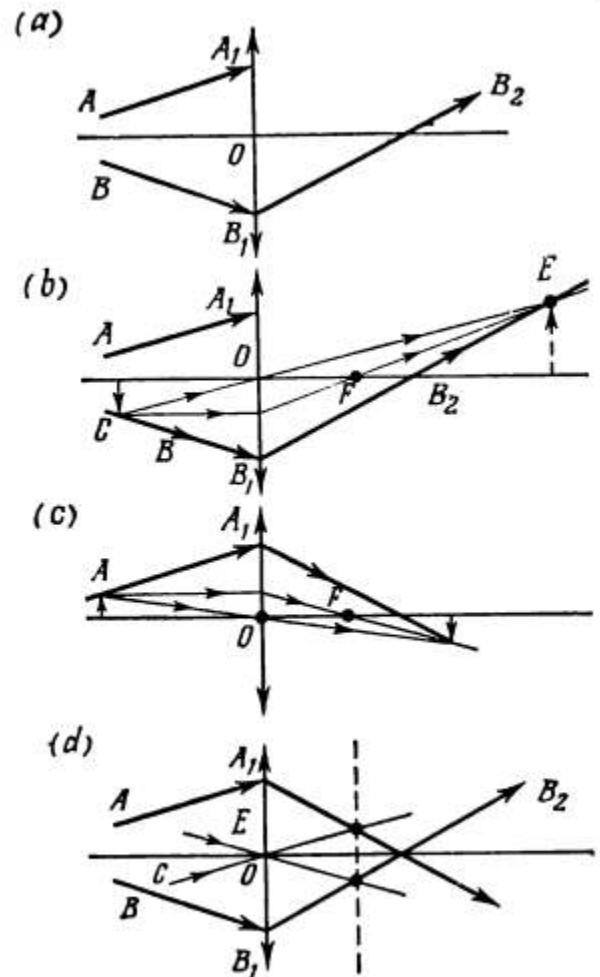
**GV:** À, chúng ta có biết đường đi của tia sáng kia phía trước và phía sau thấu kính.

**HS A:** Chúng em chưa học những cách dựng ảnh như thế ở trường.

**HS B:** Em nghĩ trước tiên chúng ta nên tìm tiêu cự của thấu kính. Với mục đích này, chúng ta có thể vẽ một mũi tên thẳng đứng ở đâu đó phía bên trái thấu kính sao cho đầu nhọn của nó chạm với tia sáng  $BB_1$ . Ta sẽ kí hiệu điểm đầu mũi tên bằng chữ  $C$  (Hình 136b). Sau đó chúng ta vẽ một tia sáng đi từ điểm  $C$  xuyên qua tâm của thấu kính. Tia này sẽ đi thẳng qua mà không bị khúc xạ và sẽ cắt với tia sáng  $B_1B_2$  tại một điểm  $E$  nhất định. Điểm  $E$  rõ ràng là ảnh của điểm đầu mũi tên. Việc còn lại là vẽ một tia sáng thứ ba từ đầu mũi tên  $C$ , song song với trục chính của thấu kính. Sau khi khúc xạ, tia sáng thứ ba này sẽ đi qua ảnh của đầu mũi tên, tức là qua điểm  $E$ . Giao điểm của tia sáng thứ ba này với trục chính là tiêu điểm cần tìm của thấu kính. Các bước dựng ảnh được thể hiện trên Hình 136b.

Tiêu cự là đã biết, nên bây giờ chúng ta có thể dựng đường đi của tia sáng  $AA_1$  sau khi nó bị khúc xạ bởi thấu kính. Ta vẽ một mũi tên thẳng đứng nửa với đầu nhọn của nó nằm trên tia sáng  $AA_1$  (Hình 136c). Sử dụng tiêu cự đã biết, ta có thể dựng ảnh của mũi tên thứ hai này. Tia sáng cần tìm sẽ đi qua điểm  $A_1$  của đầu của ảnh của mũi tên. Các bước dựng ảnh này được minh họa trên Hình 136c.

**GV:** Lập luận của em khá chính xác. Chúng dựa trên việc tìm ảnh của một vật phụ trợ nhất định (mũi tên). Lưu ý rằng phương pháp này tiện lợi khi người ta yêu cầu các em xác định vị trí của ảnh của một điểm sáng nằm trên trục chính của thấu kính. Trong trường hợp này, cách tiện lợi là dựng một mũi tên tại điểm sáng đó và dựng ảnh của mũi tên. Rõ ràng rằng cái đuôi của ảnh của mũi tên là ảnh cần tìm của điểm sáng đó.

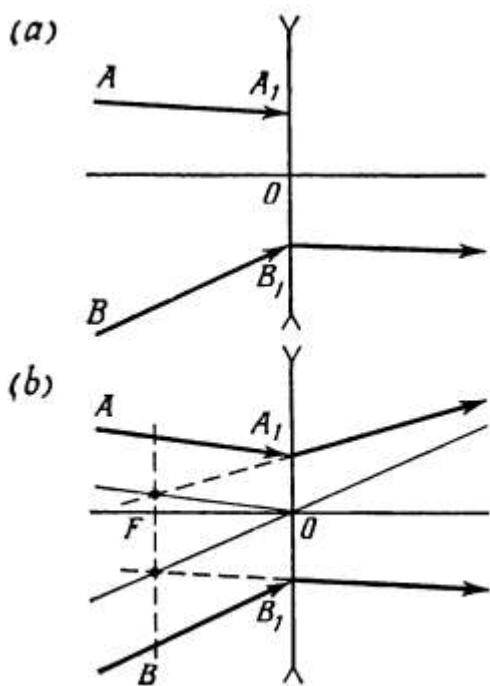


Hình 136

Tuy nhiên, phương pháp này quá cồng kềnh trong ví dụ của chúng ta. Tôi sẽ nêu một cách dựng ảnh đơn giản hơn. Để tìm tiêu cự của thấu kính, ta có thể vẽ tia  $EO$  đi qua tâm của thấu kính và song song với tia  $BB_1$  (Hình 136d). Vì hai tia này song song nhau, nên chúng cắt nhau trên tiêu diện phía trên thấu kính (tiết diện của tiêu diện được vẽ trên Hình 136d bằng đường đứt nét). Sau đó, ta vẽ tia  $CO$  đi qua tâm của thấu kính và song song với tia  $AA_1$ . Vì hai tia song song này cũng phải cắt nhau trên tiêu diện sau khi đi qua thấu kính, nên ta có thể xác định chiều của tia  $AA_1$  sau khi đi qua thấu kính. Như các em có thể thấy, việc dựng ảnh đơn giản hơn nhiều.

**HS B:** Vâng, phương pháp của thầy đúng là đơn giản hơn.

**GV:** Hãy thử áp dụng phương pháp này cho một bài toán tương tự trong đó một thấu kính phân kì được dùng thay cho thấu kính hội tụ (Hình 137a).



**Hình 137**

**HS B:** Trước tiên em sẽ vẽ một tia sáng đi qua tâm của thấu kính song song với tia  $BB_1$ . Trái với bài toán trước, đường kéo dài của các tia sáng, chứ không phải các tia sáng, sẽ cắt nhau (chúng ta có thể lưu ý rằng với một tia sáng đi qua tâm thì đường kéo dài sẽ trùng với bản thân tia sáng). Do đó, tiêu diện, mặt phẳng chứa tiêu điểm, bây giờ sẽ ở bên trái thấu kính, thay vì bên phải (xem đường đứt nét trên Hình 137b).

**GV (cắt ngang):** Lưu ý rằng ảnh luôn luôn là ảo trong trường hợp kính phân kì.

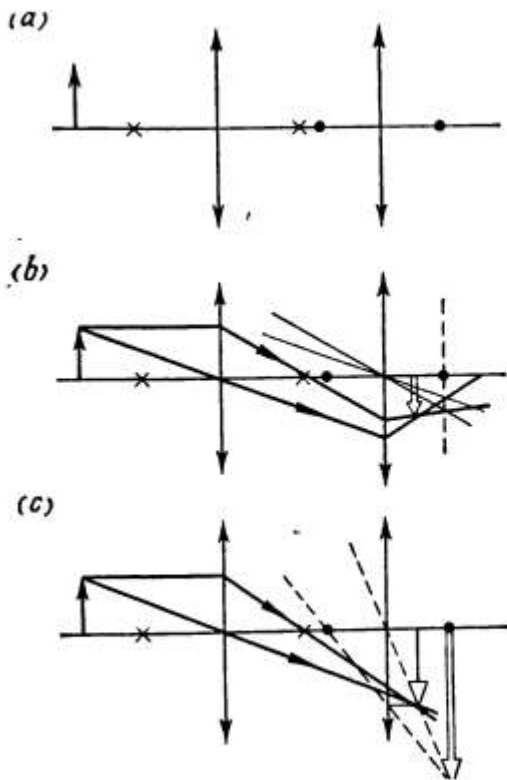
**HS B (tiếp tục):** Tiếp theo em sẽ vẽ một tia sáng đi qua tâm của thấu kính và song song với tia  $AA_1$ . Tiếp tục từ điều kiện đường kéo

dài của những tia sáng này giao nhau trên tiêu diện, em có thể vẽ được tia sáng cần tìm.

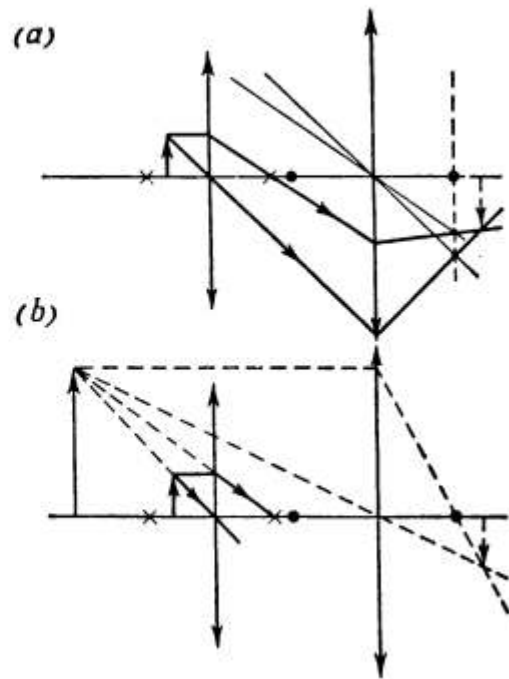
**GV:** Tốt. Bây giờ hãy trả lời cho tôi biết ảnh của một vật nằm ở đâu khi một phần của nó nằm ở phía trước tiêu điểm của thấu kính phân kì, và phần còn lại thì nằm phía sau tiêu điểm (vật có bề rộng hữu hạn)?

**HS B:** Em sẽ dựng ảnh của một vài điểm trên vật nằm cách thấu kính những khoảng khác nhau. Những điểm nằm vượt qua tiêu điểm sẽ cho ảnh thật (nó sẽ ở bên phải thấu kính), còn những điểm ở phía trước tiêu điểm sẽ cho ảnh ảo (nó sẽ ở bên trái thấu kính). Với những điểm ta chọn ở sát tiêu điểm, thì ảnh sẽ di chuyển xa ra vô cùng (hoặc bên trái, hoặc bên phải của thấu kính).

**GV:** Tuyệt vời. Như vậy, trong trường hợp của chúng ta ảnh của vật gồm có hai mảnh (nằm bên trái và bên phải thấu kính). Mỗi mảnh bắt đầu tại điểm cách thấu kính một khoảng hữu hạn và mở rộng đến vô cùng. Như các em thấy, câu hỏi “Một vật có thể vừa có ảnh thật vừa có ảnh ảo đồng thời hay không?” sẽ có câu trả lời là được.



Hình 138



Hình 139

Tôi thấy các em đã hiểu thao tác dựng ảnh tạo bởi thấu kính. Vì thế, chúng ta có thể tiếp tục xét trường hợp phức tạp hơn, dựng ảnh tạo bởi một hệ gồm hai thấu kính. Xét bài toán sau đây: *ta có hai thấu kính hội tụ có cùng trục chính và tiêu cự thì khác nhau. Hãy dựng ảnh của một mũi tên thẳng đứng tạo bởi một hệ quang như thế (Hình 138a). Trên*



*sơ đồ, tiêu điểm của một thấu kính được đánh dấu X, còn tiêu điểm của thấu kính kia được đánh dấu tròn tô đen.*

**HS B:** Để dựng ảnh của mũi tên tạo bởi hai thấu kính, trước tiên ta phải dựng ảnh tạo bởi thấu kính thứ nhất. Khi dựng ảnh này, ta có thể không quan tâm thấu kính thứ hai. Sau đó chúng ta xem ảnh này là một vật và, bỏ qua thấu kính thứ nhất, ta dựng ảnh của nó tạo bởi thấu kính thứ hai.

**GV:** Ở đây, em phạm một cái sai rất điển hình. Tôi đã nghe câu trả lời như thế nhiều lần rồi. Nói chung là nó khá sai.

Ta hãy xét hai tia sáng xuất phát từ điểm đầu mũi tên, và lần theo đường đi của chúng qua hệ thấu kính đã cho (Hình 138*b*). Đường đi của hai tia sáng sau khi đi qua thấu kính thứ nhất dễ dàng vẽ ra được. Để tìm đường đi của chúng sau thấu kính thứ hai, ta sẽ vẽ những tia sáng phụ song song với tia sáng của chúng ta và đi qua tâm của thấu kính thứ hai. Trong trường hợp này, ta sử dụng nguyên tắc đã nói ở những bài toán trước (những tia song song đi qua thấu kính sẽ giao nhau trên tiêu diện). Ảnh cần tìm của điểm đầu mũi tên sẽ nằm tại giao điểm của hai tia sáng ban đầu sau khi chúng rời thấu kính thứ hai. Ảnh dựng này được thể hiện chi tiết trên Hình 138*b*. Bây giờ ta hãy xét kết quả chúng ta sẽ thu được nếu chúng ta chấp nhận đề xuất của em. Việc dựng ảnh được thực hiện trên Hình 138*c*. Các đường liền nét thể hiện việc dựng ảnh tạo bởi thấu kính thứ nhất; các đường đứt nét thể hiện bước dựng ảnh tiếp sau đó. Các em sẽ thấy rằng kết quả sẽ hoàn toàn khác nhau (và sai lệch nhiều lắm!).

**HS B:** Nhưng em dám chắc rằng chúng ta đã từng dựng ảnh đúng như em mô tả.

**GV:** Có lẽ em đã từng làm thế. Thật ra thì trong những trường hợp nhất định, phương pháp dựng ảnh của em có thể hợp lí vì nó dẫn tới kết quả khớp với ảnh thu được bằng phương pháp của tôi. Điều này có thể chứng minh ở ví dụ trên bằng cách di chuyển mũi tên đến gần thấu kính thứ nhất, tức là giữa tiêu điểm và thấu kính. Hình 139*a* thể hiện ảnh dựng theo phương pháp của tôi, và Hình 139*b* biểu diễn theo phương pháp của em. Như em thấy, với trường hợp này, hai kết quả khớp với nhau.

**HS B:** Nhưng làm sao em biết trước trong trường hợp nào thì phương pháp dựng ảnh của em có thể sử dụng được?



**GV:** Sẽ khó xác định rõ điều kiện cho khả năng áp dụng của phương pháp dựng ảnh của em cho hệ hai thấu kính. Những điều kiện này trở nên phức tạp hơn khi số lượng thấu kính là nhiều hơn. Ta không cần thảo luận gì về chúng nữa. Cứ sử dụng phương pháp của tôi thì em sẽ không gặp rắc rối đâu. Nhưng tôi muốn hỏi thêm một câu nữa: một thấu kính hai mặt lõm có thể là thấu kính hội tụ hay không?

**HS B:** Dưới những điều kiện bình thường thì một thấu kính hai mặt lõm là thấu kính phân kì. Tuy nhiên, nó sẽ trở thành thấu kính hội tụ nếu đặt nó trong một môi trường có chiết suất cao hơn chiết suất của vật liệu làm kính. Dưới những điều kiện giống như vậy, một thấu kính hai mặt lõm sẽ là thấu kính phân kì.

### §33. Giải bài toán gương và thấu kính

GV: Tôi muốn nêu ra đây một số nhận xét khái quát có thể cực kì hữu ích khi giải những bài toán liên quan đến thấu kính và gương cầu (lõm và lồi). Các công thức dùng trong những bài toán như thế có thể chia làm hai nhóm. **Nhóm thứ nhất** bao gồm các công thức liên hệ tiêu cự  $F$  của thấu kính (hoặc gương) với khoảng cách  $d$  từ vật đến thấu kính (hoặc gương) và khoảng cách  $f$  từ ảnh đến thấu kính (hoặc gương):

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad (195)$$

Trong đó  $d$ ,  $f$  và  $F$  được xem là những đại lượng đại số có dấu có thể khác nhau tùy theo trường hợp. Chỉ có ba trường hợp khả dĩ, như liệt kê trong bảng dưới đây.

Thấu kính hội tụ và gương cầu lõm	
$d > F$	$d < F$
1. $d > 0$ , $F > 0$ và $f > 0$ Ảnh thật	2. $d > 0$ , $F > 0$ và $f < 0$ Ảnh ảo
Thấu kính phân kì và gương cầu lồi	
3. $d > 0$ , $F < 0$ và $f < 0$ Ảnh ảo	

Như vậy,  $d$  luôn luôn dương; tiêu cự  $F$  là dương đối với thấu kính hội tụ và gương cầu lõm, và là âm đối với thấu kính phân kì và gương cầu lồi; và khoảng cách  $f$  là dương đối với ảnh thật và âm đối với ảnh ảo.

**HS A:** Như em hiểu, bảng này cho phép chúng ta thu được ba công thức từ công thức tổng quát (195) chứa giá trị số của những đại lượng vừa nói ở trên:

$$\text{Trường hợp 1: } \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$\text{Trường hợp 2: } \frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad (196)$$

$$\text{Trường hợp 3: } \frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}$$

**GV:** Đúng rồi. Chính xác lắm.

**HS A:** Chẳng hiểu sao, em chưa từng chú ý tới sự tương tự giữa thấu kính và gương cầu tương ứng.

**GV:** **Nhóm thứ hai** bao gồm các công thức liên hệ tiêu cự của thấu kính (hoặc gương) với các đặc trưng khác của nó. Đối với gương, chúng ta có liên hệ đơn giản

$$F = \pm \frac{R}{2} \quad (197)$$

trong đó  $R$  là bán kính cong của gương. Dấu cộng là cho gương cầu lõm (tiêu cự dương) và dấu trừ là cho gương cầu lồi (tiêu cự âm). Đối với thấu kính thì

$$\frac{1}{F} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (198)$$

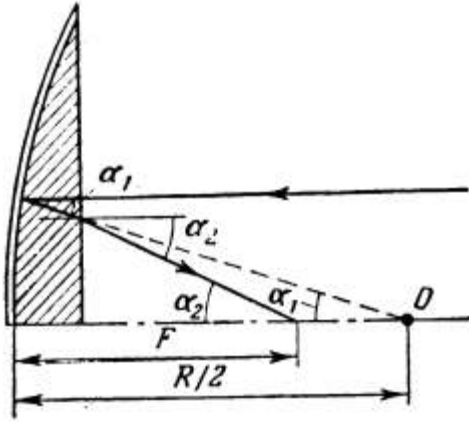
trong đó  $n$  là chiết suất của vật liệu làm kính,  $R_1$  và  $R_2$  là bán kính cong của thấu kính. Nếu bán kính  $R$  chỉ mặt lồi của thấu kính thì nó mang dấu cộng; nếu nó chỉ mặt lõm thì nó mang dấu trừ. Các em dễ dàng thấy rằng thấu kính hai mặt lồi, phẳng-lồi và lồi-lõm (mặt khum hội tụ) đều là kính hội tụ vì, theo công thức (198), chúng có tiêu cự dương.

**HS A:** Phải thay đổi như thế nào với công thức (198) nếu thấu kính được đặt trong một môi trường có chiết suất  $n_0$ ?

**GV:** Thay cho công thức (198), ta sẽ có

$$\frac{1}{F} = \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (199)$$

Khi chúng ta chuyển từ một môi trường chiết quang kém ( $n_0 < n$ ) sang một môi trường chiết quang hơn ( $n_0 > n$ ) thì, theo công thức (199), dấu của tiêu cự đảo ngược lại và do đó một thấu kính hội tụ thì trở thành phân kì, và ngược lại, một thấu kính phân kì thì trở thành hội tụ. Chúng ta hãy chuyển sang giải những bài toán nhất định. *Mặt lồi của một thấu kính phẳng-lồi có bán kính cong  $R$  và chiết suất  $n$  được mạ bạc để thu về một loại gương cầu lõm đặc biệt. Tìm tiêu cự của gương.*



**Hình 140**

**HS A:** Thầy hãy để em giải bài toán này. Ta bắt đầu bằng cách chiếu một tia sáng song song với trục chính của thấu kính. Sau khi bị phản xạ từ mặt mạ bạc, tia sáng đi trở ra khỏi thấu kính và do đó bị khúc xạ (Hình 140). Nếu tia sáng không bị khúc xạ, nó sẽ cắt qua trục chính tại điểm cách gương khoảng cách  $R/2$  theo công thức (197). Do bị khúc xạ nên tia sáng cắt với trục chính tại đâu đó gần gương hơn. Ta gọi tiêu cự cần tìm là  $F$ . Rõ ràng từ hình vẽ ta có

$$\frac{R}{2} \tan \alpha_1 = F \tan \alpha_2$$

Do góc  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  là nhỏ, nên ta có thể áp dụng công thức (191). Khi đó

$$\frac{R}{2F} = \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} \cong \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = n$$

Suy ra

$$F = \frac{R}{2n} \quad (200)$$

**HS B:** Em đề xuất giải bài toán này theo một cách khác. Ta đã biết rằng nếu chúng ta ghép hai hệ với tiêu cự  $F_1$  và  $F_2$  thì hệ mới sẽ có tiêu cự  $F$  có thể được xác định bằng cách cộng độ tụ của các thấu kính, tức là

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} \quad (201)$$

Trong trường hợp đã cho, ta có một thấu kính có tiêu cự  $F_1 = R/(n - 1)$ , theo phương trình (198), trong đó một bán kính là vô hạn, và một gương cầu lõm với  $F_2 = R/2$ . Thay các biểu thức cho  $F_1$  và  $F_2$  vào công thức (201), ta được

$$\frac{1}{F} = \frac{n-1}{R} + \frac{2}{R} \quad (202)$$

Suy ra

$$F = \frac{R}{n+1} \quad (203)$$

Kết quả này cho thấy **HS A** đã giải không đúng [xem đáp số của cậu ta ở phương trình (200)].

**GV** (nói với **HS B**): Không, em mới là người làm sai. Kết quả (200) là đúng.

**HS B**: Vậy phải chăng quy tắc (201) không đúng trong trường hợp đã cho?

**GV**: Quy tắc này là đúng và có thể áp dụng trong trường hợp đã cho.

**HS B**: Nhưng nếu quy tắc (201) là đúng, thì phương trình (202) cũng phải đúng chứ thầy.

**GV**: Cái chính xác ở đây là em đã nhầm. Thật ra thì tia sáng truyền qua thấu kính hai lần (tới và lui). Vì thế, em phải cộng độ tụ của gương và *hai* thấu kính. Thay cho phương trình (202), em nên viết là

$$\frac{1}{F} = \frac{2(n-1)}{R} + \frac{2}{R}$$

Từ đó ta thấy  $1/F = (2n - 2 + 2)/R$  và, suy ra,  $F = R/(2n)$ , khớp với kết quả thu được ở phương trình (200).

Hãy xét thêm một bài toán nữa. *Một thấu kính hội tụ phóng đại ảnh của một vật lên bốn lần. Nếu vật di chuyển 5 cm, thì độ phóng đại giảm đi một nửa. Tìm tiêu cự của thấu kính.*

**HS A**: Em luôn bị rối khi giải những bài toán như thế. Em nghĩ thầy phải vẽ đường đi của tia sáng ở vị trí thứ nhất và sau đó ở vị trí thứ hai, rồi so sánh hai đường đi.

**GV**: Tôi dám cược rằng việc vẽ đường đi của tia sáng là không cần thiết chút nào trong trường hợp này. Theo công thức (195), ta có thể viết cho vị trí ban đầu là  $(1/F) = (1/d_1) + (1/f_1)$ . Vì  $(f_1/d_1) = k_1$  là độ phóng đại trong trường hợp thứ nhất, nên ta có

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{k_1 d_1} = \frac{k_1 + 1}{k_1 d_1}$$

hay

$$d_1 = F \frac{k_1 + 1}{k_1}$$

Bằng cách tương tự, ta có thể viết cho vị trí thứ hai

$$d_2 = F \frac{k_2 + 1}{k_2}$$

Như vậy

$$d_2 - d_1 = F \frac{k_1 - k_2}{k_1 k_2} \quad (204)$$

Theo các điều kiện của bài toán,  $d_1 - d_2 = 5$  cm,  $k_1 = 4$  và  $k_2 = 2$ . Thay những giá trị này vào phương trình (204), ta tính được  $F = 20$  cm.

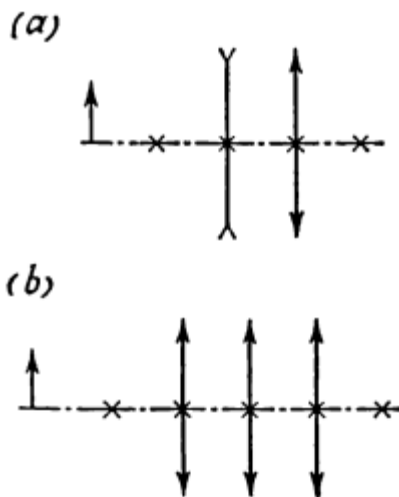
### Bài tập

77. Một thấu kính có tiêu cự 30 cm tạo một ảnh ảo thu nhỏ bằng  $2/3$  kích cỡ của vật. Hỏi thấu kính thuộc loại nào (hội tụ hay phân kì)? Kích cỡ và khoảng cách ảnh sẽ là bao nhiêu nếu dịch chuyển thấu kính ra xa vật 20 cm?

78. Một điểm sáng nằm trên trục chính của một gương cầu lõm có bán kính cong bằng 50 cm. Điểm sáng ở cách gương 15 cm. Hỏi ảnh của điểm sáng đó nằm ở đâu? Hiện tượng sẽ xảy ra như thế nào với ảnh nếu gương bị dịch chuyển ra xa điểm sáng đó thêm 15 cm nữa?

79. Một hệ quang gồm một thấu kính phân kì và một thấu kính hội tụ [Hình 141a; kí hiệu X đánh dấu tiêu cự (tiêu điểm) của các thấu kính]. Tiêu cự của hai thấu kính đều bằng 40 cm. Vật nằm ở phía trước, cách thấu kính phân kì 80 cm. Hãy dựng ảnh của vật tạo bởi hệ đã cho và tính toán vị trí của nó.

80. Một hệ quang gồm ba thấu kính hội tụ giống hệt nhau có tiêu cự bằng 30 cm. Các thấu kính được bố trí như ở Hình 141b (trong đó kí hiệu X là tiêu điểm của các thấu kính). Một vật được đặt



Hình 141

cách thấu kính gần nó nhất một khoảng 60 cm. Hỏi ảnh của vật tạo bởi hệ đã cho nằm ở đâu?

81. Mặt lồi của một thấu kính phẳng-lồi có bán kính cong 60 mm được mạ bạc để có được một gương lồi. Một vật được đặt cách 25 cm phía trước cái gương này. Tính khoảng cách từ gương đến ảnh của vật và độ phóng đại ảnh, cho biết chiết suất của thấu kính là 1,5.

82. Mặt lõm của một thấu kính phẳng-lõm có bán kính cong 50 cm được mạ bạc để có được một gương lõm. Một vật được đặt cách 10cm phía trước cái gương này. Tính khoảng cách từ gương đến ảnh của vật và độ phóng đại ảnh, cho biết chiết suất của thấu kính là 1,5.

## ĐÁP SỐ CÁC BÀI TẬP

1. 20 m; 1 s;  $v_A = 10,2 \text{ m/s}$ ;  $v_B = 10,6 \text{ m/s}$ .

2.  $v_0 = 11,3 \text{ m/s}$ ;  $x = 4 \text{ m}$ ;  $y = 0,8 \text{ m}$ ;

$t = 0,5 \text{ s}$ ;  $v_A = 9,4 \text{ m/s}$ ;  $v_B = 15,2 \text{ m/s}$ .

3. (1)  $t\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}$ ;

(2)  $t\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2}$ .

4.  $\frac{3}{2}\sqrt{2\frac{H-h}{g}} + \sqrt{\frac{H+3h}{2g}}$ .

5.  $\cot \alpha = \frac{P-4F}{4P}$ .

6.  $2\frac{v_0^2}{g} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$ .

7. 13,8 m/s.

8. 37,2 m/s; 1280 J.

9. 2,6 m/s<sup>2</sup>; 42 N; 8,5 N.

10. 3,3 m/s<sup>2</sup>; 13 N.

11. 3,5 m/s<sup>2</sup>; 33,6 N; 50,4 N.

12. 6,9 m/s<sup>2</sup>; 8,8 N; 16,2 N; 1,5 N.

15. 0,45.

16. 7:4:1.

17.  $\sqrt{5gR}$ .

18.  $\frac{81\pi}{8GT^2}$ .



$$19. h = R \left( 1 - \frac{g}{\omega^2 R} \right); F = m \omega^2 R.$$

$$20. 1,5R.$$

$$21. 120 \text{ kg/m}^3.$$

$$22. 3900 \text{ J}.$$

$$23. 0,27.$$

$$24. 0,5.$$

$$25. F = mg \left( \frac{H}{h} + 1 \right) - Vg\rho_\omega;$$

$$h_1 = 2h \left( \frac{V\rho_\omega}{m} - 1 \right) - H.$$

$$26. 7,5 \text{ km/h}; 4,65 \text{ m}.$$

$$27. h = \frac{v_0^2}{2g} \left( \frac{m}{M} \right)^2 \frac{\cos^2 \alpha \sin \alpha}{\sin \alpha + k \cos \alpha}.$$

$$28. (1) h_1 = \frac{2}{9g} \left( 4gl \sin^2 \frac{\alpha}{2} + v_0^2 \right);$$

$$h_2 = \frac{1}{18g} \left( 4gl \sin^2 \frac{\alpha}{2} + v_0^2 \right);$$

$$(2) h = \frac{1}{18g} \left( 4gl \sin^2 \frac{\alpha}{2} + v_0^2 \right).$$

$$29. v_{\min} = \frac{m+M}{m} \sqrt{5gl}.$$

$$30. H \frac{M-m}{M+m}.$$

$$31. \frac{HM}{4M+3m}.$$

32.  $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}.$

33. 4.

34. 0,43 m/s.

35. 27,4 m/s<sup>2</sup>; chiều của gia tốc hướng thẳng đứng lên trên.

36. 1,28 N; 1,28 N; 0,62 N; 1,56 N.

37. Nằm cách tâm đĩa một khoảng  $\frac{3}{22}R$  về phía bên phải.

38.  $0,05\frac{V}{S}.$

39. 11,3 cm; 13,4 mg.

40. Hạ xuống 3 cm; 15,4 mg.

41. 59 g.

42. (1) 138 J; (2) 171 J.

43. Dài thêm 1,5 cm; 21,5 mg.

44. 735 g; sẽ không được; 0,58%.

45.  $3.10^{-8}$  s;  $5.10^8$  m/s.

46. 147 V/m.

47.  $\frac{mg + Eq}{\cos \alpha}; \frac{(mg + Eq)l \sin \alpha \tan \alpha}{2}.$

48.  $\frac{(m_1 - m_2)g + E(q_1 - q_2)}{m_1 + m_2};$

$\frac{2m_1m_2g + (m_2q_1 + m_1q_2)E}{m_1 + m_2}.$

$$49. \sqrt{5(mg + Eq) \frac{l}{m}}.$$

$$50. 1,83q.$$

$$51. \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha} - \frac{q^2}{ml^3 \sin^3 \alpha}}; \quad \frac{mg}{\cos \alpha}.$$

$$52. \sqrt{5gl - \frac{q^2}{ml}}.$$

$$53. 0,2 \text{ A}.$$

$$54. 1 \text{ A}.$$

$$55. 0,16 \, \Omega.$$

$$56. 9,9 \text{ V}; \quad 1\%.$$

$$57. 0,196 \text{ A}; \quad 1,96\%.$$

$$58. 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}.$$

$$59. \frac{ECR_1R_2}{R_1r + 2R_2r + 2R_1R_2}.$$

$$60. \frac{rdmv_0^2 \tan \alpha}{Eq l - dm v_0^2 \tan \alpha}.$$

$$61. \frac{rdmv_0^2}{Eq l - dm v_0^2}.$$

$$62. \arctan \frac{3Eq l}{v_0^2 m d}.$$

$$63. 3,75 \text{ V}; \quad 0,25 \text{ A}.$$

$$64. \frac{2}{3} R.$$

$$65. \frac{4}{5} R.$$

66.  $\frac{3}{4}R$ .

67.  $\frac{11}{20}R$ .

68.  $60\ \Omega$ ;  $70\ \text{W}$ .

69. Giảm  $28,6\%$ .

70.  $\frac{R}{8}$ ;  $89\%$ ;  $83\%$ .

71.  $800\ \text{g}$ .

72.  $100\ \text{g}$  nước sẽ biến đổi thành hơi;  $21$  phút.

73.  $10,8\ \text{cm}$ .

74.  $7,4\ \text{m}$ .

75.  $56^\circ$ ;  $2,3\ \text{cm}$ .

76.  $\frac{d}{n} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} \right)$ .

77. Là thấu kính phân kì;  $d = 15\ \text{cm}$ ; ảnh sẽ di chuyển ra xa thấu kính  $6\ \text{cm}$ ;  $k = 0,4$ .

78.  $f = 37,5\ \text{cm}$ ; ảnh sẽ trở thành ảnh thật;  $f_l = 150\ \text{cm}$ .

79. Nằm phía bên phải, cách thấu kính hội tụ  $100\ \text{cm}$ .

80. Nằm ngay tâm của thấu kính ở giữa.

81.  $f = 100\ \text{cm}$ ;  $k = 4$ .

82.  $f = 6,3\ \text{cm}$ ;  $k = 0,63$ .

# NHỮNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP VẬT LÝ PHỔ THÔNG

L. Tarasov & A. Tarasova

Xuất bản lần đầu ở Nga, 1968

Dịch lại từ bản tiếng Anh, 1973

TRẦN NGHIÊM dịch, 2013

