

# Chương trình luyện thi cấp tốc

**ĐH – CĐ**

**VẬT LÝ 2012 - 2013**

***Biên soạn và giảng dạy : Thầy Lê Trọng Duy.***

***Giáo viên trường PT Dân Lập Triệu Sơn - Thanh Hoá.***

***Website <http://hocmaivn.com>.***

***Email: [leduy0812@yahoo.com.vn](mailto:leduy0812@yahoo.com.vn).***

***Liên tục tổ chức các lớp LTĐH – CĐ, CÁC LỚP 10, 11, 12.***

***Mọi thắc mắc, yêu cầu mở lớp học, chương trình luyện thi, ...***

***Liên hệ: 0978. 970.754.***

***(Miễn học phí cho học sinh tập hợp mở lớp học mới )***

<http://hocmaivn.com>

**QUANG**



**DUY**

## Chuyên đề 01: Đại cương dao động điều hòa

### Dạng 01: Xác định các đại lượng đặc trưng của dao động điều hòa.

Dựa vào PT :

- Đưa PT về dạng chuẩn:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  với  $A > 0, \omega > 0$

- Từ PT xác định các đại lượng  $A, \omega, \varphi, \dots$

Công thức lượng giác cần nhớ:

$$\sin \alpha = \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})$$

$$-\sin \alpha = \cos(\alpha + \frac{\pi}{2})$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$-\cos \alpha = \cos(\pi - \alpha) = \cos(\alpha - \pi)$$

$$-\cos \alpha = \cos(\alpha \pm \pi)$$

$$-\sin \alpha = \sin(\alpha \pm \pi)$$

$$\sin(3\alpha) = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos(3\alpha) = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

Dựa vào công thức liên hệ:

$$\text{Công thức độc lập: } \begin{cases} A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A, x, v, \omega \\ A^2 = \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A, x, v, \omega, a \\ a = -\omega^2 x \end{cases}$$

Biên độ:

$$\begin{cases} A = |x|_{\max} \\ V_{\max} = A \cdot \omega \\ a_{\max} = A \cdot \omega^2 \\ A = \frac{\text{Chiều dài quỹ đạo}}{2} \end{cases}$$

Chu kỳ, tần số:

$$\begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} \\ \omega = 2\pi \cdot f \\ f = \frac{1}{T} = \frac{N_{\text{Số dao động}}}{t} \end{cases}$$

Dao động có phương trình đặc biệt:

$x = a \pm A \cos(\omega t + \varphi)$  với  $a = \text{const}$

- Biên độ là  $A$ , tần số góc là  $\omega$ , pha ban đầu  $\varphi$
- $x$  là tọa độ,  $x_0 = A \cos(\omega t + \varphi)$  là li độ.
- Tọa độ vị trí cân bằng  $x = a$ , tọa độ vị trí biên  $x = a \pm A$

$x = a \pm A \cos^2(\omega t + \varphi)$  (dùng công thức hạ bậc)

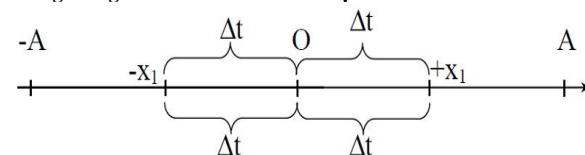
=> Biên độ  $A/2$ ; tần số góc  $2\omega$ , pha ban đầu  $2\varphi$ .

### Dạng 02: Khoảng thời gian ngắn nhất vật đi từ $x_1$ đến $x_2$

Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ  $x_1$  đến  $x_2$ :

$$\Delta t = \frac{\Delta \varphi}{\omega} = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} \text{ với } \begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{x_1}{A} \\ \cos \varphi_2 = \frac{x_2}{A} \end{cases} \text{ và } (0 \leq \varphi_1, \varphi_2 \leq \pi)$$

Khoảng thời gian để li độ không vượt quá  $x^*$  trong một chu kỳ = 4 lần thời gian ngắn nhất đi từ VTCB -> vị trí  $x^*$



Khoảng thời gian để li độ không nhỏ hơn giá trị  $x^*$  trong một chu kỳ = 4 lần thời gian ngắn nhất đi từ vị trí  $x^* \rightarrow$  Vị trí biên

### Dạng 03: Xác định thời điểm vật đến li độ $x = x^*$ dựa vào PT dao động

$$\text{- Vật đi đến li độ: } x = x^* \Leftrightarrow A \cos(\omega t + \varphi) = x^* \Leftrightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x^*}{A} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = \alpha + k \cdot 2\pi \\ \omega t + \varphi = -\alpha + m \cdot 2\pi \end{cases}$$

Trong đó:  $K \in \mathbb{Z}$ ,  $\cos \alpha = \frac{x^*}{A}$

- **Vật chuyển động theo chiều (+):**  $v > 0 \Rightarrow$  nghiệm đúng:  $\omega t + \varphi = -\alpha + K2\pi \Rightarrow$  thời điểm  $t$

- **Vật chuyển động theo chiều (-):**  $v < 0 \Rightarrow$  nghiệm đúng:  $\omega t + \varphi = \alpha + K2\pi \Rightarrow$  thời điểm  $t$

- **Lấy nghiệm:** Bắt đầu từ  $K$  nguyên nhỏ nhất đầu tiên thỏa mãn  $t > 0$

- Lần đầu: Tương ứng  $K$  nguyên đầu tiên

- Lần hai: Tương ứng  $K$  nguyên thứ 2

- .....

#### Dạng 04: XD số lần vật qua vị trí $x = x^*$ trong thời gian $t_1 \rightarrow t_2$

$$x = x^* \Leftrightarrow A \cos(\omega t + \varphi) = x^* \Leftrightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x^*}{A} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = \alpha + k.2\pi \\ \omega t + \varphi = -\alpha + m.2\pi \end{cases}$$

Trong đó:  $K \in \mathbb{Z}$ ,  $\cos \alpha = \frac{x^*}{A}$

- **Vật chuyển động theo chiều (+):**  $v > 0 \Rightarrow$  nghiệm đúng:  $\omega t + \varphi = -\alpha + k.2\pi \Rightarrow$  Biểu thức:  $t$

- **Vật chuyển động theo chiều (-):**  $v < 0 \Rightarrow$  nghiệm đúng:  $\omega t + \varphi = \alpha + m.2\pi \Rightarrow$  Biểu thức:  $t$

- **Số lần qua vị trí = tổng số nghiệm  $k$  và  $m$  thỏa mãn:**  $t_1 \leq t \leq t_2$

**Lưu ý:** hoàn toàn tương tự cho bài toán xác định số lần  $v$ ,  $a$ ,  $W$ ,  $F$  trong khoảng thời gian từ  $t_1 \rightarrow t_2$

#### Dạng 05: XD trạng thái dao động của vật ở thời điểm $t$ và $t' = t + \Delta t$

- **Xác định trạng thái ( $x$ ,  $v$ ,  $a$ ) dao động của vật ở thời điểm  $t$**

+ **Thay  $t$  vào các phương trình:**

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \varphi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\ a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow x, v, a \text{ tại } t.$$

+ **sử dụng công thức:**  $A^2 = x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2} \Rightarrow x_1 = \pm \sqrt{A^2 - \frac{v_1^2}{\omega^2}} \Rightarrow v_1 = \pm \omega \sqrt{A^2 - x_1^2}$

**Lưu ý:** Chuyển động nhanh dần nếu  $v.a > 0$ , Chuyển động chậm dần nếu  $v.a < 0$

- **Xác định li độ, vận tốc dao động sau (trước) thời điểm  $t$  một khoảng thời gian  $\Delta t$ . Biết tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x = x^*$ .**

+ **Tìm pha dao động tại thời điểm  $t$ :**  $x = x^* \Leftrightarrow A \cos(\omega t + \varphi) = x^* \Leftrightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \frac{x^*}{A} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = \alpha \\ \omega t + \varphi = -\alpha \end{cases}$

+ **Lấy nghiệm:**  $+\omega t + \varphi = \alpha$  với  $0 \leq \alpha \leq \pi$  ứng với  $x$  đang giảm (vật chuyển động theo chiều âm vì  $v < 0$ )

hoặc  $+\omega t + \varphi = -\alpha$  ứng với  $x$  đang tăng (vật chuyển động theo chiều dương vì  $v > 0$ )

+ **Li độ và vận tốc dao động sau (dấu +) hoặc trước (dấu -) thời điểm đó  $\Delta t$  giây là:**

$$\begin{cases} x = A \cos(\pm \omega \Delta t + \alpha) \\ v = -\omega A \sin(\pm \omega \Delta t + \alpha) \end{cases} \quad (\text{x đang giảm (vật đi theo chiều âm)}) \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x = A \cos(\pm \omega \Delta t - \alpha) \\ v = -\omega A \sin(\pm \omega \Delta t - \alpha) \end{cases} \quad (\text{x đang tăng (vật đi theo chiều dương)})$$

## Dạng 06: Quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất đi được trong thời gian $0 < t < T/2$ .

- Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB và càng nhỏ khi càng gần vị trí biên.

- **Quãng đường lớn nhất** khi vật đi từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục sin (hình 1):  $S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$

- **Quãng đường nhỏ nhất** khi vật đi từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục cos (hình 2)

$$S_{\min} = 2A(1 - \cos \frac{\Delta \varphi}{2})$$

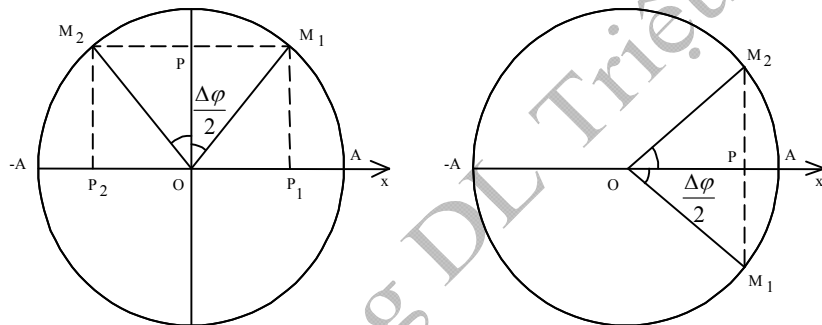
**Lưu ý:** Trong trường hợp  $\Delta t > T/2$

$$\text{+ Tách } \Delta t = n \frac{T}{2} + \Delta t'$$

$$\text{trong đó } n \in \mathbb{N}^*; 0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$$

Trong thời gian  $n \frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $2nA$ , Trong thời gian  $\Delta t'$  thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như trên.

Tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của trong khoảng thời gian  $\Delta t$ :  $v_{tb\max} = \frac{S_{\max}}{\Delta t}$  và  $v_{tb\min} = \frac{S_{\min}}{\Delta t}$  với  $S_{\max}$ ,  $S_{\min}$  tính như trên.



## Dạng 07: Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t_1 \rightarrow t_2$

**Khi vật xuất phát từ VTCB hoặc vị trí biên (tức là  $\varphi = 0; \pi; \pm\pi/2$ ) thì:**

- Trong  $1/4$  chu kỳ đi được quãng đường  $A \Rightarrow$  Quãng đường đi được sau thời gian  $nT/4$ :  $nA$ .
- Trong  $1/2$  chu kỳ đi được quãng đường  $2A \Rightarrow$  Quãng đường đi được sau thời gian  $nT/2$ :  $n.2A$

**Trường hợp tổng quát:**

- Gọi  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là quãng đường đi được từ thời điểm  $t = 0$  đến thời điểm  $t_1$  và đến thời điểm  $t_2$ . Với  $S_1$  và  $S_2$  tính theo mục trên. Quãng đường đi được từ thời điểm  $t_1$  đến thời điểm  $t_2$  là  $S = S_2 - S_1$ .

- **Hoặc phân tích:**  $t_2 - t_1 = nT + \Delta t$  ( $n \in \mathbb{N}; 0 \leq \Delta t < T$ ). Quãng đường đi được trong thời gian  $nT$  là  $S_1 = 4nA$ , trong thời gian  $\Delta t$  là  $S_2$ . Quãng đường tổng cộng là  $S = S_1 + S_2$ . Tính  $S_2$  theo một trong 2 cách sau đây:

$$\text{- Xác định: } \begin{cases} x_1 = A \cos(\omega t_1 + \varphi) \\ v_1 = -\omega A \sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x_2 = A \cos(\omega t_2 + \varphi) \\ v_2 = -\omega A \sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases} \quad (v_1 \text{ và } v_2 \text{ chỉ cần xác định dấu})$$

$* \text{ Nếu } v_1 v_2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta t < 0,5.T \Rightarrow S_2 =  x_2 - x_1  \\ \Delta t > 0,5.T \Rightarrow S_2 = 4A -  x_2 - x_1  \end{cases}$	$* \text{ Nếu } v_1 v_2 < 0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 > 0 \Rightarrow S_2 = 2A - x_1 - x_2 \\ v_1 < 0 \Rightarrow S_2 = 2A + x_1 + x_2 \end{cases}$
---	---

**Lưu ý:** Trong bài toán thời gian, quãng đường có thể giải nhanh bằng phương pháp vòng tròn lượng giác



**Chuyên đề 02: Con lắc lò xo – Cát ghép lò xo**

**Dạng 01: Lập phương trình dao động**

- ❖ Chọn hệ quy chiếu:
  - + Trục Ox...
  - + Gốc toạ độ tại VTCB
  - + Chiều dương...
  - + Gốc thời gian ( $t=0$ ): thường chọn lúc vật bắt đầu dao động hoặc lúc vật qua VTCB theo chiều (+)
- ❖ Phương trình dao động có dạng:  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$
- ❖ Phương trình vận tốc:  $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

**1. Xác định tần số góc  $\omega$ : ( $\omega > 0$ )**

- Khi cho độ dãn của lò xo ở VTCB  $\Delta \ell_0$ :  $k\Delta \ell_0 = mg \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta \ell_0} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta \ell_0}}$
- $\omega = \frac{v}{\sqrt{A^2 - x^2}}$

**2. Xác định biên độ dao động A: ( $A > 0$ )**

Đề cho	Công thức
Chiều dài quỹ đạo d của vật dao động	$A = \frac{d}{2}$
Chiều dài lớn nhất và nhỏ nhất của lò xo	$A = \frac{\ell_{\max} - \ell_{\min}}{2}$
Li độ x và vận tốc v tại cùng một thời điểm	$A = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$ (nếu buông nhẹ $v = 0$ )
Vận tốc và gia tốc tại cùng một thời điểm	$A = \sqrt{\frac{v^2}{\omega^2} + \frac{a^2}{\omega^4}}$
Vận tốc cực đại $v_{\max}$	$A = \frac{ v_{\max} }{\omega}$
Gia tốc cực đại $a_{\max}$	$A = \frac{ a_{\max} }{\omega^2}$
Lực hồi phục cực đại $F_{\max}$	$A = \frac{ F_{\max} }{k}$
Năng lượng của dao động	$A = \sqrt{\frac{2W}{k}}$

**3. Xác định pha ban đầu  $\varphi$ : ( $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ )**

Dựa vào cách chọn gốc thời gian để xác định  $\varphi$

- Khi  $t=0$ :  $\begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A\cos\varphi = x_0 \\ -A\omega\sin\varphi = v_0 \end{cases} \Rightarrow \varphi$

❖ Nếu lúc vật đi qua VTCB:

$$\begin{cases} A\cos\varphi = 0 \\ -A\omega\sin\varphi = v_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ A = -\frac{v_0}{\omega\sin\varphi} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi \\ A \end{cases}$$

❖ Nếu lúc buông nhẹ vật:

$$\begin{cases} A\cos\varphi = x_0 \\ -A\omega\sin\varphi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{x_0}{\cos\varphi} > 0 \\ \sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi \\ A \end{cases}$$

**Chú ý:**

- Khi thả nhẹ, buông nhẹ vật  $v_0=0$ ,  $A=x_0$
- Khi vật đi theo chiều dương thì  $v>0$ , theo chiều âm thì  $v<0$
- Pha dao động là:  $(\omega t + \varphi)$
- $\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ ;  $\cos x = -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$
- $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + 2n\pi$
- $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2n\pi \\ x = \pi - \alpha + 2n\pi \end{cases}$

❖ Các trường hợp đặc biệt :

Trạng thái dao động ban đầu (t=0)	x	v	$\varphi$ (rad)
Vật qua VTCB theo chiều dương	0	+	$-\pi/2$
Vật qua VTCB theo chiều âm	0	-	$\pi/2$
Vật qua biên dương	A	0	0
Vật qua biên âm	-A	0	$\pi$
Vật qua vị trí $x_0 = \frac{A}{2}$ theo chiều dương	$\frac{A}{2}$	+	$-\frac{\pi}{3}$
Vật qua vị trí $x_0 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm	$\frac{A}{2}$	-	$\frac{\pi}{3}$
Vật qua vị trí $x_0 = -\frac{A}{2}$ theo chiều dương	$-\frac{A}{2}$	+	$-\frac{2\pi}{3}$
Vật qua vị trí $x_0 = -\frac{A}{2}$ theo chiều âm	$-\frac{A}{2}$	-	$\frac{2\pi}{3}$
Vật qua vị trí $x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ theo chiều dương	$\frac{A\sqrt{2}}{2}$	+	$-\frac{\pi}{4}$
Vật qua vị trí $x_0 = \frac{A\sqrt{2}}{2}$ theo chiều âm	$\frac{A\sqrt{2}}{2}$	-	$\frac{\pi}{4}$
Vật qua vị trí $x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$ theo chiều dương	$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$	+	$-\frac{3\pi}{4}$
Vật qua vị trí $x_0 = -\frac{A\sqrt{2}}{2}$ theo chiều âm	$-\frac{A\sqrt{2}}{2}$	-	$\frac{3\pi}{4}$
Vật qua vị trí $x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương	$\frac{A\sqrt{3}}{2}$	+	$-\frac{\pi}{6}$
Vật qua vị trí $x_0 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm	$\frac{A\sqrt{3}}{2}$	-	$\frac{\pi}{6}$
Vật qua vị trí $x_0 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương	$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$	+	$-\frac{5\pi}{6}$
Vật qua vị trí $x_0 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm	$-\frac{A\sqrt{3}}{2}$	-	$\frac{5\pi}{6}$

## Dạng 02: Lực phục hồi, lực đàn hồi

### 1. Lực hồi phục (lực tác dụng lên vật):

$$\vec{F} = -k\vec{x} = m\vec{a} : \text{Luôn hướng về vị trí cân bằng}$$

$$\text{Độ lớn: } F = k|x| = m\omega^2|x|$$

Lực hồi phục đạt giá trị cực đại  $F_{\max} = kA$  khi vật đi qua các vị trí biên ( $x = \pm A$ )

Lực hồi phục có giá trị cực tiểu  $F_{\min} = 0$  khi vật đi qua vị trí cân bằng ( $x = 0$ )

\* Là lực gây dao động cho vật.

\* Luôn hướng về VTCB

\* Biến thiên điều hoà cùng tần số với li độ

### 2. Lực đàn hồi và lực tác dụng lên điểm treo lò xo:

➤ Lực tác dụng lên điểm treo lò xo là lực đàn hồi:

○  $F = k|\Delta\ell_0 + x|$  Khi chọn chiều dương hướng xuống.

○  $F = k|\Delta\ell_0 - x|$  Khi chọn chiều dương hướng lên.

+ Khi con lắc lò xo nằm ngang:  $\Delta\ell_0 = 0$

+ Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng:  $\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$

+ Khi con lắc nằm nghiêng 1 góc  $\alpha$ :  $\Delta\ell_0 = \frac{mg\sin\alpha}{k}$

➤ Lực cực đại tác dụng lên điểm treo là:  $F_{\max} = k(\Delta\ell_0 + A)$

➤ Lực cực tiểu tác dụng lên điểm treo là:

+ Khi con lắc nằm ngang:  $F_{\min} = 0$

+ Khi con lắc treo thẳng đứng hoặc nằm nghiêng 1 góc  $\alpha$

Nếu  $\Delta\ell_0 > A$  thì  $F_{\min} = k(\Delta\ell_0 - A)$

Nếu  $\Delta\ell_0 \leq A$  thì  $F_{\min} = 0$

### 3. Chiều dài lò xo:

$l_0$  : là chiều dài tự nhiên của lò xo:

➤ **Khi con lắc lò xo nằm ngang:**

+ Chiều dài cực đại của lò xo :  $l_{\max} = l_0 + A$

+ Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{\min} = l_0 - A$

➤ **Khi con lắc lò xo treo thẳng đứng hoặc nằm nghiêng 1 góc  $\alpha$  :**

+ Chiều dài lò xo khi vật ở VTCB:  $l_{cb} = l_0 + \Delta l_0$

+ Chiều dài cực đại của lò xo:  $l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A$

+ Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{\min} = l_0 + \Delta l_0 - A$

+ Chiều dài ở li độ x:  $l = l_0 + \Delta l_0 + x$

## Dạng 03: Thời gian nén, giãn lò xo trong một chu kì.

- Biên độ  $A \leq \Delta l$  : Lò xo chỉ bị giãn mà không nén (Hình a)

=> Thời gian giãn trong một chu kì = Chu kì T, Thời gian nén trong một chu kì = 0.

- Biên độ  $A > \Delta l$  : Lò xo vừa bị giãn vừa bị nén (Hình b)

+ Thời gian lò xo nén 1 lần là thời gian ngắn nhất để vật đi

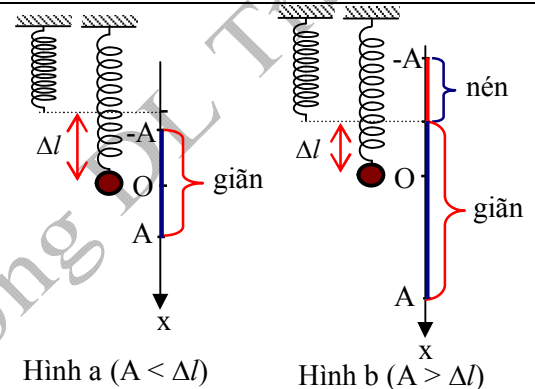
từ vị trí  $x_1 = -A$  đến  $x_2 = -A$ .

+ Thời gian lò xo giãn 1 lần là thời gian ngắn nhất để vật đi

từ vị trí  $x_1 = -A$  đến  $x_2 = A$ ,

Lưu ý: + Trong một dao động (một chu kỳ) lò xo nén 2 lần và giãn 2 lần

+ Hoàn toàn tương tự cho trường hợp lò xo dựng ngược (Tốt nhất phân tích và vẽ hình tương tự)



Hình a ( $A \leq \Delta l$ )

Hình b ( $A > \Delta l$ )

## Dạng 04: Năng lượng dao động

1. Thế năng	$W_t = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{4} kA^2 + \frac{1}{4} kA^2 \cos[2(\omega t + \varphi)]$
2. Động năng	$W_d = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{4} kA^2 - \frac{1}{4} kA^2 \cos[2(\omega t + \varphi)]$ Với $k = m\omega^2$
3. Cơ năng	$W = W_t + W_d = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \text{const}$

### Chú ý:

➤ Khi tính năng lượng phải đổi khối lượng về (kg), vận tốc về (m/s), li độ về (m).

➤ Khi  $W_d = nW_t$  hoặc  $W_t = nW_d$

❖ Tại vị trí có  $W_d = nW_t$  ta có :

○ Tọa độ :  $(n+1) \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$

○ Vận tốc :  $\frac{n+1}{n} \cdot \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \Leftrightarrow v = \pm \omega A \sqrt{\frac{n}{n+1}}$

❖ Tại vị trí có  $W_t = nW_d$  ta có :

○ Tọa độ :  $\frac{n+1}{n} \cdot \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \Leftrightarrow x = \pm A \sqrt{\frac{n}{n+1}}$

○ Vận tốc :  $(n+1) \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \Leftrightarrow v = \pm \frac{\omega A}{\sqrt{n+1}}$



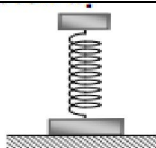
Trạng thái	Tọa độ	Vận tốc
Động năng bằng thế năng	$\pm \frac{A}{\sqrt{2}}$	$\pm \frac{\omega A}{\sqrt{2}}$
Động năng bằng hai lần thế năng	$\pm \frac{A}{\sqrt{3}}$	$\pm \omega A \sqrt{\frac{2}{3}}$
Động năng bằng ba lần thế năng	$\pm \frac{A}{2}$	$\pm \frac{\omega A \sqrt{3}}{2}$
Thế năng bằng hai lần động năng	$\pm A \sqrt{\frac{2}{3}}$	$\pm \frac{\omega A}{\sqrt{3}}$
Thế năng bằng ba lần động năng	$\pm \frac{A \sqrt{3}}{2}$	$\pm \frac{\omega A}{2}$

➤ Thế năng và động năng của vật biến thiên tuần hoàn với cùng tần số góc  $\omega' = 2\omega$ , tần số dao động  $f' = 2f$  và chu kì  $T' = \frac{T}{2}$ .

## Dạng 05: Điều kiện hai vật chồng lên nhau dao động cùng gia tốc



Hình 1



Hình 2



Hình 3

- Vật  $m_1$  được đặt trên vật  $m_2$  dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. (Hình 1)  
Để  $m_1$  luôn nằm yên trên  $m_2$  trong quá trình dao động thì:  $A_{\max} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$
- Vật  $m_1$  và  $m_2$  được gắn vào hai đầu lò xo đặt thẳng đứng,  $m_1$  dao động điều hòa. (Hình 2)  
Để  $m_2$  luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình  $m_1$  dao động thì:  $A_{\max} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$
- Vật  $m_1$  đặt trên vật  $m_2$  dao động điều hòa theo phương ngang. Hệ số ma sát giữa  $m_1$  và  $m_2$  là  $\mu$ , bỏ qua ma sát giữa  $m_2$  và mặt sàn. (Hình 3)  
Để  $m_1$  không trượt trên  $m_2$  trong quá trình dao động thì:  $A_{\max} = \mu \frac{g}{\omega^2} = \mu \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$

## Dạng 06: Quãng đường, thời gian,... dao động cho tới khi vật rời khỏi giá đỡ.

- Con lắc lò xo gồm vật có khối lượng  $m$  và lò xo có độ cứng  $k$  được treo như hình vẽ. Ban đầu giá đỡ D đứng yên thì lò xo dãn một đoạn  $\Delta l_0$ . Cho D chuyển động thẳng đứng xuống dưới nhanh dần đều với gia tốc  $a$ , và vận tốc ban đầu bằng không. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản

- Quãng đường mà vật đi được cho tới khi vật rời giá đỡ:

+ Khi rời khỏi giá đỡ, lò xo có độ biến dạng là  $\Delta l$ :  $\vec{P} + \vec{F}_{dh} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow mg - k \cdot \Delta l = ma \Rightarrow \Delta l = \frac{m \cdot (g - a)}{k}$

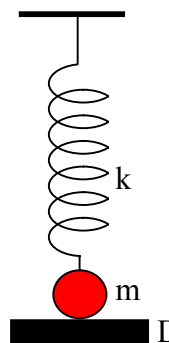
+ Khi giá đỡ bắt đầu chuyển động thì lò xo đã dãn một đoạn  $\Delta l_0$ ,

=> quãng đường đi được của giá đỡ kể từ khi bắt đầu chuyển động cho tới khi vật rời giá đỡ là:  $S = \Delta l - \Delta l_0$ .

- Thời gian từ khi vật bắt đầu chuyển động tới khi rời giá đỡ:  $S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$  ( $a$  là gia tốc của giá đỡ)

- Vận tốc của vật khi rời khỏi giá đỡ là:  $v = \sqrt{2aS}$

- Biên độ dao động của vật sau khi rời giá đỡ: + Độ biến dạng lò xo khi cân bằng (Không còn giá đỡ):  $m \cdot g = K \cdot \Delta l_{CB} \Rightarrow \Delta l_{CB}$



+ Li độ  $x$  của vật ở thời điểm rời khỏi giá đỡ là:  $|x| = \Delta l_0 - \Delta l \Rightarrow$  Biên độ:  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$

## Dạng 07: Con lắc va chạm

Vật  $m$  chuyển động với tốc độ  $v_0$  đến va chạm vật  $M$  đứng yên

- Va chạm mềm (Sau va chạm hai vật dính nhau, cùng chuyển động)  $mv_0 = (M+m)V \Rightarrow$  vận tốc sau va chạm:  $V = \frac{mv_0}{m+M}$

- Va chạm đàn hồi (Sau va chạm hai vật bật ra)  $\begin{cases} m.v_0 = m.v + M.V \\ \frac{1}{2}m.v_0^2 = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}M.V^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{\text{van toc } M} : V = \frac{2m}{m+M}.v_0 \\ V_{\text{van toc } m} : v = \frac{M-m}{m+M}.v_0 \end{cases}$

- Con lắc lò xo nằm ngang, va chạm tại VTCB: Vận tốc sau va chạm là vận tốc cực đại

Va chạm mềm:  $V = A.\omega = A.\sqrt{\frac{K}{M+m}}$

Va chạm đàn hồi:  $V = A.\omega = A.\sqrt{\frac{K}{M}}$

- Con lắc lò xo nằm ngang, va chạm tại VT li độ  $x = A_0$  (Biên ban đầu)

Va chạm mềm:  $A = \sqrt{x^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{A_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}}$  Trong đó:  $\omega = \sqrt{\frac{K}{M+m}}$

Va chạm đàn hồi:  $A = \sqrt{x^2 + \frac{V^2}{\omega^2}} = \sqrt{A_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}}$  Trong đó:  $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$

- Thả rơi vật  $m$  xuống vật  $M$  dao động:

Vận tốc  $m$  ngay trước va chạm:  $v_0 = \sqrt{2gh}$

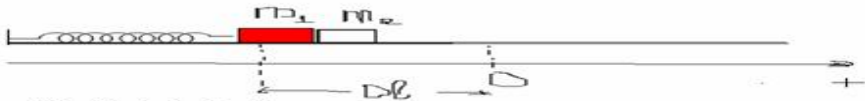
Va chạm mềm:  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{V^2}{\omega^2}}$  Trong đó:  $\omega = \sqrt{\frac{K}{M+m}}$ ,  $x_0 = \Delta l_{0m} = \frac{m.g}{K}$

Va đàn hồi:  $V = A.\omega = A.\sqrt{\frac{K}{M}}$

## Dạng 08: Hai vật gắn lò xo dao động

### 1. Hệ vật dao động trên mặt phẳng ngang

- Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ  $m_1$ . Ban đầu giữ vật  $m_1$  tại vị trí mà lò xo bị nén dãn  $\Delta l$ , đặt vật nhỏ  $m_2$  phẳng nằm ngang và sát với vật  $m_1$ . Bỏ qua mọi ma sát.

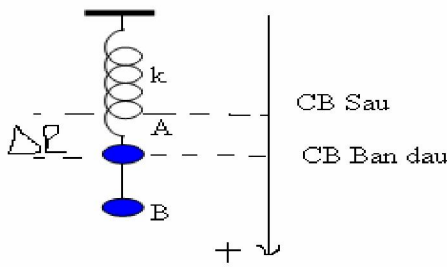


- Vị trí hai vật rời nhau:
  - Bỏ qua ma sát, khi đi qua vị trí cân bằng thì hai vật bắt đầu rời nhau.
  - Tốc độ của hai vật ngay trước khi rời nhau:  $\frac{1}{2}.K.\Delta l^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2).v^2 \Rightarrow v$ .
  - Sau va chạm  $m_1$  tiếp tục dao động điều hòa với biên độ:  $\frac{1}{2}m_1v^2 = \frac{1}{2}k.A^2 \Rightarrow A$
  - Sau va chạm  $m_2$  tiếp tục chuyển động thẳng đều theo chiều ban đầu.



## 2. Hệ vật treo trên lò xo thẳng đứng

- Xét cơ hệ gồm lò xo  $K$  và hệ hai vật nặng  $m_1, m_2$  gắn với nhau bằng sợi dây mảnh khối lượng không đáng kể như hình vẽ. Đốt dây nối hai vật cho vật  $m_1$  dao động.



- Phương trình dao động của  $m_1$ :

+ Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1}}$

+ Biên độ dao động: - Đốt dây tại vị trí cân bằng:  $A = \Delta l = \Delta l_{(m_1+m_2)} - \Delta l_{m_1} = \frac{m_2 \cdot g}{K}$

- Đốt dây tại vị trí li độ  $x_0$ :

$$A = \sqrt{(x_0 + \Delta l)^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} \quad \text{Trong đó: } \Delta l = \Delta l_{(m_1+m_2)} - \Delta l_{m_1} = \frac{m_2 \cdot g}{K}$$

+ Pha ban đầu:  $\begin{cases} x = A \cdot \cos \varphi \\ v = -A\omega \cdot \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi$

## Dạng 09: Con lắc lò xo quay

- Con lắc quay trong mặt phẳng nằm ngang: Lực đàn hồi đóng vai trò lực hướng tâm giữ cho vật quay tròn

$$F_{đh} = F_{ht} \Leftrightarrow K \cdot \Delta l = m \cdot \omega^2 R$$

- Con lắc quay phương trục lò xo tạo với phương thẳng đứng góc  $\alpha$ : Hợp lực đàn hồi và lực căng dây đóng vai trò lực hướng tâm giữ cho vật quay tròn

$$\begin{cases} \text{Luc\_dan\_hoi: } F_{đh} = T = \frac{P}{\cos \alpha} \Rightarrow K \cdot \Delta l = \frac{P}{\cos \alpha} \\ \text{Ban\_kinh\_quay: } R = l \cdot \sin \alpha = (l_0 + \Delta l) \sin \alpha \\ \text{Luc\_huong\_tam: } \tan \alpha = \frac{F}{P} \Rightarrow F = P \tan \alpha = F_{ht} \end{cases}$$

## Dạng 10: Cắt và ghép lò xo

**1. Cắt lò xo:** Lò xo độ cứng  $K_0$ , chiều dài  $l_0$  được cắt thành nhiều lò xo thành phần có chiều dài:  $l_1, l_2, \dots$ . Độ cứng của mỗi phần:

$$K_0 l_0 = K_1 l_1 = K_2 l_2 = \dots$$

**Hệ quả:** Cắt lò xo thành  $n$  phần bằng nhau

Độ cứng mỗi phần:  $K = nK_0 \Rightarrow$  Chu kì, tần số:  $T = \frac{T_0}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow f = \sqrt{n} f_0$

**2. Ghép lò xo:**

**Ghép song song:**  $K = K_1 + K_2 + \dots$

$\Rightarrow$  Độ cứng tăng, chu kì giảm, tần số tăng

**Ghép nối tiếp:**  $\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots$

$\Rightarrow$  Độ cứng giảm, chu kì tăng, tần số giảm

**Hệ quả:** Vật  $m$  gắn vào lò xo  $K_1$  dao động chu kì  $T_1$ , gắn vào lò xo  $K_2$  dao động chu kì  $T_2$

$m$  gắn vào lò xo  $K_1$  nối tiếp  $K_2$ :  $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \Leftrightarrow \frac{1}{f} = \sqrt{\frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}}$

$m$  gắn vào lò xo  $K_1$  song song  $K_2$ :  $\frac{1}{T} = \sqrt{\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}} \Leftrightarrow f^2 = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$

### Chuyên đề 03: Con lắc đơn – Con lắc vật lý

#### Dạng 01: Lập phương trình dao động của con lắc đơn.

- Xác định biên độ:  $S_0 = \sqrt{s^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$ ,  $S_0 = \alpha_0 l$  Trong đó:  $[\alpha_0] = [rad]$
- Xác định tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$
- Xác định pha ban đầu: Chọn gốc thời gian  $t=0$  là lúc  $s=a$ , vật chuyển động theo chiều (+):  $v>0$  (hoặc đi theo chiều âm:  $v<0$ , hoặc ở biên:  $v=0$ ). Thay vào hệ: 
$$\begin{cases} x = A \cos \varphi \\ v = -A \omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi$$

Khi lập phương trình dao động của con lắc đơn có hai dạng phương trình:

- Phương trình dao động theo li độ dài:  $s = A \cos(\omega t + \varphi)$  (m)
- Phương trình dao động theo li độ góc  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$  (rad) với  $\alpha = \frac{s}{l}$ ;  $\alpha_0 = \frac{A}{l}$

#### Dạng 02: Bài toán thêm, bớt chiều dài con lắc

- Con lắc đơn khi có chiều dài  $l_1$ , trong thời gian  $t$  thực hiện được  $N_1$  dao động, thay đổi chiều dài con lắc một đoạn  $\Delta l$  thì cũng trong thời gian đó thực hiện được  $N_2$  dao động
- Nếu thêm chiều dài con lắc:  $l_2 = l_1 + \Delta l$  (2) (1) từ (1), (2) Tìm yêu cầu bài toán
- Nếu bớt chiều dài con lắc:  $l_2 = l_1 - \Delta l$  (3) (2) từ (1), (3) Tìm yêu cầu bài toán
- Vận dụng công thức  $T = \frac{1}{f} = \frac{t}{N} \Rightarrow N_1^2 l_1 = N_2^2 l_2$  (3)  $\Rightarrow$  Kết hợp (1) và (3) hoặc (2) và (3)  $\Rightarrow$  Yêu cầu bài toán

#### Dạng 03: Con lắc vướng đinh, con lắc va chạm

1. Chu kì khi dao động vướng đinh:

$$T_{VD} = \frac{T + T'}{2} \text{ Trong đó: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; T' = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}$$

- Góc lệch cực đại khi vướng đinh:

$$mgl(1 - \cos \alpha_0) = mgl(1 - \cos \alpha'_0) \Rightarrow \alpha'_0$$

Trong đó: +  $l$ : chiều dài phần không vướng đinh

+  $l'$ : Chiều dài còn lại khi vướng đinh

+  $\alpha_0$ : Biên độ góc phía không bị vướng đinh.

2. Chu kì con lắc va chạm:

$$T_{VC} = \frac{T}{2} + 2 \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega}$$

$$\text{Trong đó: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$+ \Delta t = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} : \text{ Thời gian ngắn nhất từ}$$

VTCTB  $\rightarrow$  vị trí va chạm

#### Dạng 04: Vận tốc dài, lực căng dây

<p>1. Vận tốc dài: <math>V = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}</math></p> <p>- Vận tốc cực đại: <math>V_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)} \Leftrightarrow</math> Vật qua VTCB: <math>\alpha_0 = 0</math></p> <p>- Vận tốc nhỏ nhất: <math>V_{\min} = 0 \Leftrightarrow</math> Vật qua vị trí biên: <math>\alpha_0 = \alpha_0</math></p>	<p>2. Lực căng dây: <math>T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)</math></p> <p><math>\Rightarrow T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0) \Rightarrow</math> Vật qua VTCB: <math>\alpha_0 = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow T_{\min} = mg \cos \alpha_0 \Leftrightarrow</math> Vật qua vị trí biên: <math>\alpha_0 = \alpha_0</math></p> <p>- Điều kiện dây treo không bị đứt trong quá trình dao động:</p> <p><math>T_{\max} \leq T_0 \Leftrightarrow T_{\max} = mg(3 - 2 \cos \alpha_0) \leq T_0 \Rightarrow \alpha_0</math></p> <p>Trong đó: <math>T_0</math> là lực căng lớn nhất mà dây có thể chịu được</p>
--	--

## Dạng 05: Năng lượng dao động của con lắc đơn

<p>- Tính toán năng lượng dao động khi góc lệch lớn (Dao động của con lắc khi này là dao động tuần hoàn chứ không phải dao động điều hòa):</p> $\begin{cases} W_d = \frac{mv^2}{2} \\ W_t = mg\ell(1 - \cos \alpha) \\ W = \frac{mv^2}{2} + mg\ell(1 - \cos \alpha) \end{cases}$	<p>- Tính toán năng lượng dao động khi góc lệch nhỏ (lúc này dao động của con lắc là dao động điều hòa, thường thì trong kỳ thi Đại học sẽ là trường hợp này):</p> $\begin{cases} W_d = \frac{mv^2}{2} \\ W_t = mg\ell \frac{\alpha^2}{2} = \frac{1}{2} m \omega^2 s^2 \\ W = mg\ell \frac{\alpha_0^2}{2} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \end{cases}$
<p>- Khi đề bài cho mối quan hệ giữa động năng và thế năng (chẳng hạn cho <math>W_d = k.W_t</math>, với <math>k</math> là một hệ số tỉ lệ nào đó) thì:</p> <p>Tính li độ dài (s) hay li độ góc (<math>\alpha</math>) chúng ta quy hết về theo Thế năng (<math>W_t</math>). Cụ thể như sau:</p> $\begin{cases} W_d = k.W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow (k+1)W_t = W \Leftrightarrow (k+1)mg\ell \frac{\alpha^2}{2} = mg\ell \frac{\alpha_0^2}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_0}{\sqrt{k+1}} \quad (1)$ <p>Tương tự để tính tốc độ <math>v</math> thì chúng ta quy hết theo động năng (<math>W_d</math>):</p> $\begin{cases} W_d = k.W_t \\ W_d + W_t = W \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{1}{k}+1\right)W_d = W \Leftrightarrow \left(\frac{1}{k}+1\right) \frac{mv^2}{2} = mg\ell \frac{\alpha_0^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g\ell}{\frac{1}{k}+1}} \cdot \alpha_0$	

## Dạng 06: Sự thay đổi chu kì dao động của con lắc do độ cao (độ sâu), nhiệt độ.

### GHI NHỚ:

❖ Một số công thức gần đúng

Khi  $\varepsilon \ll 1$

- ✓  $(1 \pm \varepsilon)^n = 1 \pm n\varepsilon$
- ✓  $(1 + \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) = 1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2$
- ✓  $\frac{1 + \varepsilon_1}{1 + \varepsilon_2} = 1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2$

Do nhiệt độ :	Do độ cao :	Do độ sâu:
---------------	-------------	------------

<p>+ Chu kì: <math>T' = (1 + \frac{1}{2}\alpha(t_2 - t_1))T</math></p> <p>+ Thời gian sai lệch trong 1 ngày đêm:  <math>\Delta T_{nd} = \frac{1}{2}\alpha t_2 - t_1 86400(s)</math></p>	<p>+ Chu kì: <math>T' = (1 + \frac{h}{R})T</math></p> <p>+ Thời gian sai lệch trong 1 ngày đêm:  <math>\Delta T_{nd} = \frac{h}{R}86400(s)</math></p>	<p>+ Chu kì: <math>T' = (1 + \frac{h}{2R})T</math></p> <p>+ Thời gian sai lệch trong 1 ngày đêm:  <math>\Delta T_{nd} = \frac{h}{2R}86400(s)</math></p>
<p><b>Do cả độ cao và nhiệt độ:</b></p> <p>+ Chu kì:  <math>T' = (1 + \frac{1}{2}\alpha(t_2 - t_1) + \frac{h}{R})T</math></p> <p>+ Thời gian sai lệch trong 1 ngày đêm:  <math>\Delta T_{nd} = (\frac{1}{2}\alpha t_2 - t_1  + \frac{h}{R})86400(s)</math></p>	<p><b>Do cả độ sâu và nhiệt độ:</b></p> <p>+ Chu kì:  <math>T' = (1 + \frac{1}{2}\alpha(t_2 - t_1) + \frac{h}{2R})T</math></p> <p>+ Thời gian sai lệch trong 1 ngày đêm:  <math>\Delta T_{nd} = (\frac{1}{2}\alpha t_2 - t_1  + \frac{h}{2R})86400(s)</math></p>	<p><b>Trong đó:</b> + T: chu kì đúng</p> <p>+ T': chu kì sai (sau khi đã thay đổi nhiệt độ, độ cao hoặc độ sâu) + R = 6400km là bán kính Trái Đất, còn λ là hệ số nở dài của thanh con lắc,</p> <p>+ Thời gian chạy sai mỗi ngày (24h = 86400s)</p>
<p><b>3. Sự nhanh chậm của đồng hồ</b></p> <p>+ Nếu <math>\Delta T &gt; 0</math> (<math>T' &gt; T</math>) thì đồng hồ chạy chậm (đồng hồ đếm giây sử dụng con lắc đơn)</p> <p>+ Nếu <math>\Delta T &lt; 0</math> (<math>T' &lt; T</math>) thì đồng hồ chạy nhanh</p> <p>+ Nếu <math>\Delta T = 0</math> thì đồng hồ chạy đúng</p>		
<p><b>Dạng 07: Con lắc đơn chịu thêm tác dụng của lực không đổi.</b></p>		
<p><b>Một số lực phụ không đổi thường gặp</b></p> <p>+ Lực quán tính: <math>\vec{F} = -m\vec{a}</math>, độ lớn <math>F = ma</math> (<math>\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{a}</math>)</p> <p><b>Lưu ý:</b> + Chuyển động nhanh dần đều <math>\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}</math> (<math>\vec{v}</math> có hướng chuyển động)</p> <p>+ Chuyển động chậm dần đều <math>\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}</math></p> <p>+ Lực điện trường: <math>\vec{F} = q\vec{E}</math></p> <p>+ độ lớn <math>F =  q E</math> (Nếu <math>q &gt; 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E}</math>; còn nếu <math>q &lt; 0 \Rightarrow \vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E}</math>)</p> <p>+ Lực đẩy Ácsimét: <math>F = DgV</math> (<math>\vec{F}</math> luôn thẳng đứng hướng lên)</p> <p>Trong đó: D là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí, g là gia tốc rơi tự do, V là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hay chất khí đó.</p>		
<p>+ Trọng lực hiệu dụng hay trọng lực biểu kiến (có vai trò như trọng lực <math>\vec{P}</math>):</p> <p><math>\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}</math></p> <p>+ Gia tốc trọng trường hiệu dụng:</p> <p><math>\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}</math></p> <p>+ Chu kỳ dao động của con lắc đơn khi đó:</p>	<p><b>Các trường hợp đặc biệt:</b></p> <p>* <math>\vec{F}</math> có phương ngang:</p> <p>+ Tại VTCB dây treo lệch với phương thẳng đứng một góc: <math>\tan \alpha = \frac{F}{P}</math></p> <p>+ Gia tốc hiệu dụng: <math>g' = \sqrt{g^2 + (\frac{F}{m})^2} \Rightarrow</math> Chu kì: <math>T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}</math></p>	

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$$

2.  $\vec{F}$  có phương thẳng đứng thì  $g' = g \pm \frac{F}{m}$

+ Nếu  $\vec{F}$  hướng xuống thì  $g' = g + \frac{F}{m}$

+ Nếu  $\vec{F}$  hướng lên thì  $g' = g - \frac{F}{m}$

## Dạng 08: Đo chu kỳ bằng con lắc trùng phùng

- Để xác định chu kỳ T của một con lắc lò xo (con lắc đơn) người ta so sánh với chu kỳ  $T_0$  (đã biết) của một con lắc khác ( $T \approx T_0$ ).

Hai con lắc gọi là trùng phùng khi chúng đồng thời đi qua một vị trí xác định theo cùng một chiều.

- Thời gian giữa hai lần trùng phùng (Chu kì trùng phùng)  $\theta = \frac{TT_0}{|T - T_0|}$

Nếu  $T > T_0 \Rightarrow \theta = (n+1)T = nT_0$ .

Nếu  $T < T_0 \Rightarrow \theta = nT = (n+1)T_0$ , với  $n \in \mathbb{N}^*$

## Dạng 09: Con lắc đứt dây

### 1) Bài toán đứt dây:

Khi con lắc đứt dây vật bay theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm đứt.

+ Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì đứt dây lúc đó vật chuyển động ném ngang với vận tốc đầu là vận tốc lúc đứt dây.

Vận tốc lúc đứt dây:  $v_0 = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha_0)}$

Phương trình theo các trục tọa độ:  $\begin{cases} \text{theo } ox : x = v_0 \cdot t \\ \text{theo } oy : y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

$\Rightarrow$  phương trình quỹ đạo:  $y = \frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2} = \frac{1}{4\ell(1 - \cos\alpha_0)} x^2$

+ Khi vật đứt ở ly độ  $\alpha$  thì vật sẽ chuyển động ném xiên với vận tốc ban đầu là vận tốc lúc đứt dây.

Vận tốc vật lúc đứt dây:  $v_0 = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

Phương trình theo các trục tọa độ:  $\begin{cases} \text{theo } ox : x = (v_0 \cos\alpha) \cdot t \\ \text{theo } oy : y = (v_0 \sin\alpha) \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

Khi đó phương trình quỹ đạo là:  $y = (\tan\alpha) \cdot x - \frac{1}{2} \frac{g}{(v_0 \cos\alpha)^2} x^2$

Hay:  $y = (\tan\alpha) \cdot x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} (1 + \tan^2\alpha) x^2$

**Chú ý:** Khi vật đứt dây ở vị trí biên thì vật sẽ rơi tự do theo phương trình:  $y = \frac{1}{2}gt^2$

2. Bài toán va chạm: Vật m chuyển động vận tốc  $v_0$  đến va chạm vật M đứng yên



- Va chạm mềm (Sau va chạm hai vật dính nhau, cùng chuyển động)

$$m.v_0 = (M + m).V \Rightarrow \text{van\_toc\_sau\_va\_cham} : V = \frac{m.v_0}{m + M}$$

- Va chạm đàn hồi (Sau va chạm hai vật bật ra)

$$\begin{cases} m.v_0 = m.v + M.V \\ \frac{1}{2}m.v_0^2 = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}M.V^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Van\_toc\_M} : V = \frac{2m}{m + M}.v_0 \\ \text{Van\_toc\_m} : v = \frac{M - m}{m + M}.v_0 \end{cases}$$

=> Sau khi xác định vận tốc con lắc sau va chạm => áp dụng tương tự bài toán thông thường

## Dạng 10: Con lắc vật lý (Dành cho bạn nâng cao)

- Tần số góc:  $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ ; chu kỳ:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$ ; tần số  $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{I}}$

Trong đó: m (kg) là khối lượng vật rắn

d (m) là khoảng cách từ trọng tâm đến trục quay

I (kgm<sup>2</sup>) là mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay

- Phương trình dao động  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Điều kiện dao động điều hoà: Bỏ qua ma sát, lực cản và  $\alpha_0 \ll 1 \text{ rad}$

## Chuyên đề 04: Tổng hợp dao động

### 1. Tổng hợp dao động biết PT dao động thành phần

- Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương cùng tần số  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  được một dao động điều hoà cùng phương cùng tần số  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

Trong đó: Biên độ:  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ ; Pha ban đầu:  $\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$  với  $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$  (nếu  $\varphi_1 \leq \varphi_2$ )

\* Nếu  $\Delta\varphi = 2k\pi$  ( $x_1, x_2$  cùng pha)  $\Rightarrow A_{\max} = A_1 + A_2$

\* Nếu  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$  ( $x_1, x_2$  ngược pha)  $\Rightarrow A_{\min} = |A_1 - A_2|$

\* Nếu  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi/2$  ( $x_1, x_2$  vuông pha)  $\Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

$$\Rightarrow |A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$$

### 2. Tìm dao động thành phần biết PT tổng hợp

- Khi biết một dao động thành phần  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  và dao động tổng hợp  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  thì dao động thành phần còn lại là  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ .

Trong đó:  $A_2^2 = A^2 + A_1^2 - 2AA_1 \cos(\varphi - \varphi_1)$ ;  $\tan \varphi_2 = \frac{A \sin \varphi - A_1 \sin \varphi_1}{A \cos \varphi - A_1 \cos \varphi_1}$  với  $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$  (nếu  $\varphi_1 \leq \varphi_2$ )

### 3. Tổng hợp nhiều dao động $x_1, x_2, x_3, \dots$

- Nếu một vật tham gia đồng thời nhiều dao động điều hoà cùng phương cùng tần số  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ;

$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \dots$  thì dao động tổng hợp cũng là dao động điều hoà cùng phương cùng tần số

$x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Chiếu lên trục Ox và trục Oy  $\perp$  Ox.

Ta được:  $A_x = A \cos \varphi = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots$

$A_y = A \sin \varphi = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots$

Biên độ và pha ban đầu dao động tổng hợp:  $\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$  và  $\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x}$  với  $\varphi \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$

### 4. Sử dụng máy tính cầm tay giải nhanh bài toán tổng hợp dao động

#### - Tổng hợp dao động bằng máy tính FX-570 ES

+BẤM SHTFT 9 3 = (Để cài đặt ban đầu)  
+BẤM MODE 2 (Để cài đặt tính toán với số phức)  
+BẤM SHTFT MODE  $\nabla$  3 2 (Để cài đặt hiện thị số phức dạng  $A \angle \varphi$ )  
+BẤM SHTFT MODE 4 (Để cài đặt đơn vị góc là rad)

#### TÌM PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG TỔNG HỢP

$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 + \dots = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + \dots \\ \text{Chuyển sang dạng phức: } x = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 + \dots \end{cases}$$

#### - Tổng hợp dao động bằng máy tính FX-570 MS

+BẤM SHTFT MODE 3 == (Để cài đặt ban đầu, đơn vị đo góc là độ).  
+BẤM MODE 2 (Để cài đặt tính toán với số phức).

Ví dụ:

$$x = x_1 + x_2 = \sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\omega t)$$

Chuyển sang dạng phức:  $x = \sqrt{3} \angle -90 + 1$

Thao tác: Bấm  $\sqrt{\phantom{x}}$  3 SHIFT (-) (-) 90 + 1

{ Bấm SHIFT + = sẽ được  $A = 2$

{ Bấm SHIFT = sẽ được  $\varphi = -60$

$$\Rightarrow x = 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$$

- Xác định dao động thành phần khi biết phương trình tổng hợp

#### TÌM PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG THÀNH PHẦN

$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 + x_3 \Rightarrow x_2 = x - x_1 - x_3 \\ \text{Chuyển sang dạng phức : } x_2 = A\angle\varphi - A_2\angle\varphi_2 - A_3\angle\varphi_3 \end{cases}$$

Lưu ý:

#### NÂNG CẤP MÁY FX500MS THÀNH FX570MS

Đầu tiên bạn nhấn MODE 2 7 8 M+(80 lần) nhấn phím lên ( $\Delta$ uparrow) nhấn liên tục 153153153.... cho đến khi hết ghi được và số cuối cùng là 1, tiếp theo nhấn = (2lần dấu bằng) rồi nhấn 0 1 Bấm mode 2 sẽ thấy CMPLX vậy là xong! (sau khi nâng cấp trên máy có chữ CMPLX).

**Chuyên đề 06: Dao động tắt dần, dao động cưỡng bức, dao động duy trì**

<p><u>Dao động tắt dần của con lắc lò xo</u></p> <p>Độ giảm biên độ sau 1 chu kỳ: <math>\Delta A_1 = \frac{4F_{ms}}{K} = \frac{4\mu mg}{K}</math></p> <p>Độ giảm biên độ sau 1/2 chu kỳ: <math>\Delta A_{1/2} = \frac{2F_{ms}}{K} = \frac{2\mu mg}{K}</math></p> <p>Li độ lớn nhất sau khi qua VTCB: <math>A' = A - \Delta A_{1/2\_Chu\_ki}</math></p> <p>Độ giảm biên độ sau N chu kỳ: <math>\Delta A_N = N \frac{4F_{ms}}{K} = N \frac{4\mu mg}{K}</math></p> <p>Độ giảm biên độ tỉ đối sau 1 chu kỳ: <math>\frac{\Delta A_1}{A} \cdot 100\%</math></p> <p>Độ giảm cơ năng sau 1 chu kỳ: <math>\Delta W_1 = \frac{1}{2} K (A^2 - A_1^2)</math></p>	<p>Quãng đường vật đi được cho tới khi dừng:</p> $S_{\max} = \frac{W}{\mu mg} = \frac{KA^2}{2\mu mg}$ <p>Số dao động thực hiện được: <math>N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{Ak}{4\mu mg} = \frac{\omega^2 A}{4\mu g}</math></p> <p>Thời gian vật dao động đến lúc dừng lại:</p> $\Delta t = N.T = \frac{AkT}{4\mu mg} = \frac{\pi \omega A}{2\mu g}$ <p>(Coi dao động tắt dần có tính tuần hoàn với chu kỳ <math>T = \frac{2\pi}{\omega}</math>)</p> <p>Vị trí vận tốc cực đại: <math>F_{ms} = K x  \Leftrightarrow \mu mg = K x </math></p> <p>Tốc độ cực đại sau khi qua VTCB: <math>V_{\max} = (A - x) \sqrt{\frac{m}{K}}</math></p>
<p><u>Dao động tắt dần của con lắc đơn</u></p> <p>Độ giảm biên độ sau 1 chu kỳ:</p> <p>- Biên độ cong: <math>\Delta S = S_0 - S_{01} = \frac{4F_{ms}}{m\omega^2}</math></p> <p>- Biên độ góc: <math>\Delta \alpha = \alpha_0 - \alpha_{01} = \frac{4F_{ms}}{l.m\omega^2}</math></p>	<p>Quãng đường lớn nhất mà vật đi được: <math>S_{\max} = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{m\omega^2 A^2}{2F_{ms}}</math></p> <p>Số dao động thực hiện được: <math>N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{Ak}{4\mu mg} = \frac{\omega^2 A}{4\mu g}</math></p> <p><u>Lưu ý:</u> Các công thức khác, dạng tương tự như con lắc lò xo</p>
<p><u>Cộng hưởng cơ học</u></p> <p>Điều kiện cộng hưởng (Vật dao động mạnh nhất, nước rung mạnh nhất,):</p> <p>+ <math>\omega_R = \omega_{cb}</math></p> <p>+ <math>T_R = T_{cuong\_buc}</math></p> <p>+ <math>f_R = f_{cb}</math></p>	<p>Trong đó: <math>+ T_{cuong\_buc} = \frac{S}{V}</math></p> <p>Với S: quãng đường tuần hoàn, V: Vận tốc chuyển động</p> <p>+ <math>T_R = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}</math> (Đối với con lắc lò xo)</p> <p>+ <math>T_R = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}</math> (Đối với con lắc đơn)</p>

**Chuyên đề 06: Đại cương sóng cơ**

**Dạng 01: Xác định các đại lượng đặc trưng**

Bước sóng:  $\lambda = V.T = V / f$

Tốc độ truyền sóng:  $V = S / t$

Chu kì, tần số:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ,  $f = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}$

Lưu ý: Đối với sóng ngang

Số dao động = số lần nhô cao - 1

Số bước sóng = số ngọn sóng - 1

Số bước sóng = Số sóng đập vào mạn thuyền - 1

Thời gian giữa hai lần liên tiếp dây đuối thẳng liên tiếp:  $T/2$

Độ lệch pha:  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{|x_1 - x_2|}{\lambda} = 2\pi \frac{d}{\lambda}$

+ 2 điểm dao động cùng pha:  $\Delta\varphi = k2\pi \Rightarrow$  K/cách giữa hai điểm:  $d = k\lambda$

+ 2 điểm dao động ngược pha:  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow$  K/cách giữa hai điểm:  $d = (k + \frac{1}{2})\lambda$

+ 2 điểm dao động vuông pha:  $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow$  K/cách giữa hai điểm:  $d = (k + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$

**Dạng 02: Lập phương trình**

**Lập phương trình dao động tại nguồn:**  $u_O = A\cos(\omega t + \varphi)$ . Xác định: Biên độ sóng: A, Tần số góc:  $\omega = 2\pi f$ , Pha ban đầu:  $\varphi$

Trong đó: Cách xác định Pha ban đầu  $\varphi$  (Tương tự bài toán xác định pha ban đầu trong dao động điều hoà): Chọn gốc thời gian  $t=0$  là lúc  $u = a$ , vật chuyển động

theo chiều (+):  $v > 0$  (hoặc cứ theo chiều âm:  $v < 0$ , hoặc ở biên:  $v=0$ ). Thay vào hệ: 
$$\begin{cases} u = A\cos\varphi \\ v = -A\omega\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi$$

**Viết phương trình sóng:** - Sóng truyền theo chiều dương của trục Ox thì:  $u_M = A_M\cos(\omega t + \varphi - \omega \frac{x}{v}) = A_M\cos(\omega t + \varphi - 2\pi \frac{x}{\lambda})$

- Sóng truyền theo chiều âm của trục Ox thì:  $u_M = A_M\cos(\omega t + \varphi + \omega \frac{x}{v}) = A_M\cos(\omega t + \varphi + 2\pi \frac{x}{\lambda})$

**Dạng 03: Năng lượng sóng**

• Năng lượng sóng  $W = \frac{1}{2}D\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}KA^2$

• Sóng truyền trên sợi dây:  $W_M = W_{nguồn} \Rightarrow A_M = A \Rightarrow$  Biên độ không đổi

• Sóng lan truyền trên mặt nước:  $W_M = \frac{W_{nguồn}}{2\pi r} \Rightarrow \frac{1}{2}K.A_M^2 = \frac{1/2KA^2}{2\pi r} \Rightarrow A_M = \frac{A}{\sqrt{2\pi r}}$

$\Rightarrow$  Biên độ giảm theo căn bậc hai của khoảng cách

Sóng lan truyền trong không gian:  $W_M = \frac{W_{nguồn}}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{1}{2}K.A_M^2 = \frac{1/2KA^2}{4\pi r^2} \Rightarrow A_M = \frac{A}{2r\sqrt{\pi}} \Rightarrow$  Biên độ giảm theo khoảng cách



**Chuyên đề 07: Giao thoa sóng****1. Xác định biên độ, độ lệch pha của giao thoa sóng tổng hợp :**

✓ Phương trình sóng tại M do hai sóng từ hai nguồn truyền tới:

$$u_{1M} = A \cos(2\pi \cdot ft - 2\pi \frac{d_1}{\lambda} + \alpha_1) \text{ và } u_{2M} = A \cos(2\pi \cdot ft - 2\pi \frac{d_2}{\lambda} + \alpha_2)$$

✓ Phương trình giao thoa sóng tại M :  $u_M = u_{1M} + u_{2M}$ 

$$u_M = 2A \cos\left[\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right] \cos\left[2\pi \cdot ft - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right]$$

✓ Biên độ dao động tại M:  $A_M = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right) \right|$  Với  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ ✓ Độ lệch pha hai dao động tại M :  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \Delta\alpha$  Với  $\Delta\varphi = \alpha_1 - \alpha_2$ **TH1 :** Hai nguồn A , B dao động cùng pha (hai nguồn đồng bộ) :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 0$  hoặc  $k2\pi$ • Biên độ dao động tổng hợp tại M :  $A_M = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) \right| = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d}{\lambda}\right) \right|$ • Độ lệch pha hai dao động tại M :  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}$ ○ Dao động tại điểm xét có biên độ cực đại :  $A_M = 2A$  Hai sóng thành phần tại M cùng pha

$$\Delta\varphi = k2\pi \Leftrightarrow 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k2\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$$

➤ Số vân giao thoa cực đại giữa hai nguồn  $S_1S_2$ :

$$-\frac{S_1S_2}{\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} \quad k \in \mathbb{Z}$$

○ Dao động tại điểm xét có biên độ cực tiểu :  $A_M = 0$  Hai sóng thành phần tại M ngược pha

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = (2k+1)\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda$$

➤ Số vân giao thoa cực tiểu giữa hai nguồn  $S_1S_2$ :

$$-\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$$

**Chú ý :**

- Số vân cực đại lẻ, số vân cực tiểu chẵn.
- Đường trung trực của  $S_1S_2$  là vân cực đại.
- Số vân dao động cực đại, cực tiểu không tính hai nguồn  $S_1S_2$
- Nếu điểm O là trung điểm của đoạn AB thì tại O hoặc các điểm nằm trên đường trung trực của đoạn AB sẽ dao động với biên độ cực đại và bằng  $A_M = 2A$  (vì lúc này  $d_1 = d_2$ )

**TH2 :** Hai nguồn A , B dao động ngược pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi$  hoặc  $(2k+1)\pi$ • Biên độ dao động tổng hợp tại M :  $A_M = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \pm \frac{\pi}{2}\right) \right| = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d}{\lambda} \pm \frac{\pi}{2}\right) \right|$ • Độ lệch pha hai dao động tại M :  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \pm \pi$ ○ Dao động tại điểm xét có biên độ cực đại :  $A_M = 2A$  Hai sóng thành phần tại M cùng pha

$$\Delta\varphi = k2\pi \Leftrightarrow 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \pm \pi = k2\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = (2k \mp 1) \frac{\lambda}{2} = (k \mp \frac{1}{2})\lambda$$

➤ Số vân giao thoa cực đại giữa hai nguồn  $S_1S_2$ :

$$-\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$$

- Dao động tại điểm xét có biên độ cực tiểu:  $A_M = 0$  Hai sóng thành phần tại M ngược pha

$$d_2 - d_1 = k\lambda$$

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \pm \pi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = (2k+2)\frac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda$$

➤ Số vân giao thoa cực tiểu giữa hai nguồn  $S_1S_2$ :

$$-\frac{S_1S_2}{\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} \quad k \in \mathbb{Z}$$

**Chú ý :**

- Số vân cực đại chẵn, số vân cực tiểu lẻ.
- Đường trung trực của  $S_1S_2$  là vân cực tiểu.
- Số vân dao động cực đại, cực tiểu không tính hai nguồn  $S_1S_2$
- Nếu điểm O là trung điểm của đoạn AB thì tại O hoặc các điểm nằm trên đường trung trực của đoạn AB sẽ dao động với biên độ cực tiểu và bằng  $A_M = 0$  (vì lúc này  $d_1 = d_2$ )

**TH3 :** Hai nguồn A , B dao động vuông pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm \frac{\pi}{2}$  hoặc  $(2k+1)\frac{\pi}{2}$

• Biên độ dao động tổng hợp tại M :  $A_M = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \pm \frac{\pi}{4}\right) \right| = 2A \left| \cos\left(\pi \frac{d}{\lambda} \pm \frac{\pi}{4}\right) \right|$

• Độ lệch pha hai dao động tại M :  $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \pm \frac{\pi}{2}$

- Dao động tại điểm xét có biên độ cực đại :  $A_M = 2A$  Hai sóng thành phần tại M cùng pha

$$\Delta\varphi = k2\pi \Leftrightarrow 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \pm \frac{\pi}{2} = k2\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = (2k \mp \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} = (k \mp \frac{1}{4})\lambda$$

➤ Số vân giao thoa cực đại giữa hai nguồn  $S_1S_2$

$$-\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4} \quad k \in \mathbb{Z}$$

- Dao động tại điểm xét có biên độ cực tiểu :  $A_M = 0$  Hai sóng thành phần tại M ngược pha

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi \Leftrightarrow 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \pm \frac{\pi}{2} = (2k+1)\pi \Leftrightarrow d_2 - d_1 = (2k + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{4})\lambda$$

$$d_2 - d_1 = (2k + \frac{3}{2})\frac{\lambda}{2} = (k + \frac{3}{4})\lambda$$

➤ Số vân giao thoa cực tiểu giữa hai nguồn  $S_1S_2$

$$-\frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{4} \quad k \in \mathbb{Z}$$

**Chú ý :**

- Số vân dao động cực đại, cực tiểu không tính hai nguồn  $S_1S_2$
- Nếu điểm O là trung điểm của đoạn AB thì tại O hoặc các điểm nằm trên đường trung trực của đoạn AB sẽ dao động với biên độ và bằng  $A_M = A\sqrt{2}$  (vì lúc này  $d_1 = d_2$ )

**2. Xác định số điểm cực đại, cực tiểu trên đoạn thẳng AB**





**TH1 :** Hai nguồn A , B dao động cùng pha (hai nguồn đồng bộ) :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 0$  hoặc  $k2\pi$

○ Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB :

✓ Hiệu khoảng cách giữa chúng phải là :  $d_2 - d_1 = k\lambda$  (1)

✓ Mặc khác tổng khoảng cách giữa chúng là :  $d_2 + d_1 = AB$  (2)

✓ Lấy (1) + (2) về theo về ta có :  $d_2 = \frac{k\lambda}{2} + \frac{AB}{2}$

✓ Do M thuộc đoạn AB nên :  $0 < d_2 < AB$  Thay vào ta có :  $0 < \frac{k\lambda}{2} + \frac{AB}{2} < AB \Leftrightarrow -\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$

○ Số điểm dao động với biên độ cực tiểu trên đoạn AB :

✓ Hiệu khoảng cách giữa chúng phải là :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{2})\lambda$  (3)

✓ Mặc khác tổng khoảng cách giữa chúng là :  $d_2 + d_1 = AB$  (4)

✓ Làm tương tự như trên ta có :  $-\frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$

**TH2 :** Hai nguồn A , B dao động ngược pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi$  hoặc  $(2k + 1)\pi$

○ Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB :

✓ Hiệu khoảng cách giữa chúng phải là :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{2})\lambda$  (1)

✓ Mặc khác tổng khoảng cách giữa chúng là :  $d_2 + d_1 = AB$  (2)

✓ Làm tương tự như trên ta có :  $-\frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$

○ Số điểm dao động với biên độ cực tiểu trên đoạn AB :

✓ Hiệu khoảng cách giữa chúng phải là :  $d_2 - d_1 = k\lambda$  (3)

✓ Mặc khác tổng khoảng cách giữa chúng là :  $d_2 + d_1 = AB$  (4)

✓ Làm tương tự như trên ta có :  $-\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$

**TH3 :** Hai nguồn A , B dao động vuông pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\frac{\pi}{2}$  hoặc  $(2k + 1)\frac{\pi}{2}$

○ Số điểm dao động với biên độ cực đại , cực tiểu trên đoạn AB :

✓ Hiệu khoảng cách giữa chúng phải là :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{4})\lambda$  (1)

✓ Mặc khác tổng khoảng cách giữa chúng là :  $d_2 + d_1 = AB$  (2)

✓ Làm tương tự như trên ta có :  $-\frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{4}$

**3. Xác định số điểm cực đại , cực tiểu trên đoạn thẳng CD tạo với AB một hình vuông hoặc hình chữ nhật :**

**TH1 :** Hai nguồn A , B dao động cùng pha (hai nguồn đồng bộ) :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 0$  hoặc  $k2\pi$

○ Số điểm cực đại trên đoạn CD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = k\lambda$

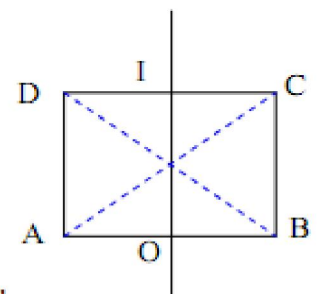
&  $AD - BD < d_2 - d_1 < AC - BC$

Suy ra :  $AD - BD < k\lambda < AC - BC$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} < k < \frac{AC - BC}{\lambda}$

○ Số điểm cực tiểu trên đoạn CD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{2})\lambda$

&  $AD - BD < d_2 - d_1 < AC - BC$

Suy ra :  $AD - BD < (k + \frac{1}{2})\lambda < AC - BC$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AC - BC}{\lambda} - \frac{1}{2}$



**TH2 :** Hai nguồn A , B dao động ngược pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi$  hoặc  $(2k+1)\pi$

- Số điểm cực đại trên đoạn CD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{2})\lambda$  &  $AD - BD < d_2 - d_1 < AC - BC$

Suy ra :  $AD - BD < (k + \frac{1}{2})\lambda < AC - BC$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AC - BC}{\lambda} - \frac{1}{2}$

- Số điểm cực tiểu trên đoạn CD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = k\lambda$  &  $AD - BD < d_2 - d_1 < AC - BC$

Suy ra :  $AD - BD < k\lambda < AC - BC$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} < k < \frac{AC - BC}{\lambda}$

**TH3 :** Hai nguồn A , B dao động vuông pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\frac{\pi}{2}$  hoặc  $(2k+1)\frac{\pi}{2}$

- Số điểm cực đại , cực tiểu trên đoạn CD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{4})\lambda$  &

$$AD - BD < d_2 - d_1 < AC - BC$$

Suy ra :  $AD - BD < (k + \frac{1}{4})\lambda < AC - BC$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{AC - BC}{\lambda} - \frac{1}{4}$

#### 4. Xác định số điểm cực đại , cực tiểu trên đoạn thẳng là đường chéo của một hình vuông hoặc hình chữ nhật :

**TH1 :** Hai nguồn A , B dao động cùng pha (hai nguồn đồng bộ) :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 0$  hoặc  $k2\pi$

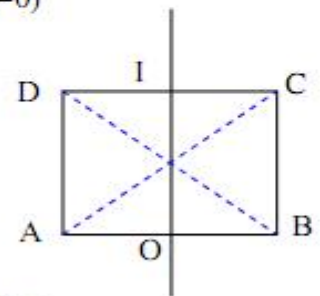
- Số điểm cực đại trên đoạn BD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = k\lambda$  &  $AD - BD < d_2 - d_1 < AB - 0$   
(vì điểm D  $\equiv$  B nên về phải AC thành AB còn BC  $\rightarrow$  BB=0)

Suy ra :  $AD - BD < k\lambda < AB$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$

- Số điểm cực tiểu trên đoạn BD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{2})\lambda$

$$\& AD - BD < d_2 - d_1 < AB - 0$$

Suy ra :  $AD - BD < (k + \frac{1}{2})\lambda < AB$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$



**TH2 :** Hai nguồn A , B dao động ngược pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi$  hoặc  $(2k+1)\pi$

- Số điểm cực đại trên đoạn BD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{2})\lambda$  &  $AD - BD < d_2 - d_1 < AB - 0$

Suy ra :  $AD - BD < (k + \frac{1}{2})\lambda < AB$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$

- Số điểm cực tiểu trên đoạn BD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = k\lambda$  &  $AD - BD < d_2 - d_1 < AB - 0$

Suy ra :  $AD - BD < k\lambda < AB$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$

**TH3 :** Hai nguồn A , B dao động vuông pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\frac{\pi}{2}$  hoặc  $(2k+1)\frac{\pi}{2}$

- Số điểm cực đại , cực tiểu trên đoạn BD thỏa mãn :  $d_2 - d_1 = (k + \frac{1}{4})\lambda$  &

$$AD - BD < d_2 - d_1 < AB - 0$$

Suy ra :  $AD - BD < (k + \frac{1}{4})\lambda < AB$  Hay  $\frac{AD - BD}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{4}$

#### 5. Xác định số điểm cực đại , cực tiểu trên đoạn thẳng là đường trung trực của AB cách AB một đoạn x :

**TH1 :** Hai nguồn A , B dao động cùng pha (hai nguồn đồng bộ) :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 0$  hoặc  $k2\pi$

- Số điểm cực đại trên đường trung trực thỏa mãn :



Do  $d_1 = d_2$  Nên độ lệch giữa M,A hoặc B :  $\Delta\varphi = \frac{2\pi.d_2}{\lambda} = \frac{2\pi.d_1}{\lambda} = k2\pi$

Hay  $d_1 = d_2 = k\lambda$  Mà  $AO \leq d_1 \leq AC \Rightarrow AO \leq k\lambda \leq AC \Leftrightarrow \frac{AB}{2} \leq k\lambda \leq \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$

$\Leftrightarrow \frac{AB}{2\lambda} \leq k \leq \frac{1}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$  (Do  $AO = \frac{AB}{2}$  và  $AC = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$ )

○ Số điểm cực tiểu trên đường trung trực thỏa mãn :

Độ lệch giữa M,A hoặc B :  $\Delta\varphi = \frac{2\pi.d_2}{\lambda} = \frac{2\pi.d_1}{\lambda} = (2k+1)\pi$  Hay  $d_1 = d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$

Mà  $AO \leq d_1 \leq AC \Rightarrow AO \leq \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \leq AC \Leftrightarrow \frac{AB}{2} \leq \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \leq \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$

$$\Leftrightarrow \frac{AB}{2\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2} - \frac{1}{2}$$

**TH2 :** Hai nguồn A , B dao động ngược pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi$  hoặc  $(2k+1)\pi$

○ Số điểm cực đại trên đường trung trực thỏa mãn :

Độ lệch giữa M,A hoặc B :  $\Delta\varphi = \frac{2\pi.d_1}{\lambda} \pm \pi = k2\pi$  Hay  $d_1 = d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$

Mà  $AO \leq d_1 \leq AC \Rightarrow AO \leq \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \leq AC \Leftrightarrow \frac{AB}{2} \leq \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \leq \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$

$$\Leftrightarrow \frac{AB}{2\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2} - \frac{1}{2}$$

○ Số điểm cực tiểu trên đường trung trực thỏa mãn :

Độ lệch giữa M,A hoặc B :  $\Delta\varphi = \frac{2\pi.d_1}{\lambda} \pm \pi = (2k+1)\pi$  Hay  $d_1 = d_2 = k\lambda$

Mà  $AO \leq d_1 \leq AC \Rightarrow AO \leq k\lambda \leq AC \Leftrightarrow \frac{AB}{2} \leq k\lambda \leq \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2} \Leftrightarrow \frac{AB}{2\lambda} \leq k \leq \frac{1}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$

**TH3 :** Hai nguồn A , B dao động vuông pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\frac{\pi}{2}$  hoặc  $(2k+1)\frac{\pi}{2}$

○ Số điểm cực đại , cực tiểu trên đường trung trực thỏa mãn :

Độ lệch giữa M,A hoặc B :  $\Delta\varphi = \frac{2\pi.d_1}{\lambda} \pm \frac{\pi}{2} = k2\pi$  hoặc  $(2k+1)\pi$  Hay  $d_1 = d_2 = \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda$

Mà  $AO \leq d_1 \leq AC \Rightarrow AO \leq \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda \leq AC \Leftrightarrow \frac{AB}{2} \leq \left(k + \frac{1}{4}\right)\lambda \leq \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$

$$\Leftrightarrow \frac{AB}{2\lambda} - \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{1}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2} - \frac{1}{4}$$

#### 6. Xác định số điểm cực đại , cực tiểu trên đường tròn tâm O là trung điểm của AB :

**TH1 :** Hai nguồn A , B dao động cùng pha (hai nguồn đồng bộ) :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 0$  hoặc  $k2\pi$

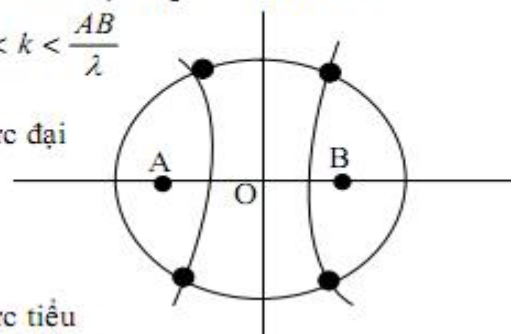
○ Số điểm cực đại trên đường tròn tâm O thỏa mãn :  $-\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$

KL : Trên đoạn AB có k điểm dao động với biên độ cực đại thì trên đường tròn tâm O có 2k điểm dao động với biên độ cực đại

○ Số điểm cực tiểu trên đường tròn tâm O thỏa mãn :

$$-\frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

KL : Trên đoạn AB có k điểm dao động với biên độ cực tiểu thì trên đường tròn tâm O có 2k điểm dao động với biên độ cực tiểu





**TH2 :** Hai nguồn A , B dao động ngược pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\pi$  hoặc  $(2k+1)\pi$

- Số điểm cực đại trên đường tròn tâm O thỏa mãn :  $-\frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2}$

KL : Trên đoạn AB có k điểm dao động với biên độ cực đại thì trên đường tròn tâm O có 2k điểm dao động với biên độ cực đại

- Số điểm cực tiểu trên đường tròn tâm O thỏa mãn :  $-\frac{AB}{\lambda} < k < \frac{AB}{\lambda}$

KL : Trên đoạn AB có k điểm dao động với biên độ cực tiểu thì trên đường tròn tâm O có 2k điểm dao động với biên độ cực tiểu

**TH3 :** Hai nguồn A , B dao động vuông pha :  $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \pm\frac{\pi}{2}$  hoặc  $(2k+1)\frac{\pi}{2}$

- Số điểm cực đại , cực tiểu trên đường tròn tâm O thỏa mãn :  $-\frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{4} < k < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{4}$

KL : Trên đoạn AB có k điểm dao động với biên độ cực đại thì trên đường tròn tâm O có 2k điểm dao động với biên độ cực đại

**Chuyên đề 08: Sóng dừng****1. Sóng dừng hai đầu cố định (1 đầu buộc chặt đầu kia gắn âm thoa dao động)**

- Điều kiện:  $l = k \frac{\lambda}{2} \Rightarrow k = \frac{2l}{\lambda}$  -> Nếu k nguyên: có sóng dừng

-> Nếu k không nguyên: không có sóng dừng

- Xác định số bó, bụng, nút: Số bó (búi) = số bụng = k, Số nút = k + 1

**Lưu ý:** + Dây được kích thích dao động bởi nam châm điện với tần số dòng điện là f

=> Dây rung tần số dao động của dây là 2f.

+ Dây đàn kim loại có dòng điện xoay chiều tần số f chạy qua, đặt dây trong khoảng giữa hai cực của nam châm chữ U => Dây rung tần số f.

+ Vận tốc truyền sóng:  $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

Trong đó: + F: Lực kéo căng dây, đơn vị: N

+  $\mu = \frac{m}{l}$ : mật độ khối lượng dài, đơn vị:  $[m] = [Kg], [l] = [m]$

**2. Sóng dừng một đầu thả tự do, đầu kia gắn âm thoa kích thích dao động**

- Điều kiện:  $l = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow k = \frac{2l}{\lambda} - \frac{1}{2}$  -> Nếu k nguyên: có sóng dừng

-> Nếu k không nguyên: không có sóng dừng

- Xác định số bó, bụng, nút: Số bó (búi) = k, Số nút = số bụng = k + 1

**3. Phương trình sóng dừng trên sợi dây CB (với đầu C cố định hoặc dao động nhỏ là nút sóng)**

\* Đầu B cố định (nút sóng):

Phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại B:  $u_B = A \cos 2\pi ft$  và  $u'_B = -A \cos 2\pi ft = A \cos(2\pi ft - \pi)$

Phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại M cách B một khoảng d là:

$u_M = A \cos(2\pi ft + 2\pi \frac{d}{\lambda})$  và  $u'_M = A \cos(2\pi ft - 2\pi \frac{d}{\lambda} - \pi)$

Phương trình sóng dừng tại M:  $u_M = u_M + u'_M$

$u_M = 2A \cos(2\pi \frac{d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}) \cos(2\pi ft - \frac{\pi}{2}) = 2A \sin(2\pi \frac{d}{\lambda}) \cos(2\pi ft + \frac{\pi}{2})$

Biên độ dao động của phần tử tại M:  $A_M = 2A \left| \cos(2\pi \frac{d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}) \right| = 2A \left| \sin(2\pi \frac{d}{\lambda}) \right|$

\* Đầu B tự do (bụng sóng):

Phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại B:  $u_B = u'_B = A \cos 2\pi ft$

Phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại M cách B một khoảng d là:

$$u_M = A \cos(2\pi ft + 2\pi \frac{d}{\lambda}) \text{ và } u'_M = A \cos(2\pi ft - 2\pi \frac{d}{\lambda})$$

Phương trình sóng dừng tại M:  $u_M = u_M + u'_M$

$$u_M = 2A \cos(2\pi \frac{d}{\lambda}) \cos(2\pi ft)$$

Biên độ dao động của phần tử tại M:  $A_M = 2A \left| \cos(2\pi \frac{d}{\lambda}) \right|$

Lưu ý: \* Với x là khoảng cách từ M đến đầu nút sóng thì biên độ:  $A_M = 2A \left| \sin(2\pi \frac{x}{\lambda}) \right|$

\* Với x là khoảng cách từ M đến đầu bụng sóng thì biên độ:  $A_M = 2A \left| \cos(2\pi \frac{d}{\lambda}) \right|$

## Chuyên đề 09: Sóng âm. Giao thoa – sóng dừng âm.

### Dạng 01: Xác định các đại lượng đặc trưng sóng âm.

**Xác định vận tốc truyền âm:**

+ Phụ thuộc nhiệt độ (trong môi trường không khí):  $V = V_0 \sqrt{1 + \alpha.t}$

Trong đó: +  $V_0$ : vận tốc truyền âm ở  $0^\circ\text{C}$

+  $V$ : vận tốc truyền âm ở nhiệt độ  $t^\circ\text{C}$

+  $\alpha = \frac{1}{273}$ : hệ số nở đẳng áp

+ Vận tốc truyền âm trong kim loại (phương pháp đo vận tốc)

$$\Delta t = \frac{l}{V_{KK}} - \frac{l}{V_{KL}} \quad \text{Trong đó: } \Delta t: \text{Thời gian 2 lần nghe, } l: \text{Chiều dài thanh K. loại}$$

**Xác định cường độ âm, mức cường độ âm:**

• Cường độ âm:  $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi R^2}$

• Mức cường độ âm:

+  $L = \lg \frac{I}{I_0}$  L: tính bằng đơn vị ben (B)

+  $L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$  (L: tính bằng đơn vị đề xi ben (dB))

**Lưu ý: Một số công thức quan trọng**

+  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

+  $\lg \frac{k.I}{I_0} = \lg(k) + \lg \frac{I}{I_0}$

+  $L = \lg \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^L$  L: tính bằng đơn vị ben (B)

+  $L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{0,1.L}$  L: tính bằng đơn vị đề xi ben (dB)

### Dạng 02: Giao thoa – Sóng dừng âm.

**- Dây đàn hai đầu cố định:**

+ Điều kiện có sóng dừng:  $l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{V}{2f} \Rightarrow f = k \frac{V}{2l}$

+ Tần số âm cơ bản:  $f_{cb} = f_1 = \frac{V}{2l}$  ( $k = 1$ : hoạ âm thứ nhất)

+ Tần số hoạ âm thứ n:  $f_n = n \cdot \frac{V}{2l} = n \cdot f_{cb}$  ( $k = n$ : hoạ âm thứ n)

**Lưu ý:** + Vận tốc truyền sóng:  $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

Trong đó: +  $F$ : Lực kéo căng dây, đơn vị: N

$$\mu = \frac{m}{l} : \text{mật độ khối lượng dài, đơn vị: } [m] = [Kg], [l] = [m]$$

+ Dây được kích thích dao động bởi nam châm điện với tần số dòng điện là  $f$

=> **Dây rung tần số dao động của dây là  $2f$ .**

+ Dây đàn kim loại có dòng điện xoay chiều tần số  $f$  chạy qua, đặt dây trong

khoảng giữa hai cực của nam châm chữ U => **Dây rung tần số  $f$ .**

- **ống sáo một đầu hở:**

+ Điều kiện sóng dừng một đầu tự do:

$$l = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} = m \cdot \frac{V}{4f} \Rightarrow f = m \frac{V}{4l} \quad \text{Trong đó } m = 1, 3, 5, \dots \text{ (số lẻ)}$$

$$+ \text{ Tần số âm cơ bản: } f_{cb} = f_1 = \frac{V}{4l} \quad (m = 1 : \text{hoạ âm thứ nhất})$$

$$+ \text{ Tần số hoạ âm thứ } n: f_n = n \cdot \frac{V}{4l} = n \cdot f_{cb} \quad (m = n : \text{hoạ âm thứ } n)$$

$$- \text{ ống sáo hai đầu hở (hai đầu là bụng) : áp dụng tương tự cho sóng dừng hai đầu cố định } l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{V}{2f} \Rightarrow f = k \frac{V}{2l}$$

## Hiệu ứng Dop - Ple (Nâng cao)

1. Nguồn âm đứng yên, máy thu chuyển động với vận tốc  $v_M$ .

\* Máy thu chuyển động lại gần nguồn âm thì thu được âm có tần số:

$$f' = \frac{v + v_M}{v} f$$

\* Máy thu chuyển động ra xa nguồn âm thì thu được âm có tần số:

$$f'' = \frac{v - v_M}{v} f$$

2. Nguồn âm chuyển động với vận tốc  $v_S$ , máy thu đứng yên.

\* Máy thu chuyển động lại gần nguồn âm với vận tốc  $v_M$  thì thu được âm có tần số:

$$f' = \frac{v}{v - v_S} f$$

\* Máy thu chuyển động ra xa nguồn âm thì thu được âm có tần số:

$$f'' = \frac{v}{v + v_S} f \quad \text{Với } v \text{ là vận tốc truyền âm, } f \text{ là tần số của âm.}$$

**Chú ý:** Có thể dùng công thức tổng quát:  $f' = \frac{v \pm v_M}{v \mp v_S} f$ , làm theo nguyên tắc: **lại gần tần số tăng, ra xa tần số giảm, vận tốc máy thu  $V_M$  trên tử, vận tốc nguồn  $V_S$  nằm dưới mẫu.**



## Chuyên đề 10: Đại cương dòng điện xoay chiều

### Dạng 01: Xác định các đại lượng đặc trưng

- Từ thông: - Biểu thức:  $\phi = NBS \cdot \cos(\omega t + \alpha_0) = \phi_0 \cos(\omega t + \alpha_0) (Wb) \Rightarrow$  Từ thông cực đại:  $\phi_0 = NBS$

Trong đó: + N: Số vòng dây, S: Diện tích khung dây, đơn vị:  $m^2$

- Suất điện động: - Biểu thức:  $e = -\frac{d\phi}{dt} = \omega NBS \cdot \sin(\omega t + \alpha_0) = E_0 \cos(\omega t + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}) (V) \Rightarrow E_0 = \omega \phi_0$

- Tần số dòng điện:  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{N}{t}$  N: Số vòng quay của khung dây, t: thời gian, đơn vị: s

### Dạng 02: Sự đổi chiều dòng điện. Thời gian đèn sáng hoặc tắt trong 1 chu kỳ

- Sự đổi chiều dòng điện:  $i = I_0 \cos(2\pi ft + \varphi_i)$

+ Nếu  $\varphi_i \neq \pm \frac{\pi}{2}$ : Trong mỗi giây đổi chiều  $2f$  lần

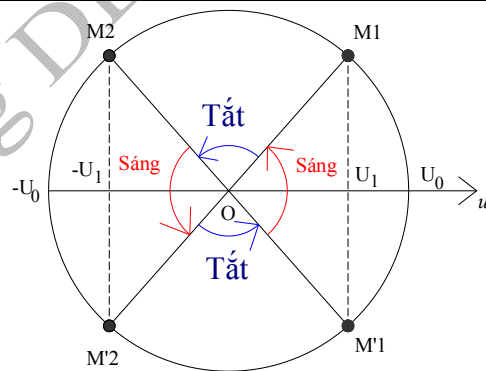
+ Nếu pha ban đầu  $\varphi_i = -\pi/2$  hoặc  $\varphi_i = \pi/2$  thì chỉ giây đầu tiên đổi chiều  $2f-1$  lần, trong mỗi giây tiếp theo đổi chiều  $2f$  lần

- Thời gian đèn sáng hoặc tắt trong 1 chu kỳ:

+ Đặt điện áp:  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  (V) vào hai đầu một bóng đèn chỉ sáng khi điện áp đèn:  $|u| \geq u_s$

+ Thời gian đèn sáng trong 1 chu kỳ:  $\Delta t_s = 4 \frac{\Delta \varphi}{\omega}$  Trong đó:  $\cos \Delta \varphi = \frac{u_s}{U_0}$

+ Thời gian đèn tắt trong 1 chu kỳ:  $\Delta t_t = 4 \frac{\Delta \varphi'}{\omega}$  Trong đó:  $\sin \Delta \varphi' = \frac{u_s}{U_0}$  Hoặc:  $\Delta t_t = T - \Delta t_s$



### Dạng 03: Xác định điện lượng qua bình điện phân

- Điện lượng qua bình trong 1 chu kỳ: 0

- Điện lượng qua bình trong  $\frac{1}{2}$  chu kỳ (Pha ban đầu  $\varphi = \pm \pi/2$ ):  $q_{1/2Chu\_ki} = \frac{2I_0}{\omega}$

- Điện lượng qua bình theo một chiều trong khoảng thời gian  $\Delta t$ :  $q = \frac{\Delta t}{T} \cdot q_{(1/2Chu\_Ki)}$

- Điện lượng trong khoảng thời gian bất kì từ thời điểm  $t_1 \rightarrow t_2$ :  $q = \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \cdot dt$

## Dạng 04: Điện áp (Cường độ) trước và sau thời điểm t

**Tìm pha dao động tại thời điểm t:**  $u = u^* \Rightarrow U_0 \cos(\omega t + \varphi) = u^* \Leftrightarrow \begin{cases} \omega t + \varphi = \alpha \\ \omega t + \varphi = -\alpha \end{cases}$

**Lấy nghiệm:**  $+\omega t + \varphi = \alpha$  với  $0 \leq \alpha \leq \pi$  ứng với điện áp đang giảm (chiều âm  $v < 0$ )

hoặc  $+\omega t + \varphi = -\alpha$  ứng với điện áp đang tăng (chiều dương  $v > 0$ )

**Điện áp sau (dấu +) hoặc trước (dấu -) thời điểm đó  $\Delta t$  giây là:**

$$u = U_0 \cdot \cos(\pm \omega \Delta t + \alpha) \text{ (điện áp đang giảm) hoặc } u = U_0 \cdot \cos(\pm \omega \Delta t - \alpha) \text{ (điện áp đang tăng)}$$

**Chuyên đề 11: Mạch xoay chiều RLC****Dạng 01: Viết biểu thức điện áp, dòng điện**

Xác định độ lệch pha:  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{U_L - U_C}{U_R}$

+  $\tan \varphi = +\infty \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $\tan \varphi = -\infty \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

+ Nếu mạch có thêm điện trở thuần:

$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R + r} = \frac{U_L - U_C}{U_R + U_r}$

Viết biểu thức u, i của cả mạch:

+  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_u$  Hoac  $\varphi_i$

+  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  hoac  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$

Trong đó:  $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_{0R}}{R} = \frac{U_{0L}}{Z_L} = \frac{U_{0C}}{Z_C}$

Viết biểu thức điện áp hai đầu các phần tử điện trong mạch

+ Xác định biểu thức dòng điện trong mạch:  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$

+ Biểu thức điện áp 2 đầu R: + Điện áp và dòng điện luôn cùng pha

+  $u_R = U_{0R} \cos(\omega t + \varphi_i)$

+ Biểu thức điện áp 2 đầu L: +  $u_L$  luôn nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với i trong mạch

+  $u_L = U_{0L} \cos(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2})$

+ Biểu thức điện áp 2 đầu C: +  $u_C$  luôn trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với i trong mạch

+  $u_C = U_{0C} \cos(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2})$

Viết biểu thức hai đầu một phần đoạn mạch

+ Xác định biểu thức dòng điện trong mạch:  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$

+ Xác định độ lệch pha điện áp đoạn mạch cần xét (VD: Đoạn AM) so với i trong mạch:

$\tan \varphi_{AM} = \dots \Rightarrow \varphi_{AM}$

+ Biểu thức điện áp:  $u_{AM} = U_{0AM} \cos(\omega t + \varphi_i + \varphi_{AM})$  Trong đó:  $U_{0AM} = I_0 Z_{AM}$

**Dạng 02: Xác định các đại lượng RLC dựa vào độ lệch pha. Bài toán hộp đen**

Xét mạch như hình vẽ: giả sử  $u_{AM}$  lệch pha  $\Delta\varphi$  so với  $u_{AB}$   $\Delta\varphi = |\varphi_{AB} - \varphi_{AM}|$

Dựa vào tính chất của mạch, xác định sự nhanh chậm pha:

Nếu  $u_{AB}$  nhanh pha hơn  $u_{AM}$ :  $\Delta\varphi = \varphi_{AB} - \varphi_{AM}$

$$\Leftrightarrow \tan \Delta\varphi = \tan(\varphi_{AB} - \varphi_{AM})$$

$$\Leftrightarrow \tan \Delta\varphi = \frac{\tan \varphi_{AB} - \tan \varphi_{AM}}{1 + \tan \varphi_{AB} \cdot \tan \varphi_{AM}} \quad (1)$$

Nếu  $u_{AM}$  nhanh pha hơn  $u_{AB}$ :  $\Delta\varphi = \varphi_{AM} - \varphi_{AB}$

$$\Leftrightarrow \tan \Delta\varphi = \tan(\varphi_{AM} - \varphi_{AB})$$

$$\Leftrightarrow \tan \Delta\varphi = \frac{\tan \varphi_{AM} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{AM} \cdot \tan \varphi_{AB}} \quad (2)$$

Áp dụng công thức  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{U_L - U_C}{U_R}$ , tìm  $\tan \varphi_{AM}$ ,  $\tan \varphi_{AB}$  thay vào (1), (2)

**Lưu ý:** + Nếu  $u_{AB}$  vuông pha  $u_{AM}$ :  $\tan \varphi_{AB} \cdot \tan \varphi_{AM} = -1$

+  $U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} \Rightarrow u_{AB}$ ;  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  cùng pha  $\Rightarrow \tan u_{AB} = \tan u_{AM} = \tan u_{MB}$

+ Khi  $C = C_1$  và  $C = C_2$  thì cường độ dòng trong mạch  $i_1, i_2$  lệch pha nhau  $\Delta\varphi$

$$\text{Nếu } I_1 = I_2 \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2 = \frac{\Delta\varphi}{2} \text{ (nếu } C_1 > C_2 \text{)} = -\frac{\Delta\varphi}{2} \text{ (nếu } C_1 < C_2 \text{)}$$

$$\text{Nếu } I_1 \neq I_2 \Rightarrow \frac{\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2}{1 + \tan \varphi_1 \cdot \tan \varphi_2} = \tan \Delta\varphi \text{ (nếu } C_1 > C_2 \text{)} = \tan \Delta\varphi \text{ (nếu } C_1 < C_2 \text{)}$$

## Dạng 03: Bài toán cực trị

Đoạn mạch RLC có L thay đổi:

$$\text{* Khi } I_{\max}, U_{R\max}, P_{\max}, U_{LC\min}: \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{* Khi } U_{L(\max)} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2}: Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$$

$$\text{* Với } L = L_1 \text{ hoặc } L = L_2 \text{ thì } U_L \text{ có cùng giá trị } \Rightarrow U_{L\max}: \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \right)$$

$$\text{* Khi } U_{RL(\max)} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_C^2} - Z_C}: Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{4R^2 + Z_C^2}}{2}$$

Đoạn mạch RLC có C thay đổi:

$$\text{* Khi } I_{\max}, U_{R\max}, P_{\max}, U_{LC\min}: \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{* Khi } U_{C(\max)} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}: Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$$

\* Khi  $C = C_1$  hoặc  $C = C_2$  thì  $U_C$  có cùng giá trị  $\Rightarrow U_{C\max}$  khi  $\frac{1}{Z_C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \right)$

\* Khi  $U_{RC(\max)} = \frac{2UR}{\sqrt{4R^2 + Z_L^2} - Z_L} : Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{4R^2 + Z_L^2}}{2}$

**Mạch RLC có  $\omega$  thay đổi:**

\* Khi  $I_{\max}, U_{R\max}, P_{\max}, U_{LC\min} : \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

\* Khi  $U_{L(\max)} = \frac{2U.L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} : \omega = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$

\* Khi  $U_{C(\max)} = \frac{2U.L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} : \omega = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$

Lưu ý:  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì  $U_C$  như nhau,  $\omega$  để  $U_C(\max)$ :

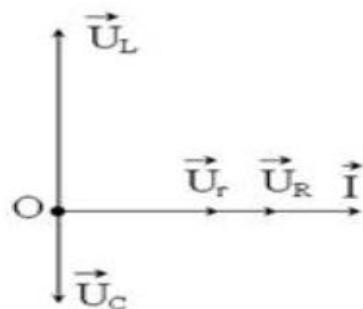
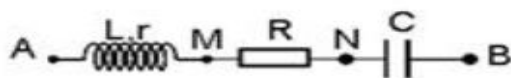
$$\omega^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \Rightarrow U_{C(\max)} = \frac{2U.L}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$$

\* Với  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì  $I$  hoặc  $P$  hoặc  $U_R$  có cùng một giá trị thì  $I_{\max}$  hoặc  $P_{\max}$  hoặc  $U_{R\max}$  khi  $\omega = \sqrt{\omega_1\omega_2} \Rightarrow$  tần số  $f = \sqrt{f_1f_2}$

\* Mạch  $R_1L_1C_1$  có tần số cộng hưởng là  $\omega_1$  và mạch điện  $R_2L_2C_2$  có tần số cộng hưởng là  $\omega_2$  với  $\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow$  Tần số cộng hưởng khi hai mạch ghép nối tiếp là  $\omega = \omega_1 = \omega_2$

## Dạng 04: Phương pháp giản đồ vectơ

### I. Phương pháp véc-tơ buộc giải bài toán điện xoay chiều nối tiếp

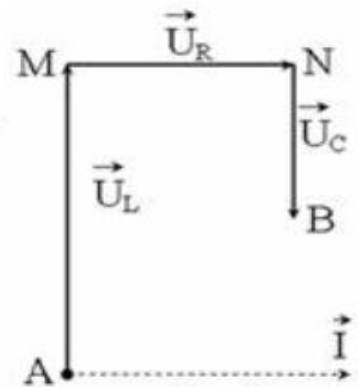
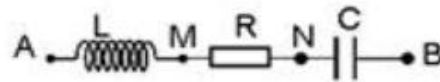


- Chosen ngang là trục dòng điện, điểm O làm gốc.
- Vẽ lần lượt các véc-tơ biểu diễn các điện áp, cùng chung gốc O theo nguyên tắc:
  - L – lên.
  - C – xuống.
  - R – ngang.
- Độ dài các véc-tơ tỉ lệ với các giá trị hiệu dụng tương ứng.
- Chỉ tổng hợp các véc-tơ điện áp có liên quan đến dữ kiện của bài toán.



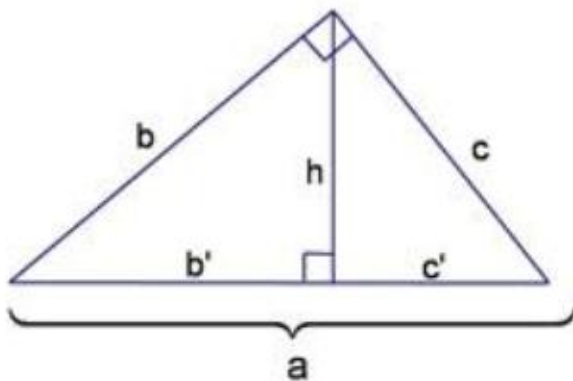
- Biểu diễn các số liệu lên giản đồ.
- Dựa vào các hệ thức lượng trong tam giác để tìm các điện áp hoặc góc chưa biết.

## II. Phương pháp véc-tơ trượt giải bài toán điện xoay chiều nối tiếp

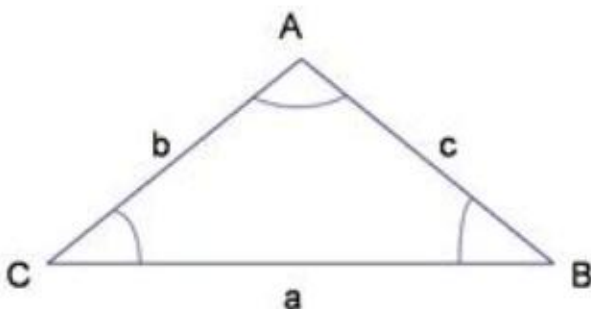


- Chọn ngang là trục dòng điện.
- Chọn điểm đầu mạch (A) làm gốc.
- Vẽ lần lượt các véc-tơ biểu diễn các điện áp, lần lượt từ A sang B nối đuôi nhau theo nguyên tắc:
  - L - lên.
  - C - xuống.
  - R - ngang.
- Độ dài các véc-tơ tỉ lệ với các giá trị hiệu dụng tương ứng.
- Nối các điểm trên giản đồ có liên quan đến dữ kiện của bài toán.
- Biểu diễn các số liệu lên giản đồ.
- Dựa vào các hệ thức lượng trong tam giác để tìm các điện áp hoặc góc chưa biết.

=> áp dụng các công thức lượng giác => yêu cầu bài toán



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ h^2 = b' \cdot c' \\ \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \\ b^2 = a \cdot b' \end{cases}$$



$$\begin{cases} \text{Đ/lí hàm cosin: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ \text{Đ/lí hàm sin: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \end{cases}$$

## Dạng 05: Phương pháp dùng máy tính giải bài toán hộp đen, biểu thức

### I. Cơ sở lý thuyết và cách cài đặt số phức trên máy tính

#### 1. Cơ sở lý thuyết

Phương trình:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  sẽ biểu diễn dưới số phức với hai dạng:  
 $x = A e^{i(\omega t + \varphi)}$  hoặc  $x = a + bi$

	Dạng thức	Dạng phức trong máy FX 570ES, 570MS
Cảm kháng	$Z_L$	$iZ_L$
Dung kháng	$Z_C$	$-iZ_C$
Tổng trở:	$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$	$\bar{Z} = R + i(Z_L - Z_C)$
Cường độ dòng điện	$i = I_o \cos(\omega t + \varphi_i)$	$i = I_o e^{i\varphi_i} = I_o \angle \varphi_i$
Điện áp:	$u = U_o \cos(\omega t + \varphi_u)$	$u = U_o e^{i\varphi_u} = U_o \angle \varphi_u$
Định luật ÔM		$i = \frac{u}{Z} \Rightarrow u = i\bar{Z}$

#### 2. Cách cài đặt máy tính 570ES dạng số phức để viết $u, i$

+B1: Shift 9 3 == (Để cài đặt ban đầu)

+B2: Mode 2----> xuất hiện chữ CMPLX (cài đặt tính toán số phức)

+B3: Shift mode 2  $\nabla$  3 2 (Để cài đặt dạng mũ phức khi viết phương trình  $i$  hoặc  $u$ )

\* Nếu tìm R, L, C thì bước 3 thay bằng: Shift mode 2  $\nabla$  3 1 (Để cài đặt dạng số phức  $a + ib$ )

\* Có thể cài đặt đến bước 2, sau đó bạn nhập các phép tính vào máy rồi :

+ bấm shift 2 3 = sẽ ra kết quả dạng mũ phức  $I_o \angle \varphi_i$  (hoặc  $U_o \angle \varphi_u$ ) khi viết phương trình  $i$  (hoặc  $u$ ).

+ bấm shift 2 4 = sẽ ra kết quả dạng số phức  $a + ib$  khi cần tìm R, L hoặc C.

### II. Vận dụng xác định biểu thức điện áp, dòng điện và bài toán hộp đen.

#### 1. Viết biểu thức điện áp, dòng điện.

- Dựa vào định luật ôm

$$i = \frac{u}{Z} = \frac{U_o \angle \varphi_u}{R + (Z_L - Z_C).i}$$

$\Rightarrow$  Ket \_qua :  $I_o \angle \varphi_i \Rightarrow$  Bieu \_thuc

$$u = i.\bar{Z} = (I_o \angle \varphi_i)(R + (Z_L - Z_C).i)$$

$\Rightarrow$  Ket \_qua :  $U_o \angle \varphi_u \Rightarrow$  Bieu \_thuc

- Dựa vào điện áp thành phần:

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB} \text{ (giống như tổng hợp 2 dao động điều hòa)}$$

#### 2. Giải bài toán hộp đen(Xác định RLC)

$$i = \frac{u}{Z} \Rightarrow \bar{Z} = \frac{u}{i} = \frac{U_o \angle \varphi_u}{I_o \angle \varphi_i} \Rightarrow \text{Ket\_qua : } R + (Z_L - Z_C).i$$

**Vi dụ:** Cho mạch xoay chiều chứa 2 trong ba phần tử RLC, biết khi đặt điện áp

$$u = 200\sqrt{6} \cos(100\pi t + \pi/6)V \text{ thì cường độ}$$

$$i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/6)A \text{ . Xác định thành phần mạch}$$

$$\bar{Z} = \frac{u}{i} = \frac{200\sqrt{6} \angle 30}{2\sqrt{2} \angle -30}$$

Thao tác máy:  $200\sqrt{6} \text{ [SHIFT] (-) 3 0 : (2\sqrt{2} \text{ [SHIFT] (-) 3 0}) =$

$$\text{Kết quả: } 86,6 + 150i = 50\sqrt{3} + 150i$$

Hộp kín chỉ chứa hai phần tử nên hai phần tử đó là R và  $Z_L$ . Vậy

$$R = 50\sqrt{3}\Omega; Z_L = 150\Omega \Rightarrow L = \frac{1,5}{\pi}H$$

## Chuyên đề 12: Công suất xoay chiều

**Công suất** - Hệ số công suất:  $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U}$

- Công suất:  $P = UI \cos \varphi = I^2 R$ .

Lưu ý: - Khi mạch chứa thêm điện trở thuần  $r$

+ Hệ số công suất:  $\cos \varphi = \frac{R+r}{Z} = \frac{U_R + U_r}{U}$

+ Công suất:  $P = UI \cos \varphi = I^2(R+r)$

- Tự điện, cuộn dây thuần cảm: Không tiêu thụ điện  $\Rightarrow$  Hệ số công suất = 0, công suất tiêu thụ = 0

- Công suất tức thời:  $P = u \cdot i = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \varphi)$

- Khi  $C = C_1$  và  $C = C_2$  thì công suất như nhau, giá trị  $L$ :  $Z_L = \frac{Z_{C(1)} + Z_{C(2)}}{2}$

- Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì công suất như nhau, giá trị  $C$ :  $Z_C = \frac{Z_{L(1)} + Z_{L(2)}}{2}$

**Công suất cực đại:**

+  $P_{\max}$  khi  $R$  biến thiên:  $R = |Z_L - Z_C| \Leftrightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2R}$

+  $P_{\max}$  khi  $L, C, \omega$  (hoặc  $f$ ) biến thiên:  $Z_L = Z_C$  (hay  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ )  $\Leftrightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{R}$

+ Khi  $R = R_1$  và  $R = R_2$  thì  $P$  như nhau,  $P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2R} \Leftrightarrow R = \sqrt{R_1 R_2}$

## Chuyên đề 12: Máy điện xoay chiều

### Phần 01: Máy biến áp

**Điện áp:**

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{Trong đó: } U_1 : \text{Điện áp đặt vào cuộn sơ cấp, } U_2 : \text{Điện áp lấy ra ở cuộn thứ cấp}$$

Nếu  $N_2 > N_1 \Rightarrow U_2 > U_1$  : Máy tăng áp.

Nếu  $N_2 < N_1 \Rightarrow U_2 < U_1$  : Máy hạ áp

**Cường độ dòng:**

$$\text{- Bỏ qua hao phí: } P_2 = P_1 \Leftrightarrow U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$$

$$\text{- Máy có hiệu suất } H \text{ (H đổi ra hệ số): } P_2 = H \cdot P_1 \Leftrightarrow U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = H \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

$$\text{Trong đó: } + P_1 = U_1 I_1 \cdot \cos \varphi_1 : \text{Công suất điện cuộn sơ cấp}$$

$$+ P_2 = U_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2 : \text{Công suất điện cuộn thứ cấp}$$

$$+ \text{ Nếu bài toán không nhắc gì thì: } \cos \varphi_1 = 1, \cos \varphi_2 = 1$$

Lưu ý: Máy biến áp chỉ hoạt động với dòng điện xoay chiều, không có tác dụng biến đổi tần số

**Truyền tải điện năng:**

$$+ \text{ Điện năng hao phí trên dây: } \Delta P_{hp} = I^2 R = \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi} R$$

Trong đó: + P : Công suất điện truyền đi, đơn vị: W

+ U: Điện áp truyền tải trên dây

$$+ R: \text{Điện trở dây truyền tải, } R = \rho \frac{l}{S}$$

+  $\cos \varphi$  : Hệ số công suất trên dây truyền tải (thường  $\cos \varphi = 1$ )

Lưu ý: Cách giảm điện năng hao phí = tăng điện áp trên dây truyền tải

$$+ \text{ Hiệu suất truyền tải: } H = \frac{P'}{P} = \frac{P - \Delta P_{hp}}{P}$$

Trong đó:  $P' = P - \Delta P_{hp}$  công suất nhận được nơi tiêu thụ

$$+ \text{ Độ sụt áp: } \Delta U = U - U' = I \cdot R$$

Trong đó: + U : Điện áp nơi nguồn bắt đầu truyền đi,  $U'$  : Điện áp nơi tiêu thụ nhận được



**Trường hợp các điện trở của cuộn sơ cấp và thứ cấp khác 0:**

Suất điện động qua cuộn sơ cấp:  $e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$  (1);

Suất điện động qua cuộn thứ cấp:  $e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$  (2);

Lập tỉ:  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \equiv k$  (3)

Cuộn sơ cấp đóng vai trò như một máy phát:  $u_1 = e_1 + r_1 i_1 \rightarrow e_1 = u_1 - r_1 i_1$  (4)

Cuộn sơ cấp đóng vai trò như một máy thu:  $u_2 = e_2 - r_2 i_2 \rightarrow e_2 = u_2 + r_2 i_2$  (5)

Lập tỉ:  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{u_1 - r_1 i_1}{u_2 + r_2 i_2} \equiv k \leftrightarrow u_1 - r_1 i_1 = k u_2 + k r_2 i_2$  (6)

Ta có  $e_1 i_1 = e_2 i_2$  hay  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{k} \rightarrow i_1 = \frac{i_2}{k}$  và  $i_2 = \frac{u_2}{R}$  (7)

Thay (7) vào (6), thực hiện biến đổi ta được:  $u_2 = \frac{kR}{k^2(R + r_2) + r_1} u_1$

Hay:  $U_2 = \frac{kR}{k^2(R + r_2) + r_1} U_1$

**Phần 02: Máy phát và động cơ điện.****Máy phát điện xoay chiều một pha**

+ Suất điện động:  $e = -\frac{d\phi}{dt} = \omega NBS \cdot \sin(\omega t + \alpha_0) = E_0 \cos(\omega t + \alpha_0 - \frac{\pi}{2})$  (V)

+ Tần số dòng điện:  $f = p \cdot n = p \cdot \frac{N}{t}$  Trong đó:  $p$ : Số cặp cực nam châm,  $n = \frac{N}{t}$ : Tốc độ quay của roto, đơn vị: vòng/s

**Máy phát điện xoay chiều ba pha, dòng điện ba pha:**

+ Cách mắc dòng điện xoay chiều ba pha:

- Mắc hình sao:  $U_d = \sqrt{3} U_p$ ,  $I_d = I_p$ ,  $I_{\text{thoá}} = 0$  (Tải đối xứng)

- Mắc hình tam giác:  $U_d = U_p$ ,  $I_d = \sqrt{3} I_p$  (Tải đối xứng)

+ Từ trường quay của động cơ điện ba pha tại tâm:



$$\begin{cases} B_1 = B_0 \cos(\omega t) \\ B_2 = B_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ B_3 = B_0 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Bien\_do\_Cam\_ung\_tu\_Tai\_tam\_may: } B = 1,5B_0 \\ \text{Neu\_Can\_ung\_tu\_tai\_1\_cuonday\_la: } B_0 \Rightarrow 2\text{cuon\_con\_lai: } -0,5B_0 \\ B = 1,5B_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

+ Tốc độ quay từ trường tại tâm máy:  $f = p.n = p \cdot \frac{N}{t}$

Trong đó: cứ 3 cuộn dây tương ứng 1 cặp cực nam châm.

+ Công suất tiêu thụ điện:  $P = 3P_p = 3U_p I_p \cos \varphi_p$

+ Hiệu suất động cơ:  $\begin{cases} P = UI \cdot \cos \varphi \Rightarrow I \\ P_{hao\_phi} = I^2 \cdot R \end{cases} \Rightarrow H = \frac{P - P_{hao\_phi}}{P} \cdot 100\%$

Trong đó: +  $P_i = P - P_{hao\_phi}$ : Công suất có ích

+ P: Công suất tiêu thụ điện

**Chuyên đề 13: Dao động điện từ****Dạng 01: Xác định đại lượng đặc trưng mạch dao động**

- Chu kì, tần số:  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  Trong đó:  $[L] = [H], [C] = [F] \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}, f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

- Cường độ, điện tích, điện áp:  $q_0 = C.U_0, q = C.U, I_0 = \omega.q_0$

- Công thức độc lập:  $\frac{i^2}{I_0^2} + \frac{u^2}{U_0^2} = 1, \frac{i^2}{I_0^2} + \frac{q^2}{q_0^2} = 1, q_0^2 = q^2 + \frac{i^2}{\omega^2}$

- Năng lượng dao động: + Năng lượng điện trường của tụ:  $W_C = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

+ Năng lượng từ trường của cuộn dây:  $W_L = \frac{1}{2}Li^2$

+ Năng lượng điện từ trường:  $W = W_C + W_L = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2}LI_0^2$

**Hệ quả:** - Chu kì:  $I_0 = \omega.q_0 \Rightarrow \omega = \frac{I_0}{q_0} \Rightarrow T = 2\pi\frac{q_0}{I_0}$

- Cường độ dòng điện:  $\frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}CU_0^2 \Rightarrow I_0 = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}$

**Mạch LC có C thay đổi:  $C_1$  nt  $C_2$  và  $C_1 // C_2$**

- Mạch  $LC_1$  có tần số  $f_1$ , chu kì  $T_1$ . Mạch  $LC_2$  có tần số  $f_2$ , chu kì  $T_2$ .

- Mạch L và  $C_1$  nối tiếp  $C_2$  có tần số  $f$ , chu kì  $T$ .

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, f = f_1^2 + f_2^2, \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \Rightarrow T = \frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} \quad (5)$$

- Mạch L và  $C_1$  song song  $C_2$  có tần số  $f$ , chu kì  $T$ .

$$C = C_1 + C_2, \frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}, T^2 = T_1^2 + T_2^2 \Rightarrow f = \frac{f_1 f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} \quad (6)$$

**Dạng 02: Lập biểu thức điện tích, điện áp, dòng điện**

- Viết biểu thức điện tích:  $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$

+ Xác định:  $q_0, \omega$

+ Xác định pha ban đầu  $\varphi$

Chọn gốc thời gian  $t=0$ , xác định  $q, i$  thay vào hệ phương trình: 
$$\begin{cases} q = q_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ i = -\omega.q_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \varphi$$

**Lưu ý:**

- Chọn  $t = 0$  là lúc chuyển khoá K cho mạch bắt đầu dao động:  $q = q_0, i = 0$

- Chọn  $t = 0$  là lúc cường độ dòng trong mạch cực đại:  $i = I_0, q = 0$

+ Khi tụ phóng điện thì  $q$  và  $u$  giảm và ngược lại

+ Quy ước:  $q > 0$  ứng với bản tụ ta xét tích điện dương thì  $i > 0$  ứng với dòng điện chạy đến bản tụ mà ta xét.

- Từ việc xác định biểu thức  $q \Rightarrow$  biểu thức  $i, u$

$$\text{* Hiệu điện thế (điện áp) tức thời } u = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi) = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{* Dòng điện tức thời } i = q' = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$\text{* Cảm ứng từ: } B = B_0 \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

### Dạng 03: Dao động của mạch LC khi có thêm điện trở thuần

- Công suất hao phí do toả nhiệt:  $\Delta P_{hp} = I^2 \cdot R$  Trong đó:  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$

- Công suất điện cần cung cấp:  $P_{CC} = \Delta P_{hp} = I^2 R$

- Điện năng cần cung cấp trong thời gian  $t$  (giây):  $A_{CC} = P_{CC} \cdot t$

#### Chú ý:

+ Mạch dao động có tần số góc  $\omega$ , tần số  $f$  và chu kỳ  $T$  thì  $W_d$  và  $W_t$  biến thiên với tần số góc  $2\omega$ , tần số  $2f$  và chu kỳ  $T/2$

+ Khi tụ phóng điện thì  $q$  và  $u$  giảm và ngược lại

+ Quy ước:  $q > 0$  ứng với bản tụ ta xét tích điện dương thì  $i > 0$  ứng với dòng điện chạy đến bản tụ mà ta xét.

### Dạng 04: Thời gian trong dao động mạch LC

Thời gian ngắn nhất điện tích (điện áp hoặc dòng điện) chuyển từ giá trị  $q_1 \rightarrow q_2$  hoặc  $(u_1 \rightarrow u_2$  hoặc  $i_1 \rightarrow i_2$

$$\Delta t = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{\omega} \text{ Trong đó: } \begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{q_1}{q_0} = \frac{i_1}{I_0} = \frac{u_1}{U_0} \\ \cos \varphi_2 = \frac{q_2}{q_0} = \frac{i_2}{I_0} = \frac{u_2}{U_0} \end{cases}$$

Các trường hợp đặc biệt:

- Thời gian ngắn nhất hai lần liên tiếp điện tích (điện áp hoặc dòng điện) triệt tiêu hoặc cực đại là:  $T/2$ .

- Thời gian ngắn nhất điện tích tụ phóng hết điện sau khi tích đầy:  $T/4$

- Thời gian giữa hai lần liên tiếp năng lượng điện = năng lượng từ:  $T/4$

- Dao động có tần số góc  $\omega$ , tần số  $f$  và chu kỳ  $T$  thì  $W_d$  và  $W_t$  biến thiên với tần số góc  $2\omega$ , tần số  $2f$  và chu kỳ  $T/2$

## Chuyên đề 14: Điện từ trường, sóng điện từ

### Dạng 01: Ứng dụng sóng điện từ

Đo khoảng cách:  $d = \frac{V.t}{2}$

Trong đó:

+ V: vận tốc truyền sóng điện từ, đơn vị: m/s

+ t: Thời gian từ lúc phát đến khi nhận được sóng phản xạ/ đơn vị: s

Đo vận tốc chuyển động của vật:  $V_{Tb} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Trong đó:

+  $\Delta s = |d_1 - d_2| = \left| \frac{V.t_1}{2} - \frac{V.t_2}{2} \right|$ : Khoảng cách giữa hai lần đo

+  $\Delta t$ : Khoảng thời gian giữa hai lần đo

### Dạng 02: Sự thu và phát sóng điện từ

Xác định tần số, bước sóng:

$$+ f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$+ \lambda = V.T = \frac{V}{f} = 2\pi V \cdot \sqrt{LC}$$

Xác định f,  $\lambda$  khi C thay đổi:  $C_1 \leq C \leq C_2$

- Khi  $C = C_1$ :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}, \lambda = 2\pi V \cdot \sqrt{LC_1}$$

- Khi  $C = C_2$ :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}, \lambda = 2\pi V \cdot \sqrt{LC_2}$$

=> Khoảng tần số, bước sóng

Xác định khoảng giá trị C khi thu được bước

sóng:  $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$

- Khi  $\lambda = \lambda_1$ :

$$\lambda = 2\pi V \cdot \sqrt{LC_1} \Rightarrow C_1$$

- Khi  $\lambda = \lambda_2$ :

$$\lambda = 2\pi V \cdot \sqrt{LC_2} \Rightarrow C_2$$

=> Khoảng giá trị của C

### Dạng 03: Công thức tụ xoay

- Tụ xoay có điện dung thay đổi từ  $C_{\min} \rightarrow C_{\max}$  khi tụ xoay góc từ  $\alpha_{\min} \rightarrow \alpha_{\max}$

- Độ biến thiên điện dung tụ trên mỗi độ xoay:  $K_C = \frac{\Delta C}{\Delta \alpha} = \frac{C_{\max} - C_{\min}}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}$

- Điện dung tụ khi xoay góc  $\alpha$ :  $C = C_{\min} + K_C \cdot \alpha$



## Chuyên đề 15: Tán sắc ánh sáng, máy quang phổ và quang phổ

### 1. Tán sắc ánh sáng qua lăng kính

- Ánh sáng bị lệch về đáy, trong đó tia đỏ lệch ít nhất, tia tím lệch nhiều nhất

- Góc lệch:  $D = A(n - 1)$  (góc chiết quang bé)

Trong đó: + A: góc chiết quang

+ n: chiết suất lăng kính đối với ánh sáng

+ D: góc lệch

- Bề rộng quang phổ:  $MN = AH(\tan D_{\text{tím}} - \tan D_{\text{đỏ}})$

Trong đó: + AH: Khoảng cách từ lăng kính  $\rightarrow$  màn ảnh

+  $D_{\text{tím}}$ : Góc lệch đối với tia tím

+  $D_{\text{đỏ}}$ : Góc lệch đối với tia đỏ

### 2. Tán sắc ánh sáng qua mặt chất lỏng (lưỡng chất phẳng)

- Khi chiếu xiên góc tia sáng bị gãy khúc, lệch lại gần pháp tuyến, tia đỏ lệch ít nhất, tia tím lệch nhiều nhất. (Áp dụng cho trường hợp ánh sáng truyền từ KK  $\rightarrow$  chất lỏng)

- Bề rộng quang phổ:  $MN = IH(\tan r_{\text{đỏ}} - \tan r_{\text{tím}})$

Trong đó: + IH: Độ sâu lớp chất lỏng

+  $r_{\text{đỏ}}$ : Góc khúc xạ tia đỏ, với:  $\sin i = n_{\text{đỏ}} \cdot \sin r_{\text{đỏ}}$

+  $r_{\text{tím}}$ : Góc khúc xạ tia tím, với:  $\sin i = n_{\text{tím}} \cdot \sin r_{\text{tím}}$

### 3. Tán sắc ánh sáng qua thấu kính mỏng

- Chiều chùm tia song song đi song song trục chính cho chùm tia ló tán sắc: tia tím lệch lại gần quang tâm hơn tại đó

- Điểm hội tụ (tiêu cự): + Tia đỏ:  $\frac{1}{f_d} = (n_d - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

+ Tia tím:  $\frac{1}{f_t} = (n_t - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

- Bề rộng quang phổ:  $MN = f_{\text{đỏ}} - f_{\text{tím}}$

## Chuyên đề 16: Nhiễu xạ và giao thoa ánh sáng

### Dạng 01: Xác định vị trí vân sáng, vân tối

- Khoảng vân:  $i = \frac{\lambda D}{a}$

- Vị trí vân sáng:  $x = k \frac{\lambda D}{a} = k.i$

- Vị trí vân sáng:  $x = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda D}{a} = (k + \frac{1}{2}).i$

- Khoảng cách từ vân sáng bậc k -> k':  $\Delta x = x_{k'} - x_k$

**Lưu ý:** + Hai vân nằm cùng phía:  $0 < k < k'$

+ Hai vân nằm khác phía:  $k < k' > 0$

**Lưu ý:** Xác định khoảng vân i trong bề rộng L khi biết trong L có n vân sáng

+ Nếu 2 đầu là hai vân sáng thì:  $i = \frac{L}{n-1}$

+ Nếu 2 đầu là hai vân tối thì:  $i = \frac{L}{n}$

+ Nếu một đầu là vân sáng còn một đầu là vân tối thì:  $i = \frac{L}{n-0,5}$

### Dạng 02: Xác định số vân sáng, vân tối

#### 1. Xác định số vân sáng, vân tối trong trường giao thoa L

+ Số vân sáng:  $\frac{-L}{2} \leq K.i \leq \frac{L}{2}$

=> Số vân sáng = số nghiệm k nguyên thỏa mãn.

+ Số vân sáng:  $\frac{-L}{2} \leq (K+0,5).i \leq \frac{L}{2}$

=> Số vân sáng = số nghiệm k nguyên thỏa mãn.

#### 2. Định số vân sáng, vân tối giữa hai điểm M, N có tọa độ $x_1, x_2$ ( $x_1 < x_2$ )

- Vân sáng:  $x_1 < k.i < x_2$

- Vân tối:  $x_1 < (k+0,5).i < x_2$

Số giá trị k  $\in \mathbb{Z}$  là số vân sáng (vân tối) cần tìm

**Lưu ý:** M và N cùng phía với vân trung tâm thì  $x_1$  và  $x_2$  cùng dấu.

M và N khác phía với vân trung tâm thì  $x_1$  và  $x_2$  khác dấu.

### Dạng 03: Giao thoa ánh sáng trắng

- Bề rộng quang phổ bậc k:  $\Delta x_k = k \frac{D}{a} (\lambda_{do} - \lambda_{tím})$

Trong đó:  $\lambda_d$  và  $\lambda_t$  là bước sóng ánh sáng đỏ và tím

- Xác định số vân sáng, số vân tối và các bức xạ tương ứng tại một vị trí x xác định

+ Vân sáng:  $x = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a.x}{k.D}$

Với  $0,38 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,76 \mu\text{m} \Rightarrow$  các giá trị nguyên của k  $\Rightarrow$  Số vân trùng nhau = số nghiệm k  $\Rightarrow$  Bước sóng  $\lambda$

+ Vân tối:  $x = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a.x}{(k + \frac{1}{2}).D}$

Với  $0,38 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,76 \mu\text{m} \Rightarrow$  các giá trị nguyên của k  $\Rightarrow$  Số vân trùng nhau = số nghiệm k  $\Rightarrow$  Bước sóng  $\lambda$

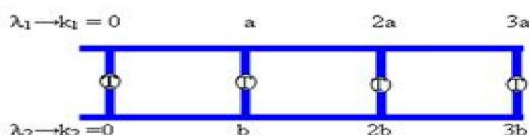
## Dạng 04: Xác định số vân của hai hệ vân trùng nhau của các nhiễu bức xạ

**Các vân nằm trong một nửa trường giao thoa**

$$\text{Vị trí hai vân sáng trùng nhau: } x = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \text{phân số tối giản} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} k_{1\min} = a \\ k_{2\min} = b \end{cases}$$

Vẽ các vân sáng  $\Rightarrow$  Đếm các vạch sáng.



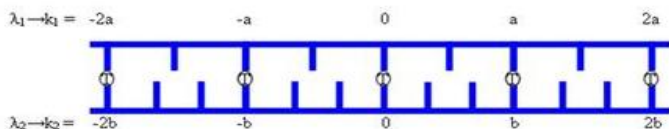
**Các vân nằm hai bên vân trung tâm**

Xác định vị trí hai vân sáng nằm hai bên vân trung tâm

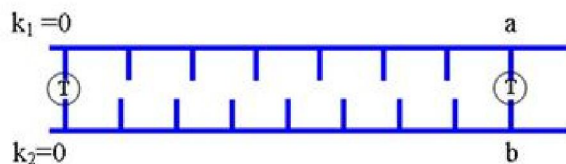
Vị trí hai vân sáng trùng nhau:

$$x = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{a}{b} \Rightarrow \begin{cases} k_{1\min} = a \\ k_{2\min} = b \end{cases}$$

Vẽ các vân sáng  $\Rightarrow$  Đếm các vạch sáng.



**Số vân sáng giữa hai vạch cùng màu với vạch sáng trung tâm**



$$x = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \text{phân số tối giản} = \frac{a}{b}$$

$\Rightarrow$  Giữa a hai vạch cùng màu có thêm  $\begin{cases} a-1 \text{ vân } \lambda_1 \\ b-1 \text{ vân } \lambda_2 \end{cases}$

## Dạng 05: Sự dịch chuyển của hệ vân

**Nguồn sáng S di chuyển theo phương song song với  $S_1S_2$**

+ Hệ vân di chuyển ngược chiều và khoảng vân  $i$  vẫn không đổi.

+ Độ dời của hệ vân là:  $x_0 = \frac{D}{d} \cdot \Delta S$  Trong

đó:  $D$  là khoảng cách từ 2 khe tới màn,  $d$  là khoảng cách từ nguồn sáng tới 2 khe,  $\Delta S$  là độ dịch chuyển của nguồn sáng

**Nguồn sáng S cố định, hai khe  $S_1S_2$  di chuyển theo phương song song**

+ Hệ vân di chuyển cùng chiều dịch chuyển của hai khe

+ Độ dời của hệ vân:  $x_0 = \frac{D+d}{d} \cdot \Delta S$

**Sự dịch chuyển hệ vân do bản mỏng**

+ Hệ vân dịch chuyển về phía khe bị đặt bản mỏng

+ Độ dịch chuyển hệ vân:  $x_0 = \frac{(n-1)eD}{a}$

Trong đó:  $n$ : Chiết suất bản mỏng,  $e$ : Bề dày của bản mỏng.

## Dạng 06: Khoảng cách dài nhất và ngắn nhất giữa vân sáng và vân tối cùng bậc k

$$\Delta x_{\min} = \frac{D}{a} [k\lambda_t - (k-0,5)\lambda_d]$$

$$\Delta x_{\max} = \frac{D}{a} [k\lambda_d + (k-0,5)\lambda_t] \text{ Khi vân sáng và vân tối nằm khác phía đối với vân trung tâm.}$$

$$\Delta x_{\max} = \frac{D}{a} [k\lambda_d - (k-0,5)\lambda_t] \text{ Khi vân sáng và vân tối nằm cùng phía đối với vân trung tâm.}$$

**Chuyên đề 17: Tia hồng ngoại, tia tử ngoại và tia Rơnghen (tia X)****1. Xác định vận tốc, động năng**

$$W_d = |e|U + W_{d(0)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = |e|U + \frac{1}{2}mv_0^2$$

Trong đó: +  $W_d, V$ : Động năng, vận tốc của e

+  $W_{d(0)}, V_0$ : Động năng, vận tốc ban đầu của e

+  $U$ : hiệu điện thế giữa hai cực, đơn vị: Vôn

**Lưu ý:** Bỏ qua động năng ban đầu của e (Bài toán hay gặp)  $W_d = |e|U \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = |e|U$

**2. Bước sóng bức xạ tia Rơnghen (Tia X)**

- Bước sóng ngắn nhất:  $W_d = \varepsilon \Leftrightarrow |e|U = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$

- Độ tăng nhiệt độ của đôi catốt (Có H động năng của e chuyển thành nhiệt lượng)  $Q = H(U_{AK} \cdot I \cdot t) \Leftrightarrow mc\Delta t = H(U_{AK} \cdot I \cdot t)$

Trong đó:  $I = \frac{q}{t} = \frac{N_e |e|}{t}$ , H: hiệu suất quá trình thu nhiệt.



**Chuyên đề 18: Hiện tượng quang điện ngoài. Thuyết lượng tử ánh sáng****Dạng 01: Xác định các đại lượng đặc trưng**

- Lượng tử năng lượng (năng lượng bức xạ):  $\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda}$

- Công thoát, giới hạn quang điện:  $A = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{A}$

- Động năng, vận tốc ban đầu cực đại:  $\varepsilon = A + W_{d(\max)} \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_{0(\max)}^2$

- Hiệu điện thế hãm, dòng quang điện triệt tiêu:  $eU_h = \frac{1}{2}mv_{0\max}^2$  Trong đó:  $U_h = -U_{AK}$  hiệu điện thế hãm

**Dạng 02: Công suất, hiệu suất quang điện**

Cường độ dòng quang điện:  $I = \frac{q}{t} = \frac{N_e |e|}{t}$

Trong đó: +  $N_e$ : Số electron đến anốt

+  $t$ : Thời gian, đơn vị: s

Công suất chùm sáng:  $P = \frac{N_\varepsilon \cdot \varepsilon}{t} = \frac{N_\varepsilon \cdot \frac{hc}{\lambda}}{t}$

Hiệu suất quang điện:  $H = \frac{N_e}{N_\varepsilon}$

Trong đó: +  $N_e = \frac{It}{|e|}$ : Số e bứt ra khỏi catốt

+  $N_\varepsilon = \frac{P \cdot t}{\varepsilon}$ : Số photon đến catốt

**Dạng 03: Chuyển động của electron trong điện trường, từ trường****1. Chuyển động của electron trong điện trường**

- Lực điện trường:  $\vec{F} = e\vec{E}$

+ Độ lớn:  $F = |e| \cdot E = |e| \cdot \frac{U}{d}$

+ Chiều:  $\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{E}$

- Gia tốc chuyển động:  $a = \frac{F}{m} = \frac{|e|U}{md}$

- Quãng đường, vận tốc, thời gian: +  $V = V_0 + at$

+  $S = V_0 t + a \cdot t^2 / 2$

+  $V^2 - V_0^2 = 2a \cdot S$

**2. Chuyển động của electron trong từ trường**

- Điện tích chuyển động dọc đường sức: Điện tích chuyển động đều theo phương cũ với vận tốc ban đầu

- Điện tích chuyển động Vuông góc đường sức: Lực lorenxo đóng vai trò lực hướng tâm, giữ cho điện tích chuyển động tròn đều với bán kính:

$$\frac{mv^2}{R} = |e|vB \Rightarrow R = \frac{mv}{|e|B}$$

- Điện tích chuyển động xiên góc  $\alpha$  so với đường sức: Lực lorenxo làm điện tích chuyển động theo đường xoắn ốc, với bán kính xoắn:

$$\frac{mv^2 \sin^2 \alpha}{R} = |e|v \sin \alpha \cdot B \Rightarrow R = \frac{mv \sin \alpha}{|e|B}$$

## Chuyên đề 19: Mẫu nguyên tử Bor, quang phổ vạch Hidro

### 1. Xác định động năng, thế năng và năng lượng

- Vận tốc e trên quỹ đạo dừng r :  $F_{\text{culông}} = F_{\text{hướng tâm}} \Leftrightarrow K \frac{e^2}{r^2} = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow V$

Trong đó:  $r_n = n^2 r_0$  với n là số nguyên 1, 2, 3, ... và  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{m}$

- Động năng e trên quỹ đạo dừng r :  $W_d = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{13,6}{n^2} (eV)$

- Thế năng e trên quỹ đạo dừng r :  $W_t = -K \frac{e^2}{r} = -2 \cdot \frac{13,6}{n^2} (eV)$

- Năng lượng của nguyên tử ở trạng thái dừng:  $E = W_d + W_t = -\frac{13,6}{n^2} (eV) \quad n=1, 2, 3, \dots$

### 2. Xác quang phổ vạch nguyên tử Hidro

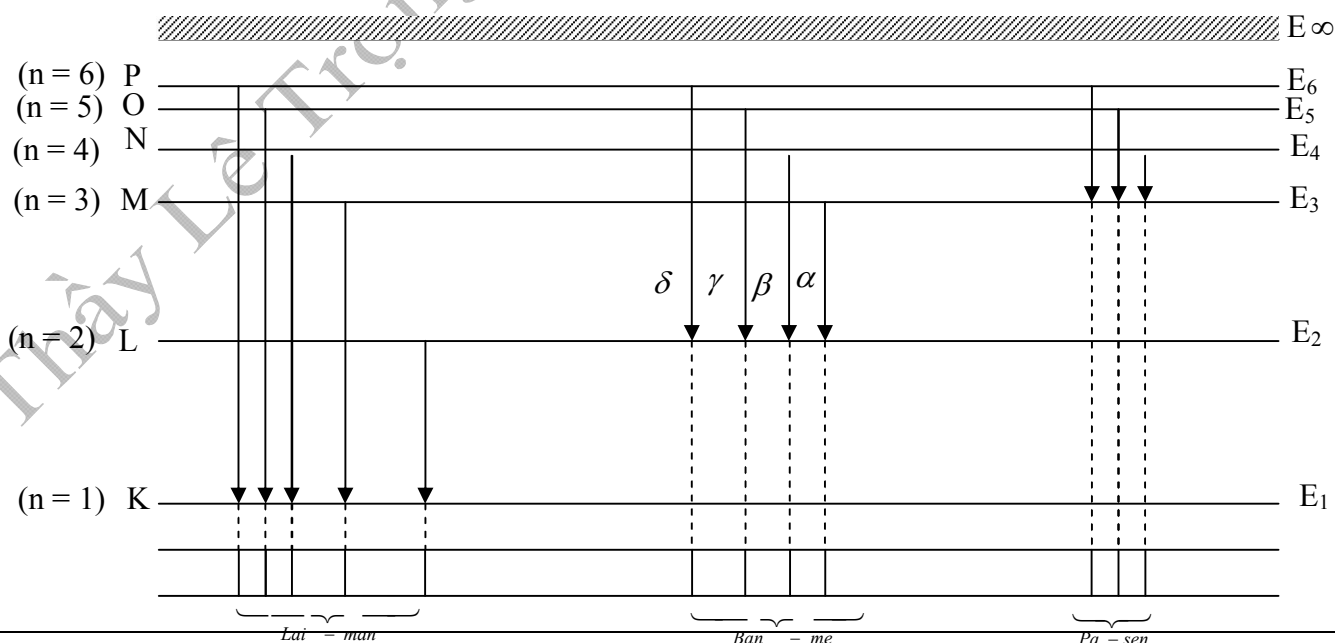
- Bước sóng  $\lambda_{nm}$  khi chuyển từ mức năng lượng  $E_n \rightarrow E_m$  :  $\frac{hc}{\lambda} = E_n - E_m$

- Bước sóng  $\lambda_{nm}$  dựa vào  $\lambda_{nK}$  và  $\lambda_{Km}$  :  $\frac{1}{\lambda_{nm}} = \frac{1}{\lambda_{nK}} + \frac{1}{\lambda_{Km}}$  hoặc  $f_{nm} = f_{nK} + f_{Km}$  Với  $n > K > m$

- Bước sóng  $\lambda_{nm}$  dựa công thức Ribet:  $\frac{1}{\lambda_{nm}} = 1,0985 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

Trong đó: + Dãy laiman:  $\frac{1}{\lambda_{nm}} = 1,0985 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=2,3,4,\dots$ , Dãy banme:  $\frac{1}{\lambda_{nm}} = 1,0985 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=3,4,5,\dots$

+ Dãy pasen:  $\frac{1}{\lambda_{nm}} = 1,0985 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n=4,5,\dots$



**Chuyên đề 20: Cấu tạo hạt nhân. Độ hụt khối – Năng lượng liên kết****Dạng 01: Cấu tạo hạt nhân****1. Xác định số nguyên tử (Hạt nhân nguyên tử):**

- Số hạt nhân nguyên tử:  $N = n_{mol} \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A$  Với:  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$

- Số proton:  $N_{(hạt\ nhân)} = Z$ , Số Notron:  $N_{(hạt\ nhân)} = (A - Z)$

**2. Năng lượng nghỉ, năng lượng toàn phần.**

- Năng lượng nghỉ:  $E_0 = m_0 c^2$ .

- Khối lượng của vật chuyển động với tốc độ  $v$  (khối lượng tương đối tính) là:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \geq m_0, \text{ với } m_0 \text{ là khối lượng nghỉ (khối lượng khi } v = 0).$$

- Năng lượng toàn phần (năng lượng nghỉ + động năng của hạt):

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c^2 + W_d = E_0 + W_d \Rightarrow \text{Động năng: } W_d = E - E_0$$

**3. Năng lượng liên kết, liên kết riêng:**

+  $W_{LK} = Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - m_X$  Hay  $W = \Delta m \cdot C^2$

+  $W_R = \frac{W_{LK}}{A}$

$\Rightarrow$  Năng lượng liên kết riêng đặc trưng cho mức độ bền vững của hạt nhân, năng lượng liên kết riêng càng lớn thì hạt nhân nguyên tử càng bền vững. Hạt nhân có khối lượng trung bình (Khoảng giữa bảng tuần hoàn) là những hạt nhân bền

**Lưu ý:** Thay  $uc^2 = 931,5 \text{ MeV}$

**Dạng 02: Xác định mật độ khối lượng, mật độ điện tích**

- Mật độ khối lượng hạt nhân:  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{Au}{V}$

- Mật độ điện tích hạt nhân:  $\rho_q = \frac{q}{V} = \frac{Z \cdot |e|}{V}$  Trong đó:  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$  với  $R = 1,2 \cdot 10^{-15} A^{1/3} (\text{m}) = 1,2 \cdot A^{1/3} (\text{fm})$

**Dạng 03: Xác định thành phần đồng vị nguyên tố**

Gọi  $a$  là % của đồng vị  $X_1$  có khối lượng  $m_1$ ,  $b$  là % của đồng vị  $X_2$  có khối lượng  $m_2$ ,  $m$  là khối lượng trung bình nguyên tố. Khi đó:

$$\begin{cases} a + b = 100\% = 1 \\ a \cdot m_1 + b \cdot m_2 = m \end{cases} \Rightarrow a, b$$

## Chuyên đề 21: Phản ứng hạt nhân

### 1. Xác định nguyên tố và hoàn thành phương trình phản ứng

- Xét phản ứng hạt nhân  ${}_{Z_1}^{A_1}A + {}_{Z_2}^{A_2}B \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}C + {}_{Z_4}^{A_4}D$

- Áp dụng 2 định luật bảo toàn số nuclon và điện tích:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = A_3 + A_4 \\ Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4 \end{cases} \Rightarrow \text{Xác định A, Z của nguyên tố cần tìm}$$

### 2. Xác định năng lượng phản ứng, động năng và vận tốc hạt tương tác.

- Năng lượng phản ứng hạt nhân:  $W = (m_{\text{trước}} - m_{\text{sau}})c^2 = ((m_A + m_B) - (m_C + m_D))c^2 = \Delta m \cdot c^2$

+ Nếu  $W > 0 \rightarrow$  phản ứng tỏa năng lượng

+ Nếu  $W < 0 \rightarrow$  phản ứng thu năng lượng

- Năng lượng do m (gam) phản ứng:

+ Số hạt nhân tham gia phản ứng:  $N_{H.nhan} = n_{mol} \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A$  Trong đó:  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$

+ Năng lượng:  $\sum W = N_{H.nhan} \cdot W_{1.Phan\_ung}$

**Lưu ý:** - Nếu  $M_0 > M$  thì phản ứng tỏa năng lượng  $\Delta E$  dưới dạng động năng của các hạt  $X_3, X_4$  hoặc photon  $\gamma$ . Các hạt sinh ra có độ hụt khối lớn hơn nên bền vững hơn.

- Nếu  $M_0 < M$  thì phản ứng thu năng lượng  $|\Delta E|$  dưới dạng động năng của các hạt  $X_1, X_2$  hoặc photon  $\gamma$ . Các hạt sinh ra có độ hụt khối nhỏ hơn nên kém bền vững.

\* Trong phản ứng hạt nhân  ${}_{Z_1}^{A_1}A + {}_{Z_2}^{A_2}B \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}C + {}_{Z_4}^{A_4}D$

Các hạt nhân  $X_1, X_2, X_3, X_4$  có:

Năng lượng liên kết riêng tương ứng là  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ .

Năng lượng liên kết tương ứng là  $\Delta E_1, \Delta E_2, \Delta E_3, \Delta E_4$

Độ hụt khối tương ứng là  $\Delta m_1, \Delta m_2, \Delta m_3, \Delta m_4$

Năng lượng của phản ứng hạt nhân

$$\Delta E = A_3\epsilon_3 + A_4\epsilon_4 - A_1\epsilon_1 - A_2\epsilon_2$$

$$\Delta E = \Delta E_3 + \Delta E_4 - \Delta E_1 - \Delta E_2$$

$$\Delta E = (\Delta m_3 + \Delta m_4 - \Delta m_1 - \Delta m_2)c^2$$

### 3. Xác định bước sóng (tần số) của bức xạ điện từ kích thích phản ứng

- Năng lượng thu vào phản ứng:  $W = (m_{\text{sau}} - m_{\text{trước}})c^2$

- Tần số (Tối thiểu) hoặc bước sóng (tối đa):

$$\epsilon \geq W_{Thu} \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda} = W_{Thu} \Rightarrow \lambda, f$$

### 4. Động năng và vận tốc hạt tương tác

- Động năng và vận tốc hạt tương tác: Vận dụng 2 định luật bảo toàn

$$+ \text{Định luật bảo toàn năng lượng: } \sum W_{Truoc} = \sum W_{Sau} \Leftrightarrow W_{d(Truoc)} + m_{Truoc} \cdot c^2 = W_{d(Sau)} + m_{Sau} \cdot c^2$$

$$\Leftrightarrow W_{d(Sau)} = W_{d(Truoc)} + (m_{Sau} - m_{Truoc}) \cdot c^2$$

Trong đó:  $+ W_{d(Truoc)} = \frac{1}{2} m_A \cdot V_A^2 + \frac{1}{2} m_B \cdot V_B^2$  là động năng của hạt trước phản ứng.



$$+ W_{d(Sau)} = \frac{1}{2} m_C . V_C^2 + \frac{1}{2} m_D . V_D^2 \text{ là động năng của hạt sau phản ứng}$$

$$+ \text{Định luật bảo toàn động lượng: } \sum \vec{P}_{Truoc} = \sum \vec{P}_{Sau} \Leftrightarrow \vec{P}_A + \vec{P}_B = \vec{P}_C + \vec{P}_D$$

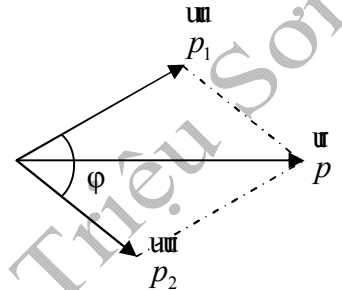
**Lưu ý:** - Mỗi quan hệ giữa động lượng  $\vec{P}$  và động năng  $W_d$  của hạt X bất kì là:  $P^2 = 2m.W_d$

- Khi tính vận tốc  $v$  hay động năng  $W_d$  thường áp dụng quy tắc hình bình hành

$$\text{Ví dụ: } \vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \text{ biết } \varphi = (\vec{P}_1, \vec{P}_2) \Leftrightarrow P^2 = P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cos \varphi$$

$$\text{Hay } mv^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2 + 2m_1v_1.m_2v_2 \cos \varphi$$

$$\text{Hay } 2mW_d = 2m_1W_{d(1)} + 2m_2W_{d(2)} + 2\sqrt{2m_1W_{d(1)}2m_2W_{d(2)}} . \cos \varphi$$



### 5. Phản ứng phân hạch, phản ứng nhiệt hạch

$$\text{- Năng lượng do một phản ứng sinh ra: } W_{toa} = (m_{trước} - m_{sau})c^2 = \Delta m.c^2$$

$$\text{- Năng lượng do khối lượng } m \text{ sinh ra: } W = N.W_{toa} = \frac{m}{M} N_A . W_{toa}$$

$$\text{- Công suất điện lò phản ứng: } P = \frac{W_i}{t} = \frac{H.W}{t}$$

Trong đó: + H: Hiệu suất lò phản ứng (đổi ra hệ số)

+  $W_i$ : Năng lượng có ích

## Chuyên đề 22: Phóng xạ

### 1. Xác định lượng chất phóng xạ

- Theo số nguyên tử (hạt nhân) :

+ Số nguyên tử chất phóng xạ còn lại sau thời gian t: 
$$N = N_0 \cdot e^{\frac{-\ln 2}{T}t} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

+ Số hạt nguyên tử bị phân rã = số hạt nhân con được tạo thành : 
$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{\frac{-\ln 2}{T}t})$$

- Theo khối lượng:

+ Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t: 
$$m = m_0 e^{\frac{-\ln 2}{T}t} = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

+ Khối lượng chất bị phóng xạ (chuyển thành chất khác) sau thời gian t: 
$$\Delta m = m_0 - m = m_0(1 - e^{\frac{-\ln 2}{T}t})$$

+ Phần trăm chất phóng xạ bị phân rã: 
$$\frac{\Delta m}{m_0} = 1 - e^{\frac{-0,693}{T}t}$$

+ Phần trăm chất phóng xạ còn lại: 
$$\frac{m}{m_0} = e^{\frac{-0,693}{T}t}$$

Trong đó:  $N_0 = n_{(0)mol} \cdot N_A = \frac{m_0}{M} \cdot N_A$  Với:  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ ,  $\frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$

**Ngoài ra:** + Số hạt sản phẩm tạo thành = Số hạt nhân mẹ phân rã:  $N_{San\_pham} = \Delta N = N_0 - N$

+ Khối lượng sản phẩm tạo thành: 
$$m_{San\_pham} = \frac{A_{Con}}{A_{Me}} \Delta m_{Chat\_phong\_xa\_phan\_ra}$$

### 2. Độ phóng xạ, cân bằng phóng xạ

- Độ phóng xạ ban đầu:  $H_0 = \lambda N_0$

- Độ phóng xạ tại thời điểm t: 
$$H = \lambda N = H_0 e^{\frac{-\ln 2}{T}t}$$

**Lưu ý:** Khi tính độ phóng xạ H,  $H_0$  (Bq) thì chu kỳ phóng xạ T phải đổi ra đơn vị giây(s)

- Cân bằng phóng xạ:  $H_1 = H_2$

Trong đó: Độ phóng xạ chất 1:  $H_1 = \lambda_1 N_1 = \frac{\ln 2}{T_1} N_1$ , Độ phóng xạ chất 2:  $H_2 = \lambda_2 N_2 = \frac{\ln 2}{T_2} N_2$

### 3. Xác định độ tuổi mẫu vật

- Dựa vào định luật phóng xạ: 
$$N = N_0 \cdot e^{\frac{-\ln 2}{T}t} \Rightarrow e^{\frac{-\ln 2}{T}t} = \frac{N}{N_0} \Rightarrow t = -T \cdot \frac{\ln(N/N_0)}{\ln 2}$$

$$+ m = m_0 \cdot e^{\frac{-\ln 2}{T}t} \Rightarrow e^{\frac{-\ln 2}{T}t} = \frac{m}{m_0} \Rightarrow t = -T \cdot \frac{\ln(\frac{m}{m_0})}{\ln 2}$$

- Dựa vào độ phóng xạ:  $H = H_0 \cdot e^{\frac{-\ln 2}{T}t} \Rightarrow e^{\frac{-\ln 2}{T}t} = \frac{H}{H_0} \Rightarrow t = -T \cdot \frac{\ln(H/H_0)}{\ln 2}$

- Dựa vào tỉ lệ các chất phóng xạ trong mẫu chất:  $t = \frac{\ln(\frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_{02}}{N_{01}})}{-\frac{\ln 2}{T_1} + \frac{\ln 2}{T_2}}$

Trong đó: +  $N_{01}, N_1$ : Số hạt nhân (nguyên tử) ban đầu và sau thời gian  $t$  của chất phóng xạ 1

+  $N_{02}, N_2$ : Số hạt nhân (nguyên tử) ban đầu và sau thời gian  $t$  của chất phóng xạ 2

#### 4. Màn huỳnh quang, máy đếm xung

- Số chấm sáng trên diện tích  $\Delta S$  của bình cầu bán kính  $R$ :

$$n = \frac{\Delta N}{4\pi R^2} \Delta S = \frac{N_0(1 - e^{\frac{-\ln 2}{T}t})}{4\pi R^2} \Delta S = K \cdot N_0(1 - e^{\frac{-\ln 2}{T}t})$$
 Trong đó:  $K$ : hệ số máy đo

- Chu kì bán rã:  $\frac{1 - X^m}{1 - X} = m' \Rightarrow$  Giải PT tìm  $X$ ,  $\Rightarrow$  Chu kì bán rã  $T$

Trong đó:  $X = e^{\frac{-\ln 2}{T}t}$ , ĐK:  $X > 0$ ,  $m = \frac{t_2}{t_1}$  với  $t_1$  thời gian lần đo thứ nhất,  $t_2$  thời gian lần đo thứ hai,  $m' = \frac{n_2}{n_1}$  với  $n_1$  số xung đếm được ở lần đo thứ nhất,  $n_2$  số xung đếm được ở lần đo thứ hai.

#### 5. Vận tốc, động năng trong phóng xạ.

- Phóng xạ không giải phóng bức xạ điện từ:  $A \rightarrow C + D$

$$\begin{cases} m_C \cdot W_{\text{động năng hạt C}} = m_D \cdot W_{\text{động năng hạt D}} \\ W_{\text{động năng hạt C}} + W_{\text{động năng hạt D}} = (m_{\text{trước}} - m_{\text{sau}}) \cdot c^2 = W_{\text{Toa}} \end{cases}$$

- Phóng xạ giải phóng bức xạ điện từ:  $A \rightarrow C + D + \gamma$

$$\begin{cases} m_C \cdot W_{\text{động năng hạt C}} = m_D \cdot W_{\text{động năng hạt D}} \\ W_{\text{động năng hạt C}} + W_{\text{động năng hạt D}} = (m_{\text{trước}} - m_{\text{sau}}) \cdot c^2 - \frac{hc}{\lambda} \end{cases}$$

#### Quy tắc dịch chuyển của sự phóng xạ

- Phóng xạ  $\alpha$ , So với hạt nhân mẹ, hạt nhân con lùi 2 ô trong bảng tuần hoàn và có số khối giảm 4 đơn vị.
- Phóng xạ  $\beta^-$ , So với hạt nhân mẹ, hạt nhân con tiến 1 ô trong bảng tuần hoàn và có cùng số khối.
- Phóng xạ  $\beta^+$ , So với hạt nhân mẹ, hạt nhân con lùi 1 ô trong bảng tuần hoàn và có cùng số khối.
- Phóng xạ  $\gamma$  (hạt photon): Trong phóng xạ  $\gamma$  không có sự biến đổi hạt nhân  $\Rightarrow$  phóng xạ  $\gamma$  thường đi kèm theo phóng xạ  $\alpha$  và  $\beta$

# TỪ VI MÔ ĐẾN VĨ MÔ

## I. Hạt sơ cấp

### 1. Hạt sơ cấp

Hạt sơ cấp là những hạt có kích thước và khối lượng cỡ hạt nhân nguyên tử trở xuống. ví dụ: electron, proton, neutron, meson, muon, pion

### 2. Các đặc trưng của hạt sơ cấp

#### a) Khối lượng nghỉ $m_0$

Hầu hết các hạt sơ cấp có khối lượng nghỉ khác không. Photon có khối lượng nghỉ bằng không. Ngoài photon, trong tự nhiên còn có một số các hạt khác có khối lượng nghỉ bằng 0, như hạt neutrino  $\nu$ , hạt graviton. Thay cho  $m_0$  người ta còn thường dùng đại lượng đặc trưng là năng lượng nghỉ  $E_0$  tính theo hệ thức Anh-xanh  $E_0 = m_0 c^2$ . Chẳng hạn, electron có  $m_0 = 9,1.10^{-31} \text{kg}$  và  $E_0 = 0,511 \text{ MeV}$ ; proton có  $m_0 = 1,6726.10^{-27} \text{kg}$  và  $E_0 = 938,3 \text{ MeV}$ .

#### b) Điện tích

Hạt sơ cấp có thể có điện tích  $Q = +1$  (tính theo đơn vị đo điện tích nguyên tố  $e$ ). Hoặc  $Q = -1$ , hoặc  $Q = 0$  (hạt trung hoà).  $Q$  được gọi là lượng tử điện tích, biểu thị tính gián đoạn của độ lớn điện tích các hạt.

#### c) Spin

Mỗi hạt sơ cấp có momen động lượng riêng và momen từ riêng đặc trưng cho chuyển động nội tại và bản chất của hạt. Momen này được đặc trưng bằng số lượng tử spin, kí hiệu là  $s$ . Momen động lượng riêng của hạt bằng  $s \frac{h}{2\pi}$  ( $h$  là hằng số Planck). Chẳng hạn,

proton và neutron có spin  $s = \frac{1}{2}$ , nhưng photon có spin bằng 1, pion có spin bằng 0.

#### d) Thời gian sống trung bình

Trong các hạt sơ cấp, chỉ có bốn hạt không phân rã thành các hạt khác, gọi là các hạt bền (proton, electron, photon, neutrino). Tất cả các hạt còn lại là các hạt không bền và phân rã thành các hạt khác. Trừ neutron có thời gian sống dài, khoảng 932s, còn các hạt không bền đều có thời gian sống rất ngắn, cỡ từ  $10^{-24} \text{s}$  đến  $10^{-6} \text{s}$ .

### 3. Phản hạt

- Các hạt sơ cấp đều có phản hạt tương ứng
- + Hạt sơ cấp có điện tích: phản hạt có cùng khối lượng, cùng độ lớn điện tích nhưng trái dấu
- + Hạt sơ cấp không có điện tích: phản hạt có cùng khối lượng, cùng độ lớn momen từ riêng (spin) nhưng ngược chiều
- Trong quá trình tương tác của các hạt sơ cấp, có thể xảy ra hiện tượng huỷ một cặp “hạt + phản hạt” có khối lượng nghỉ khác 0 thành các photon, hoặc cùng một lúc sinh ra một cặp “hạt + phản hạt” từ những photon. Ví dụ như quá trình huỷ cặp hoặc sinh cặp “electron + positron”



### 4. Phân loại hạt sơ cấp

Người ta thường sắp xếp các hạt sơ cấp đã biết thành các hạt sau, theo khối lượng nghỉ  $m_0$  tăng dần.

#### a) Photon (lượng tử ánh sáng) có $m_0 = 0$ .

#### b) Lepton, gồm các hạt nhẹ như electron, muon ( $\mu^+, \mu^-$ ), các hạt tau ( $\tau^+ + \tau^-$ ),...

#### c) Meson, gồm các hạt có khối lượng trung bình trong khoảng $(200 \div 900)m_e$ , gồm hai nhóm: Meson $\pi$ và meson K.

#### d) Barion, gồm các hạt nặng có khối lượng bằng hoặc lớn hơn khối lượng proton. Có hai nhóm barion là nucleon và hyperon, cùng các phản hạt của chúng. Năm 1964, người ta đã tìm ra một hyperon mới đó là hạt omega trừ ( $\Omega^-$ ). Tập hợp các meson và các barion có tên chung là các hadron.

### 5. Tương tác của các hạt sơ cấp

#### a) Tương tác hấp dẫn. Đó là tương tác giữa các hạt vật chất có khối lượng. Bán kính tác dụng của lực hấp dẫn lớn vô cùng, nhưng so với các tương tác khác thì cường độ của tương tác hấp dẫn là rất nhỏ.

#### b) Tương tác điện từ. Đó là tương tác giữa các hạt mang điện, giữa các vật tiếp xúc gây nên ma sát ... Cơ chế tương tác điện từ là sự trao đổi photon giữa các hạt mang điện. Bán kính tác dụng của tương tác điện từ xem như lớn vô hạn. Tương tác điện từ mạnh hơn tương tác hấp dẫn khoảng $10^{37}$ lần.

#### c) Tương tác yếu. Đó là tương tác giữa các hạt trong phân rã $\beta$ . Chẳng hạn, phân rã $\beta^-$ là do tương tác yếu của bốn hạt neutron, proton, electron và phản neutrino theo phương trình: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ . Tương tác yếu có bán kính tác dụng cỡ $10^{-18} \text{m}$ và có cường độ nhỏ hơn tương tác điện từ khoảng $10^{12}$ lần.

#### d) Tương tác mạnh. Đó là tương tác giữa các hadron, như tương tác giữa các nucleon trong hạt nhân, tạo nên lực hạt nhân, cũng như tương tác dẫn đến sự sinh hạt hadron trong các quá trình va chạm của các hadron, tương tác giữa các hạt quac. Tương tác mạnh lớn hơn tương tác điện từ khoảng 100 lần và có bán kính tác dụng cỡ $10^{-15} \text{m}$ (bằng bán kính hạt nhân).

### 6. Hạt quac (quark)

#### a) Liệu các hạt sơ cấp có được cấu tạo bởi các hạt nhỏ hơn không? Năm 1964, nhà vật lý Ghen- Man đã nêu ra giả thuyết: **Tất cả các hadron đều cấu tạo từ các hạt nhỏ hơn, gọi là quac** (tiếng Anh: quark).

#### b) Có sáu hạt quac kí hiệu u, d, s, c, b và t. cùng với các quac, có sáu phản quac với điện tích có dấu ngược lại. Điều kì lạ là điện tích các hạt quac và phản quac bằng $\pm \frac{e}{3}$ , $\pm \frac{2e}{3}$ trái ngược với quan niệm trước đây cho rằng điện tích nguyên tố $e$ là điện tích nhỏ nhất. Các hạt quac đã được quan sát thấy trong thí nghiệm, nhưng đều ở trạng thái liên kết; chưa quan sát được hạt quac tự do.

c) Các **barion** là tổng hợp của ba quac. Chẳng hạn prôtôn được tạo nên từ ba quac (u,u,d), nơtron được tạo nên từ ba quac (u,d,d) (Hình 58.2).

a) b)  
Hình 58.2. Cấu tạo của prôtôn (a) và nơtron (b)

d) Một trong các thành công của giả thuyết về hạt quac là đã dự đoán được sự tồn tại của hạt ômega trừ ( $\Omega^-$ ) (s,s,s), mà sau đó đã tìm ra được bằng thực nghiệm với đầy đủ đặc trưng như dự đoán.

Cho đến nay, nhiều nhà vật lý đã thừa nhận sự tồn tại của hạt quac và như vậy, các hạt thực sự là sơ cấp (hiểu theo nghĩa là hạt không thể tách được thành các phần nhỏ hơn) chỉ gồm các quac, các leptôn và các hạt truyền tương tác.

## **II. Hệ mặt trời, sao và các thiên hà**

### **1. Cấu tạo và chuyển động của hệ mặt trời**

#### **a. Hệ mặt trời bao gồm**

- Mặt Trời ở trung tâm Hệ (và là thiên thể duy nhất nóng sáng) ;
- Tám hành tinh lớn: xung quanh đa số hành tinh này còn có các vệ tinh chuyển động (Trái đất có một vệ tinh là mặt trăng) ;
- Các hành tinh tí hon gọi là tiểu hành tinh, các sao chổi, thiên thạch ... giữa quỹ đạo hoả tinh và mộc tinh người ta đã phát hiện được hàng ngàn tiểu hành tinh.
- Nếu kể từ mặt trời ra xa, thì tám hành tinh lớn lần lượt có tên gọi là: Thủy tinh (còn gọi là sao thủy), kim tinh (sao kim – “sao hôm – sao mai”), Trái đất, Hoả tinh (sao Hoả), Mộc tinh (sao mộc – hành tinh lớn nhất), Thổ tinh (sao thổ), Thiên vương tinh (hay thiên tinh), và Hải vương tinh (hay hải tinh).
- Để đo khoảng cách từ các hành tinh đến Mặt trời, người ta dùng đơn vị thiên văn (kí hiệu đvtv). 1 đvtv bằng khoảng cách từ Trái đất đến Mặt trời, xấp xỉ bằng 150 triệu kilômét.

b) Điều đáng chú ý là tất cả các hành tinh đều chuyển động quang Mặt trời theo cùng một chiều (chiều thuận), và gần như trong cùng một mặt phẳng. Mặt trời và các hành tinh đều quay quanh mình nó và đều quay theo chiều thuận (trừ kim tinh). Toàn bộ hệ Mặt trời quay quanh trung tâm thiên hà của chúng ta.

c) Biết chu kì và bán trục lớn của quỹ đạo của các hành tinh ( xác định được bằng phương pháp thiên văn đo lường) từ định luật III Kê-ple người ta đã tìm thấy rằng khối lượng của Mặt trời lớn hơn khối lượng của Trái đất 333 000 lần, tức là bằng  $1,99.10^{30}$  kg (!).

### **2. Mặt trời**

a) **Cấu trúc của mặt trời:** Nhìn tổng quát, Mặt trời được cấu tạo gồm hai phần là quang cầu và khí cầu.

\* **Quang cầu.** Nhìn từ Trái đất ta thấy Mặt trời có dạng một đĩa sáng tròn và bán kính góc 16 phút ( Hình 59.5). khối cầu nóng sáng nhìn thấy này được gọi là quang cầu ( còn gọi là quang quyển, có bán kính khoảng  $7.10^5$  km)

Khối lượng riêng trung bình của vật chất trong quang cầu là  $1400 \text{ kg/m}^3$ . Căn cứ vào định luật bức xạ nhiệt người ta tính được nhiệt độ hiệu dụng của quang cầu vào khoảng 6000 K, còn nhiệt độ trong lòng Mặt trời vào cỡ trên chục triệu độ.

\* **Khí quyển Mặt trời.** Bao quanh quang cầu có khí quyển Mặt trời. Khí quyển Mặt trời được cấu tạo chủ yếu bởi hiđrô, heli... vì có nhiệt độ rất cao nên khí quyển có đặc tính rất phức tạp. Khí quyển được phân ra hai lớp có tính chất vật lý khác nhau là sắc cầu và nhật hoa.

Sắc cầu là lớp khí nằm sát mặt quang cầu có độ dày trên 10 000 km và có nhiệt độ khoảng 4500k

Phía ngoài sắc cầu là nhật hoa (Hình 59.6). Vật chất cấu tạo nhật hoa ở trạng thái ion hoá mạnh (gọi là trạng thái plaxma). Nhiệt độ khoảng 1 triệu độ. Nhật hoa có hình dạng thay đổi theo thời gian.

#### **b) Năng lượng của Mặt trời**

Mặt trời liên tục bức xạ năng lượng ra xung quanh. Lượng năng lượng bức xạ của Mặt trời truyền vuông góc tới một đơn vị diện tích các nó một đơn vị thiên văn trong một đơn vị thời gian được gọi là hằng số Mặt trời  $H$ . Kết quả đo  $H$  ở các đài vật lý địa cầu trên thế giới và trên các trạm vũ trụ ngoài khí quyển cho thấy  $H$  có trị số như nhau và  $H = 1360 \text{ W/m}^2$ . Từ đó suy ra được công suất bức xạ năng lượng của Mặt trời là  $P = 3,9.10^{26} \text{ W}$  !

Kết quả đo hằng số Mặt trời từ nhiều năm nay cho thấy trị số của  $H$  không thay đổi theo thời gian. Sở dĩ Mặt trời duy trì được năng lượng bức xạ của mình là do trong lòng Mặt trời đang diễn ra phản ứng nhiệt hạch.

#### **c) Sự hoạt động của mặt trời**

\* Qua các ảnh chụp mặt trời trong nhiều năm, người ta thấy quang cầu sáng không đều, có cấu tạo dạng hạt, gồm những hạt sáng biến đổi trên nền tối, do sự đối lưu từ trong lòng Mặt trời đi lên mà thành ( Hình 59.5). tùy theo từng thời kì còn xuất hiện nhiều dấu vết khác : vết đen, bùng sáng, tai lửa.

Vết đen có màu sẫm tối, nhiệt độ vết đen vào khoảng 4000k (Hình 59.7 a). Thường thì từ khu vực xuất hiện vết đen có kéo theo những bùng sáng. Từ các bùng sáng này phóng mạnh ra tia X và dòng hạt tích điện (được gọi là “gió Mặt trời”). Ngoài ra còn có những tai lửa, đó là những “lưỡi” lửa phun cao trên sắc cầu (Hình 59.7b).

\* Năm Mặt trời có nhiều vết đen nhất xuất hiện được gọi là năm Mặt trời hoạt động. Năm Mặt trời có ít vết đen xuất hiện nhất gọi là năm Mặt trời tĩnh.

Qua theo dõi từ đầu thế kỉ XIX đến nay, người ta thấy sự hoạt động của mặt trời diễn ra theo chu kì và có liên quan đến số vết đen trên Mặt trời. Chu kì hoạt động của Mặt trời có trị số trung bình là 11 năm.

### **3. Trái đất**

Trái đất chuyển động quanh Mặt trời theo một quỹ đạo gần tròn. Trục quay của Trái đất quanh mình nó nghiêng trên mặt phẳng quỹ đạo một góc  $23^{\circ}27'$ .

#### **a) Cấu tạo của Trái Đất**



Trái Đất có dạng phỏng cầu ( hơi dẹt ở hai cực ), bán kính của xích đạo bằng 6378 km, bán kính ở hai cực bằng 6357 km. Khối lượng riêng trung bình là  $5520 \text{ kg/m}^3$  (Hình 59.8). Dựa vào các nghiên cứu tính chất truyền sóng địa chấn, người ta cho rằng Trái Đất có một cái lõi bán kính vào khoảng 300 km, có cấu tạo chủ yếu là sắt, niken (nhiệt độ ở phần này vào khoảng  $3000 \div 4000^\circ\text{C}$ ). Bao quanh lõi là lớp trung gian, và ngoài cùng là lớp vỏ dày khoảng 35 km được cấu tạo chủ yếu bởi đá granit. Vật chất ở trong vỏ có khối lượng riêng  $3300 \text{ kg/m}^3$ .

#### **b) Mặt Trăng- vệ tinh của Trái đất**

Mặt trăng cách Trái Đất 384 000 km có bán kính 1738 km, có khối lượng  $7,35.10^{22} \text{ kg}$  (Hình 59.9). Gia tốc trọng trường của Mặt trăng là  $1,63 \text{ m/s}^2$ . Mặt trăng chuyển động quanh Trái đất với chu kì 27,32 ngày. Trong khi chuyển động của Trái Đất, Mặt Trăng còn quay quanh trục của nó với chu kì đúng bằng chu kì chuyển động quanh Trái Đất. Hơn nữa, do chiều tự quay cùng chiều với chiều quay quanh Trái đất, nên Mặt Trăng luôn hướng một nửa nhất định của nó về phía Trái đất.

Do lực hấp dẫn bé nên Mặt Trăng không giữ được khí quyển. Nói cách khác, Mặt Trăng không có khí quyển.

Bề mặt Mặt trăng được phủ một lớp vật chất xốp. Trên bề mặt Mặt Trăng có các dãy núi cao, có các vùng bằng phẳng được gọi là biển (biển đất, không phải là biển nước), đặc biệt là có rất nhiều lỗ tròn ở trên các đỉnh núi (có thể là miệng núi lửa đã tắt, hoặc vết tích và chạm của các thiên thạch).

Nhiệt độ trong một ngày đêm trên Mặt Trăng chênh lệch nhau rất lớn ; ở vùng xích đạo của mặt Mặt Trăng, nhiệt độ lúc giữa trưa là trên  $100^\circ\text{C}$  nhưng lúc nửa đêm lại là  $-150^\circ\text{C}$ . Mặt Trăng có nhiều ảnh hưởng đến Trái Đất, mà rõ rệt nhất là gây ra hiện tượng thủy triều. Cần lưu ý rằng khí quyển Trái Đất cũng bị tác dụng của lực triều (triều), dâng lên và hạ xuống với biên độ lớn hơn biên độ của thủy triều rất nhiều lần.

#### **4. Các hành tinh khác. Sao chổi. Thiên thạch.**

##### **- Sao chổi**

Sao chổi là loại ( hành tinh ) chuyển động quanh Mặt trời theo những quỹ đạo elip rất dẹt ( viễn điểm có thể vượt ra ngoài quỹ đạo của hành tinh xa nhất ). Hình 59.10 là ảnh chụp của sao chổi Ha- lây (Halley). Đặc điểm của các sao chổi là có kích thước và khối lượng nhỏ (thường có bán kính vài kilômét)

Được cấu tạo bởi các chất dễ bốc hơi như tinh thể băng, amôniac, metan.... Chu kì chuyển động của sao chổi quanh Mặt Trời khoảng từ vài năm đến trên 150 năm.

Khi sao chổi tiến gần đến Mặt Trời, do sao chổi có khối lượng bé, các phân tử hơi chịu tác động của áp suất ánh sáng Mặt Trời lớn hơn lực hấp dẫn nên bị "thổi" ra tạo thành các đuôi (Hình 59.11). Có những sao chổi thuộc loại thiên thể không bền vững.

##### **- Thiên thạch**

Thiên thạch là những khối đá chuyển động quanh Mặt Trời với vận tốc trên hàng chục kilômét trên giây theo những quỹ đạo rất khác nhau. Khi một thiên thạch bay gần một hành tinh nào đó thì nó sẽ bị hút và có thể xảy ra sự va chạm của thiên thạch với hành tinh. Ban đêm ta có thể nhìn thấy những vết sáng kéo dài vút trên nền trời, gọi là sao băng. Đó chính là thiên thạch bay vào khí quyển Trái Đất, bị ma sát mạnh, nóng sáng và bốc cháy.

#### **5. Sao và thiên hà**

##### **a. Sao**

- Là thiên thể nóng sáng, giống như Mặt Trời, nhưng ở rất xa chúng ta. Các sao được tạo ra từ những đám tinh vân khổng lồ.
- Khối lượng của các sao quyết định sự tiến hoá của sao: Sao có khối lượng từ  $0,1 \rightarrow 1$  lần khối lượng mặt trời tiến hoá thành sao chổi sáng, sao có khối lượng từ  $10 \rightarrow 100$  lần khối lượng mặt trời tiến hoá thành punxa, lỗ đen.
- Nhiệt độ các sao từ  $3000^\circ\text{K}$  (lạnh nhất - màu đỏ) đến  $50.000^\circ\text{K}$  (nóng nhất – màu xanh lam). Mặt trời nhiệt độ  $6000^\circ\text{K}$  (màu vàng)

Có một số loại sao đặc biệt: sao biến quang, sao mới, Punxa, sao neutron,...Ngoài ra trong hệ thống các thiên thể trong vũ trụ còn có lỗ đen và tinh vân.

- + Lỗ đen: là thiên thể được cấu tạo từ neutron nhưng với mật độ lớn, kết quả tạo ra xung quanh trường hấp dẫn cực mạnh: hút mọi thứ về phía nó kể cả ánh sáng (bề cong ánh sáng)
- + Tinh vân: là những đám bụi khí khổng lồ

##### **b. Thiên hà**

- Là một hệ thống gồm rất nhiều loại sao và tinh vân (vài trăm tỉ sao).
- Phân loại: Có 3 loại thiên hà chính
  - + thiên hà xoắn ốc: Dạng dẹt như cái đĩa với những cánh tay chứa nhiều khí
  - + thiên hà elíp: ít khí, khối lượng trải rộng, phát sóng vô tuyến mạnh
  - + thiên hà không định hình (thiên hà không đều): hình dạng không xác định giống như những đám mây.
- Thiên hà của chúng ta – ngân hà: thuộc loại thiên hà xoắn ốc, chứa hàng vài trăm tỉ ngôi sao, có đường kính khoảng 100.000 năm ánh sáng, là một hệ phẳng giống như một cái đĩa: Tâm ngân hà phẳng nhất dày 15.000 năm ánh sáng, vùng ngoài dày 330 năm ánh sáng. Hệ Mặt Trời của chúng ta cách trung tâm thiên hà khoảng 30.000 năm ánh sáng, quay quanh tâm ngân hà với vận tốc  $250 \text{ km/s}$ . Thiên hà gần ngân hà chúng ta nhất là thiên hà TIỀN NỮ.
- Quazar: Là cấu trúc đặc biệt nằm ngoài thiên hà phát xạ mạnh bất thường sóng vô tuyến và tia X. Càng xa ngân hà mật độ quazar càng dày.

##### **c. Thuyết vụ nổ lớn (Big Bang)**

- Thuyết Big Bang cho rằng vũ trụ được tạo ra bởi một vụ nổ "vĩ đại" cách đây khoảng 14 tỉ năm, hiện nay tiếp tục đang giãn nở và loãng dần. Theo thuyết Big Bang, tại thời điểm  $t = 10^{-43} \text{ s}$  (thời điểm plăng) vũ trụ kích thước  $10^{-35} \text{ m}$ , nhiệt độ  $10^{32} \text{ K}$ , mật độ khối lượng:  $10^{91} \text{ kg/cm}^3$  vũ trụ tràn ngập các hạt năng lượng cao: electron, quac,... Các nuclôn được tạo ra sau vụ nổ lớn 1 giây; các hạt nhân nguyên tử đầu tiên sau 3 phút; các nguyên tử đầu tiên sau 300 nghìn năm; các sao, thiên hà sau 3 triệu năm.
- Các sự kiện thiên văn:

- + Số thiên hà trong quá khứ nhiều hơn hiện nay: Vũ trụ liên tục biến đổi
- + Các thiên hà đang chạy xa hệ mặt trời, tốc độ chạy xa của thiên hà tỷ lệ với khoảng cách  $d$  giữa thiên hà và chúng ta ( *định luật Hóp-bon*):  $V = H.d$
- Trong đó:  $H$  là hằng số Hóp – Bon,  $H = 1,7.10^{-2}$  m/s.năm ánh sáng .
- => Quang phổ do các thiên hà phát ra mà máy thu thu được lệch về sóng dài (phía vạch đỏ)
- + Bức xạ nền của vũ trụ: phát ra đồng đều từ mọi phía, tương ứng với nhiệt độ 2,7 K (thường lấy 3 K), tương ứng bước sóng 3cm.

Bài đọc thêm

## THUYẾT BIG BANG

**MỞ ĐẦU:** Sự giải thích nguồn gốc của vũ trụ luôn là đề tài gây nhiều tranh cãi ở mọi thời đại. Bởi vì nó không chỉ mang ý nghĩa đơn thuần về mặt khoa học mà còn có ý nghĩa về mặt thế giới quan và phương pháp luận khoa học. Có nhiều giả thuyết về nguồn gốc của vũ trụ nhưng trong thế kỉ XX thuyết được nhiều người chấp nhận đó là thuyết Big Bang. Bài viết này sẽ giới thiệu một cách sơ lược về thuyết này.

### 1. THUYẾT BIG BANG LÀ GÌ?

Dựa trên lý thuyết của ngành vật lý các hạt cơ bản, qua những phương tiện quan sát, tính toán và kết quả thực nghiệm trong những máy gia tốc, vật lý thiên văn hiện đại cho rằng vũ trụ được tạo ra cách đây khoảng 14 tỷ năm do một vụ nổ Nguyên Thủy vĩ đại gọi là Big Bang (Vụ Nổ lớn). Vũ trụ Nguyên thủy chỉ là một đám sương mù mờ ảo. Theo những nghiên cứu của thiên văn học hiện đại, những thiên thể như sao, các hành tinh được hình thành từ những đám khí khổng lồ bị co và đông lại vì sức hút của trường hấp dẫn trong đám khí, rồi sau đó nổ tung ra.

Năm 1985 có một nhà vật lý đã nhận xét tại hội nghị khoa học: "Việc vũ trụ khởi đầu với Big Bang khoảng 14 tỷ năm trước cũng chắc chắn như Trái Đất quay xung quanh Mặt Trời". Vậy thuyết Big Bang như thế nào mà họ tin tưởng như vậy?

Không nên hình dung rằng Big Bang giống như vụ nổ của một quả pháo khổng lồ, mà bạn có thể đứng làng ra một bên để quan sát. Ở đây không có một bên nào hết, vì Big Bang là biểu hiện ra đời của chính không gian, thời gian. Bây giờ chúng ta chúng ta hãy xem cái gì đã xảy ra sau Vụ Nổ lớn ở các khoảng thời gian khác nhau.

**Từ điểm Zero Big Bang đến  $10^{-43}$ s.** Trong khoảng thời gian cực nhỏ nhưng quan trọng này chúng ta mới biết được rất ít, bởi vì các định luật vật lý, như chúng ta đã biết, đều không đúng ở đây.

**Ở  $10^{-43}$ s.** Nhiệt độ của vũ trụ khoảng  $10^{23}$ K và vũ trụ giãn nở rất nhanh. Khi đó quá trình giãn nở rất nhanh, nhiệt độ giảm đều cho tới khi đạt tới giá trị hiện nay khoảng 3 K.

**Từ  $10^{-43}$ s đến  $10^{-35}$ s.** trong khoảng thời gian này, các lực mạnh, lực yếu và lực điện từ tác dụng như một lực duy nhất được mô tả bởi lý thuyết Thống nhất lớn, còn lực hấp dẫn tác dụng tách rời như hiện nay.

**Từ  $10^{-35}$ s đến  $10^{-10}$ s.** Lực mạnh tách ra, để lại lực điện từ, lực yếu và hấp dẫn vẫn còn tác dụng như một lực duy nhất.

**Từ  $10^{-10}$ s đến  $10^{-5}$ s.** Tất cả bốn lực đều tách biệt ra như hiện nay. Vũ trụ như một "món súp nóng" gồm các quark, lepton và photon.

**Từ  $10^{-5}$ s đến 3 phút.** Các quark kết hợp để tạo nên các mezon và barion. Vật chất và phản vật chất huỷ nhau quét đi phần vật chất và chỉ để lại một lượng dư nhỏ vật chất, từ đó tạo nên vũ trụ của chúng ta hiện nay.

**Từ 3 phút đến  $10^5$  năm.** Các proton và neutron kết hợp để tạo ra các nucleit nhẹ:  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^3_2\text{He}$ ,  ${}^2_1\text{H}$  và  ${}^7_3\text{Li}$  với độ phổ cập đồng vị đúng như hiện nay. Vũ trụ là một plasma của các hạt nhân và electron.

**Từ  $10^5$  năm đến nay.** Bắt đầu thời kỳ này các nguyên tử được tạo thành. Vũ trụ trở nên trong suốt đối với các photon và bức xạ. Từ đây chúng bắt đầu một hành trình dài đằng đẵng và nay mới đến được chúng ta như bức xạ nền vi ba. Rồi các các nguyên tử cụm lại để tạo ra các thiên hà, sau đó là các sao và các hành tinh, rồi hình thành chính bản thân chúng ta.

Có thể nói thuyết Big Bang là trí tuệ chung của nhiều nhà khoa học, được hình thành qua nhiều giai đoạn khác nhau, ở những địa danh khác nhau, mỗi giai đoạn có một cha đẻ tương ứng. Ta hãy lần lượt điểm qua các địa danh và cha đẻ của nó.

### 2. LỊCH SỬ HÌNH THÀNH THUYẾT BIG BANG:

a) Người cha thiên tài Albert Einstein (1879 - 1955) đưa con vũ trụ giãn nở mà lý thuyết tương đối tổng quát của mình đã đưa ra. Theo quan niệm lúc bấy giờ tất cả mọi người, dù là vĩ nhân hay thứ dân đều nghĩ rằng vũ trụ là dừng, là bất biến không thay đổi. Chính trên quan niệm đó mà Einstein đã rất bối rối khi tìm ra các nghiệm phương trình của chính mình, đúng ra là hai nghiệm mô tả vũ trụ hoặc là đang giãn nở hoặc là co lại. Ông đã chữa cháy bằng cách thêm vào phương trình của mình một số hạng chứa "Hằng số vũ trụ" để được một nghiệm mô tả vũ trụ dừng. Vài năm sau chính Einstein phải thừa nhận rằng: "Đây là sai lầm đẹp nhất trong đời (khoa học) của tôi".

b) Người cha bị rơi vào quên lãng Alexandro Fried Mann (1888 - 1925). Bởi chính ông là một nhà khoa học nghiên cứu các vấn đề khí động học phục vụ pháo binh. Vào năm 1920, ông bắt đầu làm quen với các phương trình Einstein. Fried Mann đã loại bỏ ngay "Số hạng vũ trụ". Bằng giấy và bút chì ông đã giải được các phương trình Einstein. Tất cả các nghiệm được chia làm hai loại, dẫn đến hai mô hình vũ trụ giãn nở mãi mãi hoặc vũ trụ giãn nở đến một thời điểm nào đó rồi co lại do lực hấp dẫn lấn át xu hướng giãn nở. Như vậy trong trường hợp thứ hai toàn bộ vật chất sẽ tập trung tại một điểm, thể tích bằng không, siêu đặc, rồi sau đó vũ trụ lại tham gia vào một pha giãn nở mới, rồi co lại, cứ như vậy. Đồng thời ông cũng tính được tuổi thọ của vũ trụ là 10 tỷ năm. Một kết quả đáng quý vào thời điểm bấy giờ. Nhưng tiếc thay Fried Mann không tiếp tục mà ông lại quay trở về công việc ban đầu của mình.

c) Người cha chính thức Georges Lemaitre (1894 - 1966) là một vị linh mục người Bỉ, đồng thời là một nhà khoa học rất lớn, Lemaitre phát hiện ra các công trình của nhiều nhà thiên văn Mỹ, trong đó có Edwin Hubble và rút ra kết luận là trong vũ trụ tồn tại nhiều thiên hà và các thiên hà đang chạy xa nhau với vận tốc lớn, bởi vì vũ trụ đang giãn nở. Ngoài ra Lemaitre đưa thêm một ý tưởng thiên tài rằng: vũ trụ có một thời điểm khởi đầu.

d) Người cha lơ đãng George Gamow (1904 - 1968): Vào những năm 40 vật lý hạt nhân đang còn ở giai đoạn thiếu thời, không ai có thể tin được ý tưởng siêu nguyên tử nguyên thủy của Lemaitre. Người ta cho rằng có thể lúc đầu toàn bộ vật chất vũ trụ tồn tại dưới dạng một khối neutron lạnh giá, một loại Vụ Nổ lớn lạnh. Gamow về phần mình lại tin vào Vụ Nổ lớn nóng, nóng khủng khiếp và đã giải thích được tỷ lệ các nguyên tố hoá học trong thiên nhiên: 72% Hidrô, 7% Heli còn tất cả những nguyên tố nặng hơn lại không đến 1%, Gamow cùng các đồng nghiệp cũng đã đề cập đến trụ cột thứ ba của thuyết Vụ Nổ lớn bằng cách cho rằng ngày nay vẫn phải còn tồn tại một dấu vết gì đó của nôi súp nguyên thủy, đó là bức xạ "hoá thạch" soi sáng tận cùng sâu thẳm của vũ trụ. Ông

cũng tính được bức xạ này có nhiệt độ là 5K. Đáng tiếc lúc bấy giờ điều tiên đoán này chẳng được ai quan tâm. Mãi đến năm 1965 mới có hai thanh niên nhảy lên vũ đài và đem lại thắng lợi lớn cho thuyết Vụ Nổ lớn của Gamow.

Như vậy bằng trí tuệ thiên tài, các nhà Thiên văn Vật lý đã đưa ra một mô hình lý thuyết về Vụ Nổ lớn Big Bang có sức thuyết phục nhất từ trước đến nay. Cho đến thời điểm này thì bằng những quan sát, thực nghiệm họ đã chứng minh được lý thuyết đã đưa ra là đúng đắn.

### 3. CÁC CHỨNG CỨ THỰC NGHIỆM:

Tại sao các nhà Thiên văn lại khẳng định vụ nổ này xảy ra cách đây 14 tỉ năm mà không phải là khoảng thời gian khác? Bởi theo trên sau Vụ Nổ lớn tạo ra không thời gian, vật chất được hình thành. Những đám mây bụi khí tích tụ hấp dẫn tạo thành các sao. Trong quá trình tích tụ này một phần năng lượng hấp dẫn được toả ra xung quanh và một phần làm nóng nhân của phôi sao. Phôi sao tiếp tục co cho đến nhiệt độ ở trong nhân có thể lên đến chục triệu độ. Từ đó các hạt nhân Hidrô chuyển động cực nhanh và do hiệu ứng đường ngầm tạo thành Đơteri rồi thành Heli sau đó năng lượng hạt nhân được giải phóng, áp suất bức xạ tăng mạnh làm ngừng sự co của phôi sao, chuyển sang giai đoạn ổn định, nhân của chúng đạt tới khối lượng vào khoảng 10 - 12% khối lượng của Mặt Trời. Thời gian này được tính theo:  $T = \frac{10^{10}}{M^3}$  năm. Trong đó M tính theo đơn vị khối lượng của Mặt Trời. Như vậy Mặt Trời

có thời gian ổn định vào khoảng 10 tỉ năm. Các sao nhỏ hơn thì có thời gian ổn định dài hơn. Nhưng ta chỉ quan tâm tới các sao có khối lượng 10 - 12% khối lượng của Mặt Trời thì thấy trị số T đều phải nhỏ hơn  $15.10^9$  năm. Bằng kính viễn vọng Hubble các nhà Thiên văn quan sát được các thiên hà, các sao có tuổi thấp hơn giá trị 15 tỉ năm.

Sự phát hiện ra bức xạ tàn dư mà Gamow đã tiên đoán là một trong những bằng chứng hùng hồn cho sự đúng đắn của thuyết Big Bang. Vào năm 1965, hai chàng kỹ sư trẻ tuổi dùng bàn chải kỳ cọ nhẹ nhàng ăngten Radiô có dạng cái phễu kích thước 1,2m. Thiết bị siêu nhạy này của công ty Bell Telephone được lắp đặt vào năm 1960 ở Gawford Hill, tiểu bang New Jersey, với mục đích thu nhận các tín hiệu Radiô từ vệ tinh ECHO (nhưng lúc đó không dùng nữa!). Rôbert W. Wilson và Arno Penzias (hai chàng kỹ sư trẻ tuổi: 31 và 34 tuổi lúc bấy giờ) quyết định dùng ăngten này để đo bức xạ radiô của môi trường giữa các sao trong Thiên hà của chúng ta ở bước sóng 7,35 cm. Penzias và Wilson vừa tốt nghiệp đại học không lâu, cả hai chưa bao giờ nghe nói về sự tồn tại bức xạ tàn dư được Gamow tiên đoán. Sau vài tuần lễ đo đạc, hai thanh niên này bắt đầu sốt ruột vì luôn luôn thu được một tiếng ồn radiô cường độ không đổi, dù ăngten được quay đi hướng nào chẳng nữa. Rõ ràng bức xạ đó không thể được phát ra từ Thiên hà của chúng ta, vì khi đó nó sẽ phụ thuộc định hướng tương đối của ăngten so với mặt phẳng Thiên hà. Họ nghĩ: "hay tiếng ồn do chính ăngten gây ra?". Các bộ phận được lau chùi rồi kiểm tra đi, kiểm tra lại; kết quả: bức xạ thu được vẫn như cũ không gì thay đổi. Vậy chỉ còn cách thừa nhận rằng tiếng ồn radiô đó đến từ nơi tận cùng của vũ trụ, rất xa bên ngoài Thiên hà của chúng ta. Penzias bèn gọi điện thoại ngay cho Rôbert Dicke (người đã trình bày tiên đoán của Gamow trong một Cimina vật lý) và ông này bị kích thích cao độ phóng ngay đến Crawford Hill. Không còn nghi ngờ gì nữa trong ống nghe của ăngten, Dicke đang nghe được một "giai điệu" tồn tại từ nhiều tỉ năm, chứng tích mong đợi của những thời điểm đầu tiên của vũ trụ. Chính ông cũng đang lắp đặt một radiô trên nóc đại học Princeton nhằm mục đích thu lấy bức xạ đó. Phát hiện của Penzias và Wilson đã tạo công ăn việc làm cho cả ngành nhà Vật lý trong suốt 20 năm. Người ta tính toán đo đạc kỹ lưỡng và đi đến kết luận chính xác là bức xạ nền vũ trụ, có nhiệt độ  $2,7^0\text{K}$ . Đây là cột thứ ba của thuyết Vụ Nổ lớn, đem lại chiến thắng cho lý thuyết này.

Cũng theo lý thuyết quá trình tổng hợp các nguyên tố nhẹ như: Đơteri, Heli và Liti ( ${}^7\text{Li}$ ) là được tạo ra. Một hiện tượng quan sát để củng cố giả thuyết này là kết quả đo độ giàu các nguyên tố nhẹ. Những tính toán lý thuyết tiên đoán có khoảng 25% Proton và Notron được tổng hợp để biến thành Heli (He). Nguyên tố Heli được quan sát thấy trong Thiên hà của chúng ta và trong nhiều Thiên hà khác. Mỗi khi quan sát ta thấy tỉ lệ Heli không thay đổi từ thiên thể này sang thiên thể khác và bao giờ cũng đồng đều là 25%. Kết quả quan sát này chứng minh là Heli được chế tạo ra bởi Vụ Nổ lớn. Trái lại, độ giàu của những nguyên tố nặng hơn Heli như Cacbon, Silic và Sắt thay đổi rất nhiều tùy theo các thiên thể. Lý do là những nguyên tử nặng chỉ được tạo ra trong những ngôi sao qua những phản ứng tổng hợp nhiệt hạch. Trong những vụ sao nổ, vật chất trong sao bắn ra môi trường xung quanh giữa các ngôi sao, rồi ngưng tụ lại để tạo thành những ngôi sao thế hệ thứ hai chứa các nguyên tử nặng.

Sau Vụ Nổ lớn vũ trụ dần nở và nhiệt độ giảm dần. Những hạt Photôn có năng lượng cao có thể tạo thành hạt và phản hạt. Ngược lại, một hạt gặp một phản hạt thì tự hủy biến thành ánh sáng. Nếu sự tạo ra hạt và phản hạt là một hiện tượng đối xứng thì vũ trụ phải có hai loại hạt và phản hạt. Nhưng nếu số lượng của hạt bằng phản hạt và hai loại hạt đã tự hủy thì vũ trụ chỉ là một vũ trụ ánh sáng không có vật chất, thiên hà, sao, hành tinh, động vật, thực vật... như ngày nay. Trên thực tế thì vũ trụ chỉ có vật chất (hạt) mà không có phản vật chất (phản hạt). Lý do là những định luật vật lý chi phối quá trình tạo ra các hạt và phản hạt không hoàn toàn cân đối và tạo ra nhiều hạt hơn. Những thí nghiệm trong máy gia tốc cho biết là phản ứng tự hủy giữa các hạt và phản hạt để dư lại một ít hạt. Sau khi tự hủy số lượng còn lại của vật chất trong vũ trụ nguyên thủy chỉ cần nhiều hơn một phần tỉ số lượng của phản vật chất là đủ để tạo ra vũ trụ vật chất ngày nay. Các nhà Vật lý đưa ra một số đề nghị độc đáo về vũ trụ nguyên thủy dựa trên lý thuyết của vật lý các hạt. Họ đề nghị vào thời điểm  $10^{-36}\text{s}$ , sau khi được tạo ra vũ trụ dần nở cực nhanh theo hàm số mũ trong một thời gian cực nhỏ. Trong thời gian này gọi là thời đại "lạm phát", kích thước của vũ trụ tăng lên ít nhất 30 lần! Sau đó vũ trụ tiếp tục dần nở chậm gần như tỉ lệ với thời gian trong hàng tỉ năm. Giả thuyết vũ trụ trải qua một thời đại lạm phát có thể giải quyết được một số vấn đề. Chẳng hạn như ta đã biết bức xạ nền vũ trụ có nhiệt độ đồng đều phát ra từ các hướng. Nếu thế nhiệt độ vũ trụ nguyên thủy cũng phải đồng đều. Ngược lại ta có thể hình dung một mô hình vũ trụ nguyên thủy, trong đó tuy có những điều kiện vật lý ban đầu khác nhau và không đồng đều, nhưng đã phát triển tới trạng thái đồng đều ta quan sát thấy hiện nay. Chính sự dần nở lạm phát ban đầu đã san phẳng phần nào sự không đồng đều của vũ trụ. Lý thuyết lạm phát còn giải thích được tại sao vũ trụ ngày nay lại phẳng, tức là có bán kính rất lớn,  $3.10^{23}\text{km}$ , tức là 30 tỉ năm ánh sáng. Cũng theo lý thuyết này, nếu vũ trụ nguyên thủy không dần nở rất nhanh trong thời gian lạm phát thì vũ trụ hiện nay chỉ bằng một hạt bụi.

Như vậy theo quan điểm hiện nay thì vũ trụ có "khai sinh", rồi dần nở và hiện nay cũng đang dần nở. Bằng chứng là: vào năm 1929, nhà thiên văn học Hubble người Mỹ đã phát hiện ra một hiện tượng có tầm quan trọng lớn giải thích hiện tượng vũ trụ đang dần nở. Hubble nhận thấy các Thiên hà xa xăm rải rác khắp bầu trời đều lùi xa ta (bằng cách đo độ dịch phổ Doppler). Người ta hình dung hiện tượng này trên một quả bóng hơi được thổi phồng dần, trên quả bóng có những đốm vẽ bằng mực. Khi bóng được thổi phồng thì khoảng cách giữa các đốm tăng lên. Bất cứ đốm nào cũng lánh xa những đốm khác như trường hợp những Thiên hà trong vũ trụ. Thiên hà của chúng ta trong đó có Trái Đất chúng ta ở cũng chỉ là một trong những đốm trên quả bóng đang thổi phồng. Chúng ta không phải ở ngay trung tâm vũ trụ. Theo định luật Hubble thì Thiên hà càng xa bao nhiêu thì càng lùi nhanh bấy nhiêu. Tốc độ lùi (V) của Thiên hà tỉ lệ với khoảng cách (d) giữa Thiên hà và chúng ta:  $V =$



H.d. Trong đó,  $H$  là hằng số Hubble. Định luật Hubble giúp ta tính được khoảng cách giữa các thiên hà, vì ta đo được tốc độ lùi của các thiên hà bằng máy quang phổ. Sự quan sát thấy các thiên hà lánh xa nhau là một bằng chứng của vũ trụ đang giãn nở.

Một bằng chứng nữa của vũ trụ giãn nở là theo quan điểm của thuyết tương đối tổng quát đã nêu: Chỉ cần biết một đại lượng vật lý là mật độ trung bình  $\rho$  của vật chất trong vũ trụ.

- Nếu  $\rho < \rho_K$  (với  $\rho_K = 4,5 \cdot 10^{-30} (H/50)^2 \text{ g/cm}^3$  với  $H \approx 70 \Rightarrow \rho_K = 9 \cdot 10^{-30} \text{ g/cm}^3$ ) thì vũ trụ sẽ nở mãi vô tận.
- Nếu  $\rho > \rho_K$  thì vũ trụ sau một thời gian nào đó sẽ ngừng nở và bắt đầu co lại một cách không thuận nghịch.
- Nếu  $\rho = \rho_K$  thì vũ trụ lần lượt lúc co lúc nở.

Theo quan điểm hiện nay thì vật chất trong vũ trụ là:  $\rho = 5 \cdot 10^{-31} \text{ g/cm}^3$ . Vậy  $\rho < \rho_K$ : vũ trụ là nở mãi mãi.

Tuy nhiên việc xác định  $\rho$  bây giờ gặp phải những khó khăn không nhỏ. Có cơ sở để cho rằng không phải mọi cái đã được tính đã hết. Có hàng loạt các thiên thể rất khó quan sát, chẳng hạn như các sao neutron, các lỗ đen.

Chính vì thế qua đây ta có thể khẳng định vũ trụ đang giãn nở, nhưng vấn đề là giãn nở đến bao giờ sẽ ngừng? Giả thuyết là vũ trụ sẽ ngừng giãn nở và co nén lại thành một điểm, rồi tiếp tục giãn nở thì nó có giãn nở giống như bây giờ không? Cũng có thể vũ trụ sẽ co lại thành một vật - có vật chất đậm đặc như lỗ đen chẳng hạn, và có nghĩa là nó không tiếp tục nở để giãn nở, cũng như các sao không nở để trở thành siêu sao mới hoặc sao lùn trắng?

Một vấn đề nữa, theo trên, cũng có thể ta chưa quan sát được hết cái đã quan sát. Giả sử còn một thiên hà khác, ngôi sao khác mà có thời gian tồn tại cách đây trên 15 tỷ năm cần phải xem lại chăng?

**4. KẾT LUẬN** Vấn đề tìm hiểu nguồn gốc của vũ trụ là một vấn đề tầm cỡ thời đại phải được cân nhắc một cách kỹ lưỡng. Có thể những điều chúng ta ngày nay công nhận thì ngày mai không còn đúng nữa. Thế mới hiểu vũ trụ bao la và bí hiểm chừng nào!

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Donat G. Wentzel - Lectures on "modern" astronomy-USA
- [2] Nguyễn Quang Riệu. Vũ trụ phòng thí nghiệm thiên nhiên vĩ đại. - NXBGD 1996.
- [3] Các trang web: [www.aas.org](http://www.aas.org), [www.mtwilson.edu](http://www.mtwilson.edu), [www.skypub.com](http://www.skypub.com)...