Chuyên Phan Bội Châu

Đề thi thử Chuyên Phan Bội Châu năm 2013

Môn: TOÁN

ĐỀ SỐ 1 — *NGÀY 14.04.2013*

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7 điểm)

Câu 1. (2 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm m để đường thẳng $d: 2x - y + m = 0$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có tung độ dương.

Câu 2. (2 điểm)

a) Giải phương trình $(\tan 2x \cot x - 1)\sin 4x = \sin(x + \dfrac{\pi}{3}) + 2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{3x}{2}$

b) Giải bất phương trình $\dfrac{6x^2}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2} > 2x + \sqrt{x-1} + 1$

Câu 3. (1 điểm) ính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (1-x)e^x$; $y = x^3 - 1$; và trục tung.

Câu 4. (1 điểm) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có góc giữa mặt và mặt đáy bằng 60^o và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\dfrac{3a}{2\sqrt{7}}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và diện tích mặt cầu đi qua bốn điểm S, O, B, C với O là tâm đáy.

Câu 5. (1 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thõa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{\sqrt{a^2+ab-a+5}} + \frac{1}{\sqrt{b^2+bc-c+5}} + \frac{1}{\sqrt{c^2+ca-c+5}}$$

PHẦN RIÊNG (3 điểm): Thí sinh chỉ làm một trong hai phần A hoặc B

A. Theo chương trình chuẩn

Câu 6A. (2 điểm)

a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;0)$ và đường tròn $(T): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$. Tìm tọa độ hai điểm B, C thuộc (T) sao cho tam giác ABC vuông tại B và có diện tích bằng 4.

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác đều ABC có $A(4;2;-6)$ và phương trình đường thẳng BC là : $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trực tâm tam giác ABC và vuông góc với (ABC)

Câu 7A. (1 điểm) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \dfrac{3}{x}\right)^n$ $(x \neq 0)$, biết rằng

$$C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + kC_n^k + \dots + nC_n^n = 256n$$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu 6B. (2 điểm)

a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của Elip (E) biết rằng khi M thay đổi trên (E) thì độ dài nhiỏ nhất của OM bằng 4 và độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm.

b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng (P) : $x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d thuộc mặt phẳng (P) sao cho d vuông góc với Δ và khoảng cách giữa d và Δ bằng $\sqrt{3}$.

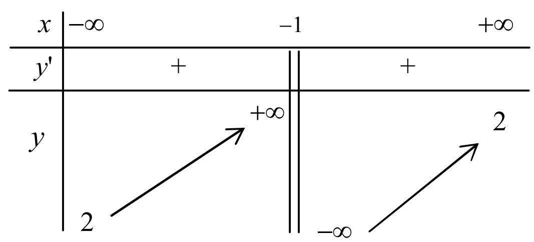
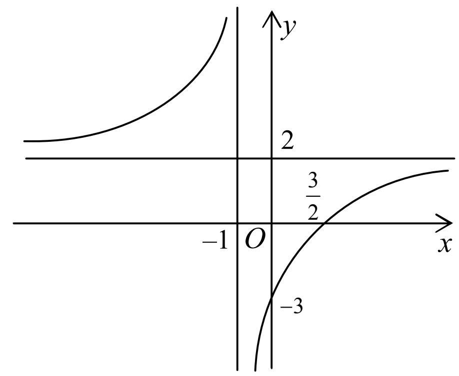
Câu 7B. (1 điểm) Tìm số phức z biết $z^2 + 2\overline{z}$ là số thực và $\overline{z} + \dfrac{1}{z}$ có một acgumen là $-\dfrac{\pi}{3}$

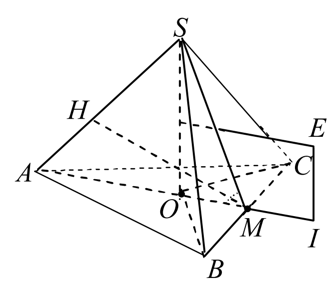
———Hết———

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO NGHỆ AN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1 NĂM 2013
Môn: TOÁN; Khối A, A_1, B
(Đáp án - thang điểm gồm 04 trang)

ĐÁP ÁN − THANG ĐIỂM

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
Câu I *(2,0 điểm)*	1. (1,0 điểm) Khảo sát…	
	Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Ta có: $y'=\dfrac{5}{(x+1)^2}>0, \forall x\in D.$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$. Hàm số không có cực trị.	*0,25*
	Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=2;\ \lim\limits_{x\to-1^-} y=+\infty,\ \lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty.$ Tiệm cận: TCĐ: $x=-1$, TCN: $y=2$.	*0,25*
	Bảng biến thiên: 	*0,25*
	Đồ thị: 	*0,25*
	2. (1,0 điểm) Tìm m để …	
	Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là: $\dfrac{2x-3}{x+1}=2x+m \Leftrightarrow 2x^2+mx+m+3=0$ (1).	*0,25*
	Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi pt (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác -1 khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta=m^2-8m-24>0\\ 2-m+m+3\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4+\sqrt{40}\\ m<4-\sqrt{40}.\end{array}\right.$	*0,25*
	Hai giao điểm có tung độ dương khi và chỉ khi $\begin{cases}2x_1+m+2x_2+m>0\\(2x_1+m)(2x_2+m)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1+x_2+m>0\\4x_1.x_2+2m(x_1+x_2)+m^2>0\end{cases}$	*0,25*
	$\Leftrightarrow \begin{cases}-\dfrac{m}{2}+m>0\\ 2(m+3)+2m(-\dfrac{m}{2})+m^2>0\end{cases} \Leftrightarrow m>0.$ Vậy $m>4+\sqrt{40}.$	*0,25*
Câu II	1.(1,0 điểm) Giải phương trình…..	

Câu	Đáp án	Điểm
	Điều kiện: $\cos 2x \neq 0, \sin x \neq 0$. Phương trình đã cho tương đương với $(\frac{\sin 2x.\cos x - \sin x.\cos 2x}{\sin x.\cos 2x})\sin 4x = \sin(x+\frac{\pi}{3}) + 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}$	*0,25*
	$2\sin 2x = \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \sin 2x - \sin x$	*0,25*
	$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x \Leftrightarrow \sin 2x = \sin(\frac{\pi}{3} - x) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \vee x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$ Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm là: $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$	*0,50*
	2.(1,0 điểm) Giải bất phương trình…	
	Điều kiện $x \geq 1$. Bất pt tương đương với $\frac{6x^2(\sqrt{2x+1}-1)^2}{4x^2} > 2x + \sqrt{x-1} - 1$	*0,25*
	$x - 3\sqrt{2x+1} + 4 > \sqrt{x-1} \Leftrightarrow (\sqrt{2x+1} - \frac{3}{2})^2 > (\sqrt{x-1} + \frac{1}{2})^2$ (1).	*0,25*
	Với $x \geq 1$, ta có: $\sqrt{2x+1} - \frac{3}{2} > 0, \sqrt{x-1} + \frac{1}{2} > 0.$ Do đó (1) $\Leftrightarrow \sqrt{2x+1} - \frac{3}{2} > \sqrt{x-1} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2x+1} > \sqrt{x-1} + 2 \Leftrightarrow 4\sqrt{x-1} < x - 2$	*0,25*
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x^2 - 20x + 20 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 10 + 4\sqrt{5}.$ Kết hợp điều kiện ta có nghiệm $x > 10 + 4\sqrt{5}.$	*0,25*
Câu III *(1,0 điểm)*	Phương trình hoành độ giao điểm: $(1-x)e^x = x^3 - 1 \Leftrightarrow (x-1)(e^x + x^2 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (do $e^x + x^2 + x + 1 > 0, \forall x$).	*0,25*
	$S = \int_0^1 \left\|(1-x)e^x - (x^3-1)\right\| dx = \left\|\int_0^1 ((1-x)e^x - (x^3-1))dx\right\| = \left\|\int_0^1 (1-x)e^x dx - \int_0^1 (x^3-1)dx\right\|$	*0,25*
	Đặt $u = 1 - x, dv = e^x dx \Rightarrow du = -dx, v = e^x$. Ta có: $\int_0^1 (1-x)e^x dx = (1-x)e^x\Big\|_0^1 + \int_0^1 e^x dx = -1 + e^x\Big\|_0^1 = e - 2,$ suy ra $S = \left\|e - 2 - (\frac{x^4}{4} - x)\Big\|_0^1\right\| = e - \frac{5}{4}.$	*0,50*
Câu IV *(1,0 điểm)*	Tính thể tích khối chóp …..	
	Gọi M là trung điểm BC. Kẻ $MH \perp SA, (H \in SA)$ Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SO \end{cases}$ (*) $\Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp MH$ Do đó MH là đường vuông góc chung của SA và BC, Suy ra $MH = \frac{3a}{2\sqrt{7}}.$ Cũng từ (*) ta có: $SM \perp BC \Rightarrow \widehat{SMA} = \widehat{((SBC),(ABC))} = 60^\circ.$  	*0,25*
	Đặt $OM = x \Rightarrow AM = 3x, OA = 2x, SO = x\sqrt{3}, SA = x\sqrt{7}.$ Trong tam giác SAM ta có: $SA.MH = SO.AM \Leftrightarrow x\sqrt{7}.\frac{3a}{2\sqrt{7}} = x\sqrt{3}.3x \Leftrightarrow x = \frac{a}{2\sqrt{3}} \Rightarrow AB = a.$ $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$	*0,25*
	Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC. Kẻ đt d đi qua I vuông góc với (ABC). Ta có d//SO. Trong mặt phẳng (SOI) kẻ trung trực của SO cắt d tại E. Khi đó E là tâm mặt cầu.	*0,25*

Câu	Đáp án	Điểm
	Bán kính mặt cầu $R = EO = \sqrt{EI^2 + IO^2}$. Ta có: $EI = \frac{1}{2}SO = \frac{a}{4}, IO = \frac{BC}{2\sin\widehat{BOC}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$, suy ra $R^2 = \frac{a^2}{16} + \frac{a^2}{3} = \frac{19a^2}{48}$. Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{19\pi a^2}{12}$.	0,25
Câu V (1,0 điểm)	Tìm giá trị lớn nhất…	
	Áp dụng bđt Bunhiacopski: $P^2 \le 3(\frac{1}{a^2+ab-a+5} + \frac{1}{b^2+bc-c+5} + \frac{1}{c^2+ca-c+5})$ (1).	0,25
	Ta có $a^2 + ab - a + 5 = (a-1)^2 + ab + a + 4 \ge ab + a + 4$, suy ra $\frac{1}{a^2+ab-a+5} \le \frac{1}{ab+a+4} = \frac{1}{ab+a+1+3} \le \frac{1}{4}(\frac{1}{ab+a+1} + \frac{1}{3})$. Tương tự, và kết hợp với (1) ta được: $P^2 \le \frac{3}{4}(\frac{1}{ab+a+1} + \frac{1}{bc+b+1} + \frac{1}{ca+c+1}) + \frac{3}{4}$.	0,25
	Vì $abc = 1$ nên $\frac{1}{ab+a+1} + \frac{1}{bc+b+1} + \frac{1}{ca+c+1} = \frac{1}{ab+a+1} + \frac{a}{1+ab+a} + \frac{ab}{a+1+ab} = 1$.	0,25
	Do đó, $P^2 \le \frac{3}{2} \Rightarrow P \le \sqrt{\frac{3}{2}}$, dấu bằng xảy ra tại $a = b = c = 1$. Vậy $\max P = \sqrt{\frac{3}{2}}$.	0,25
Câu VIa (2,0 điểm)	1.(1,0 điểm). Tìm toạ độ B, C…	
	Đường tròn (T) có tâm I(1;–2). Vì A thuộc (T) và tam giác ABC vuông tại B nên AC là đường kính của (T) suy ra toạ độ C(0;–4).	0,25
	Gọi B(a;b). Ta có: $B \in (T) \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+2)^2 = 5$ (1). Phương trình AC: $2x - y - 4 = 0$. Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}d(B,AC).AC \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{2}.\frac{\|2a-b-4\|}{\sqrt{5}}.2\sqrt{5} \Leftrightarrow \|2a-b-4\| = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 2a-8 \\ b = 2a. \end{array}\right.$	0,25
	Với $b = 2a - 8$, ta có: $(1) \Leftrightarrow 5a^2 - 26a + 32 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = \frac{16}{5}. \end{array}\right.$ Vậy $B(2;-4)$ hoặc $B(\frac{16}{5};-\frac{8}{5})$.	0,25
	Với $b = 2a$, ta có: $(1) \Leftrightarrow 5a^2 + 6a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -\frac{6}{5}. \end{array}\right.$ Vậy $B(0;0)$ hoặc $B(-\frac{6}{5};-\frac{12}{5})$.	0,25
	2.(1,0 điểm). Viết phương trình….	
	Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Gọi M là trung điểm BC. $M \in BC \Rightarrow M(3+2t;3+t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2t-1;t+1;t+7)$. BC có vtcp $\vec{u} = (2;1;1)$. Tam giác ABC đều nên $AM \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow t = -1$.	0,25
	Khi đó $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = (-2;0;4) \Rightarrow H(2;2;-2)$.	0,25
	Vì $d \perp (ABC)$ nên d có vtcp $\vec{u_1} = \left[\vec{u}, \overrightarrow{AM}\right] = (6;-15;3)$.	0,25
	Phương trình của d là: $\frac{x-2}{6} = \frac{y-2}{-15} = \frac{z+2}{3}$.	0,25
Câu VIIa (1,0 điểm)	Tìm số hạng không chứa x …….	
	Xét khai triển $(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^k$, đạo hàm hai vế: $n(1+x)^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k x^{k-1}$, chọn $x = 1$ ta được $n2^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} kC_n^k$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	Kết hợp giả thiết ta có: $256n = n.2^{n-1} \Leftrightarrow n = 9.$	0,25
	Khi đó ta có khai triển $(2x^2 - \frac{3}{x})^9 = \sum_{k=0}^{9} C_9^k (2x^2)^{9-k} (-\frac{3}{x})^k = \sum_{k=0}^{9} C_9^k 2^{9-k} (-3)^k x^{18-3k}$	0,25
	Ta có: $18 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 6.$ Vậy số hạng không chứa x là $C_9^6 2^3 3^6.$	0,25
Câu VIb (2,0 điểm)	1.(1,0 điểm)Viết phương trình elip….	
	Gọi pt chính tắc của (E) là: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0).$ $M(x; y) \in (E) \Rightarrow MF_1 = a + \frac{cx}{a},$ mà $-a \le x \le a$ nên MF_1 lớn nhất bằng $a + c$ khi $x = a, y = 0.$	0,25
	Vì $a > b$ nên $\frac{x^2}{a^2} \le \frac{x^2}{b^2} \Rightarrow 1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \le \frac{x^2 + y^2}{b^2} = \frac{OM^2}{b^2} \Rightarrow OM \ge b.$ Suy ra giá trị nhỏ nhất của OM bằng b khi $x = 0; y = \pm b.$	0,25
	Kết hợp giả thiết ta có: $\begin{cases} b = 4 \\ a + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ \sqrt{a^2 - 16} = 8 - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = 5. \end{cases}$ Vậy pt (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$	0,50
	1.(1,0 điểm). Viết phương trình ..	
	$\overrightarrow{u_\Delta} = (2;1;-1);$ $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;1;-1),$ do đó d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}; \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (0;1;1).$	0,25
	Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Δ, ta có: $\overrightarrow{n_{(Q)}} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_d}\right] = (2;-2;2).$ Phương trình (Q) có dạng: $x - y + z + m = 0.$ Chọn $A = (0;1;-1) \in \Delta,$ ta có: $d(A,(Q)) = d(\Delta,(Q)) = d(\Delta, d) = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = -1 \vee m = 5.$	0,25
	Với $m = -1,$ vì $d = (P) \cap (Q)$ nên d đi qua $B = (1;0;0),$ phương trình $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t. \end{cases}$	0,25
	Với $m = 5,$ vì $d = (P) \cap (Q)$ nên d đi qua $C = (-2;3;0),$ phương trình $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 + t \\ z = t. \end{cases}$	0,25
Câu VIIb (1,0 điểm)	Tìm số phức z…	
	Vì $\bar{z}.z + 1 > 0$ và $\bar{z} + \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}.z + 1}{z}$ có một acgumen là $-\frac{\pi}{3}$ nên $\frac{1}{z}$ có một acgumen là $-\frac{\pi}{3}$, suy ra z có một acgumen là $\frac{\pi}{3}.$	0,25
	Gọi $z = r(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}) = a + bi \Rightarrow a = \frac{r}{2}, b = \frac{r\sqrt{3}}{2}, (r > 0).$	0,25
	Ta có $z^2 + 2\bar{z} = a^2 - b^2 + 2a + 2b(a-1)i$ là số thực khi và chỉ khi $2b(a-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ b = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r = 2 \\ r = 0. \end{array}\right.$ Vậy $z = 1 + \sqrt{3}i.$	0,50

…………Hết…………