



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NINH BÌNH



(Đề thi chính thức)

KÌ THI TUYỂN HỌC SINH GIỎI TỈNH

Môn TOÁN - Ngày 2- Năm học : 2012-2013

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên:.....

Số báo danh: .....

**CÂU I** . Cho các số  $x, y, z$  thỏa mãn: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \\ z^2 + t^2 - 4z - 2t + 1 = 0 \end{cases}$$
 . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = (x - z)(y - t)$$

**CÂU II** . Chứng minh rằng phương trình  $\frac{x+2}{y} + \frac{y+2}{x} = 6$  có vô số nghiệm nguyên dương.

**CÂU III** . Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , các đường cao  $AM, BN$ . Điểm  $D$  trên cung  $BC$  không chứa  $A$  của đường tròn  $(O)$  và khác  $B, C$ . Hai đường thẳng  $DA$  và  $BN$  cắt nhau tại  $Q$ , hai đường thẳng  $DB$  và  $AM$  cắt nhau tại  $P$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $PQ$ . Chứng minh rằng ba điểm  $M, N, I$  thẳng hàng.

**CÂU IV** . Tìm tất cả các hàm số  $f : R \rightarrow R$  thỏa mãn điều kiện:  $f(x + f(y)) = 4x^3 \cdot f(y) + 6x^2 \cdot (f(y))^2 + 4x(f(y))^3 + (f(y))^4 + f(-x)$  với mọi  $x, y$  thuộc  $R$ .

.....HẾT.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.