



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẾN TRE



(Đề thi chính thức)

KÌ THI TUYỂN HỌC SINH GIỎI TỈNH

Môn TOÁN - Năm học : 2012-2013

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên:.....

Số báo danh:

CÂU I (4 điểm) . Cho P là điểm nằm ngoài trên hyperbol $xy = 4$ và Q là điểm nằm trên elip $x^2 + 4y^2 = 4$. Chứng minh độ dài đoạn PQ lớn hơn 1.

CÂU II (4 điểm) . Cho a, b, c là các số thực. Chứng minh rằng

$$\frac{b^2 - a^2}{2a^2 + 1} + \frac{c^2 - b^2}{2b^2 + 1} + \frac{a^2 - c^2}{2c^2 + 1} \geq 0.$$

Hỏi dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

CÂU III (4 điểm) . Cho dãy số $\{x_n\}_{n=1}^{+\infty}$ được xác định như sau:

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{1 + 4x_n + \sqrt{1 + 24x_n}}{16}$$

với mọi $n = 1, 2, 3, \dots$. Tìm công thức tổng quát của dãy.

CÂU IV (4 điểm) . Cho tập hợp A có n phần tử với $n > 4$. Tìm tất cả các giá trị n biết rằng số các tập con của A có số phần tử lẻ bằng $2048n$.

CÂU V (4 điểm) . Tìm hàm số $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ thỏa mãn điều kiện:

$$f(n) + 2f(f(n)) = 3n + 5$$

với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

.....HẾT.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.