

MỘT SỐ ĐIỆN TRƯỜNG THEO CẤU HÌNH ĐIỆN TÍCH TRONG TỈNH ĐIỆN HỌC



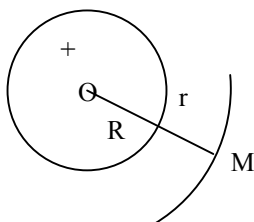
I. ĐẶT VẤN ĐỀ.

Trong Tỉnh điện học, cấu hình điện tích rất đa dạng: *dây thẳng dài, vòng dây tròn, đĩa tròn, mặt trụ v.v...* Các cấu hình điện tích khác nhau thì cường độ điện trường tại một điểm đang xét do nó gây ra cũng khác nhau. Dưới đây, thử làm công việc mang tính thống kê lại MỘT SỐ ĐIỆN TRƯỜNG THEO CẤU HÌNH ĐIỆN TÍCH giúp tiện ích trong quá trình giảng dạy phân môn Điện học. Công cụ dùng để giải quyết là phép tính tích phân (toán học) và định luật Ostrogradsky-Gauss (vật lý).

II. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ.

1. Khối cầu.

Xét khối cầu bán kính R mang điện tích $q > 0$. Xác định vector cường độ điện trường do khối cầu mang điện gây ra tại M cách tâm một đoạn r ($r > R$).



Ta vẽ mặt cầu (mặt Gauss) S có bán kính $r > R$. Theo định luật Ostrogradsky-Gauss:

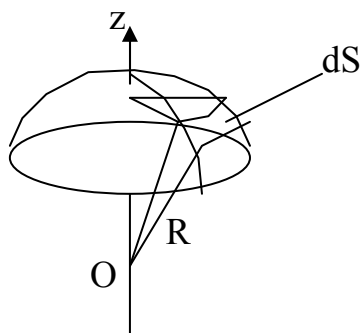
$$E \cdot S = \frac{1}{\epsilon_0} q \Leftrightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}}$$

Nhận xét: Bên ngoài khối cầu, điện trường có tính chất giống như điện trường của một điện tích điểm đặt tại tâm khối cầu.

2. Chỏm cầu.

Xét chỏm cầu tâm O , bán kính R có góc mở là $2\alpha_0$ mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện mặt là σ . Xác định vector cường độ điện trường do chỏm cầu mang điện gây ra tại tâm.



Thấy rằng thành phần vuông góc với Oz của \vec{E} bù trừ nhau do mang tính đối xứng. Chỉ tính thành phần dE' nằm trên Oz của \vec{E} .

Xét diện tích nguyên tố dS thuộc mặt chỏm cầu mang điện tích nguyên tố dq xem như điện tích điểm gây ra tại tâm O điện trường nguyên tố dE .

Ta có:

$$\begin{aligned} dq &= \sigma \cdot dS \\ dE' &= dE \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{R^2} \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma \cdot dS}{R^2} \cos \alpha \\ \text{Đặt } dS &= R^2 \sin \alpha \cdot d\alpha \cdot d\varphi \\ \sin \beta &= \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \\ \beta &= 2\alpha \Rightarrow d\beta = 2 \cdot d\alpha \\ \Rightarrow dE' &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sigma \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha \cdot d\varphi = \frac{\sigma}{16\pi\epsilon_0} \sin \beta \cdot d\beta \cdot d\varphi \\ \Rightarrow E &= \int dE' = \frac{\sigma}{16\pi\epsilon_0} \int_0^{2\alpha_0} \sin \beta \cdot d\beta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\sigma}{8\epsilon_0} (1 - \cos 2\alpha_0) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{8\epsilon_0} (1 - \cos 2\alpha_0)}$$

☞ Trường hợp ngoại suy:

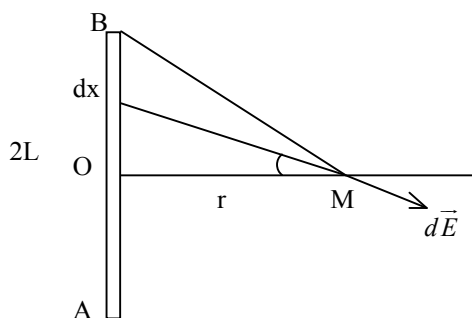
Nếu chỏm cầu là bán cầu, tức góc mở lúc này là $2\alpha_0 = \pi$.

Do đó:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}}$$

3. Dây thẳng dài.

- a) Xét dây thẳng dài $2L$ mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện dài λ . Xác định vector cường độ điện trường do dây mang điện gây ra tại M thuộc mặt phẳng trung trực đoạn dây, cách dây một đoạn r .



Thấy rằng thành phần song song đoạn dây của \vec{E} bù trừ nhau do mang tính đối xứng. Chỉ tính thành phần dE' vuông góc dây của \vec{E} .

Xét độ dài nguyên tố dx thuộc dây có tọa độ x mang điện tích nguyên tố dq xem như điện tích điểm gây ra tại M điện trường nguyên tố dE .

Ta có:

$$dq = \lambda \cdot dx$$

$$dE' = dE \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2 + x^2} \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda r \cdot dx}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E = \int_{-L}^L dE' = \frac{\lambda r}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{dx}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{\lambda r}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{r^2 \sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{\lambda r}{4\pi\epsilon_0} \frac{2L}{r^2 \sqrt{r^2 + L^2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \frac{L}{\sqrt{r^2 + L^2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \sin \beta$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda \sin \beta}{2\pi\epsilon_0 r}}$$

(β : góc hợp bởi mặt phẳng trung trực đoạn dây và đoạn thẳng nối từ đầu dây đến M)

☞ Trường hợp ngoại suy:

† Khi dây dài vô hạn, tức $\beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \beta = 1$. Do đó:

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}}$$

† Khi dây thu về một điểm, tức $L \ll r$. Lúc này:

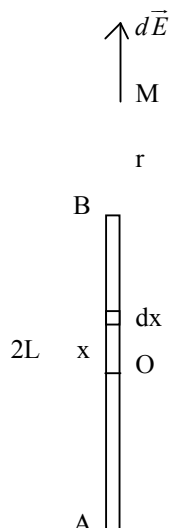
$$\sin \beta = \frac{L/2}{\sqrt{r^2 + L^2/4}} = \frac{L}{2r}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \frac{L}{2r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

(Giống điện tích điểm)

- b) Xét dây thẳng dài $2L$ mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện dài λ . Xác định vector cường độ điện trường do dây mang điện gây ra tại M thuộc trục dây, cách đầu dây gần nhất một đoạn r .



Chọn gốc O ở trung điểm đoạn dây. Xét độ dài nguyên tố dx thuộc đoạn dây có tọa độ x mang điện tích nguyên tố dq xem như điện tích điểm gây ra tại M điện trường nguyên tố dE .

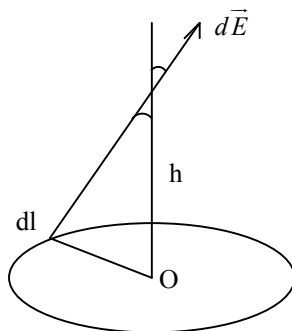
Ta có:

$$\begin{aligned} dq &= \lambda \cdot dx \\ dE &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{(L+r-x)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \cdot dx}{(L+r-x)^2} \\ \Rightarrow E &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{dx}{(L+r-x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+2L} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{2L}{r(r+2L)}$$

4. Vòng dây tròn.

Xét vòng dây tròn tâm O , bán kính R mang điện tích $q > 0$. Xác định vector cường độ điện trường do vòng dây tròn mang điện gây ra tại M thuộc trục qua tâm, cách mặt phẳng vòng dây một đoạn h .



Thấy rằng thành phần song song mặt phẳng vòng dây của \vec{E} bù trừ nhau do mang tính đối xứng. Chỉ tính thành phần dE' vuông góc mặt phẳng vòng dây của \vec{E} .

Xét độ dài nguyên tố dl thuộc vòng dây mang điện tích nguyên tố dq xem như điện tích điểm gây ra tại M điện trường nguyên tố dE .

Ta có:

$$dq = \lambda \cdot dl \Rightarrow q = \lambda \cdot 2\pi R$$

$$dE' = dE \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{R^2 + h^2} \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h \cdot dl}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$E = \int_0^{2\pi R} dE' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda 2\pi R h}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}}$$

☞ Trường hợp ngoại suy:

† Với M ở rất xa vòng dây, tức $h \gg R$. Lúc này: $R^2 + h^2 \approx h^2$.

Do đó:

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2}}$$

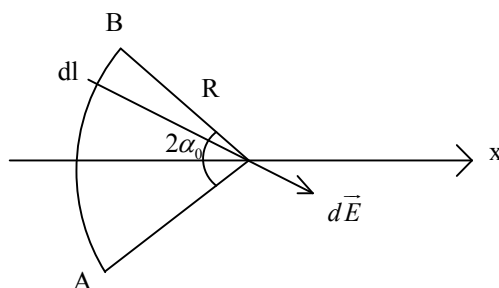
(Giống điện tích điểm)

† Với M tại tâm vòng dây, tức $h = 0$. Do đó:

$$\boxed{E = 0}$$

5. Cung dây tròn.

Xét cung dây tròn tâm O, bán kính R có góc mở là $2\alpha_0$ mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện dài là λ . Xác định vector cường độ điện trường do cung dây tròn mang điện gây ra tại tâm.



Thấy rằng thành phần vuông góc với Ox của \vec{E} bù trừ nhau do mang tính đối xứng. Chỉ tính thành phần dE' nằm trên Ox của \vec{E} .

Xét độ dài nguyên tố dl thuộc cung dây tròn mang điện tích nguyên tố dq xem như điện tích điểm gây ra tại tâm O điện trường nguyên tố $d\vec{E}$.

Ta có:

$$dq = \lambda \cdot dl = \lambda R \cdot d\alpha$$

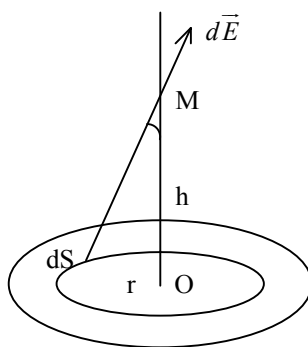
$$dE' = dE \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{R^2} \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R \cdot d\alpha}{R^2} \cos \alpha = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \alpha \cdot d\alpha$$

$$\Rightarrow E = \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} dE' = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \cos \alpha \cdot d\alpha = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \sin \alpha_0$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \sin \alpha_0}$$

6. Đĩa tròn.

Xét đĩa tròn tâm O, bán kính R mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện mặt là σ . Xác định vector cường độ điện trường do đĩa tròn mang điện gây ra tại M thuộc trục qua tâm, cách mặt phẳng đĩa một đoạn h.



Thấy rằng thành phần song song mặt đĩa của \vec{E} bù trừ nhau do mang tính đối xứng. Chỉ tính thành phần dE' vuông góc mặt đĩa của \vec{E} .

Xét diện tích nguyên tố dS thuộc mặt vòng mỏng dr tâm O, bán kính r mang điện tích nguyên tố dq xem như điện tích điểm gây ra tại M điện trường nguyên tố $d\vec{E}$.

Ta có:

$$q = \sigma \cdot S = \sigma \cdot 2\pi r \Rightarrow dq = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr$$

$$dE' = dE \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2 + h^2} \frac{h}{\sqrt{r^2 + h^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 2\pi r \cdot dr \cdot h}{(r^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow E = \int_0^R dE' = \frac{\sigma h}{4\epsilon_0} \int_0^R \frac{2r \cdot dr}{(r^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{h^2}}} \right)$$

☞ Trường hợp ngoại suy:

† Nếu đĩa tròn thu về một điểm tại tâm, tức $\frac{R^2}{h^2} \ll 1$.

Áp dụng phép tính gần đúng, ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{h^2}}} = \left(1 + \frac{R^2}{h^2} \right)^{-1/2} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{h^2}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{h^2}}} \approx 1 - 1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{h^2} = \frac{R^2}{2h^2}$$

Do đó:

$$E \approx \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{R^2}{2h^2} = \frac{q}{2\epsilon_0 \pi R^2} \frac{R^2}{2h^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2}$$

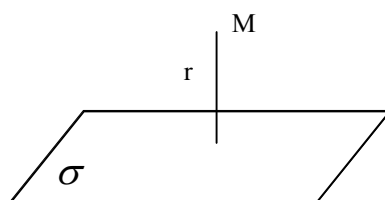
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2}$$

† Nếu $R \rightarrow \infty$ (Tấm phẳng rộng vô hạn). Lúc này:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

7. Tấm phẳng rộng.

Xét tấm phẳng rộng mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện mặt là σ . Xác định vector cường độ điện trường do tấm phẳng rộng mang điện gây ra tại M cách mặt phẳng một đoạn r .



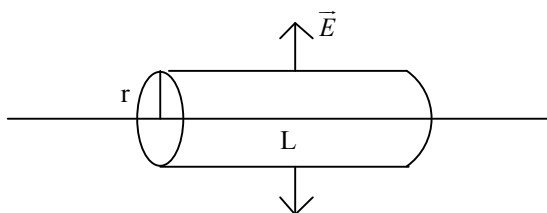
Ta vẽ mặt trụ kín (mặt Gauss) có trục vuông góc với tấm phẳng rộng. Hai mặt đáy song song với tấm phẳng rộng, mỗi mặt đáy có diện tích S. Điện thông qua mặt Gauss chỉ còn có hai mặt đáy. Theo định luật Ostrogradsky-Gauss:

$$E.2S = \frac{1}{\epsilon_0} q = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma S$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

8. Mặt trụ.

Xét mặt trụ dài vô hạn bán kính R mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện mặt là σ . Xác định vector cường độ điện trường do mặt trụ mang điện gây ra tại M cách trục một đoạn r.



Ta vẽ mặt trụ kín (mặt Gauss) bán kính r, dài L, cùng trục với mặt trụ mang điện với hai đáy vuông góc mặt trụ. Theo định luật Ostrogradsky-Gauss:

$$E.S = \frac{1}{\epsilon_0} q \Leftrightarrow E.2\pi rL = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma 2\pi RL$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}}$$

☞ Trường hợp ngoại suy:

Nếu $R \rightarrow 0$ (Dây thẳng dài vô hạn). Lúc này:

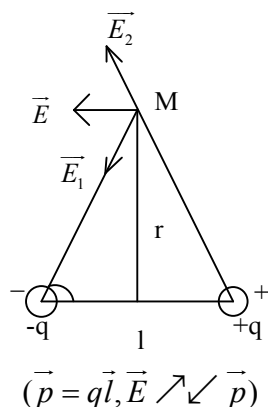
$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} = \frac{qR}{2\pi Rl\epsilon_0 r} = \frac{q}{l2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Với l: chiều dài mặt trụ (chiều dài dây)

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}}$$

9. Lưỡng cực điện.

- a) Xét lưỡng cực điện có độ lớn điện tích mỗi cực là q, moment điện có độ lớn là p. Xác định vector cường độ điện trường do lưỡng cực điện gây ra tại M thuộc mặt phẳng trung trực của lưỡng cực điện, cách trục lưỡng cực một đoạn r.



Gọi \vec{E}_1 : vector cường độ điện trường gây bởi $-q$ tại M.

\vec{E}_2 : vector cường độ điện trường gây bởi $+q$ tại M.

Theo nguyên lý chồng chất điện trường, ta có:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, (E_1 = E_2)$$

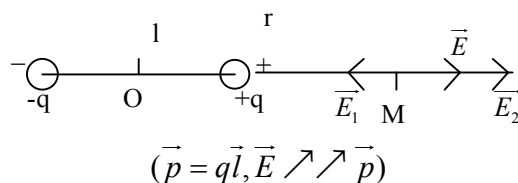
Ta có:

$$E = 2E_1 \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2/4} \cdot \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + l^2/4}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + l^2/4\right)^{3/2}}$$

Vì l nhỏ $\Rightarrow \frac{l^2}{4} \ll r$ nên:

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}}$$

- b) Xét lưỡng cực điện có độ lớn điện tích mỗi cực là q , moment điện có độ lớn là p .
Xác định vector cường độ điện trường do lưỡng cực điện gây ra tại M thuộc trục lưỡng cực điện, cách trung điểm trục một đoạn r .



Gọi \vec{E}_1 : vector cường độ điện trường gây bởi $-q$ tại M.

\vec{E}_2 : vector cường độ điện trường gây bởi $+q$ tại M.

Theo nguyên lý chồng chất điện trường, ta có:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2, (E_1 < E_2)$$

$$E = E_2 - E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r - l/2\right)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r + l/2\right)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\left(r - l/2\right)^2} - \frac{1}{\left(r + l/2\right)^2} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2rl}{\left(r^2 - l^2/4\right)^2}$$

Vì l nhỏ $\Rightarrow \frac{l^2}{4} \ll r$ nên:

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 r^3}}$$

BẢNG TÓM TẮT ĐIỆN TRƯỜNG CHO MỘT SỐ CẤU HÌNH ĐIỆN TÍCH

Số TT	CẤU HÌNH	TRƯỜNG E (V/m)	GHI CHÚ
1	Khối cầu bán kính R mang điện tích $q > 0$. Điện trường tại M cách tâm một đoạn r ($r > R$).	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$	Nếu $r < R$: $E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$
2	Chòm cầu tâm O, bán kính R có góc mở là $2\alpha_0$ mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện mặt là σ . Điện trường tại tâm.	$E = \frac{\sigma}{8\epsilon_0} (1 - \cos 2\alpha_0)$	Nếu $2\alpha_0 = \pi$: $E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$
3	Dây thẳng dài 2L mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện dài λ . Điện trường tại M thuộc mặt phẳng trung trực dây, cách dây một đoạn r.	$E = \frac{\lambda \sin \beta}{2\pi\epsilon_0 r}$	Nếu $\beta = \frac{\pi}{2}$: $E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$ Nếu $L \ll r$: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$
	Dây thẳng dài 2L mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện dài λ . Điện trường tại M thuộc trục dây, cách đầu dây gần nhất một đoạn r.	$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{2L}{r(r+2L)}$	
4	Vòng dây tròn tâm O, bán kính R mang điện tích $q > 0$. Điện trường tại M thuộc trục qua tâm, cách mặt phẳng vòng dây một đoạn h.	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$	Nếu $h \rightarrow \infty$: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2}$ Nếu $h \rightarrow 0$: $E = 0$
5	Cung dây tròn tâm O, bán kính R có góc mở là $2\alpha_0$ mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện dài là λ . Điện trường tại tâm.	$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \sin \alpha_0$	
6	Đĩa tròn tâm O, bán kính R mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện mặt là σ . Điện trường tại M thuộc trục qua tâm, cách mặt phẳng đĩa một đoạn h.	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{h^2}}} \right)$	Nếu $R \rightarrow \infty$: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ Nếu $h \gg R$: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2}$
7	Tấm phẳng rộng mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện mặt là σ . Điện trường tại M cách mặt phẳng một đoạn r.	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$	

8	Mặt trụ bán kính R mang điện tích $q > 0$ với mật độ điện mặt là σ . Điện trường tại M cách trục một đoạn r.	$E = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$	Nếu $R \rightarrow 0$: $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r}$
9	Lưỡng cực điện có độ lớn điện tích mỗi cực là q, moment điện có độ lớn là p. Điện trường tại M thuộc mặt phẳng trung trục của lưỡng cực điện, cách trục lưỡng cực một đoạn r.	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{r^3}$	
	Lưỡng cực điện có độ lớn điện tích mỗi cực là q, moment điện có độ lớn là p. Điện trường M thuộc trục lưỡng cực điện, cách trung điểm trục một đoạn r.	$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{p}{r^3}$	

III. KẾT THÚC VẤN ĐỀ.

Trên đây là MỘT SỐ ĐIỆN TRƯỜNG THEO CẤU HÌNH ĐIỆN TÍCH TRONG TĨNH ĐIỆN HỌC phổ biến. Dựa trên cơ sở đó, có thể giải quyết những bài toán về điện thế, điện dung, tính mật độ điện (dài, mặt, khối) v.v... Mong có ý kiến đóng góp và xây dựng của người đi trước từ bài viết này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO:

- ☞ **Vật lý đại cương (tập 1)** – Lương Duyên Bình (chủ biên) – Nxb Giáo dục – 1996.
- ☞ **Điện học** – PGS. Trương Kim Hiếu – Tủ sách ĐHKH TN Tp. HCM – 1996.
- ☞ **Vật lý II** – Trần Quốc Trân, Nguyễn Dương Hùng – Trường ĐHKT Tp. HCM – 1998.
- ☞ **Các bài toán Vật lý chọn lọc THPT** – PGS-TS Vũ Thanh Khiết – Nxb Giáo dục – 2004.
- ☞ **Cơ sở Vật lý** – David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker – Nxb Giáo dục – 2007.
- ☞ **Một số vấn đề nâng cao trong Vật lý THPT (tập 2)** – Phạm Văn Thiều – Nxb Giáo dục – 2003.
- ☞ **Toán học cao cấp (tập 3)** – IA. B. ZENDOVICH, Hoàng Quý (biên dịch) – Nxb Giáo dục – 1980.

