| Trường THPT MINH KHAI<br>HÀ TĨNH<br>Đề số 5 | ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010<br>Môn thi: TOÁN<br>Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề) |
|---|---|

## I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

**Câu I** (2 điểm): Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ ($C_m$).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 1$.

2) Cho điểm I(1; 3). Tìm $m$ để đường thẳng $d$: $y = x + 4$ cắt ($C_m$) tại 3 điểm phân biệt A(0; 4), B, C sao cho ΔIBC có diện tích bằng $8\sqrt{2}$.

**Câu II** (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y - \sqrt{xy} = 0 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{4y-1} = 2 \end{cases}$.

2) Giải phương trình: $\dfrac{1}{\tan x + \cot 2x} = \dfrac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$

**Câu III** (1 điểm): Tính giới hạn: A = $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos x \sin x - \tan x}{x^2 \sin x}$

**Câu IV** (1 điểm): Cho hình lập phương ABCD.A′B′C′D′ cạnh bằng $a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và C′D′. Tính thể tích khối chóp B′.A′MCN và cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (A′MCN) và (ABCD).

**Câu V** (1 điểm): Cho $x, y, z$ là những số dương thoả mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = xyz$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{x}{x^2 + yz} + \frac{y}{y^2 + xz} + \frac{z}{z^2 + xy} \le \frac{1}{2}$$

## II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

### *1. Theo chương trình chuẩn*

**Câu VI.a** (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ $Oxy$, cho hai đường tròn ($C_1$): $x^2 + y^2 = 13$ và ($C_2$): $(x-6)^2 + y^2 = 25$. Gọi A là một giao điểm của ($C_1$) và ($C_2$) với $y_A > 0$. Viết phương trình đường thẳng $d$ đi qua A và cắt ($C_1$), ($C_2$) theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

2) Giải phương trình: $\left(\sqrt{5} - 1\right)^x + \left(\sqrt{5} + 1\right)^x - 2^{x + \frac{3}{2}} = 0$

**Câu VII.a** (1 điểm): Chứng minh rằng với $\forall n \in N^*$, ta có: $2C_{2n}^2 + 4C_{2n}^4 + ... + 2nC_{2n}^{2n} = \dfrac{n}{2}4^n$.

### *2. Theo chương trình nâng cao*

**Câu VI.b** (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ $Oxy$, cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, tâm $I\left(\dfrac{9}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$ và trung điểm M của cạnh AD là giao điểm của đường thẳng $d$: $x - y - 3 = 0$ với trục $Ox$. Xác định toạ độ của các điểm A, B, C, D biết $y_A > 0$.

2) Giải bất phương trình: $\log_3 \sqrt{x^2 - 5x + 6} + \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x - 2} > \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x + 3}$

**Câu VII.b** (1 điểm): Tìm $a$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x^2 + x + a}{x + a}$ (C) có tiệm cận xiên tiếp xúc với đồ thị của hàm số (C′): $y = x^3 - 6x^2 + 8x - 3$.

============================

*Trần Sĩ Tùng*

<u>**Hướng dẫn:**</u>

**I. PHẦN CHUNG**

**Câu I:** 2) Phương trình hoành độ giao điểm của ($C_m$) và d: $x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = x + 4$ (1)

$$\Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + m + 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \ (y = 4) \\ x^2 + 2mx + m + 2 = 0 \quad (2) \end{array}\right.$$

(1) có 3 nghiệm phân biệt ⇔ (2) có 2 nghiệm phân biệt, khác 0 ⇔ $\begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 2 \end{array}\right. \\ m \neq -2 \end{cases}$ (*)

Khi đó $x_B, x_C$ là các nghiệm của (2) ⇒ $x_B + x_C = -2m,\ x_B.x_C = m + 2$

$$S_{\Delta IBC} = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(I,d).BC = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x_B - x_C)^2} = 8\sqrt{2} \Leftrightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_Bx_C - 128 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 34 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1-\sqrt{137}}{2} \\ m = \dfrac{1+\sqrt{137}}{2} \end{array}\right. \text{ (thoả (*))}$$

**Câu II:** 1) Hệ PT ⇔ $\begin{cases} \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x} - 2\sqrt{y}\right) = 0 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{4y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 0 \\ \sqrt{x-1} + \sqrt{4y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y \\ \sqrt{4y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

2) Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \cot x \neq 1 \end{cases}$. PT ⇔ $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$.

**Câu III:** A = $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos x \sin x - \tan x}{x^2 \sin x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(\cos^2 x - 1)\sin x}{x^2 \sin x.\cos x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-\sin^2 x}{x^2 \cos x} = -1$

**Câu IV:** A′MCN là hình thoi ⇒ MN ⊥ A′C, ΔB′MN cân tại B′ ⇒ MN ⊥ B′O ⇒ MN ⊥ (A′B′C).

- $V_{MA'B'C} = \dfrac{1}{3}MO.S_{\Delta A'B'C} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{1}{2}a.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3}{6} \Rightarrow V_{B'.A'MCN} = 2V_{MA'B'C} = \dfrac{a^3}{3}$
- Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (A′MCN) và (ABCD), P là trung điểm của CD ⇒ NP ⊥ (ABCD).

$S_{\Delta MCN} = \dfrac{a^2\sqrt{6}}{4}$, $S_{\Delta MCP} = \dfrac{a^2}{4} \Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{S_{\Delta MCP}}{S_{\Delta MCN}} = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

**Câu V:** • Từ giả thiết ⇒ $\dfrac{x}{yz} + \dfrac{y}{xz} + \dfrac{z}{xy} = 1$ và $xyz = x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \Rightarrow \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} \leq 1$.

• Chú ý: Với *a, b > 0, ta có:* $\dfrac{4}{a+b} \leq \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{x^2 + yz} = \dfrac{1}{x + \dfrac{yz}{x}} \leq \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{x}{yz}\right)$ (1). Tương tự: $\dfrac{y}{y^2 + xz} \leq \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{y} + \dfrac{y}{xz}\right)$ (2), $\dfrac{z}{z^2 + xy} \leq \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{z} + \dfrac{z}{xy}\right)$ (3)

Từ (1), (2), (3) ⇒ $\dfrac{x}{x^2 + yz} + \dfrac{y}{y^2 + xz} + \dfrac{z}{z^2 + xy} \leq \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} + \dfrac{x}{yz} + \dfrac{y}{xz} + \dfrac{z}{xy}\right) \leq \dfrac{1}{4}(1+1) = \dfrac{1}{2}$.

Dấu "=" xảy ra ⇔ $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = xyz \\ x = y = z \\ x^2 = yz;\ y^2 = xz;\ z^2 = xy \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 3$.

**II. PHẦN TỰ CHỌN**

***1. Theo chương trình chuẩn***

**Câu VI.a:** 1) ($C_1$) có tâm O(0; 0), bán kính $R_1 = \sqrt{13}$. ($C_2$) có tâm $I_2$(6; 0), bán kính $R_2$ = 5. Giao điểm A(2; 3).

Giả sử *d*: $a(x-2) + b(y-3) = 0\ (a^2 + b^2 \neq 0)$. Gọi $d_1 = d(O,d),\ d_2 = d(I_2,d)$.

Từ giả thiết, ta suy ra được: $R_1^2 - d_1^2 = R_2^2 - d_2^2 \Leftrightarrow d_2^2 - d_1^2 = 12 \Leftrightarrow \dfrac{(6a-2a-3b)^2}{a^2+b^2} - \dfrac{(-2a-3b)^2}{a^2+b^2} = 12$

$\Leftrightarrow b^2 + 3ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=-3a \end{array}\right.$.

- Với $b = 0$: Chọn $a = 1 \Rightarrow$ Phương trình $d$: $x - 2 = 0$.
- Với $b = -3a$: Chọn $a = 1$, $b = -3 \Rightarrow$ Phương trình $d$: $x - 3y + 7 = 0$.

2) PT $\Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x + \left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_{\sqrt{5}-1}\left(\sqrt{2}-1\right) \\ x = \log_{\sqrt{5}-1}\left(\sqrt{2}+1\right) \end{array}\right.$.

**Câu VII.a:** Xét $(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + C_{2n}^3 x^3 + C_{2n}^4 x^4 + \ldots + C_{2n}^{2n} x^{2n}$ (1)

$(1-x)^{2n} = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 - C_{2n}^3 x^3 + C_{2n}^4 x^4 - \ldots + C_{2n}^{2n} x^{2n}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow C_{2n}^0 + C_{2n}^2 x^2 + C_{2n}^4 x^4 + \ldots + C_{2n}^{2n} x^{2n} = \dfrac{(1+x)^{2n} + (1-x)^{2n}}{2}$

Lấy đạo hàm 2 vế ta được: $2C_{2n}^2 x + 4C_{2n}^4 x^3 + \ldots + 2nC_{2n}^{2n} x^{2n-1} = n\left[(1+x)^{2n-1} - (1-x)^{2n-1}\right]$

Với $x = 1$, ta được: $2C_{2n}^2 + 4C_{2n}^4 + \ldots + 2nC_{2n}^{2n} = n2^{2n-1} = \dfrac{n}{2}4^n$.

***2. Theo chương trình nâng cao***

**Câu VI.b:** 1) Tìm được M(3; 0) $\Rightarrow$ MI = $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow$ AB = $3\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ AD = $2\sqrt{2}$. Phương trình AD: $x + y - 3 = 0$.

Giả sử A($a$; $3-a$) (với $a < 3$). Ta có AM = $\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow$ A(2; 1). Từ đó suy ra: D(4; –1), B(5; 4), C(7; 2).

2) Điều kiện: $x > 3$. BPT $\Leftrightarrow \log_3\sqrt{x^2-5x+6} + \log_3\sqrt{x+3} > \log_3\sqrt{x-2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9} > 1 \Leftrightarrow x > \sqrt{10}$.

**Câu VII.b:** Điều kiện: $a \neq 0$. Tiệm cận xiên $d$: $y = -x + a + 1$. $d$ tiếp xúc với (C′) $\Leftrightarrow$ Hệ phương trình sau có nghiệm:

$\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 8x - 3 = -x + a + 1 \\ 3x^2 - 12x + 8 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ a = -4 \end{cases}$. Kết luận: $a = -4$.

=====================