Trung tâm BDVH & LTĐH **QUANG MINH** **Đề số 8**	**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010** **Môn thi: TOÁN** Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Gọi I là giao điểm hai tiệm cận của (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng MI.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\cos\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)+\cos\left(\dfrac{3x}{2}-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)=0$

2) Giải phương trình: $\sqrt[4]{x-\sqrt{x^2-1}}+\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}=2$

Câu III (1 điểm): Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: (C): $x=(y-1)^2+1$, (*d*): $y=-x+4$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình (H) quay quanh trục *Oy*.

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, cạnh *a*, $\widehat{ABC}=60^0$, chiều cao SO của hình chóp bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, trong đó O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi M là trung điểm của AD, mặt phẳng (P) chứa BM và song song với SA, cắt SC tại K. Tính thể tích khối chóp K.BCDM.

Câu V (1 điểm): Cho các số dương *x, y, z* thoả mãn: $x^2+y^2+z^2=1$. Chứng minh:

$$\frac{x}{y^2+z^2}+\frac{y}{z^2+x^2}+\frac{z}{x^2+y^2}\ge\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho đường tròn (C) có tâm O, bán kính R = 5 và điểm M(2; 6). Viết phương trình đường thẳng *d* qua M, cắt (C) tại 2 điểm A, B sao cho ΔOAB có diện tích lớn nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $x+y+z+3=0$ và điểm A(0; 1; 2). Tìm toạ độ điểm A′ đối xứng với A qua mặt phẳng (P).

Câu VII.a (1 điểm): Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thiết lập tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số mà hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có đỉnh C(4; 3). Biết phương trình đường phân giác trong (AD): $x+2y-5=0$, đường trung tuyến (AM): $4x+13y-10=0$. Tìm toạ độ đỉnh B.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng: (d_1): $\begin{cases} x=-23+8t \\ y=-10+4t \\ z=t \end{cases}$ và (d_2): $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{1}$. Viết phương trình đường thẳng (*d*) song song với trục *Oz* và cắt cả hai đường thẳng (d_1), (d_2).

Câu VII.b (1 điểm): Tìm *a* để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} 3^x-4\ge 5^{\frac{x}{2}} \\ 1+\log_2(a-x)\ge\log_2(x^4+1) \end{cases}$$

========================

Trần Sĩ Tùng

<u>Hướng dẫn:</u>

I. PHẦN CHUNG

Câu I: 2) Giao điểm của hai tiệm cận là I(1; 2). Gọi M(a; b) $\in$ (C) $\Rightarrow b = \dfrac{2a-1}{a-1}$ (a $\neq$ 1)

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M: $y = -\dfrac{1}{(a-1)^2}(x-a) + \dfrac{2a-1}{a-1}$

Phương trình đwòng thẳng MI: $y = \dfrac{1}{(a-1)^2}(x-1)+2$

Tiếp tuyến tại M vuông góc với MI nên ta có: $-\dfrac{1}{(a-1)^2}.\dfrac{1}{(a-1)^2} = -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0\ (b=1) \\ a=2\ (b=3)\end{array}\right.$

Vậy có 2 điểm cần tìm $M_1(0; 1)$, $M_2(2; 3)$

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow \cos\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos 2\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos 3\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos 4\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}\right)=0$

Đặt $t = \dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{6}$,

PT trở thành: $\cos t+\cos 2t+\cos 3t+\cos 4t = 0 \Leftrightarrow 4\cos\dfrac{t}{2}.\cos t.\cos\dfrac{5t}{2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\dfrac{t}{2}=0 \\ \cos t = 0 \\ \cos\dfrac{5t}{2}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=(2m+1)\pi \\ t=\dfrac{\pi}{2}+l\pi \\ t=\dfrac{\pi}{5}+\dfrac{2k\pi}{5}\end{array}\right.$

- Với $t=(2m+1)\pi \quad \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{3}+(4m+2)\pi$
- Với $t=\dfrac{\pi}{2}+l\pi \quad \Rightarrow x=\dfrac{4\pi}{3}+2l\pi$
- Với $t=\dfrac{\pi}{5}+\dfrac{2k\pi}{5} \quad \Rightarrow x = \dfrac{11\pi}{15}+\dfrac{4k\pi}{5}$

2) Điều kiện: $\begin{cases} x^2-1\geq 0 \\ x\geq\sqrt{x^2-1}\end{cases} \Leftrightarrow x\geq 1$. Khi đó: $\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}} > \sqrt{x+\sqrt{x^2-1}} \geq \sqrt[4]{x+\sqrt{x^2-1}}$ (do $x \geq 1$)

$\Rightarrow$ VT > $\sqrt[4]{x-\sqrt{x^2-1}}+\sqrt[4]{x+\sqrt{x^2-1}} \overset{Cô-Si}{\geq} 2\sqrt[8]{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)} = 2$

$\Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Câu III: Phương trình tung độ giao điểm của (C) và (*d*): $(y-1)^2+1 = 4-y \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=-1\end{array}\right.$

V = $\pi\displaystyle\int_{-1}^{2}\left|(y^2-2y+2)^2-(4-y)^2\right|dy = \dfrac{117\pi}{5}$

Câu IV: Gọi N = BM $\cap$ AC $\Rightarrow$ N là trọng tâm của ΔABD.

Kẻ NK // SA (K $\in$ SC). Kẻ KI // SO (I $\in$ AC) $\Rightarrow$ KI $\perp$ (ABCD). Vậy $V_{K.BCDM} = \dfrac{1}{3}KI.S_{BCDM}$

Ta có: $\Delta SOC \sim \Delta KIC \Rightarrow \dfrac{KI}{SO}=\dfrac{CK}{CS}$ (1), $\Delta KNC \sim \Delta SAC \Rightarrow \dfrac{CK}{CS}=\dfrac{CN}{CA}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{KI}{SO}=\dfrac{CN}{CA}=\dfrac{CO+ON}{2CO}=\dfrac{CO+\frac{1}{3}CO}{2CO}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow KI=\dfrac{2}{3}SO=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Ta có: ΔADC đều $\Rightarrow$ CM $\perp$ AD và CM = $\dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{BCDM} = \dfrac{1}{2}(DM+BC).CM = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^2$

$\Rightarrow V_{K.BCDM} = \frac{1}{3}KI.S_{BCDM} = \frac{a^3}{8}$

Câu V: Ta có $\frac{x}{y^2+z^2} = \frac{x}{1-x^2}$. Ta cần chứng minh: $\frac{x}{1-x^2} \ge \frac{3\sqrt{3}x^2}{2}$.

Thật vậy, áp dụng BĐT Cô–si ta có: $2x^2\left(1-x^2\right)^2 = 2x^2(1-x^2)(1-x^2) \le \left(\frac{2x^2+1-x^2+1-x^2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}$

$\Rightarrow x(1-x^2) \le \frac{2}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{x}{1-x^2} \ge \frac{3\sqrt{3}x^2}{2} \Rightarrow \frac{x}{y^2+z^2} \ge \frac{3\sqrt{3}x^2}{2}$ (1)

Tương tự: $\frac{y}{x^2+z^2} \ge \frac{3\sqrt{3}y^2}{2}$ (2), $\frac{z}{x^2+y^2} \ge \frac{3\sqrt{3}z^2}{2}$ (3)

Do đó: $\frac{x}{y^2+z^2} + \frac{y}{x^2+z^2} + \frac{z}{x^2+y^2} \ge \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(x^2+y^2+z^2\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

II. PHẦN TỰ CHỌN

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: 1) Tam giác OAB có diện tích lớn nhất $\Leftrightarrow$ ΔOAB vuông cân tại O. Khi đó $d(O,d) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Giả sử phương trình đường thẳng *d*: $A(x-2) + B(y-6) = 0$ $(A^2+B^2 \ne 0)$

Ta có: $d(O,d) = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|-2A-6B|}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 47B^2 + 48AB - 17A^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B = \frac{-24-5\sqrt{55}}{47}A \\ B = \frac{-24+5\sqrt{55}}{47}A \end{array}\right.$

• Với $B = \frac{-24-5\sqrt{55}}{47}A$: chọn A = 47 $\Rightarrow$ B = $-24-5\sqrt{55}$ $\Rightarrow$ *d*: $47(x-2) - \left(24+5\sqrt{55}\right)(y-6) = 0$

• Với $B = \frac{-24+5\sqrt{55}}{47}A$: chọn A = 47 $\Rightarrow$ B = $-24+5\sqrt{55}$ $\Rightarrow$ *d*: $47(x-2) + \left(-24+5\sqrt{55}\right)(y-6) = 0$

2) (P) có VTPT $\vec{n} = (1;1;1)$. Giả sử A′(*x; y; z*). Gọi I là trung điểm của AA′ $\Rightarrow I\left(\frac{x}{2};\frac{y+1}{2};\frac{z+2}{2}\right)$.

Ta có: A′ đối xứng với A qua (P) $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AA'}, \vec{n} \text{ cùng phương} \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1} \\ \frac{x}{2} + \frac{y+1}{2} + \frac{z+2}{2} + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \\ z = -2 \end{cases}$

Vậy: A′(–4; –3; –2).

Câu VII.a: Số các số gồm 6 chữ số khác nhau lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là: 6! (số)

Số các số gồm 6 chữ số khác nhau mà có 2 số 1 và 6 đứng cạnh nhau là: 2.5! (số)

$\Rightarrow$ Số các số thoả yêu cầu bài toán là: 6! – 2.5! = 480 (số)

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: 1) Ta có A = AD ∩ AM $\Rightarrow$ A(9; –2). Gọi C′ là điểm đối xứng của C qua AD $\Rightarrow$ C′ ∈ AB.

Ta tìm được: C′(2; –1). Suy ra phương trình (AB): $\frac{x-9}{2-9} = \frac{y+2}{-1+2} \Leftrightarrow x + 7y + 5 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng *Cx* // AB $\Rightarrow$ (*Cx*): $x + 7y - 25 = 0$

Gọi A′ = *Cx* ∩ AM $\Rightarrow$ A′(–17; 6). M là trung điểm của AA′ $\Rightarrow$ M(–4; 2)

M cũng là trung điểm của BC $\Rightarrow$ B(–12; 1).

2) Giả sử $A(-23+8t_1;-10+4t_1;t_1) \in d_1$, $B(3+2t_2;-2-2t_2;t_2) \in d_2$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2t_2 - 8t_1 + 26; -2t_2 - 4t_1 + 8; t_2 - t_1)$

AB // $Oz \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \vec{k}$ *cùng phương* $\Leftrightarrow \begin{cases} 2t_2 - 8t_1 + 26 = 0 \\ -2t_2 - 4t_1 + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{17}{6} \\ t_2 = -\dfrac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\dfrac{1}{3}; \dfrac{4}{3}; \dfrac{17}{6}\right)$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x = -\dfrac{1}{3} \\ y = \dfrac{4}{3} \\ z = \dfrac{17}{6} + t \end{cases}$

Câu VII.b: $\begin{cases} 3^x - 4 \ge 5^{\frac{x}{2}} & (1) \\ 1 + \log_2(a - x) \ge \log_2(x^4 + 1) & (2) \end{cases}$

• (1) $\Leftrightarrow 3^x - 5^{\frac{x}{2}} - 4 \ge 0$. Đặt *f(x)* = $3^x - 5^{\frac{x}{2}} - 4$. Ta có: *f′(x)* = $\ln 3.3^x - \dfrac{\ln 5}{2}.5^{\frac{x}{2}} > 0, \forall x \in R$

$\Rightarrow$ *f(x)* đồng biến. Mặt khác *f(2)* = 0, nên nghiệm của (1) là: $S_1 = [2; +\infty)$

• (2) $\Leftrightarrow \log_2\left[2(a - x)\right] \ge \log_2(x^4 + 1) \Leftrightarrow 2(a - x) \ge x^4 + 1 \Leftrightarrow a \ge \dfrac{x^4}{2} + x + \dfrac{1}{2}$ (*)

• Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ (*) có nghiệm thuộc $[2; +\infty)$

Đặt *g(x)* = $\dfrac{x^4}{2} + x + \dfrac{1}{2}$. Ta có: *g′(x)* = $2x^3 + 1 > 0, \forall x \ge 2 \Rightarrow$ *g(x)* đồng biến trên $[2; +\infty)$ và *g(2)* = $\dfrac{21}{2}$.

Do đó (*) có nghiệm thuộc $[2; +\infty) \Leftrightarrow a \ge \dfrac{21}{2}$.

Vậy để hệ có nghiệm thì $a \ge \dfrac{21}{2}$.

====================