Trung tâm BDVH & LTĐH **QUANG MINH** **Đề số 10**	**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010** **Môn thi: TOÁN** Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{2x+3}$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại O.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\dfrac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)} = \sqrt{3}$

2) Giải hệ phương trình: $2\sqrt[3]{3x-2} + 3\sqrt{6-5x} - 8 = 0$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: I = $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 x - 1)\cos^2 x.dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D; AB = AD = 2*a*, CD = *a*; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng 60^0. Gọi I là trung điểm của AD. Hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo *a*.

Câu V (1 điểm): Cho các số thực dương *x, y, z* thoả mãn: $x(x+y+z) = 3yz$. Chứng minh:

$$(x+y)^3 + (x+z)^3 + 3(x+y)(x+z)(y+z) \le 5(y+z)^3$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho hình chữ nhật ABCD có giao điểm hai đường chéo AC và BD là điểm I(6; 2). Điểm M(1; 5) thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng Δ: $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Câu VII.a (1 điểm): Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình: $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức:

A = $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng Δ có phương trình: $x + my - 2m + 3 = 0$. Gọi I là tâm đường tròn (C). Tìm *m* để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$ và hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình Δ_1: $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+9}{6}$, Δ_2: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$. Xác định toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 bằng khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P).

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2(xy) \\ 3^{x^2 - xy + y^2} = 81 \end{cases}$$

==============================

Hướng dẫn:

I. PHẦN CHUNG

Câu I: 2) Gọi $(x_0;y_0)$ là toạ độ của tiếp điểm.

Tam giác OAB cân tại O nên tiếp tuyến song song với một trong hai đường thẳng $y=x$ hoặc $y=-x$.

$$\Rightarrow y'(x_0)=\pm1 \Leftrightarrow \frac{-1}{(2x_0+3)^2}=\pm1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1\ (y_0=1) \\ x_0=-2\ (y_0=0)\end{array}\right.$$

• Với $\begin{cases} x_0=-1 \\ y_0=1\end{cases} \Rightarrow \Delta:\ y=-x$ (loại) • Với $\begin{cases} x_0=-2 \\ y_0=0\end{cases} \Rightarrow \Delta:\ y=-x-2$ (nhận)

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=-x-2$.

Câu II: 1) Điều kiện: $\begin{cases} 1+2\sin x\neq 0 \\ 1-\sin x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -\dfrac{\pi}{6}+m2\pi \\ x\neq \dfrac{7\pi}{6}+n2\pi \\ x\neq \dfrac{\pi}{2}+p2\pi \end{cases}$

PT $\Leftrightarrow \dfrac{\cos x-2\sin x.\cos x}{1-\sin x+2\sin x-2\sin^2 x}=\sqrt{3} \Leftrightarrow \cos x-\sin 2x=\sqrt{3}(\sin x+\cos 2x)$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x=\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi & (loại) \\ x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3} & (nhận)\end{array}\right.$$

Vậy PT có nghiệm: $x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3}$.

2) Điều kiện: $x\le\dfrac{6}{5}$. Đặt $\begin{cases} u=\sqrt[3]{3x-2} \\ v=\sqrt{6-5x}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^3=3x-2 \\ v^2=6-5x\end{cases}$.

Ta có hệ PT: $\begin{cases} 2u+3v=8 \\ 5u^3+3v^2=8\end{cases}$. Giải hệ này ta được $\begin{cases} u=-2 \\ v=4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-2=-2 \\ 6-5x=16\end{cases} \Leftrightarrow x=-2$.

Thử lại, ta thấy $x=-2$ là nghiệm của PT. Vậy PT có nghiệm $x=-2$.

Câu III: $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^5 x\,dx-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\,dx = A-B$.

• $A=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^5 x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x.\cos x.dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1-\sin^2 x\right)^2 d(\sin x)=\frac{8}{15}$

• $B=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\,dx=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2x).dx=\frac{\pi}{4}$

Vậy $I=\dfrac{8}{15}-\dfrac{\pi}{4}$.

Câu IV: Gọi E là trung điểm của AB $\Rightarrow$ BC = $a\sqrt{5}$. Ta có: $S_{BIC}=S_{ABCD}-S_{ABI}-S_{CDI}=\dfrac{3a^2}{2}$

Trong tam giác BIC, kẻ đường cao IF, ta có: IF = $\dfrac{2S_{BIC}}{BC}=\dfrac{3a}{\sqrt{5}}$.

Từ giả thiết $\Rightarrow$ SI $\perp$ (ABCD) $\Rightarrow \widehat{SFI}=60^0 \Rightarrow$ SI = $IF.\tan 60^0=\dfrac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow$ Thể tích khối chóp S.ABCD: $V=\dfrac{1}{3}SI.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{5}}.3a^2=\dfrac{3\sqrt{15}}{5}a^3$.

Câu V: Xét điều kiện: $x^2+xy+xz=3yz \Rightarrow (x+y)^2+(x+z)^2=2(y+z)^2-(y-z)^2$

$$\Rightarrow \left(\frac{x+y}{y+z}\right)^2+\left(\frac{x+z}{y+z}\right)^2=2-\left(\frac{x+y}{y+z}-\frac{x+z}{y+z}\right)^2 \quad (*)$$

Đặt $u=\dfrac{x+y}{y+z}$, $v=\dfrac{x+z}{y+z}$ (u, $v>0$). Từ (*) $\Rightarrow u^2+v^2=2-(u-v)^2 \Rightarrow u^2+v^2-uv=1 \quad (1)$

Khi đó ta có: BĐT $\Leftrightarrow \left(\dfrac{x+y}{y+z}\right)^3+\left(\dfrac{x+z}{y+z}\right)^3+3\left(\dfrac{x+y}{y+z}\right)\left(\dfrac{x+z}{y+z}\right)\le 5 \Leftrightarrow u^3+v^3+3uv\le 5$

$$\Leftrightarrow (u+v)(u^2-uv+v^2)+3uv\le 5 \Leftrightarrow u+v+3uv\le 5 \quad (2) \text{ (do (1))}$$

Mặt khác từ (1) ta có: $uv=1-(u-v)^2\le 1 \quad (3)$

$$\text{và } (u+v)^2=1+3uv\le 1+\frac{3}{4}(u+v)^2 \Rightarrow (u+v)^2\le 4 \Rightarrow u+v\le 2 \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) ta suy ra được điều cần chứng minh (2).

II. PHẦN TỰ CHỌN

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: 1) Giả sử E(a; $5-a$) $\in \Delta \Rightarrow \overrightarrow{IE}=(a-6;3-a)$

Gọi P là điểm đối xứng của E qua I $\Rightarrow$ P($12-a$; $a-1$), $\overrightarrow{MP}=(11-a;a-6)$

Ta có: $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{IE}=0 \Leftrightarrow (11-a)(a-6)+(a-6)(3-a)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=7 \end{array}\right.$

Đường thẳng đi qua M(1; 5) và nhận $\overrightarrow{IE}$ làm VTPT.

• Với $a=6 \Rightarrow \overrightarrow{IE}=(0;-3) \Rightarrow$ Phương trình AB: $y=5$

• Với $a=7 \Rightarrow \overrightarrow{IE}=(1;-4) \Rightarrow$ Phương trình AB: $x-4y+19=0$

2) (S) có tâm I(1; 2; 3), bán kính R = 5

$d(I,(P))=3<R \Rightarrow$ (P) cắt (S) theo một đường tròn (C).

Dễ xác định tâm đường tròn (C) là J(3; 0; 2) và bán kính là r = 4.

Câu VII.a: PT có các nghiệm: $z_1=-1-3i$, $z_2=-1+3i$

$\Rightarrow$ A = $|z_1|^2+|z_2|^2=20$

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: 1) (C) có tâm I(–2; –2), bán kính R = $\sqrt{2}$.

Ta có: $S_{IAB}=\dfrac{1}{2}IA.IB.\sin\widehat{AIB}=\dfrac{1}{2}R^2\sin\widehat{AIB}\le\dfrac{1}{2}R^2=1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sin\widehat{AIB}=1 \Leftrightarrow \widehat{AIB}=90^0 \Leftrightarrow$ ΔAIB vuông cân tại I

Khi đó: $d(I,\Delta)=\dfrac{R}{\sqrt{2}}=1 \Leftrightarrow \dfrac{|-2-2m-2m+3|}{\sqrt{1+m^2}}=1 \Leftrightarrow 15m^2-8m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{8}{15} \end{array}\right.$

2) Giả sử: $M(-1+t;t;-9+6t) \in \Delta_1$.

Khoảng cách từ M đến Δ_2: $d(M,\Delta_2)=\dfrac{\sqrt{(8t-14)^2+(-14t+20)^2+(t-4)^2}}{3}$

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P): $d(M,(P))=\dfrac{|11t-20|}{3}$

Từ đó ta có: $\dfrac{\sqrt{(8t-14)^2+(-14t+20)^2+(t-4)^2}}{3}=\dfrac{|11t-20|}{3}$

$$\Leftrightarrow 140t^2-352t+212=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\dfrac{53}{35} \end{array}\right.$$

Trần Sĩ Tùng

• Với $t = 1 \Rightarrow$ M(0; 1; –3) • Với $t = \frac{53}{35} \Rightarrow M\left(\frac{18}{35};\frac{53}{35};\frac{3}{35}\right)$

Câu VII.b: Điều kiện: $xy > 0$

Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2xy \\ x^2 - xy + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = 2 \\ x = y = -2 \end{array}\right.$

vậy hệ phương trình có 2 nghiệm: (2; 2), (–2; –2).

======================