Trường THPT Phan Châu Trinh ĐÀ NẴNG Đề số 13	ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010 Môn thi: TOÁN – Khối D Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Viết phương trình đường thẳng *d* qua điểm $I(-1;1)$ và cắt đồ thị (*C*) tại hai điểm *M*, *N* sao cho *I* là trung điểm của đoạn *MN*.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\cos 3x+\sin 2x=\sqrt{3}(\sin 3x+\cos 2x)$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\left(x^3-y^3\right)=4xy \\ x^2y^2=9 \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình: $(m-2)\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)=x^2-m$ có nghiệm.

Câu IV (1 điểm): Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là *a* và khoảng cách từ *A* đến mặt phẳng (*A'BC*) bằng $\dfrac{a}{2}$. Tính theo *a* thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu V (1 điểm): Chứng minh $\dfrac{a^2}{a+b}+\dfrac{b^2}{b+c}+\dfrac{c^2}{c+a}+\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}\right)\ge a+b+c$ với mọi số dương $a;b;c$.

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Giải bất phương trình: $1+\log_2 x+\log_2(x+2)>\log_{\sqrt{2}}(6-x)$

2) Tính: $\int \ln x^2 dx$

Câu VII.a (1 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (*Oxy*). Lập phương trình đường thẳng qua $M(2;1)$ và tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} y^2+x=x^2+y \\ 2^x=3^{y+1} \end{cases}$

2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\cos 2x-1}{\cos 2x+1}$.

Câu VII.b (1 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *(Oxy)* , cho điểm $M\left(\sqrt{3};\dfrac{1}{2}\right)$. Viết phương trình chính tắc của elip đi qua điểm *M* và nhận $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ làm tiêu điểm.

============================

Hướng dẫn:

I. PHẦN CHUNG

Câu I: 2) Gọi d là đường thẳng qua I và có hệ số góc k $\Rightarrow$ PT $d: y = k(x+1)+1$.

Ta có: d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt M, N $\Leftrightarrow PT: \dfrac{x-3}{x+1} = kx+k+1$ có 2 nghiệm phân biệt khác -1.

Hay: $f(x) = kx^2 + 2kx + k + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác -1 $\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = -4k > 0 \\ f(-1) = 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k < 0$

Mặt khác: $x_M + x_N = -2 = 2x_I \Leftrightarrow$ I là trung điểm MN với $\forall k < 0$.

Kết luận: PT đường thẳng cần tìm là $y = kx + k + 1$ với $k < 0$.

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow \cos 3x - \sqrt{3}\sin 3x = \sqrt{3}\cos 2x + \sin 2x \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\cos 3x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 3x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x + \dfrac{1}{2}\sin 2x$

$$\Leftrightarrow \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{10} + \dfrac{k2\pi}{5} \end{array}\right.$$

2) Ta có : $x^2y^2 = 9 \Leftrightarrow xy = \pm 3$.

- Khi: $xy = 3$, ta có: $x^3 - y^3 = 4$ và $x^3.(-y^3) = -27$

Suy ra: $x^3; (-y^3)$ là các nghiệm của phương trình: $X^2 - 4X - 27 = 0 \Leftrightarrow X = 2 \pm \sqrt{31}$

Vậy nghiệm của Hệ PT là $x = \sqrt[3]{2+\sqrt{31}}, y = -\sqrt[3]{2-\sqrt{31}}$ hoặc $x = \sqrt[3]{2-\sqrt{31}}, y = -\sqrt[3]{2+\sqrt{31}}$.

- Khi: $xy = -3$, ta có: $x^3 - y^3 = -4$ và $x^3.(-y^3) = 27$

Suy ra: $x^3; (-y^3)$ là nghiệm của phương trình: $X^2 + 4X + 27 = 0$ $\quad (PTVN)$

Câu III: Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$. Điều kiện: $t \geq 1$. PT trở thành: $(m-2)(t+1) = t^2 - m - 1 \Leftrightarrow m = t + \dfrac{1}{t+2} \quad (t \geq 1)$

Xét hàm số: $f(t) = t + \dfrac{1}{t+2} \Rightarrow f'(t) = 1 - \dfrac{1}{(t+2)^2} = \dfrac{t^2+4t+3}{(t+2)^2}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \quad (loại) \\ t = -3 \quad (loại) \end{array}\right.$. Dựa vào BBT, ta kết luận $m \geq \dfrac{4}{3}$.

Câu IV: Gọi M là trung điểm BC, hạ AH vuông góc với A′M. Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $AH \perp A'M \Rightarrow AH \perp (A'BC) \Rightarrow AH = \dfrac{a}{2}$.

Mặt khác: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{A'A^2} + \dfrac{1}{AM^2} \Rightarrow AA' = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Kết luận: $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu V: Ta có: $\dfrac{a^2}{a+b} = a - \dfrac{ab}{a+b} \geq a - \dfrac{ab}{2\sqrt{ab}} = a - \dfrac{1}{2}\sqrt{ab}$ $\quad (1)$

Tương tự: $\dfrac{b^2}{b+c} \geq b - \dfrac{1}{2}\sqrt{bc}$ $\quad (2)$, $\quad \dfrac{c^2}{c+a} \geq c - \dfrac{1}{2}\sqrt{ca}$ $\quad (3)$.

Cộng (1), (2), (3), ta có: $\dfrac{a^2}{a+b} + \dfrac{b^2}{b+c} + \dfrac{c^2}{c+a} + \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}\right) \geq a + b + c$

II. PHẦN TỰ CHỌN

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: 1) Điều kiện: $0 < x < 6$.

BPT $\Leftrightarrow \log_2\left(2x^2+4x\right) > \log_2(6-x)^2 \Leftrightarrow 2x^2+4x > (6-x)^2 \Leftrightarrow x^2+16x-36>0 \Leftrightarrow x<-18$ hay $2<x$

So sánh với điều kiện. Kết luận: Nghiệm của BPT là $2<x<6$.

2) Đặt $\begin{cases} u=\ln x^2 \\ dv=dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{2}{x}dx \\ v=x \end{cases}$. Suy ra : $I=\int \ln x^2 dx = x\ln x^2 - \int 2dx = x\ln x^2 - 2x + C$

Câu VII.a: Gọi $A(a;0), B(0;b)$ là giao điểm của d với Ox, Oy, suy ra: $d: \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

Theo giả thiết, ta có: $\begin{cases} \dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}=1 \\ |ab|=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+a=ab \\ |ab|=8 \end{cases}$.

- Khi $ab=8$ thì $2b+a=8$. Nên: $b=2; a=4 \Rightarrow d_1: x+2y-4=0$.
- Khi $ab=-8$ thì $2b+a=-8$. Ta có: $b^2+4b-4=0 \Leftrightarrow b=-2\pm 2\sqrt{2}$.

  + Với $b=-2+2\sqrt{2} \Rightarrow d_2: \left(1-\sqrt{2}x\right)+2\left(1+\sqrt{2}\right)y-4=0$

  + Với $b=-2-2\sqrt{2} \Rightarrow d_3: \left(1+\sqrt{2}x\right)+2\left(1-\sqrt{2}\right)y+4=0$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: 1) $\begin{cases} y^2+x=x^2+y & (1) \\ 2^x=3^{y+1} & (2) \end{cases}$ (*).

Từ (1) ta có: $y^2+x=x^2+y \Leftrightarrow (y-x)(y+x-1=0) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x \\ y=1-x \end{array}\right.$

- Khi: $y=x$ thì (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ 2^x=3^{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\log_{\frac{2}{3}}3 \\ y=\log_{\frac{2}{3}}3 \end{cases}$.
- Khi: $y=1-x$ thì (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} y=1-x \\ 2^x=3^{2-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\log_6 9 \\ y=1-\log_6 9 \end{cases}$

2) Ta có: $f(x)=-\tan^2 x = 1-\dfrac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow F(x)=x-\tan x + C$

Câu VII.b: PTCT elip (E) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 (a>b>0)$.

Ta có: $\begin{cases} a^2-b^2=3 \\ \dfrac{3}{a^2}+\dfrac{1}{4b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ b^2=1 \end{cases}$. Vậy (E): $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$

=====================