Trường THPT Phan Châu Trinh ĐÀ NẴNG Đề số 11	ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010 Môn thi: TOÁN – Khối A Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x.$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (*C*), biết tiếp tuyến này đi qua gốc tọa độ *O*.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=3\sin x+\cos x+2$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2y^2-x^2=1\\2x^3-y^3=2y-x\end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình: $m\sqrt{x^2-2x+2}=x+2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng *a*. Tính theo *a* thể tích khối chóp S.ABCD và tính bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp đó.

Câu V (1 điểm): Với mọi số thực *x, y* thỏa điều kiện $2\left(x^2+y^2\right)=xy+1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{x^4+y^4}{2xy+1}$.

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2.27^x+18^x=4.12^x+3.8^x$.

2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\tan x}{1+\cos^2 x}$.

Câu VII.a (1 điểm): Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $I\left(1;-2;3\right)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục *Oy*.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Giải bất phương trình: $x^{4+\log_3 x}>243$.

2) Tìm *m* để hàm số $y=\frac{mx^2-1}{x}$ có 2 điểm cực trị *A*, *B* và đoạn *AB* ngắn nhất.

Câu VII.b (1 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho đường tròn $\left(C\right): x^2+y^2+2x=0$. Viết phương trình tiếp tuyến của $\left(C\right)$, biết góc giữa tiếp tuyến này và trục tung bằng 30°.

============================

Hướng dẫn:

I. PHẦN CHUNG

Câu I: 2) PTTT Δ của (C) tại điểm $M_0\left(x_0;y_0\right)$ là $\Delta: y=\left(x_0^2-4x_0+3\right)\left(x-x_0\right)+\frac{1}{3}x_0^3-2x_0^2+3x_0$

Δ qua O $\Leftrightarrow x_0=0, x_0=3 \Rightarrow$ Các tiếp tuyến cần tìm: $y=3x$, $y=0$.

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow \left(\sin x+\cos x+1\right)\left(2\cos x-3\right)=0$

$\Leftrightarrow \sin x+\cos x=-1 \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\pi+k2\pi \end{array}\right.$.

KL: nghiệm PT là $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\qquad x=\pi+k2\pi$.

2) Ta có: $2x^3-y^3=\left(2y^2-x^2\right)\left(2y-x\right) \Leftrightarrow x^3+2x^2y+2xy^2-5y^3=0$

Khi $y=0$ thì hệ VN.

Khi $y\neq 0$, chia 2 vế cho $y^3\neq 0$ ta được: $\left(\frac{x}{y}\right)^3+2\left(\frac{x}{y}\right)^2+2\left(\frac{x}{y}\right)-5=0$

Đặt $t=\frac{x}{y}$, ta có : $t^3+2t^2+2t-5=0 \Leftrightarrow t=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=1, x=y=-1$

Câu III: Ta có: $x^2-2x+2\geq 1$ nên PT $\Leftrightarrow m=\frac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+2}}$

Xét $f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+2}} \Rightarrow f'(x)=\frac{4-3x}{\left(x^2-2x+2\right)\sqrt{x^2-2x+2}}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}; f\left(\frac{4}{3}\right)=\sqrt{10}; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

Kết luận: $1<m<\sqrt{10}$

Câu IV: Gọi O là giao điểm AC và BD $\Rightarrow SO\perp(ABCD)$. Ta có: $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{a^2-\frac{2a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

$S_{ABCD}=a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{6}a^3\sqrt{2}$

Gọi M, N là trung điểm AB và CD và I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác SMN. Ta chứng minh I cách đều các mặt của hình chóp

$S_{\Delta SMN}=pr \Rightarrow r=\frac{2a^2\sqrt{2}}{4\left(a+a\sqrt{3}\right)}=\frac{a\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{4}$

Câu V: Đặt $t=xy$. Ta có: $xy+1=2\left(\left(x+y\right)^2-2xy\right)\geq -4xy \Rightarrow xy\geq -\frac{1}{5}$

Và $xy+1=2\left(\left(x-y\right)^2+2xy\right)\geq 4xy \Rightarrow xy\leq\frac{1}{3}$.

Suy ra : $P=\frac{\left(x^2+y^2\right)^2-2x^2y^2}{2xy+1}=\frac{-7t^2+2t+1}{4(2t+1)}$.Điều kiện: $-\frac{1}{5}\leq t\leq\frac{1}{3}$.

Do đó: $P'=\frac{7\left(-t^2-t\right)}{2\left(2t+1\right)^2}$, $P'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t=0 & (\textit{thoả}) \\ t=-1 & (\textit{loại}) \end{array}\right.$

$P\left(-\frac{1}{5}\right)=P\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{15}$ và $P\left(0\right)=\frac{1}{4}$.

Kết luận: Max P = $\frac{1}{4}$ và Min P = $\frac{2}{15}$

II. PHẦN TỰ CHỌN

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: 1) PT $\Leftrightarrow 2.3^{3x}+2^x.3^{2x}=4.2^{2x}3^x+3.2^{3x}$ $\Leftrightarrow 2\left(\frac{3}{2}\right)^{3x}+\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-4\left(\frac{3}{2}\right)^{x}-3=0 \Leftrightarrow x=1$

2) Ta có: $I=\int\frac{\cos x\sin x}{\cos^2 x\left(1+\cos^2 x\right)}dx$. Đặt $t=\cos^2 x \Rightarrow dt=-2\cos x\sin xdx$

Suy ra : $I=-\frac{1}{2}\int\frac{dt}{t(t+1)}=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{t+1}-\frac{1}{t}\right)dt=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{t+1}{t}\right|+C = =\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\cos^2 x}{\cos^2 x}\right)+C$

Câu VII.a: Gọi M là hình chiếu của $I(1;-2;3)$ lên Oy, ta có: $M(0;-2;0)$.

$\overrightarrow{IM}=(-1;0;-3)\Rightarrow R=IM=\sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Kết luận: PT mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: 1) Điều kiện : $x>0$. BPT $\Leftrightarrow (4+\log_3 x)\log_3 x>5$

Đặt $t=\log_3 x$. Ta có: $t^2+4t-5>0 \Leftrightarrow t<-5$ hoặc $1<t$ $\Leftrightarrow 0<x<\frac{1}{243}$ hoặc $x>3$.

2) Ta có: $y'=\frac{mx^2+1}{x^2}$. Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt, khác 0 $\Leftrightarrow m<0$

Khi đó các điểm cực trị là: $A\left(-\frac{1}{\sqrt{-m}};2\sqrt{-m}\right), B\left(\frac{1}{\sqrt{-m}};-2\sqrt{-m}\right)\Rightarrow AB^2=\frac{4}{(-m)}+16(-m)$

$AB^2\ge 2\sqrt{\frac{4}{(-m)}.16(-m)}=16$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$. Kết luận: $m=-\frac{1}{2}$.

Câu VII.b: $(C):(x+1)^2+y^2=1\Rightarrow I(-1;0);R=1$. Hệ số góc của tiếp tuyến (Δ) cần tìm là $\pm\sqrt{3}$.

$\Rightarrow$ PT (Δ) có dạng $(\Delta_1):\sqrt{3}x-y+b=0$ hoặc $(\Delta_2):\sqrt{3}x+y+b=0$

- $(\Delta_1):\sqrt{3}x-y+b=0$ tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow d(I,\Delta_1)=R$ $\Leftrightarrow \frac{\left|b-\sqrt{3}\right|}{2}=1 \Leftrightarrow b=\pm 2+\sqrt{3}$.

  Kết luận: $(\Delta_1):\sqrt{3}x-y\pm 2+\sqrt{3}=0$

- $(\Delta_2):\sqrt{3}x+y+b=0$ tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow d(I,\Delta_2)=R$ $\Leftrightarrow \frac{\left|b-\sqrt{3}\right|}{2}=1 \Leftrightarrow b=\pm 2+\sqrt{3}$.

  Kết luận: $(\Delta_2):\sqrt{3}x+y\pm 2+\sqrt{3}=0$.

=====================