Trường THPT Phan Châu Trinh ĐÀ NẴNG Đề số 12	ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010 Môn thi: TOÁN – Khối B Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 2m$ (*1*), với *m* là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi *m* = 1.

2) Chứng minh đồ thị hàm số (*1*) luôn cắt trục *Ox* tại ít nhất hai điểm phân biệt, với mọi $m < 0$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 4\sin x = 1$

2) Tìm các giá trị của tham số *m* sao cho hệ phương trình $\begin{cases} 2y - x = m \\ y + \sqrt{xy} = 1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Câu III (1 điểm): Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{(x-1)^2}{(2x+1)^4}$.

Câu IV (1 điểm): Cho khối tứ diện *ABCD*. Trên các cạnh *BC*, *BD*, *AC* lần lượt lấy các điểm *M*, *N*, *P* sao cho $BC = 4BM$, $BD = 2BN$ và $AC = 3AP$. Mặt phẳng (*MNP*) chia khối tứ diện *ABCD* làm hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

Câu V (1 điểm): Với mọi số thực dương $x; y; z$ thỏa điều kiện $x + y + z \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x + y + z + 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right).$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2x^{\log_4 x} = 8^{\log_2 \sqrt{x}}$.

2) Viết phương trình các đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt sao cho hoành độ và tung độ của mỗi điểm đều là các số nguyên.

Câu VII.a (1 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho đường thẳng $(d): 2x - y - 4 = 0$. Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với các trục tọa độ và có tâm ở trên đường thẳng (*d*).

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Giải bất phương trình: $2(1 + \log_2 x)\log_4 x + \log_8 x < 0$

2) Tìm *m* để đồ thị hàm số $y = x^3 + (m-5)x^2 - 5mx$ có điểm uốn ở trên đồ thị hàm số $y = x^3$.

Câu VII.b (1 điểm): Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho các điểm $A(-1;3;5), B(-4;3;2), C(0;2;1)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.

============================

Hướng dẫn:

I. PHẦN CHUNG

Câu I: 2) Phương trình HĐGĐ của đồ thị (1) và trục *Ox*: $x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 2m = 0$ (*).

Đặt $t = x^2 \left(t \geq 0\right)$, ta có : $t^2 - 2m^2t + m^4 + 2m = 0$ (**)

Ta có : $\Delta' = -2m > 0$ và $S = 2m^2 > 0$ với mọi $m < 0$. Nên PT (**) có nghiệm dương.

$\Rightarrow$ PT (*) có ít nhất 2 nghiệm phân biệt (đpcm).

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x + 4\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin x\cos x - 2\sin^2 x + 4\sin x = 0$.

$$\Leftrightarrow 2\left(\sqrt{3}\cos x - \sin x + 2\right)\sin x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x - \sqrt{3}\cos x = 2 \\ \sin x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = 1 \\ x = k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = k\pi \end{array}\right.$$

2) $\begin{cases} 2y - x = m & (1) \\ y + \sqrt{xy} = 1 & (2) \end{cases}$. Từ (1) $\Rightarrow x = 2y - m$, nên (2) $\Leftrightarrow \sqrt{2y^2 - my} = 1 - y \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 1 \\ m = y - \dfrac{1}{y} + 2 \end{cases}$ (vì $y \neq 0$)

Xét $f\left(y\right) = y - \dfrac{1}{y} + 2 \Rightarrow f'\left(y\right) = 1 + \dfrac{1}{y^2} > 0$

Dựa vào BTT ta kết luận được hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m > 2$.

Câu III: Ta có: $f\left(x\right) = \dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{x-1}{2x+1}\right)^2.\left(\dfrac{x-1}{2x+1}\right)' \Rightarrow F\left(x\right) = \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{x-1}{2x+1}\right)^3 + C$

Câu IV: Gọi T là giao điểm của MN với CD; Q là giao điểm của PT với AD.

Vẽ DD′ // BC, ta có: DD′=BM $\Rightarrow \dfrac{TD}{TC} = \dfrac{DD'}{MC} = \dfrac{1}{3}$.

Mà: $\dfrac{TD}{TC} = \dfrac{AP}{AC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow AT \parallel DP \Rightarrow \dfrac{QD}{QA} = \dfrac{DP}{AT} = \dfrac{CP}{CA} = \dfrac{2}{3}$

Nên: $\dfrac{V_{A.PQN}}{V_{A.CDN}} = \dfrac{AP}{AC}.\dfrac{AQ}{AD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{5} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow V_{A.PQN} = \dfrac{1}{10}V_{ABCD}$ (1)

Và: $\dfrac{V_{C.PMN}}{V_{C.ABN}} = \dfrac{CP}{CA}.\dfrac{CM}{CB} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow V_{ABMNP} = \dfrac{1}{4}V_{ABCD}$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra : $V_{ABMNQP} = \dfrac{7}{20}V_{ABCD}$.

Kết luận: Tỉ số thể tích cần tìm là $\dfrac{7}{13}$ hoặc $\dfrac{13}{7}$.

Câu V: Áp dụng BĐT Cô-si ta có: $18x + \dfrac{2}{x} \geq 12$ (1). Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$.

Tương tự: $18y + \dfrac{2}{y} \geq 12$ (2) và $18z + \dfrac{2}{z} \geq 12$ (3).

Mà: $-17\left(x + y + z\right) \geq -17$ (4). Cộng (1),(2),(3),(4), ta có: $P \geq 19$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \dfrac{1}{3}$

Vậy GTNN của *P* là 19 khi $x = y = z = \dfrac{1}{3}$.

II. PHẦN TỰ CHỌN

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: 1) Điều kiện : $x > 0$. PT $\Leftrightarrow 1 + \log_2 x\log_4 x = 3\log_2\sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \log_2 x \\ t^2 - 3t + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \log_2 x \\ \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4 \end{array}\right.$

2) Ta có: $y = 1 + \dfrac{1}{x-2}$. Do đó: $x, y \in Z \Leftrightarrow x - 2 = \pm 1 \Leftrightarrow x = 3, x = 1$

Suy ra tọa độ các điểm trên đồ thị có hoành độ và tung độ là những số nguyên là $A(1;0), B(3;2)$

Kết luận: Phương trình đường thẳng cần tìm là: $x - y - 1 = 0$.

Câu VII.a: Gọi $I(m; 2m-4) \in (d)$ là tâm đường tròn cần tìm.

Ta có: $|m| = |2m-4| \Leftrightarrow m = 4, m = \dfrac{4}{3}$.

- $m = \dfrac{4}{3}$ thì phương trình đường tròn là: $\left(x - \dfrac{4}{3}\right)^2 + \left(y + \dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{16}{9}$.
- $m = 4$ thì phương trình đường tròn là: $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: 1) Điều kiện : $x > 0$. Đặt $t = \log_2 x$, ta có : $(1+t)t + \dfrac{t}{3} < 0$

BPT $\Leftrightarrow 3t^2 + 4t < 0 \Leftrightarrow -\dfrac{4}{3} < t < 0 \Leftrightarrow -\dfrac{4}{3} < \log_2 x < 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2\sqrt[3]{2}} < x < 1$.

2) Ta có: $y' = 3x^2 + 2(m-5)x - 5m; \quad y'' = 6x + 2m - 10$.

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{5-m}{3}$; y'' đổi dấu qua $x = \dfrac{5-m}{3}$.

Suy ra: $U\left(\dfrac{5-m}{3}; \dfrac{2(m-5)^3}{27} + \dfrac{5m(m-5)}{3}\right)$ là điểm uốn.

Để điểm uốn U nằm trên đồ thị hàm số $y = x^3$ thì $\dfrac{2(m-5)^3}{27} + \dfrac{5m(m-5)}{3} = \left(\dfrac{5-m}{3}\right)^3 \Leftrightarrow m = 5$

Câu VII.b: Ta có: $AB = BC = CA = 3\sqrt{2} \Rightarrow \Delta ABC$ đều. Do đó tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là trọng tâm của nó.

Kết luận: $I\left(-\dfrac{5}{3}; \dfrac{8}{3}; \dfrac{8}{3}\right)$.

====================