Trung tâm BDVH & LTĐH **THÀNH ĐẠT** **Đề số 3**	**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010** **Môn thi: TOÁN** Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 1$ (C_m)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = -2$.

2) Chứng minh rằng khi m thay đổi thì (C_m) luôn luôn đi qua hai điểm cố định A, B. Tìm m để các tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau.

Câu II (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 5x + y = 9 \\ 3x^3 + x^2y + 2xy + 6x^2 = 18 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x = 1 + \cos x + \cos^2 x$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: I = $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình lập phương ABCD.A′B′C′D′ cạnh a. Gọi K là trung điểm của cạnh BC và I là tâm của mặt bên CC′D′D. Tính thể tích của các hình đa diện do mặt phẳng (AKI) chia hình lập phương.

Câu V (1 điểm): Cho x, y là hai số thực thoả mãn $x^2 - xy + y^2 = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức: M = $x^2 + 2xy - 3y^2$.

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC có điểm M(–1; 1) là trung điểm của cạnh BC, hai cạnh AB, AC lần lượt nằm trên hai đường thẳng d_1: $x + y - 2 = 0$ và d_2: $2x + 6y + 3 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$ và đường thẳng d: $\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) song song với d và trục Ox, đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu VII.a (1 điểm): Giải phương trình sau trên tập số phức: $(z^2 + 9)(z^4 + 2z^2 - 4) = 0$

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho tam giác ABC có A(2; –3), B(3; –2), diện tích tam giác bằng 1,5 và trọng tâm I nằm trên đường thẳng d: $3x - y - 8 = 0$. Tìm toạ độ điểm C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz,* cho hai đường thẳng d_1: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và d_2: $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Lập phương trình đường thẳng d cắt d_1 và d_2 và vuông góc với mặt phẳng (P): $2x + y + 5z + 3 = 0$.

Câu VII.b (1 điểm): Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + m - 1}{mx + 1}$ (m là tham số). Tìm m để hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

============================

<u>Hướng dẫn:</u>

I. PHẦN CHUNG

Câu I: 2) Hai điểm cố định A(1; 0), B(–1; 0). Ta có: $y' = 4x^3 + 2mx$.

• Các tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau $\Leftrightarrow y'(1).y'(-1) = -1 \Leftrightarrow (4+2m)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\dfrac{3}{2} \\ m = -\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Câu II: 1) Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 9 - x^2 - 5x \\ x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 18x + 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 9 - x^2 - 5x \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \\ x = -1 \pm \sqrt{7} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1;\ y = 3 \\ x = -3;\ y = 15 \\ x = -1-\sqrt{7};\ y = 6+3\sqrt{7} \\ x = -1+\sqrt{7};\ y = 6-3\sqrt{7} \end{array}\right.$

2) PT $\Leftrightarrow (\sin x - 1)(\sin x + \cos x + 2) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu III: I = $\displaystyle\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx = \left[\sqrt{x^2+1} - \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) \right] \Big|_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} = 1 + \ln\left(\sqrt{3}+2\right) - \ln\left(\sqrt{8}+3\right)$.

Câu IV: Gọi E = AK ∩ DC, M = IE ∩ CC′, N = IE ∩ DD′. Mặt phẳng (AKI) chia hình lập phương thành hai đa diện: KMCAND và KBB′C′MAA′D′N. Đặt $V_1 = V_{KMCAND}$, $V_2 = V_{KBB'C'MAA'D'N}$.

• $V_{hlp} = a^3$, $V_{EAND} = \dfrac{1}{3}.ED.S_{\Delta ADN} = \dfrac{2}{9}a^3$.

• $\dfrac{V_{EKMC}}{V_{EAND}} = \dfrac{EK}{EA}.\dfrac{EM}{EN}.\dfrac{EC}{ED} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow V_1 = V_{KMCAND} = \dfrac{7}{8}V_{EAND} = \dfrac{7}{8}.\dfrac{2}{9}a^3 = \dfrac{7}{36}a^3$, $V_2 = V_{hlp} - V_1 = \dfrac{29}{36}a^3$.

$\Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{7}{29}$.

Câu V: • Nếu $y = 0$ thì M = $x^2 = 2$.

• Nếu y ≠ 0 thì đặt $t = \dfrac{x}{y}$, ta được: M = $2.\dfrac{x^2 + 2xy - 3y^2}{x^2 - xy + y^2} = 2\dfrac{t^2 + 2t - 3}{t^2 - t + 1}$.

Xét phương trình: $\dfrac{t^2 + 2t - 3}{t^2 - t + 1} = m \Leftrightarrow (m-1)t^2 - (m+2)t + m + 3 = 0$ (1)

(1) có nghiệm $\Leftrightarrow m = 1$ hoặc $\Delta = (m+2)^2 - 4(m-1)(m+3) \ge 0 \Leftrightarrow -\dfrac{2(\sqrt{13}+1)}{3} \le m \le \dfrac{2(\sqrt{13}-1)}{3}$.

Kết luận: $-\dfrac{4(\sqrt{13}+1)}{3} \le M \le \dfrac{4(\sqrt{13}-1)}{3}$.

II. PHẦN TỰ CHỌN

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: 1) Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + 6y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow A\left(\dfrac{15}{4}; -\dfrac{7}{4}\right)$.

Giả sử: $B(b; 2-b) \in d_1$, $C\left(c; \dfrac{-3-2c}{6}\right) \in d_2$.

M(–1; 1) là trung điểm của BC $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{b+c}{2} = -1 \\ \dfrac{2 - b + \dfrac{-3-2c}{6}}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1}{4} \\ c = -\dfrac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow B\left(\dfrac{1}{4}; \dfrac{7}{4}\right), C\left(-\dfrac{9}{4}; \dfrac{1}{4}\right)$.

2) (S) có tâm I(1; 1; 2), bán kính R = 2. d có VTCP $\vec{u} = (2;2;1)$.

(P) // d, Ox ⇒ (P) có VTPT $\vec{n} = \left[\vec{u}, \vec{i}\right] = (0;1;-2) \Rightarrow$ Phương trình của (P) có dạng: $y - 2z + D = 0$.

(P) tiếp xúc với (S) $\Leftrightarrow d(I,(P)) = R \Leftrightarrow \dfrac{|1-4+D|}{\sqrt{1^2+2^2}} = 2 \Leftrightarrow |D-3| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D = 3+2\sqrt{5} \\ D = 3-2\sqrt{5} \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ (P): $y - 2z + 3 + 2\sqrt{5} = 0$ hoặc (P): $y - 2z + 3 - 2\sqrt{5} = 0$.

Câu VII.a: PT $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = -9 \\ (z^2+1)^2 = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm 3i \\ z^2 = \pm\sqrt{5} - 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm 3i \\ z = \pm\sqrt{\sqrt{5}-1} \\ z = \pm i\sqrt{\sqrt{5}+1} \end{array}\right.$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: 1) Vẽ CH $\perp$ AB, IK $\perp$ AB. AB = $\sqrt{2} \Rightarrow$ CH = $\dfrac{2S_{\Delta ABC}}{AB} = \dfrac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow$IK = $\dfrac{1}{3}CH = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Giả sử I(a; 3a – 8) $\in$ d.

Phương trình AB: $x - y - 5 = 0$. $d(I, AB) = IK \Leftrightarrow |3-2a| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = 1 \end{array}\right. \Rightarrow$ I(2; –2) hoặc I(1; –5).

• Với I(2; –2) $\Rightarrow$ C(1; –1) • Với I(1; –5) $\Rightarrow$ C(–2; –10).

2) $d_1: \begin{cases} x = 1+2t_1 \\ y = -1+t_1 \\ z = 2t_1 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 2+t_2 \\ y = t_2 \\ z = 1-2t_2 \end{cases}$. (P) có VTPT $\vec{n} = (2;1;5)$. Gọi A = d $\cap$ d_1, B = d $\cap$ d_2.

Giả sử: $A(1+2t_1; -1+t_1; 2t_1)$, $B((2+2t_2; t_2; 1-2t_2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t_2 - 2t_1 + 1; t_2 - t_1 + 1; -2t_2 - 2t_1 + 1)$.

• d $\perp$ (P) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \vec{n}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{t_2 - 2t_1 + 1}{2} = \dfrac{t_2 - t_1 + 1}{1} = \dfrac{-2t_2 - 2t_1 + 1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow$ A(–1; –2; –2).

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng *d*: $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+2}{5}$.

Câu VII.b: $y' = \dfrac{mx^2 + 2x + 2m - m^2}{(mx+1)^2}$.

Để hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định thì $\begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = m^3 - 2m^2 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

=====================