Trường THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN Đề số 20	ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010 Môn thi: TOÁN – Khối A Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Biện luận theo *m* số nghiệm của phương trình : $x^2 - 2x - 2 = \dfrac{m}{|x-1|}$.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $2\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{5\pi}{12} - x\right)\sin x = 1$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2 \sqrt{x+y} = 3\log_8(\sqrt{x-y}+2) \\ \sqrt{x^2+y^2+1} - \sqrt{x^2-y^2} = 3 \end{cases}$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}+x}dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a , AD = $2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0 . Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho AM $= \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, mặt phẳng (BCM) cắt cạnh SD tại N. Tính thể tích khối chóp S.BCNM.

Câu V (1 điểm): Cho x , y , z là ba số thực thỏa mãn : $5^{-x} + 5^{-y} + 5^{-z} = 1$ .Chứng minh rằng :

$$\frac{25^x}{5^x + 5^{y+z}} + \frac{25^y}{5^y + 5^{z+x}} + \frac{25^z}{5^z + 5^{x+y}} \geq \frac{5^x + 5^y + 5^z}{4}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác ABC với A(1; –2), đường cao $CH: x - y + 1 = 0$, phân giác trong $BN: 2x + y + 5 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh B, C và tính diện tích tam giác ABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng : $d_1: \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y}{-6} = \dfrac{z+1}{-8}$, $d_2: \dfrac{x-7}{-6} = \dfrac{y-2}{9} = \dfrac{z}{12}$

a) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song . Viết phương trình mặt phẳng (P) qua d_1 và d_2 .

b) Cho điểm A(1; –1; 2), B(3; – 4; –2). Tìm điểm I trên đường thẳng d_1 sao cho IA + IB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu VII.a (1 điểm): Giải phương trình sau trên tập số phức: $z^4 - z^3 + \dfrac{z^2}{2} + z + 1 = 0$

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, tâm I là giao điểm của đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x + y - 6 = 0$. Trung điểm của một cạnh là giao điểm của d_1 với trục *Ox*. Tìm toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật.

2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng: $d_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$

a) Chứng minh rằng d_1 và d_2 chéo nhau và viết phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2.

b) Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

Câu VII.b (1 điểm): Tính tổng: $S = C_{2009}^0 + C_{2009}^4 + C_{2009}^8 + ... + C_{2009}^{2004} + C_{2009}^{2008}$

============================

Trần Sĩ Tùng

Hướng dẫn:

I. PHẦN CHUNG

Câu I: 2) Ta có $x^2-2x-2=\dfrac{m}{|x-1|} \Leftrightarrow \left(x^2-2x-2\right)|x-1|=m, x\neq 1$. Do đó số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của $y=\left(x^2-2x-2\right)|x-1|, (C')$ và đường thẳng $y=m, x\neq 1$.

Với $y=\left(x^2-2x-2\right)|x-1|=\begin{cases} f(x) & khi\ \ x>1 \\ -f(x) & khi\ \ x<1\end{cases}$ nên $\left(C'\right)$ bao gồm:

+ Giữ nguyên đồ thị (*C*) bên phải đường thẳng $x=1$.

+ Lấy đối xứng đồ thị (*C*) bên trái đường thẳng $x=1$ qua *Ox*.

Dựa vào đồ thị ta có:

	$m<-2$	$m=-2$	$-2<m<0$	$m\geq 0$
Số nghiệm	vô nghiệm	2 nghiệm kép	4 nghiệm phân biệt	2 nghiệm phân biệt

Câu II: 1) PT $\Leftrightarrow \sqrt{2}\left[\sin\left(2x-\dfrac{5\pi}{12}\right)+\sin\dfrac{5\pi}{12}\right]=1 \Leftrightarrow \sin\left(2x-\dfrac{5\pi}{12}\right)+\sin\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sin\dfrac{\pi}{4}$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x-\dfrac{5\pi}{12}\right)=\sin\dfrac{\pi}{4}-\sin\dfrac{5\pi}{12}=2\cos\dfrac{\pi}{3}\sin\left(-\dfrac{\pi}{12}\right)=\sin\left(-\dfrac{\pi}{12}\right)$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x-\dfrac{5\pi}{12}\right)=\sin\left(-\dfrac{\pi}{12}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\dfrac{5\pi}{12}=-\dfrac{\pi}{12}+k2\pi \\ 2x-\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{13\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

2) Điều kiện: $x+y>0,\ x-y\geq 0$

Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+y}=2+\sqrt{x-y} \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases}$. Đặt: $\begin{cases} u=x+y \\ v=x-y \end{cases}$ ta có hệ:

$\begin{cases} \sqrt{u}-\sqrt{v}=2\ (u>v) \\ \sqrt{\dfrac{u^2+v^2+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=2\sqrt{uv}+4 \\ \sqrt{\dfrac{u^2+v^2+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=2\sqrt{uv}+4 & (1) \\ \sqrt{\dfrac{(u+v)^2-2uv+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 & (2) \end{cases}$.

Thế (1) vào (2) ta có: $\sqrt{uv+8\sqrt{uv}+9}-\sqrt{uv}=3 \Leftrightarrow uv+8\sqrt{uv}+9=(3+\sqrt{uv})^2 \Leftrightarrow uv=0$.

Kết hợp (1) ta có: $\begin{cases} uv=0 \\ u+v=4 \end{cases} \Leftrightarrow u=4, v=0$ (với $u>v$). Từ đó ta có: $x=2$; $y=2$.(thoả đk)

Kết luận: Vậy nghiệm của hệ là: $(x; y)=(2; 2)$.

Câu III: $I=\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{1+x^2}\sin x dx-\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}x\sin x dx=I_1-I_2$

• Tính $I_1=\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{1+x^2}\sin x dx$. Sử dụng cách tính tích phân của hàm số lẻ, ta tính được $I_1=0$.

• Tính $I_2=\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}x\sin x dx$. Dùng phương pháp tích phân từng phần, ta tính được: $I_2=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\pi+\sqrt{2}$

Suy ra: $I=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\pi-\sqrt{2}$.

Câu IV: Ta có: (BCM) // AD nên mặt phẳng này cắt mp(SAD) theo giao tuyến MN // AD .

- $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp BM$. Tứ giác BCMN là hình thang vuông có BM là đường cao.

- SA = AB tan60^0 = $a\sqrt{3}$, $\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA} \Leftrightarrow \frac{MN}{2a} = \frac{a\sqrt{3} - \frac{a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \Rightarrow$ MN = $\frac{4a}{3}$, BM = $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

Diện tích hình thang BCMN là : S = $S_{BCNM} = \frac{BC + MN}{2} BM = \left(\frac{2a + \frac{4a}{3}}{2} \right) \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{10a^2}{3\sqrt{3}}$

- Hạ AH $\perp$ BM. Ta có SH$\perp$ BM và BC $\perp$(SAB) $\Rightarrow$ BC $\perp$ SH . Vậy SH $\perp$(BCNM)
  $\Rightarrow$ SH là đường cao của khối chóp SBCNM

Trong tam giác SBA ta có SB = 2a , $\frac{AB}{SB} = \frac{AM}{MS} = \frac{1}{2}$.

Vậy BM là phân giác của góc SBA $\Rightarrow \widehat{SBH} = 30^0$ $\Rightarrow$ SH = SB.sin30^0 = a

- Thể tích chóp SBCNM ta có V = $\frac{1}{3} SH.S_{BCNM} = \frac{10\sqrt{3}a^3}{27}$.

Câu V: Đặt $5^x = a; 5^y = b; 5^z = c$. Từ giả thiết ta có: $a, b, c > 0$ và $ab + bc + ca = abc$

BĐT $\Leftrightarrow \frac{a^2}{a+bc} + \frac{b^2}{b+ca} + \frac{c^2}{c+ab} \ge \frac{a+b+c}{4}$ (*)

Ta có: (*) $\Leftrightarrow \frac{a^3}{a^2+abc} + \frac{b^3}{b^2+abc} + \frac{c^3}{c^2+abc} \ge \frac{a+b+c}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{a^3}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^3}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^3}{(c+a)(c+b)} \ge \frac{a+b+c}{4}$

Áp dụng BĐT Cô-si, ta có: $\frac{a^3}{(a+b)(a+c)} + \frac{a+b}{8} + \frac{a+c}{8} \ge \frac{3}{4}a$ (1)

$\frac{b^3}{(b+c)(b+a)} + \frac{b+c}{8} + \frac{b+a}{8} \ge \frac{3}{4}b$ (2)

$\frac{c^3}{(c+a)(c+b)} + \frac{c+a}{8} + \frac{c+b}{8} \ge \frac{3}{4}c$ (3)

Cộng vế với vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) suy ra điều phải chứng minh.

II. PHẦN TỰ CHỌN

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: 1) Do $AB \perp CH$ nên phương trình *AB*: $x + y + 1 = 0$.

- B = $AB \cap BN$ $\Rightarrow$ Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y + 5 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow$ B(-4; 3).

- Lấy *A'* đối xứng với *A* qua *BN* thì $A' \in BC$.

Phương trình đường thẳng (*d*) qua *A* và vuông góc với *BN* là (*d*): $x - 2y - 5 = 0$. Gọi $I = (d) \cap BN$.

Giải hệ: $\begin{cases} 2x + y + 5 = 0 \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$. Suy ra: *I*(–1; 3) $\Rightarrow A'(-3;-4)$

- Phương trình *BC*: $7x + y + 25 = 0$. Giải hệ: $\begin{cases} BC : 7x + y + 25 = 0 \\ CH : x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{13}{4}; -\frac{9}{4}\right)$.

- $BC = \sqrt{\left(-4 + \frac{13}{4}\right)^2 + \left(3 + \frac{9}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{450}}{4}$, $d(A;BC) = \frac{|7.1 + 1(-2) + 25|}{\sqrt{7^2 + 1^2}} = 3\sqrt{2}$.

Suy ra: $S_{ABC} = \frac{1}{2} d(A;BC).BC = \frac{1}{2}.3\sqrt{2}.\frac{\sqrt{450}}{4} = \frac{45}{4}$.

2) a) • VTCP của hai đường thẳng lần lượt là: $\vec{u}_1 = (4;-6;-8)$, $\vec{u}_2 = (-6;9;12) \Rightarrow \vec{u}_1, \vec{u}_2$ cùng phương.

Mặt khác, M(2; 0; –1) ∈ d_1; M(2; 0; –1) ∉ d_2. Vậy d_1 // d_2.

• VTPT của mp (P) là $\vec{n} = -\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{MN}, \vec{u}_1\right] = (5;-22;19) \Rightarrow$ Phương trình mp(P): $5x - 22y + 19z + 9 = 0$.

b) $\overrightarrow{AB} = (2;-3;-4) \Rightarrow$ AB // d_1. Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua d_1. Ta có: IA + IB = IA_1 + IB ≥ A_1B

IA + IB đạt giá trị nhỏ nhất bằng A_1B. Khi đó A_1, I, B thẳng hàng ⇒ I là giao điểm của A_1B và d.

Do AB // d_1 nên I là trung điểm của A_1B.

• Gọi H là hình chiếu của A lên d_1. Tìm được H $\left(\frac{36}{29};\frac{33}{29};\frac{15}{29}\right)$. A' đối xứng với A qua H nên A'$\left(\frac{43}{29};\frac{95}{29};-\frac{28}{29}\right)$

I là trung điểm của A'B suy ra I$\left(\frac{65}{29};\frac{-21}{58};\frac{-43}{29}\right)$.

Câu VII.a: Nhận xét $z = 0$ không là nghiệm của PT. Vậy $z \neq 0$

Chia hai vế PT cho z^2 ta được: $\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right) - \left(z - \frac{1}{z}\right) + \frac{1}{2} = 0$ (1)

Đặt $t = z - \frac{1}{z}$. Khi đó $t^2 = z^2 + \frac{1}{z^2} - 2 \Leftrightarrow z^2 + \frac{1}{z^2} = t^2 + 2$

Phương trình (2) trở thành: $t^2 - t + \frac{5}{2} = 0$ (3). $\Delta = 1 - 4.\frac{5}{2} = -9 = 9i^2$

⇒ PT (3) có 2 nghiệm $t = \frac{1+3i}{2}$, $t = \frac{1-3i}{2}$

• Với $t = \frac{1+3i}{2}$: ta có $z - \frac{1}{z} = \frac{1+3i}{2} \Leftrightarrow 2z^2 - (1+3i)z - 2 = 0$ (4a)

Có $\Delta = (1+3i)^2 + 16 = 8 + 6i = 9 + 6i + i^2 = (3+i)^2$

⇒ PT (4a) có 2 nghiệm : $z = \frac{(1+3i)+(3+i)}{4} = 1 + i$, $z = \frac{(1+3i)-(3+i)}{4} = \frac{i-1}{2}$

• Với $t = \frac{1-3i}{2}$: ta có $z - \frac{1}{z} = \frac{1-3i}{2} \Leftrightarrow 2z^2 - (1-3i)z - 2 = 0$ (4b)

Có $\Delta = (1-3i)^2 + 16 = 8 - 6i = 9 - 6i + i^2 = (3-i)^2$

⇒ PT (4b) có 2 nghiệm : $z = \frac{(1-3i)+(3-i)}{4} = 1 - i$, $z = \frac{(1-3i)-(3-i)}{4} = \frac{-i-1}{2}$

Vậy PT đã cho có 4 nghiệm : $z = 1+i;\ z = 1-i;\ z = \frac{i-1}{2};\ z = \frac{-i-1}{2}$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: 1) Ta có: $I = d_1 \cap d_2 \Rightarrow$ Toạ độ của I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ x + y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$

Do vai trò A, B, C, D là như nhau nên giả sử $M = d_1 \cap Ox$ là trung điểm cạnh AD. Suy ra M(3; 0)

Ta có: $AB = 2IM = 2\sqrt{\left(3 - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 3\sqrt{2}$

Theo giả thiết: $S_{ABCD} = AB.AD = 12 \Leftrightarrow AD = \frac{S_{ABCD}}{AB} = \frac{12}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

Vì I và M cùng thuộc đường thẳng $d_1 \Rightarrow d_1 \perp AD$

Đường thẳng AD đi qua M(3; 0) và vuông góc với d_1 nhận $\vec{n} = (1;1)$ làm VTPT nên có PT: $x + y - 3 = 0$

Mặt khác: $MA = MD = \sqrt{2} \Rightarrow$ Toạ độ của A, D là nghiệm của hệ PT: $\begin{cases} x+y-3=0 \\ \sqrt{(x-3)^2+y^2}=\sqrt{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+3 \\ (x-3)^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+3 \\ (x-3)^2+(3-x)^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ x-3=\pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$.

Vậy A(2; 1), D(4; –1).

Do $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của AC suy ra: $\begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = 9-2=7 \\ y_C = 2y_I - y_A = 3-1=2 \end{cases}$

Tương tự I cũng là trung điểm của BD nên ta có B(5; 4)

Vậy toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật là: (2; 1), (5; 4), (7; 2), (4; –1)

2) a) d_1 có VTCP $\vec{u}_1=(1;-1;2)$ và đi qua điểm M(2; 1; 0), d_2 có VTCP $\vec{u}_2=(-2;0;1)$ và đi qua điểm N(2; 3; 0) .

Ta có: $\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{MN}=-10\neq 0 \Rightarrow d_1$, d_2 chéo nhau.

Gọi $A(2+t;1-t;2t)\in d_1$, $B(2-2t';\ 3;\ t')\in d_2$.

AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và $d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\vec{u}_1=0 \\ \overrightarrow{AB}.\vec{u}_2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=-\frac{1}{3} \\ t'=0 \end{cases} \Rightarrow$ A$\left(\frac{5}{3};\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$; B (2; 3; 0)

Đường thẳng Δ qua hai điểm A, B là đường vuông góc chung của d_1 và $d_2 \Rightarrow$ Δ: $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+5t \\ z=2t \end{cases}$

b) PT mặt cầu nhận đoạn AB là đường kính: $\left(x-\frac{11}{6}\right)^2+\left(y-\frac{13}{6}\right)^2+\left(z+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{5}{6}$

Câu VII.b: Ta có: $(1+i)^{2009}=C_{2009}^0+iC_{2009}^1+..+i^{2009}C_{2009}^{2009}$

$= C_{2009}^0-C_{2009}^2+C_{2009}^4-C_{2009}^6+....-C_{2009}^{2006}+C_{2009}^{2008}+(C_{2009}^1-C_{2009}^3+C_{2009}^5-C_{2009}^7+...-C_{2009}^{2007}+C_{2009}^{2009})i$

Thấy: $S=\frac{1}{2}(A+B)$, với $A=C_{2009}^0-C_{2009}^2+C_{2009}^4-C_{2009}^6+...-C_{2009}^{2006}+C_{2009}^{2008}$

$B=C_{2009}^0+C_{2009}^2+C_{2009}^4+C_{2009}^6+...+C_{2009}^{2006}+C_{2009}^{2008}$

• Ta có: $(1+i)^{2009}=(1+i)\left[(1+i)^2\right]^{1004}=(1+i).2^{1004}=2^{1004}+2^{1004}i$.

Đồng nhất thức ta có A chính là phần thực của $(1+i)^{2009}$ nên $A=2^{1004}$.

• Ta có: $(1+x)^{2009}=C_{2009}^0+xC_{2009}^1+x^2C_{2009}^2+...+x^{2009}C_{2009}^{2009}$

Cho $x=-1$ ta có: $C_{2009}^0+C_{2009}^2+...+C_{2009}^{2008}=C_{2009}^1+C_{2009}^3+...+C_{2009}^{2009}$

Cho x=1 ta có: $(C_{2009}^0+C_{2009}^2+...+C_{2009}^{2008})+(C_{2009}^1+C_{2009}^3+...+C_{2009}^{2009})=2^{2009}$.

Suy ra: $B=2^{2008}$.

• Từ đó ta có: $S=2^{1003}+2^{2007}$.

=====================