TDT	**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010**
	Môn thi: TOÁN
Đề số 16	Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

Câu I (2 điểm): Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị là (C_m); (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 3$.

2) Xác định m để (C_m) cắt đường thẳng y = 1 tại ba điểm phân biệt C(0;1), D, E sao cho các tiếp tuyến của (C_m) tại D và E vuông góc với nhau.

Câu II (2 điểm):

1) Giải phương trình: $$\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x + \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$$

2) Giải hệ phương trình: $$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 1 = 4y \\ y(x+y)^2 = 2x^2 + 7y + 2 \end{cases}$$

Câu III (1 điểm): Tính tích phân: I = $I = \int_1^e \frac{\log_2^3 x}{x\sqrt{1 + 3\ln^2 x}} dx$

Câu IV (1 điểm): Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = AD = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc $BAD = 60^0$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'D'$ và $A'B'$. Chứng minh AC' vuông góc với mặt phẳng ($BDMN$). Tính thể tích khối chóp $A.BDMN$.

Câu V (1 điểm): Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng:

$$ab + bc + ca - 2abc \le \frac{7}{27}$$

II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC biết $A(5; 2)$. Phương trình đường trung trực cạnh BC, đường trung tuyến CC' lần lượt là $x + y - 6 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, hãy xác định toạ độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết $A(-1; 0; 1)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-1; 2; 3)$.

Câu VII.a (1 điểm): Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 4z + 11 = 0$. Tính giá trị của biểu thức :

$$\frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{(z_1 + z_2)^2}.$$

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta: x + 3y + 8 = 0$, $\Delta': 3x - 4y + 10 = 0$ và điểm $A(-2; 1)$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ, đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ'

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm điểm M thuộc mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - 3 = 0$ sao cho $MA = MB = MC$.

Câu VII.b (1 điểm): Giải hệ phương trình: $$\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy - 2x + y + 2) + \log_{2+y}(x^2 - 2x + 1) = 6 \\ \log_{1-x}(y + 5) - \log_{2+y}(x + 4) = 1 \end{cases}$$

=============================

Hướng dẫn:

I. PHẦN CHUNG

Câu I: 2) PT hoành độ giao điểm: $x^3+3x^2+mx+1=1 \Leftrightarrow x\left(x^2+3x+m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=x^2+3x+m=0 \end{array}\right.$

Đê thỏa mãn YCBT thì PT $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 và $y'\left(x_1\right).y'\left(x_2\right)=-1$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9-4m>0, f(0)=m\neq 0 \\ (3x_1^2+6x_1+m)(3x_2^2+6x_2+m)=-1. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{9}{4}, m\neq 0 \\ 9(x_1x_2)^2+18x_1x_2(x_1+x_2)+3m(x_1^2+x_2^2)+36x_1x_2+6m(x_1+x_2)+m^2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{9}{4}, m\neq 0 \\ 4m^2-9m+1=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{9\pm\sqrt{65}}{8}$

Câu II: 1) Điều kiện: $\cos x\neq 0$.

PT $\Leftrightarrow \cos 2x-\tan^2 x=1+\cos x-(1+\tan^2 x) \Leftrightarrow 2\cos^2 x-\cos x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=1 \\ \cos x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$

2) Từ hệ PT $\Rightarrow y\neq 0$. Khi đó ta có: $\begin{cases} x^2+y^2+xy+1=4y \\ y(x+y)^2=2x^2+7y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y}+x+y=4 \\ (x+y)^2-2\dfrac{x^2+1}{y}=7 \end{cases}$.

Đặt $u=\dfrac{x^2+1}{y}, v=x+y$ ta có hệ: $\begin{cases} u+v=4 \\ v^2-2u=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=4-v \\ v^2+2v-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=3, u=1 \\ v=-5, u=9 \end{array}\right.$

- Với $v=3, u=1$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+1=y \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=y \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, y=2 \\ x=-2, y=5 \end{array}\right.$.
- Với $v=-5, u=9$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+1=9y \\ x+y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=9y \\ y=-5-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+9x+46=0 \\ y=-5-x \end{cases}$, hệ này vô nghiệm.

Kết luận: Hệ đã cho có hai nghiệm: $(1;2), (-2;5)$.

Câu III: $I=\displaystyle\int_1^e \frac{\log_2^3 x}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}}dx=\int_1^e \frac{\left(\dfrac{\ln x}{\ln 2}\right)^3}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}}dx=\frac{1}{\ln^3 2}\int_1^e \frac{\ln^2 x.}{\sqrt{1+3\ln^2 x}}.\frac{\ln x dx}{x}$

Đặt $\sqrt{1+3\ln^2 x}=t \Rightarrow \ln^2 x=\dfrac{1}{3}(t^2-1) \Rightarrow \ln x.\dfrac{dx}{x}=\dfrac{1}{3}tdt$.

Suy ra $I=\displaystyle\int_1^e \frac{\log_2^3 x}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}}dx=\frac{1}{\ln^3 2}\int_1^2 \frac{\frac{1}{3}\left(t^2-1\right)}{t}.\frac{1}{3}tdt=\frac{1}{9\ln^3 2}\int_1^2\left(t^2-1\right)dt=\frac{1}{9\ln^3 2}\left(\frac{1}{3}t^3-t\right)\Bigg|_1^2=\frac{4}{27\ln^3 2}$

Câu IV: Gọi P,Q là trung điểm của BD, MN. Chứng minh được: AC’ $\perp$ PQ. Suy ra AC $'\perp$ (BDMN)

Gọi H là giao của PQ và AC’. Suy ra AH là đường cao của hình chóp A.BDMN. Tính được $AH=\dfrac{2}{5}AC'=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

$PQ=\dfrac{a\sqrt{15}}{4}, MN=\dfrac{a}{2} \Rightarrow S_{BDMN}=\dfrac{3a^2\sqrt{15}}{16}$. Suy ra: $V_{A.BDMN}=\dfrac{1}{3}S_{BDMN}.AH=\dfrac{3a^3}{16}$.

Câu V:

- ***Cách*** 1: Ta có $ab+bc+ca-2abc=a(b+c)+(1-2a)bc=a(1-a)+(1-2a)bc$.

Đặt $t=bc$ thì ta có $0\le t=bc\le\dfrac{(b+c)^2}{4}=\dfrac{(1-a)^2}{4}$.

Xét hàm số: $f(t) = a(1-a)+(1-2a)t$ trên đoạn $\left[0;\frac{(1-a)^2}{4}\right]$

Có: $f(0)=a(1-a)\le\frac{(a+1-a)^2}{4}=\frac{1}{4}<\frac{7}{27}$ và $f\left(\frac{(1-a)^2}{4}\right)=\frac{7}{27}-\frac{1}{4}(2a+\frac{1}{3})\left(a-\frac{1}{3}\right)^2\le\frac{7}{27}$ với $\forall$a $\in[0;1]$.

Vậy: $ab+bc+ca-2abc\le\frac{7}{27}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$.

• ***Cách 2***: Ta có $a^2\ge a^2-(b-c)^2=(a+b-c)(a-b+c)=(1-2c)(1-2b)$ (1)

Tương tự: $b^2\ge(1-2a)(1-2c)$ (2), $c^2\ge(1-2a)(1-2b)$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow abc\ge(1-2a)(1-2b)(1-2c) = 1-2(a+b+c)+4(ab+bc+ca)-8abc$

$\Rightarrow ab+bc+ca\le\frac{1+9abc}{4} \Rightarrow ab+bc+ca-2abc\le\frac{1+abc}{4}$

Mặt khác $a+b+c\ge3\sqrt[3]{abc} \Rightarrow abc\le\frac{1}{27}$. Do đó: $ab+bc+ca-2abc\le\frac{1+\frac{1}{27}}{4}=\frac{7}{27}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$.

II. PHẦN TỰ CHỌN

1. Theo chương trình chuẩn

Câu VI.a: 1) Gọi $C(c;\ 2c+3)$ và $I(m;6-m)$ là trung điểm của BC. Suy ra: $B(2m-c;\ 9-2m-2c)$. Vì C' là trung điểm của AB nên:

$$C'\left(\frac{2m-c+5}{2};\frac{11-2m-2c}{2}\right)\in CC' \text{ nên } 2\left(\frac{2m-c+5}{2}\right)-\frac{11-2m-2c}{2}+3=0\Rightarrow m=-\frac{5}{6}\Rightarrow I\left(-\frac{5}{6};\frac{41}{6}\right).$$

Phương trình BC: $3x-3y+23=0$.

Tọa độ của C là nghiệm của hệ: $\begin{cases}2x-y+3=0\\3x-3y+23=0\end{cases}\Rightarrow C\left(\frac{14}{3};\frac{37}{3}\right)$

Tọa độ của $B\left(-\frac{19}{3};\frac{4}{3}\right)$.

2) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;-2), \overrightarrow{AC}=(0;2;2)$. Suy ra phương trình mặt phẳng trung trực của *AB, AC* là:

$$x+y-z-1=0,\ y+z-3=0.$$

Vectơ pháp tuyến của mp(*ABC*) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(8;-4;4)$. Suy ra (*ABC*): $2x-y+z+1=0$.

Giải hệ: $\begin{cases}x+y-z-1=0\\y+z-3=0\\2x-y+z+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=2\\z=1\end{cases}$. Suy ra tâm đường tròn là $I(0;2;1)$.

Bán kính là $R=IA=\sqrt{(-1-0)^2+(0-2)^2+(1-1)^2}=\sqrt{5}.$

Câu VII.a: Giải PT đã cho ta được các nghiệm: $z_1=1-\frac{3\sqrt{2}}{2}i, z_2=1+\frac{3\sqrt{2}}{2}i$

Suy ra $|z_1|=|z_2|=\sqrt{1^2+\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{22}}{2}$; $z_1+z_2=2$. Do đó: $\frac{|z_1|^2+|z_2|^2}{(z_1+z_2)^2}=\frac{11}{4}$.

2. Theo chương trình nâng cao

Câu VI.b: 1) Giả sử tâm $I(-3t-8;t)\in\Delta$.

Ta có: $d(I,\Delta')=IA \Leftrightarrow \frac{|3(-3t-8)-4t+10|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\sqrt{(-3t-8+2)^2+(t-1)^2} \Leftrightarrow t=-3 \Rightarrow I(1;-3),\ R=5$

PT đường tròn cần tìm: $(x-1)^2+(y+3)^2=25$.

2) Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1),\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;-8)$ là 1 VTPT của (ABC)

Suy ra phương trình (ABC): $(x-0)+2(y-1)-4(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-4z+6=0$.

Giả sử M(x; y; z).

Ta có: $\begin{cases} MA=MB=MC \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2 \\ x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=(x+2)^2+y^2+(z-1)^2 \\ 2x+2y+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=-7 \end{cases} \Rightarrow M(2;3;-7)$

Câu VII.b: Điều kiện: $\begin{cases} -xy-2x+y+2>0, x^2-2x+1>0, y+5>0, x+4>0 \\ 0<1-x\neq 1, 0<2+y\neq 1 \end{cases}$ (*)

Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_{1-x}[(1-x)(y+2)]+2\log_{2+y}(1-x)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4) \quad =1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{1-x}(y+2)+\log_{2+y}(1-x)-2=0 & (1) \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4) \quad =1 & (2) \end{cases}$

Đặt $\log_{2+y}(1-x)=t$ thì (1) trở thành: $t+\dfrac{1}{t}-2=0 \Leftrightarrow (t-1)^2=0 \Leftrightarrow t=1$.

Với $t=1$ ta có: $1-x=y+2 \Leftrightarrow y=-x-1 \quad (3)$. Thế vào (2) ta có:

$$\log_{1-x}(-x+4)-\log_{1-x}(x+4) \quad =1 \Leftrightarrow \log_{1-x}\frac{-x+4}{x+4}=1 \Leftrightarrow \frac{-x+4}{x+4}=1-x \Leftrightarrow x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

- Với $x=0 \Rightarrow y=-1$ (không thoả (*)).
- Với $x=-2 \Rightarrow y=1$ (thoả (*)).

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $x=-2, y=1$.

=====================