| Trung tâm BDVH & LTĐH<br>**QUANG MINH**<br>**Đề số 7** | **ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG NĂM 2010**<br>**Môn thi: TOÁN**<br>Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề) |
|---|---|

## I. PHẦN CHUNG (7 điểm)

**Câu I** (2 điểm): Cho hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2) Tìm trên đồ thị (C), hai điểm đối xứng nhau qua đường thẳng MN, biết M(–3; 0), N(–1; –1).

**Câu II** (2 điểm):

1) Giải phương trình: $4\cos^4 x - \cos 2x - \dfrac{1}{2}\cos 4x + \cos\dfrac{3x}{4} = \dfrac{7}{2}$

2) Giải hệ phương trình: $3^x.2x = 3^x + 2x + 1$

**Câu III** (1 điểm): Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right) e^x dx$

**Câu IV** (1 điểm): Tính thể tích khối chóp S.ABC, biết SA = *a*, SB = *b*, SC = *c*, $\widehat{ASB} = 60^0$, $\widehat{BSC} = 90^0$, $\widehat{CSA} = 120^0$.

**Câu V** (1 điểm): Cho các số dương *x, y,* z thoả mãn: *xyz* = 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\log_2^2 x + 1} + \sqrt{\log_2^2 y + 1} + \sqrt{\log_2^2 z + 1}$$

## II. PHẦN TỰ CHỌN (3 điểm)

### *1. Theo chương trình chuẩn*

**Câu VI.a** (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho 2 đường thẳng $d_1$: $x + y + 1 = 0$ và $d_2$: $2x - y - 1 = 0$. Lập phương trình đường thẳng *d* đi qua M(1; 1) và cắt $d_1$, $d_2$ tương ứng tại A, B sao cho $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm A(1; 7; –1), B(4; 2; 0). Lập phương trình đường thẳng *d* là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB lên mặt phẳng (P).

**Câu VII.a** (1 điểm): Kí hiệu $x_1$, $x_2$ là các nghiệm phức của phương trình $2x^2 - 2x + 1 = 0$. Tính giá trị các biểu thức $\dfrac{1}{x_1^2}$ và $\dfrac{1}{x_2^2}$.

### *2. Theo chương trình nâng cao*

**Câu VI.b** (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy,* cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ và điểm M(0; 2). Viết phương trình đường thẳng *d* qua M và cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho AB có độ dài ngắn nhất.
2) Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho 3 điểm A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3). Tìm toạ độ trực tâm của tam giác ABC.

**Câu VII.b** (1 điểm): Tìm các giá trị *x*, biết trong khai triển Newton $\left(\sqrt{2^{\lg(10-3^x)}} + \sqrt[5]{2^{(x-2)\lg 3}}\right)^n$ số hạng thứ 6 bằng 21 và $C_n^1 + C_n^3 = 2C_n^2$.

============================

**Hướng dẫn:**

## I. PHẦN CHUNG

**Câu I:** 2) Phương trình đường thẳng MN: $x+2y+3=0$. Gọi I(a; b) $\in$ MN $\Rightarrow$ $a+2b+3=0$ (1)

Phương trình đường thẳng *d* qua I và vuông góc với MN là: $y=2(x-a)+b$.

Hoành độ các giao điểm A, B của (C) và *d* là nghiệm của phương trình: $\dfrac{2x-4}{x+1}=2(x-a)+b$ $(x\neq -1)$

$\Leftrightarrow 2x^2-(2a-b)x-2a+b+4=0$ $(x\neq -1)$

A, B đối xứng nhau qua MN $\Leftrightarrow$ I là trung điểm của AB. Khi đó: $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2} \Leftrightarrow a=\dfrac{2a-b}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta được: $\begin{cases} a+2b+3=0 \\ a=\dfrac{2a-b}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$

Suy ra phương trình đường thẳng *d*: $y=2x-4 \Rightarrow$ A(2; 0), B(0; –4).

**Câu II:** 1) PT $\Leftrightarrow \cos 2x+\cos\dfrac{3x}{4}=2$ (*).

Ta có: $\begin{cases} \cos 2x\le 1 \\ \cos\dfrac{3x}{4}\le 1 \end{cases}$. Do đó (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x=1 \\ \cos\dfrac{3x}{4}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=k\pi \\ x=\dfrac{8l\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x=8m\pi$.

2) PT $\Leftrightarrow 3^x(2x-1)=2x+1$ (1). Ta thấy $x=\dfrac{1}{2}$ không phải là nghiệm của (1).

Với $x\neq\dfrac{1}{2}$, ta có: (1) $\Leftrightarrow 3^x=\dfrac{2x+1}{2x-1} \Leftrightarrow 3^x-\dfrac{2x+1}{2x-1}=0$

Đặt $f(x)=3^x-\dfrac{2x+1}{2x-1}=3^x-2-\dfrac{3}{2x-1}$. Ta có: $f'(x)=3^x\ln 3+\dfrac{6}{(2x-1)^2}>0,\ \forall x\neq\dfrac{1}{2}$

Do đó *f(x)* đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right) \Rightarrow$ Phương trình *f(x)* = 0 có nhiều nhất 1 nghiệm trên từng khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right),\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Ta thấy $x=1,\ x=-1$ là các nghiệm của *f(x)* = 0. Vậy PT có 2 nghiệm $x=1,\ x=-1$.

**Câu III:** Ta có: $\dfrac{1+\sin x}{1+\cos x}=\dfrac{1}{2}\left(1+\tan\dfrac{x}{2}\right)^2$.

Do đó: I = $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{2}\left(1+\tan\frac{x}{2}\right)^2 e^x dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\tan^2\frac{x}{2}+\tan\frac{x}{2}\right)e^x dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\tan^2\frac{x}{2}\right)e^x dx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\tan\frac{x}{2}.e^x dx$

Đặt $\begin{cases} u=e^x \\ dv=\dfrac{1}{2}\left(1+\tan^2\dfrac{x}{2}\right)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=e^x dx \\ v=\tan\dfrac{x}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow$ I = $\displaystyle e^x\tan\frac{x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\tan\frac{x}{2}e^x dx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\tan\frac{x}{2}e^x dx = e^{\frac{\pi}{2}}$.

**Câu IV:** Trên AC lấy điểm D sao cho: DS $\perp$ SC (D thuộc đoạn AC) $\Rightarrow \widehat{ASD}=30^0$.

Ta có: $\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{S_{ASD}}{S_{CSD}}=\dfrac{\frac{1}{2}AS.SD.\sin 30^0}{\frac{1}{2}CS.SD}=\dfrac{a}{2c} \Rightarrow \overrightarrow{DA}=-\dfrac{a}{2c}\overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{SD}=\dfrac{2c\overrightarrow{SA}+a\overrightarrow{SC}}{2c+a}$

$\Rightarrow \overrightarrow{SD}.\overrightarrow{SB}=\left(\dfrac{2c\overrightarrow{SA}+a\overrightarrow{SC}}{2c+a}\right).\overrightarrow{SB}=\dfrac{2c}{2c+a}\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}=\dfrac{2c}{2c+a}ab.\cos 60^0=\dfrac{abc}{2c+a}$

và $SD^2 = \dfrac{4c^2SA^2 + a^2SC^2 + 4ca\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}}{(2c+a)^2} = \dfrac{4a^2c^2 + a^2c^2 - 2a^2c^2}{(2c+a)^2} = \dfrac{3a^2c^2}{(2c+a)^2} \Rightarrow$ SD = $\dfrac{ac\sqrt{3}}{2c+a}$

Mặt khác, $\cos\widehat{SDB} = \dfrac{\overrightarrow{SD}.\overrightarrow{SB}}{SD.SB} = \dfrac{\dfrac{abc}{2c+a}}{\dfrac{ac\sqrt{3}}{2c+a}.b} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin\widehat{SDB} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$V_{SDBC} = \dfrac{1}{3}SC.S_{SDB} = \dfrac{1}{6}SC.SD.SB.\sin\widehat{SDB} = \dfrac{\sqrt{2}}{6}.\dfrac{abc^2}{2c+a}$

Mà $\dfrac{V_{ASDB}}{V_{CSDB}} = \dfrac{AD}{DC} = \dfrac{a}{2c} \Rightarrow V_{ASDB} = \dfrac{a}{2c}V_{CSDB} = \dfrac{\sqrt{2}}{12}.\dfrac{a^2bc}{2c+a}$

Vậy: $V_{SABC} = V_{ASDB} + V_{CSDB} = \dfrac{\sqrt{2}}{12}\left(\dfrac{a^2bc + 2abc^2}{2c+a}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{12}abc$.

**Câu V:** Đặt $a = \log_2 x,\ b = \log_2 y,\ c = \log_2 z \Rightarrow a+b+c = \log_2(xyz) = \log_2 8 = 3$

$\Rightarrow$ P = $\sqrt{\log_2^2 x + 1} + \sqrt{\log_2^2 y + 1} + \sqrt{\log_2^2 z + 1} = \sqrt{a^2+1} + \sqrt{b^2+1} + \sqrt{c^2+1}$

Đặt $\vec{m} = (a;1),\ \vec{n} = (b;1),\ \vec{p} = (c;1)$.

Khi đó: P = $|\vec{m}| + |\vec{n}| + |\vec{p}| \ge |\vec{m} + \vec{n} + \vec{p}| = \sqrt{(a+b+c)^2 + (1+1+1)^2} = 3\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1 \Leftrightarrow x = y = z = 2$. Vậy MinP = $3\sqrt{2}$ khi $x = y = z = 2$.

**II. PHẦN TỰ CHỌN**

***1. Theo chương trình chuẩn***

**Câu VI.a:** 1) Giả sử A($a$; $-a-1$) $\in d_1$, B($b$; $2b-1$) $\in d_2$. $\overrightarrow{MA} = (a-1; -a-2),\ \overrightarrow{MB} = (b-1; 2b-2)$

$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-2+b-1=0 \\ -2a-4+2b-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow$ A(0; –1), B(3; 5) $\Rightarrow$ Phương trình $d$: $2x - y - 1 = 0$.

2) PTTS của AB: $\begin{cases} x = 4+3t \\ y = 2-5t \\ z = t \end{cases} \Rightarrow$ Giao điểm của AB với (P) là: M(7; –3; 1)

Gọi I là hình chiếu của B trên (P). Tìm được I(3; 0; 2). Hình chiếu $d$ của đường thẳng AB là đường thẳng MI.

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d$ là: $\begin{cases} x = 3-4t \\ y = 3t \\ z = 2+t \end{cases}$

**Câu VII.a:** PT có các nghiệm $x_1 = \dfrac{1+i}{2};\ x_2 = \dfrac{1-i}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{x_1^2} = -2i;\ \dfrac{1}{x_2^2} = 2i$.

***2. Theo chương trình nâng cao***

**Câu VI.b:** 1) (C) có tâm I(1; 1) và bán kính R = $\sqrt{5}$. IM = $\sqrt{2} < \sqrt{5} \Rightarrow$ M nằm trong đường tròn (C).

Giả sử $d$ là đường thẳng qua M và H là hình chiếu của I trên $d$.

Ta có: AB = 2AH = $2\sqrt{IA^2 - IH^2} = 2\sqrt{5 - IH^2} \ge 2\sqrt{5 - IM^2} = 2\sqrt{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ H $\equiv$ M hay $d \perp$ IM. Vậy $d$ là đường thẳng qua M và có VTPT $\overrightarrow{MI} = (1; -1)$

$\Rightarrow$ Phương trình $d$: $x - y + 2 = 0$.

2) Phương trình mp(ABC): $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1$. Gọi H($x; y; z$) là trực tâm của $\Delta$ABC.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \\ H \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y+3z=0 \\ -x+3z=0 \\ x + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{36}{49} \\ y = \dfrac{18}{49} \\ z = \dfrac{12}{49} \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{36}{49}; \dfrac{18}{49}; \dfrac{12}{49}\right)$.

**Câu VII.b:** Phương trình $C_n^1 + C_n^3 = 2C_n^2 \Leftrightarrow n(n^2 - 9n + 14) = 0 \Leftrightarrow n = 7$

Số hạng thứ 6 trong khai triển $\left(\sqrt{2^{\lg(10-3^x)}} + \sqrt[5]{2^{(x-2)\lg 3}}\right)^7$ là $C_7^5\left(\sqrt{2^{\lg(10-3^x)}}\right)^2\left(\sqrt[5]{2^{(x-2)\lg 3}}\right)^5$

Ta có: $C_7^5.2^{\lg(10-3^x)}.2^{(x-2)\lg 3} = 21 \Leftrightarrow 2^{\lg(10-3^x)+(x-2)\lg 3} = 1 \Leftrightarrow \lg(10-3^x) + (x-2)\lg 3 = 0$

$\Leftrightarrow (10-3^x).3^{x-2} = 1 \Leftrightarrow 3^{2x} - 10.3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 0;\ x = 2$

=====================