Physique

Mécanique

&

Énergie

27 août 2006

Préambule :

Ce cours de mécanique a été écrit en partie avec le logiciel de PAO Lyx, une interface graphique au célèbre Latex et en partie directement en latex. Il a donc été créé dans un environnement (ces deux logiciels tournant sous GNU-Linux) libre dont l'objectif est de contribuer au progrès en mettant à disposition de chacun, pour un coût moindre, le travail de milliers de programmeurs bénévoles. Dans ce cadre, il était naturel de permettre à chaque étudiant d'avoir accès à ce cours librement. C'est pourquoi, à l'instar des logiciels, il est distribué sous licence GFDL, licence de documentation libre. Normalement celle-ci doit figurer avec le cours. Ce n'est pas le cas et ce pour ne pas allonger trop le texte. Mais, le texte de la GFDL se trouve partout sur internet et il suffit d'un moteur de recherche pour le trouver. Par ailleurs, le texte de ce cours est disponible en téléchargement à l'adresse www.cvgg.org. Pour tout renseignement complémentaire s'adresser à :

Vincent Guyot

Chapeau-Râblé 37

2300 La Chaux-de-Fonds

vincent.guyot@cvgg.org

Table des matières

Chapitre 1

Introduction

1.1 Objectifs

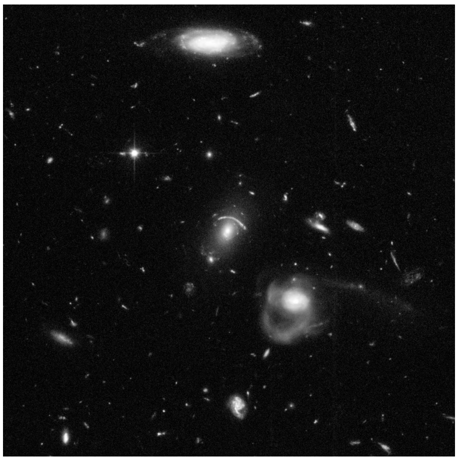
Mouvements :

Cette introduction montre que la description des mouvements des corps est une étape préliminaire à l'étude des causes du mouvement et à sa prédiction. On y voit que la description des divers mouvements que l'on peut aborder n'est pas simple parce que les types de mouvements sont nombreux et que les différents manières de les décrire sont très variées.

Structures :

En même temps, on souligne le fait que le mouvement est toujours celui d'un corps et qu'il ne prend sens que dans le cadre de la description de ce que j'appellerai une structure, puisqu'il est aujourd'hui important de marquer que le mouvement n'a lieu que par rapport à une référence, par rapport à d'autres corps. Ainsi tant le mouvement que l'étude du mouvement ne peuvent-ils plus être absolus. L'idée newtonienne de mouvement absolu a fait la place à la relativité et l'étude du mouvements d'un objet idéalisé appelé "corps" doit être replacée dans l'abord des différentes structures connues de l'univers. Ainsi on peut mieux se rendre compte que le mouvement est partout et qu'après la perception des choses il est naturel de s'attarder à la compréhension des mouvements.

FIG. 1.1 – L'univers profond
Image du télescope spatial Hubble [I].
Remerciements à la NASA.



1.2 De l'infiniment grand à l'infiniment petit

1.2.1 L'univers

La plus grande structure connue est l'univers. Sa composition est analogue à une sorte de gaz dont les particules seraient réparties uniformément dans le volume qui le contient. Sauf que de contenant il n'y a pas et que les particules sont des super amas de galaxies.

Les super-amas de galaxies sont des amas d'amas de galaxies. C'est au niveau de ces super-amas de galaxies que l'univers apparaît homogène.

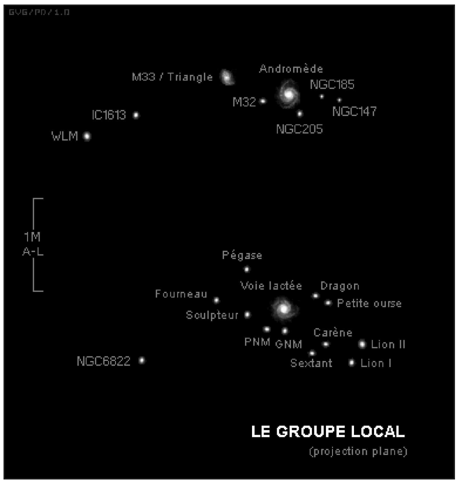
L'univers est en expansion, ce qui signifie qu'il s'agrandit. Selon les dernières mesures effectuées par les astrophysiciens, sa forme serait plate[1]. Qu'est-ce que cela signifie ? En fait qu'on peut se l'imaginer comme une feuille de papier dont les dimensions augmenteraient indéfiniment. Nous serions alors des êtres à deux dimensions incapables de se déplacer ailleurs que sur cette feuille. En particulier incapable d'en sortir. Cette feuille s'étendrait donc dans une (troisième) dimensions inaccessible pour nous. Ainsi, notre univers à trois dimensions s'étend dans une dimension supplémentaire qui nous est inaccessible (entendez bien qu'on ne peut se déplacer librement dans celle-ci), une quatrième dimension, le temps.

Il y a peu de cela (quelques année seulement) une autre solution était possible. L'univers, selon les modèles des cosmologistes (physiciens étudiant l'univers), aurait pu être une sphère. On aurait donc pu le voir comme un ballon, enflant comme la grenouille qui voulait être un bœuf, sur lequel on aurait posé des amas de galaxies en deux dimensions (c'est le nombre de dimensions correspondant à la surface d'un ballon puisque tout point de la surface d'une sphère peut être repéré par deux coordonnées : la longitude et la latitude. Voir annexe B.2.3). Ainsi notre univers aurait été un ballon avec une surface tridimensionnelle enflant dans une quatrième dimension, le temps.

En réalité, les choses sont plus complexes encore, puisqu'aujourd'hui les physiciens envisagent cet univers dans une dizaine de dimensions[2]. Ils laissent supposer aussi l'existence de plusieurs univers parallèles, dits univers bulles.

Fig. 1.2 – Groupe local
Image de l'encyclopédie Wikipédia II.

Remerciements à son auteur Greg Goebel.



1.2.2 Les amas de galaxies

Viennent ensuite les amas de galaxies. La répartition de ces amas de galaxies n'est pas homogène, contrairement à celle des super-amas de galaxies. Cette répartition est celle de filaments qui laissent apparaître des zones plus ou moins denses d'amas de galaxies.

Cette répartition est complexe et encore sujette à de nombreuses discussion. En particulier elle est l'objet d'études approfondies en relation avec la naissance de l'univers. En effet, il est difficile d'expliquer comment à partir des conditions homogènes propres aux big-bang sont nées des structures aussi particulières. La figure 1.1 montre ce que l'on peut voir au-delà des étoiles de notre galaxie. Sur la photo de cette "petite" partie de l'espace ne figure que des galaxies. Leur nombre et leur diversité sont saisissant. La figure 1.2 montre quant à elle le groupe local dans lequel se trouve notre galaxie la Voie Lactée. Il s'agit d'un amas de galaxie.

1.2.3 Les galaxies

Puis les galaxies elles-mêmes qui sont des structures composées de centaines de milliards d'étoiles qui se regroupent sous l'effet de la force de gravitation. Dans l'espace interstellaire qui constitue le "vide" qui se trouve autour des étoiles se trouve aussi des nuages de poussières et de gaz (des nébu-

[1] Voir l'article "Quelle est la forme de l'univers", Science et Vie junior, avril 2001.

[2] Voir "Sur la piste des mondes parallèles", Science et Vie, Juillet 2002.

FIG. 1.3 – Galaxie du Sombrero
Image du télescope spatial Hubble III.

Remerciements à la NASA.

leuses). A cette échelle, les mouvements des galaxies sont perceptibles. Presque toutes s'éloignent de nous. Ce phénomène est appelé "expansion". Il est interprété comme un mouvement dû au "gonflement" de l'univers lui-même. Le mouvement local des galaxies étant faible par rapport à celui général de l'expansion de l'univers, il est rare de voir des galaxies se rapprocher de nous. Pourtant, cela est le cas de la très fameuse (parce qu'observable à l'œil nu) galaxie d'Andromède.

Les mouvements locaux des galaxies entre elles donnent lieu à des "chocs" spectaculaires entre galaxies. Le résultat est par exemple le système des deux galaxies des "chiens de chasse" ou à la figure 1.4 "la grande spirale NGC 2207" (à gauche), située à 114 millions d'années-lumière de la terre, étendant et disloquant sur plusieurs centaines de milliers d'années-lumière la "petite IC2163" en long filaments de "gaz et de poussières".

1.2.4 Les étoiles

Les galaxies sont donc composées d'étoiles. Plus de 100 milliards pour la Voie Lactée, la galaxie dans laquelle nous nous trouvons. Ces étoiles sont plus ou moins grandes. Celle autour de laquelle nous nous déplaçons se nomme le soleil. C'est une étoile de taille petite à moyenne. Le destin de notre étoile est d'enfler considérablement pour devenir une géante rouge et ensuite de s'effondrer en laissant ses couches extérieures en périphérie et en concentrant ses couches intérieures en une naine blanche, puis une naine noire. Le résultat présente l'allure spectaculaire (voir figure 1.5) de la "nébuleuse planétaire".

Pour les étoiles bien plus grosses que la terre ($1,4 \cdot m_{soleil} < m < 5 \cdot m_{soleil}$) l'évolution change. L'étoile commence par "gonfler" pour devenir une géante rouge, puis une super-géante qui explose de manière fracassante en une supernovae pour ne laisser finalement qu'une étoile à neutron. Enfin, pour les très grosses étoiles ($m > 5 \cdot m_{soleil}$) l'évolution est

FIG. 1.4 – Interaction de deux galaxies
Image du télescope spatial Hubble IV.

Remerciements à la NASA.

identique que précédemment jusqu'à la supernovae, sauf qu'après les restes sont si denses qu'il se crée un trou noir.

Le destin et l'évolution des étoiles est donc une chose complexe, d'autant plus que les différents éléments répertoriés dans le tableau périodique de Mendeleyev ont été créé au sein des étoiles. Mais la physique de ces constructions dépasse le propos de ce cours.

1.2.5 Le système solaire

Autour des étoiles qui composent notre galaxie tournent des planètes (actuellement plus d'une dizaine de planètes extra-solaires ont été découvertes). Autour de notre soleil tourne huit planètes (MVTMJSUN ... voir figure 1.6) et d'autres corps plus petits comme pluton qui ne sont pas à proprement parlé des planètes. La rotation de celles-ci se fait dans un seul plan (enfin presque) que l'on nomme le plan de l'écliptique. Relativement à la terre, ce plan est décrit par la rotation du soleil. C'est donc le long de la trajectoire du soleil que, la nuit, on peut voir certaines planètes. Certaines sont visibles en pleine nuit. Certaines ne le seront jamais. C'est le cas par exemple pour Vénus. C'est une planète qui tourne près du soleil. Elle tourne aussi à l'intérieur du cercle (enfin presque puisqu'en réalité c'est une ellipse) que décrit la terre sur sa trajectoire (on parle de l'orbite de la terre). C'est pourquoi, depuis la terre, nous ne la verrons que dans le voisinage du soleil. Ainsi, on peut la voir le matin avant que le soleil se lève (on l'appelle alors l'étoile du matin) ou le soir, peu de temps après que le soleil se soit couché (elle porte alors le nom d'étoile du soir). Les planètes se divisent en trois groupes : les quatre planètes dites telluriques sont celle qui sont le plus proche du soleil. Elles sont petites, solides et sont relativement semblables à la terre. Les quatre planètes dites joviennes sont, à l'image de jupiter, très grosses et gazeuses. Enfin, à partir de pluton, les autres corps sont très petits, très éloignés et ne sont plus considérés comme des planètes.

Il existe encore d'autres corps que l'on peut assimiler à des planètes : les comètes (voir figure 1.7).

FIG. 1.5 – Nébuleuse planétaire
Image du télescope spatial Hubble V.
Remerciements à la NASA.

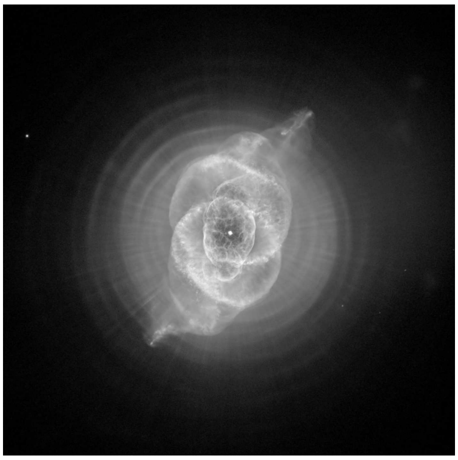
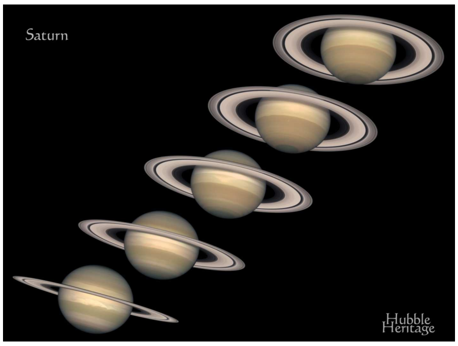


FIG. 1.6 – Saturne
Image du télescope spatial Hubble VI.
Remerciements à la NASA.



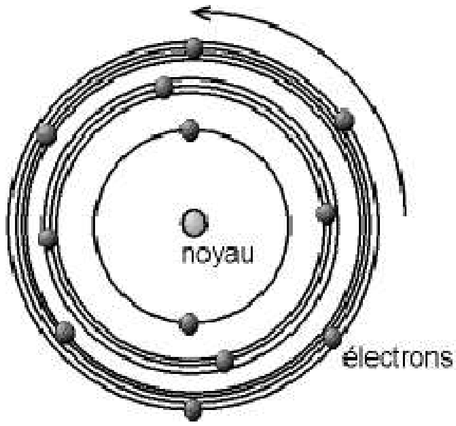
Ce sont de très petits corps (quelques dizaines de kilomètres de diamètre) qui viennent de régions très éloignées du système solaire et qui, pour ainsi dire, tombent sur le soleil selon une trajectoire très elliptique. En passant elles laissent sur leur orbite une traînée de poussière qui se manifeste sous la forme d'une magnifique queue. Ce sont ces traînées de poussières que la terre rencontre sur son orbite en donnant lieu aux fameuses pluies de météorites. Celles-ci semblent alors provenir d'un point bien précis dans le ciel, comme la neige qui tombe sur le pare-brise d'une voiture semble venir d'un point situé dans la direction de déplacement de la voiture. Dans le cas de météorites, ce point se nomme le radian. Les météorites ne sont donc ni des étoiles (même si on parle aussi d'étoiles filantes pour les décrire), ni des planètes ou des comètes, mais de "petites" poussières qui s'enflamment en entrant dans l'atmosphère terrestre.

On sait aujourd'hui que la terre tourne autour du soleil et sur elle même. Ainsi, lorsqu'on regarde le ciel depuis la terre, la voûte céleste semble tourner au cours de la nuit. Les étoiles se lèvent au sud-est, pour aller se coucher au sud-ouest. Mais au nord, la situation est différente. En effet, l'étoile polaire ne tourne pas et les étoiles alentours semblent tourner autour d'elle. La Grande Ourse, notamment, reste toujours visible au voisinage de la polaire. C'est une première manifestation du fait que la direction de l'axe de rotation de la terre est fixe dans l'espace. Pointer la polaire du doigt est une façon de s'imaginer cet axe. Une autre manifestation de ce fait vient de la nécessité d'expliquer les saisons autrement que par la variation de distance terre-soleil au cours de l'année (cette variation ne peut en effet servir d'explication parce que l'orbite de la terre autour du soleil est pratiquement un cercle et parce qu'il y aurait alors deux même saison par année). L'explication correcte vient de l'inclinaison de l'axe de rotation de la terre par rapport au plan de l'écliptique et de la permanence de sa direction dans l'espace. En effet, comme cet axe n'est pas perpendiculaire au plan écliptique, l'un des deux hémisphères est plus "exposé" au rayons du soleil que l'autre, par le simple fait que ses rayons le frappent plus verticalement. De plus, on ne peut comprendre que les saisons soient différentes dans les deux hémisphères qu'avec un axe de rotation pointant toujours dans la même direction. Ce comportement est analogue à celui d'une toupie dont l'axe reste vertical pendant qu'elle tourne, alors qu'il ne peut le rester quand elle est immobile.

Avec ce petit tour de l'horizon céleste, on peut maintenant mieux se rendre compte que les "objets"

FIG. 1.7 – La comète
Image du télescope spatial Hubble [VII].
Remerciements à la NASA.

FIG. 1.8 – L'atome de Bohr
un système planétaire
Image de l'encyclopédie Wikipédia [VIII].
Remerciements à son auteur Christophe Dang Ngoc Chan.



qui constituent notre univers sont loin d'être immobiles et que leur mouvement sont difficile à bien décrire ...

1.2.6 Le monde subatomique

Mais d'autres objets, beaucoup plus petits, sont aussi dans le même cas. En effet, si les mouvements des atomes peuvent encore facilement être représentés en termes de trajectoire, ceux de leurs composants sont bien plus étranges. Car en fait on peut autant les voir comme de petites particules (et cela à donné lieu, à l'origine, à un modèle de l'atome dit de Bohr (voir fig. 1.8) où les électrons orbitaient autour du noyau, comme les planètes autour du soleil) que comme des "choses" infiniment étendues que l'on appelle ondes. Cette dualité du mode d'existence des particules élémentaires comme les électrons, les protons, les neutrons et bien d'autre encore, présente aussi des difficultés pour analyser leur mouvement. Au niveau des "trajectoires" électroniques, par exemple, on constate que certaines orbitales passent par le noyau (voir fig. 1.10). En outre, celles-ci ne peuvent être précisément représentées comme l'orbite d'une planète pourrait l'être. En fait, elles ne sont même pas des surfaces, mais plutôt des zones étendues de l'espace dans lesquelles la probabilité de trouver un électron est importante (voir fig. 1.9). Car, à cette échelle, on ne peut plus décrire la position de l'électron que par une probabilité de présence. En effet, un principe d'incertitude règle la relation entre leur position et leur vitesse. Celui-ci exprime la constatation que si l'on connaît parfaitement la position d'un tel objet, alors sa vitesse ne peut nous être que totalement inconnue. Et inversement, si sa vitesse est parfaitement déterminée, alors on ne peut savoir où est l'objet. Ainsi, au niveau microscopique, la notion même de mouvement n'est pas claire, ou plutôt est bien plus complexe que celle que nous rencontrons dans la vie quotidienne.

Conclusion

Ainsi donc aussi on peut maintenant comprendre que la compréhension du mouvement soit l'un des premiers objectifs du physicien et que la science qui permet de prévoir le "destin" des objets, la mécanique, commence par une description des mouvements les plus simples, par ce que l'on nomme la cinématique.

FIG. 1.9 – L'atome : onde de probabilité
Image de l'encyclopédie Wikipédia IX.

Remerciements à son auteur Pickwick.

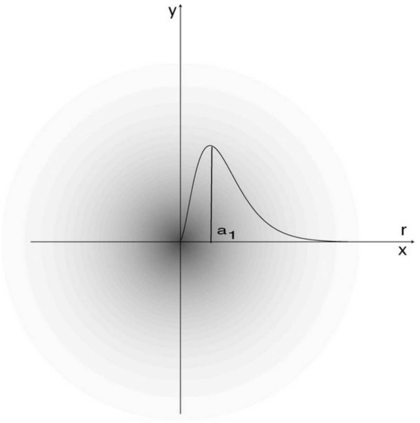
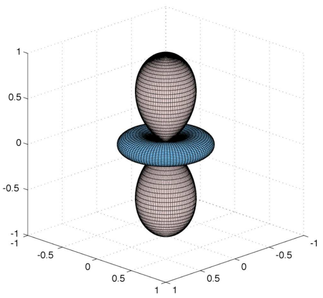


FIG. 1.10 – L'orbitale : onde de probabilité
Image de l'encyclopédie Wikipédia X.

Remerciements à son auteur Pickwick.



Chapitre 2

La cinématique

2.1 Introduction

La cinématique est la science de la description du mouvement. L'origine du mot, kinêma, le mouvement, est la même que celle du mot cinéma. Il s'agit de rendre compte des différentes manières de décrire précisément le mouvement d'un corps dans l'espace. Cette description n'implique pas la détermination des causes du mouvement. Celles-ci seront introduite dans la dynamique.

2.2 Position

2.2.1 Dimensions

Une dimension

On dira du mouvement d'un système qu'il est unidimensionnel ou en une dimension quand il se fait selon une droite.

Deux dimensions

On dira du mouvement d'un système qu'il est bidimensionnel ou en deux dimensions quand il se fait dans un plan.

Trois dimensions

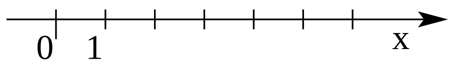
On dira du mouvement d'un système qu'il est tridimensionnel ou en trois dimensions quand il se fait dans l'espace.

2.2.2 Système d'axes

Nous allons ici, pour plus de facilité, nous limiter aux mouvements unidimensionnels. La généralisation en deux dimensions est naturelle pour des systèmes d'axes et de coordonnées cartésiens. Nous ne verrons pas d'autre types de système d'axes. Par contre vous trouverez en annexe B deux autres systèmes de coordonnées : circulaires (bidimensionnel) et sphérique (tridimensionnel). Ils sont assez simples pour être compris sans autre.

Un système d'axes est donc, en une dimension, une ligne orientée (munie d'un sens), c'est-à-dire une flèche, munie d'une origine notée O, d'une unité de longueur notée 1 et de graduations multiples de cette unité. On la représente comme indiqué à la figure 2.1 et on la nomme généralement x.

FIG. 2.1 – Un système d'axes en une dimension

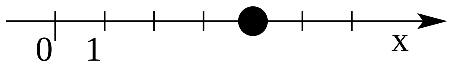


2.2.3 Position

La position d'un objet est tout simplement le point coïncident sur l'axe avec le lieu ou se trouve l'objet. En une dimension elle est notée x et prend pour valeur celle donnée par le choix de l'origine et de l'unité. Exemple à la figure 2.2.

On écrira alors dans ce cas particulier : $x = 4\,cm$.

FIG. 2.2 – La position d'un objet



Bien entendu, si l'objet se déplace dans un plan, la position devient le vecteur position $\overrightarrow{r}$, repéré par deux coordonnées. Par exemple, on pourrait avoir :

$$\overrightarrow{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} cm$$

2.2.4 Déplacement

Le déplacement, noté D ou Δx est la différence entre les positions initiales et finales de l'objet. On peut donc écrire : $D = \Delta x = x_{final} - x_{initial} = x_f - x_i = x_2 - x_1$. En deux dimensions, x est simplement un vecteur.

2.2.5 Distance parcourue

Il ne faut pas confondre déplacement et distance parcourue. Si un objet part d'un point parcourt une certaine distance et y revient, son déplacement est nul. Par contre sa distance parcourue, notée d, ne l'est pas.

2.3 Vitesse

2.3.1 Vitesse moyenne

La vitesse moyenne d'un objet est donnée par :

$$\overrightarrow{v} = \frac{\overrightarrow{déplacement}}{temps} =$$

$$\frac{\overrightarrow{position}_{finale} - \overrightarrow{position}_{initiale}}{temps}$$

En d'autres termes :

$$\boxed{\overrightarrow{v} = \frac{\overrightarrow{d}}{t} = \frac{\overrightarrow{x_f} - \overrightarrow{x_i}}{t} = \frac{\Delta \overrightarrow{x}}{t}} \tag{2.1}$$

Les unités de la vitesse sont : [v] = m/s

En une dimension, la définition de la vitesse est identique sauf que la notation vectorielle disparaît.

2.3.2 Exemples

Exemple 1

Un objet se déplace de $x = 3\,m$ à $x = 7\,m$ en 10s. Quelle est sa vitesse moyenne.

Réponse : v = (7-3)/10 = 0,4 m/s.

Exemple 2

Un objet se déplace de x = 30 km à x = 10 km en une demi-heure. Calculez sa vitesse moyenne en km/h et en m/s.

Réponse :

$$v = \frac{10 - 30}{0,5} = -40\,km/h =$$

$$\frac{-40 \cdot 10^3}{60 \cdot 60} = -\frac{40 \cdot 10^3}{3,6 \cdot 10^3} = -\frac{40}{3,6} = -11,1\,m/s$$

La vitesse est négative, donc l'objet recule.

2.3.3 Vitesse instantanée

La vitesse instantanée d'un objet est la vitesse qu'il a à un instant précis et non au cours d'un intervalle de temps donné. Cette vitesse est obtenue en raccourcissant l'intervalle de temps entre les deux mesures de position finale et initiale, jusqu'à ce que cet intervalle soit infiniment court, c'est-à-dire nul. On a alors la vitesse instantanée à ce moment précis. Ainsi on peut écrire formellement :

$$v_{instantannée} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

et on verra que cette opération mathématique de limite correspond à la notion de dérivée.

2.4 Accélération

2.4.1 Accélération moyenne

L'accélération moyenne d'un objet est donnée par :

$$\overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{v_{finale}} - \overrightarrow{v_{initiale}}}{temps} = \frac{\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}}{t}$$

$$\boxed{\overrightarrow{a} = \frac{\Delta\overrightarrow{v}}{t} = \frac{\overrightarrow{v_f} - \overrightarrow{v_i}}{t} = \frac{\Delta\overrightarrow{v}}{t}} \qquad (2.2)$$

Les unités de l'accélération sont [a] = m/s^2.
En une dimension, la définition de l'accélération est identique sauf que la notation vectorielle disparaît.

2.4.2 Exemples

Exemple 1

Un objet accélère de 0 à 100 km/h en 10s. Quelle est son accélération ?
Réponse : attention, il faut que les unités du dénominateur (s) correspondent à celles du numérateur (km/h). On doit donc soit transformer des km/h en km/s, soit des secondes en heures :

- 100 km/h = 100/3600 km/s = 0,028 km/s
  Ainsi, l'accélération vaut alors a = 0,028/10 = 0,0028 km/s^2.
- 10s = 10/3600 = 0,0028 h
  Ainsi, l'accélération vaut alors a = 100/0,0028 = 36'000 km/h^2.
- La solution la plus courante est d'exprimer toutes les grandeurs en unités du système international (voir annexe A), c'est-à-dire des mètres et des secondes.
  Ainsi on aurait : 100 km/h = 100/3,6 = 27,8 m/s et l'accélération serait alors a = 27,8/10 = 2,78 m/s^2.

Exemple 2

Un objet passe de 20 m/s à 36 km/h en 10s. Quelle est son accélération ?
Réponse : 36 km/h = 36/3,6 = 10 m/s. Ainsi a = (10 - 20)/10 = - 1 m/s^2. L'accélération est négative. Cela signifie ici que l'objet freine. On parle alors d'un cas particulier d'accélération : la décélération.

Remarque :

Dans le calcul de l'accélération, il faut toujours tenir compte des vitesses avec leur signe. Ainsi, il est possible de concevoir un objet qui ne décélère pas et dont l'accélération est négative (voir exercices).

2.4.3 L'accélération instantanée

De la même manière que pour la vitesse instantanée, on peut définir l'accélération instantanée par :

$$a_{instantann\acute{e}e} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

2.5 Mouvements simples

2.5.1 Le mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Définition

Un objet est dit en mouvement rectiligne uniforme (MRU), s'il se déplace en ligne droite et à vitesse constante.

Propriétés

De la définition de la vitesse on tire :

$$v = v_o = \frac{x - x_o}{t} \Rightarrow v_o \cdot t = x - x_o$$
$$\Rightarrow x = v_o \cdot t + x_o$$

car la vitesse v au cours du temps ne change pas. Elle est donc la même à un instant t quelconque et à l'instant $t = 0$s, moment où on la note v_o.
Ainsi, on peut écrire

$$\boxed{x(t) = v_o \cdot t + x_o} \qquad (2.3)$$

Cette équation donne la position $x(t)$ d'un objet au cours du temps en fonction de sa vitesse v_o (constante), de l'instant t qu'on considère et de sa position initiale x_o. C'est une droite affine de pente v_o et d'ordonnée initiale x_o.

Un exemple : Apollo en route vers la lune

Il s'agit ici d'un exemple - contre-exemple, comme nous allons le voir par la suite. D'une manière très grossière, on peut décrire le mouvement d'une capsule Apollo en route vers la lune en trois phases :

1. La fusée décolle et amène la capsule à une altitude de 370 km environ. Celle-ci est alors en orbite autour de la terre.
2. On allume la propulsion pour la faire dégager de son orbite autour de la terre. Elle se dirige alors vers la lune.
3. Elle arrive à une altitude de 5700 km environ de la surface de la lune. Là, elle est freinée (par des moteurs) pour être capturée par la lune et pouvoir s'y poser.

Pendant la phase de transfert entre les deux orbites terrestre et lunaire, on peut faire l'hypothèse d'un MRU. Nous verrons par la suite la validité de cette hypothèse. En utilisant les différentes grandeurs données ci-dessous, calculez la vitesse moyenne de la capsule Apollo 12 lors de son transfert vers la lune.

On a besoin des données suivantes[1] :

TAB. 2.1 – Données de la mission Apollo 12

Grandeur	Valeur
Rayon de la terre	$6'371\,km$
Altitude orbite terrestre	$370\,km$
Date départ orbite terrestre	14 nov. 1969
Heure départ orbite terrestre	19 h 15
Distance terre-lune	$3,84 \cdot 10^8\,m$
Altitude orbite lunaire	$5700\,km$
Date arrivée orbite lunaire	18 nov. 1969
Heure arrivée orbite lunaire	6 h 10
Rayon de la lune	$1,738 \cdot 10^6\,m$

Solution :

Le temps t de déplacement vaut :

$$\begin{aligned} t &= 4\,h\,45\,mn + 3 \cdot 24\,h + 6\,h\,10\,mn \\ &= 82\,h\,55\,mn = 82,92\,h \end{aligned}$$

[1]Apollo en chiffres : http ://history.nasa.gov/SP-4029/contents.htm

La distance d de déplacement vaut :

$$\begin{aligned} d &= d_{terre-lune} - R_{terre} - h_{orbite-terre} \\ &\quad -R_{lune} - h_{orbite-lune} \\ &= 3,84 \cdot 10^5 - 6'371 - 370 \\ &\quad -1,738 \cdot 10^3 - 5'700 = 369'821\,km \end{aligned}$$

La vitesse moyenne est donc de :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{369'821}{82,92} = 4460\,km/h$$

Remarques importantes :

En réalité le mouvement de la capsule est loin d'être un MRU. En effet, la terre et la lune exercent leurs attractions respectives. Ainsi, si la vitesse initiale de rotation de la capsule autour de la terre était de 28000 km/h, celle-ci était augmentée par la propulsion pour se dégager de la terre jusqu'à une valeur de 38000 km/h.

Ensuite, l'attraction de la terre freinait constamment le vaisseau. "Sa vitesse tombait ainsi à près de 5.000 km/h au point d'équigravité (gravité équivalente entre la Terre et la Lune) qui se situe à environ 300.000 kilomètres de notre planète (sur une distance moyenne Terre-Lune de 380.000 km), pour accélérer à nouveau compte tenu de l'attraction lunaire. Au voisinage de notre satellite, le vaisseau Apollo arrivait à une vitesse de 8.000 km/h, mais bien encore trop rapide pour devenir captif de la gravité lunaire. Aussi, l'engin devait effectuer une rotation de 180° (l'arrière vers l'avant) puis, grâce à la mise à feu du propulseur auxiliaire libérant une poussée de 10 tonnes (pendant 4 minutes et demie), ralentissait juste ce qu'il fallait pour être pris dans le champ de la gravité lunaire."[2]

On voit ainsi que le mouvement des engins spatiaux est loin d'être un mouvement aussi simple qu'on pourrait le penser étant donné le vide dans lequel ils se trouvent. En particulier, il est loin d'être rectiligne et de se faire à vitesse constante.

Bien entendu, ce mouvement devait être parfaitement connu pour pouvoir amener des hommes sur la lune. Nous verrons dans le chapitre suivant (paragraphe 3.1) qu'en réalité ce mouvement peut être

[2]Les missions Apollo : http ://perso.wanadoo.fr/alexandre.schwenk/index.htm

assez facilement déterminé grâce à la loi de la gravitation universelle de Newton.

Autre exemple : le déplacement d'Andromède

Contrairement à la plupart des galaxies, qui s'éloignent de nous en raison de l'expansion de l'univers, celle d'Andromède (ainsi que celles du groupe local) se rapproche de nous.

A l'aide des données ci-dessous, calculez dans combien d'années elle rencontrera notre galaxie la Voie Lactée.

Vitesse d'approche : 500'000 km/s.
Position initiale : $2,55 \cdot 10^6$ AL (année lumière).
Vitesse de la lumière : 300'000 km/s.

Le calcul est le suivant :
500'000 km/h $= 5 \cdot 10^5 \cdot 24 \cdot 365 = 4,38 \cdot 10^9$ km/an
1 AL $= 300'000 \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365 = 9,4608 \cdot 10^{12}$ km
$4,38 \cdot 10^9$ km/an $= 4,38 \cdot 10^9 / \ 9,4608 \cdot 10^{12} = 4,63 \cdot 10^{-4}$ AL/an

On peut faire l'hypothèse d'un mouvement à vitesse constante.

On a alors : t $= 2,55 \cdot 10^6 \ / \ 4,63 \cdot 10^{-4} = 5,5 \cdot 10^9$ ans = 5,5 milliard d'années.

Mais en réalité, plus Andromède se rapprochera de la Voie Lactée, plus sa vitesse augmentera. Ainsi, le mouvement n'est pas à vitesse constante et le temps avant la rencontre sera plus petit : **3 milliard d'années**.

2.5.2 Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Définition

Un objet est dit en mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA), s'il se déplace en ligne droite et avec une accélération constante.

Propriétés

On montre (voir annexe F.1) que pour un MRUA, on a :

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_o \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o} \qquad (2.4)$$

où $x(t)$ est la position de l'objet au cours du temps, a_o son accélération initiale (et donc son accélération tout court), v_o sa vitesse initiale, x_o sa position initiale et t l'instant qu'on considère.

Par définition de l'accélération, on a aussi :

$$a = a_o = \frac{v - v_o}{t} \ \Rightarrow \ a_o \cdot t = v - v_o$$
$$\Rightarrow \ v = a_o \cdot t + v_o$$

Ainsi, on peut écrire :

$$\boxed{v(t) = a_o \cdot t + v_o} \qquad (2.5)$$

Comme on le voit, la vitesse au cours du temps est une droite affine de pente a_o et d'ordonnée initiale v_o. D'autre part, la position au cours du temps est une parabole (en t^2).

Finalement, on peut constater que le MRU n'est qu'un cas particulier de MRUA. En effet, il suffit de poser $a_o = 0$ dans les équations du MRUA pour retrouver celle du MRU.

Exemple : la chute libre

Historiquement, le problème de la chute libre fut résolu dans le cadre de la remise en question des théories d'Aristote (voir paragraphe 3.1.3). Disons, en substance, que ce problème fut la première pierre de l'édifice théorique qui permit de réunifier deux mondes dont la séparation par Platon fut reprise par Aristote : le monde sublunaire (en dessous de la lune) et le monde supra-lunaire (en dessus de la lune). Pour Aristote la physique dans ces deux mondes n'obéissait pas aux même lois. Or, on va voir que les propriétés de la chute libre à la surface de la terre sont les même que celle de la "chute" de la lune sur la terre. Cette découverte mena à la réfutation totale de la théorie d'Aristote et permit aux physiciens la prétention extraordinaire de pouvoir décrire tout l'univers avec les mêmes lois. La résolution du problème de la chute libre fut donc un évènement très important, pour ne pas dire essentiel, dans l'histoire de la physique, même s'il paraît aujourd'hui d'une moindre importance. Comme par ailleurs, il est un exemple idéal de par sa simplicité et ses facilités expérimentales pour la présentation de la notion d'accélération, il mérite d'être étudié attentivement.

Définition La chute d'un objet est dite libre quand elle se fait en l'absence totale de tout frottements. Un bon exemple est donné par la chute d'un objet à la surface de la lune (qui est sans atmosphère). On peut aussi considérer la chute d'un objet dans un tube à vide. Ou encore tout simplement la chute d'un objet à la surface de la terre, pour autant qu'elle ne dépasse pas quelques mètres. Dans ces conditions, en effet, le frottement est assez faible pour être négligé.

Propriétés On montre alors que la chute libre d'un objet ne dépend pas de sa masse. Cela signifie que deux objets en chute libre comme un marteau et une plume tomberont exactement de la même manière (voir vidéo et tube à vide). D'autre part, dans les conditions d'une chute de faible hauteur, l'accélération a une autre propriété importante. Mais pour la déterminer, il faut réaliser l'expérience suivante :

Expérience on lâche une petite bille d'une hauteur connue et on mesure son temps de chute.

Le tableau 2.2 donne les résultats obtenus.

TAB. 2.2 – Mesures de la hauteur en fonction du temps

No. mesure i	Hauteur h_i (m)	Temps t_i (s)
1	0,1	0,1428
2	0,2	0,2019
3	0,3	0,2473
4	0,4	0,2856
5	0,5	0,3193
6	0,6	0,3497
7	0,7	0,3778
8	0,8	0,4039
9	0,9	0,4284

Calculs A partir des mesures brutes du tableau 2.2, on calcule les vitesses moyennes de chaque intervalles de temps, ainsi que les temps moyens correspondants :

$$t_{moyen} = \frac{t_{i+1} + t_i}{2} \; et \; v_{moyenne} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h_{i+1} - h_i}{t_{i+1} - t_i}$$

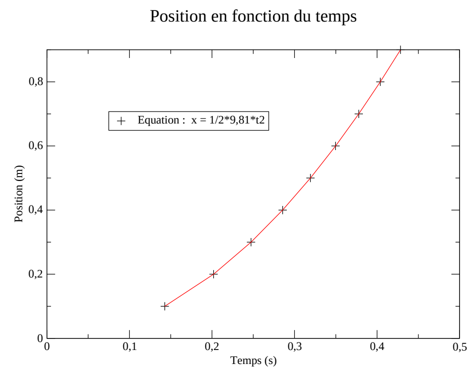
Remplissez ainsi le tableau 2.3.

TAB. 2.3 – La vitesse en fonction du temps

No.	t_{moyen} (s)	$v_{moyenne}$ (m/s)
1-2	0,1724	1,6920
2-3	0,2246	2,2026
3-4	0,2665	2,6110
4-5	0,3025	2,9674
5-6	0,3345	3,2895
6-7	0,3638	3,5587
7-8	0,3909	3,8314
8-9	0,4162	4,0816

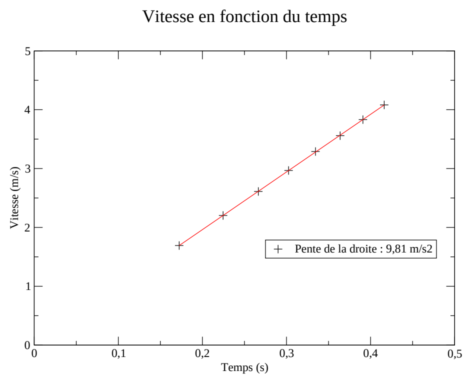
A partir des résultats des tableaux 2.2 et 2.3, on construit les graphes horaires (le temps est toujours placé sur l'axe des x) suivants : hauteur en fonction du temps (h vs t : figure 2.3) et vitesse en fonction du temps moyen (v vs t : figure 2.4) [3].

FIG. 2.3 – Chute libre



[3] vs signifie "versus" c'est-à-dire "en fonction de" en latin.

FIG. 2.4 – Chute libre



Analyse des résultats Commençons par analyser le graphe de la figure 2.4, plus particulièrement celui de la vitesse en fonction du temps. Il correspond à une droite linéaire. Cela signifie que la vitesse augmente toujours de la même manière, que pour un intervalle de temps donné l'augmentation de vitesse est toujours la même ou en fin de compte que l'accélération est constante. Bien évidemment cette dernière n'est autre que la pente du graphe puisqu'elle s'exprime comme le rapport d'une différence de vitesse par une différence de temps. Comme précisé sur le graphe, la pente vaut $9,81\,m/s^2$. Le mouvement est donc rectiligne uniformément accéléré. Son accélération est appelée accélération terrestre et notée g.

En ce qui concerne l'autre graphe de la figure 2.3, plus particulièrement celui de la position en fonction du temps, on constate clairement la parabole correspondant à un MRUA. L'expression générale permet donc aussi de calculer la valeur de l'accélération terrestre en multipliant le coefficient devant le t^2 par deux. On retrouve bien la valeur de $9,81\,m/s^2$.

Conclusions La chute libre est un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Son accélération est dite accélération terrestre et vaut $g = 9,81\,m/s^2$.

Un autre exemple : La balistique

Jusqu'à présent, pour la chute libre, le mouvement se déroulait en une dimension. Dans le cas de mouvements dits "balistiques", le mouvement se fait dans un plan. Les exemples typiques de ce type de mouvement sont ceux d'un obus de canon, d'une balle de fusil, d'une balle de football, ...

Définition En réalité les mouvements donnés en exemple ci-dessus sont plus complexes que le mouvement simple dit "balistique". En effet, pour qu'un mouvement d'un objet soit dit "balistique", il faut non seulement que ce dernier se déplace dans un plan, mais encore sous l'effet de son poids et en l'absence de frottement.

Propriétés On montre (voir vidéo) qu'un mouvement balistique est en fait composé de deux mouvements simples : horizontalement, on a un MRU et verticalement, un MRUA d'accélération a = 9,81 m/s^2.

Remarquons que cela implique qu'un objet lancé horizontalement (sans aucune vitesse verticale) depuis le haut du pont du Gard, par exemple, tombera en même temps qu'un autre simplement lâché du même endroit. Pratiquement cela signifie qu'ils arriverons exactement au même moment au sol.

Numériquement On lance un caillou du haut du pont du Gard avec une vitesse horizontale de 1 m/s. Il arrive au sol à une distance de 3,16 m du pied de l'endroit où il a été lancé. Quelle est la hauteur du pont du Gard ?

Réponse :

- Le mouvement horizontal est un MRU de vitesse v = 1 m/s. Ainsi, le temps mis par le caillou pour parcourir horizontalement les 3,16 m est de 3,16 secondes.
- Or, c'est dans ce même temps (le temps de vol) que le caillou a parcouru verticalement la hauteur du pont. Verticalement, le mouvement étant un MRUA, on peut écrire :

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0,5 \cdot 9,81 \cdot 3,16^2 \cong 49\,m$$

Dernier exemple : La chute libre ... de la lune

La question est ici de savoir pourquoi la lune “tient” au-dessus de notre tête.

La réponse d'Aristote était qu'il est naturel pour un objet du monde supra-lunaire (dont la lune fait partie) de suivre le type de mouvement propre à ces objets divins : un mouvement circulaire. Un tel objet n'est en effet pas soumis à la même physique que les objets du monde sublunaire, ceux qui se déplacent à la surface de la terre. La lune ne tombe donc pas sur la terre.

Pour les physiciens actuels, la même physique doit être valable dans tout l'univers. Ainsi, la lune, comme un autre objet à la surface de la terre, est soumise à son poids, c'est-à-dire à l'attraction de la terre. Elle devrait donc tomber sur celle-ci. Or, manifestement, elle ne le fait pas. Cela signifie-t-il alors que son poids est nul ? Si on considère que la lune est un objet comme un autre, cela ne peut être le cas. Comment donc expliquer que la lune ne tombe pas ?

On pourrait répondre à cette question en admettant, même si cela paraît paradoxal, qu'en réalité elle tombe. L'idée est la suivante : supposons qu'on lance un objet horizontalement un peu en-dessus de la surface de la terre. Appelons v la vitesse horizontale initiale. Si v est nulle, l'objet tombe en chute libre. Si v est non nulle, mais petite, l'objet est en mouvement balistique et il tombe sur la terre quelques mètres plus loin. Plus v est grande, plus la distance qu'il parcourt à la surface de la terre est grande. Si la vitesse est assez grande, l'objet semble suivre la courbure de la terre, tout en tombant petit à petit jusqu'à sa surface. A la limite, pour une vitesse donnée, l'objet tombe “en même temps” que la courbure de la terre fait “descendre” sa surface (cf. figure 2.5). C'est comme si alors il la ratait en permanence. Ainsi, il peut tomber sur la terre tout en tournant autour d'elle.

De façon plus détaillée, mais partiellement inexacte comme nous le verrons plus tard, on pourrait dire que la lune tombe sur la terre d'une hauteur égale à la distance terre-lune en un quart de la période de rotation de la lune autour de la terre (cf. figure 2.6).

De cette manière, on peut calculer la valeur de l'accélération que devrait avoir la lune dans sa chute sur la terre pour “tomber” d'un quart de tour. Très grossièrement, en confondant la chute de la lune avec un simple mouvement balistique dont la composante verticale est un MRUA, on pourrait en effet écrire :

$$h = d_{terre-lune} = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{T}{4}\right)^2$$

où T est la période de rotation de la lune autour de la terre. Ainsi :

$$a = \frac{32 \cdot d_{t-l}}{T^2} = \frac{32 \cdot 3,84404 \cdot 10^8}{(30 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 1,83 \cdot 10^{-3}\, m/s^2$$

Cette valeur est du bon ordre de grandeur puisqu'en réalité l'accélération (vers la terre) de la lune

Fig. 2.5 – L'idée de la chute de la lune

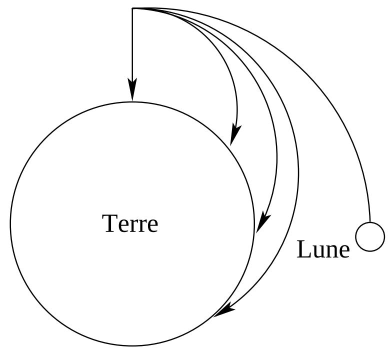
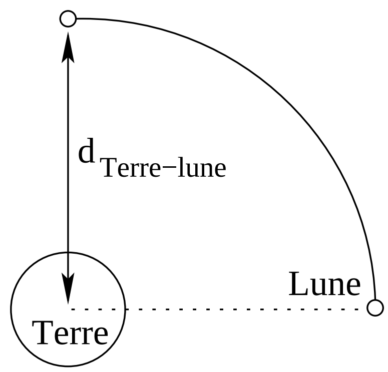


Fig. 2.6 – Chute de la lune sur la terre



vaut :

$$a = 2,7 \cdot 10^{-3}\, m/s^2$$

Bien entendu, ces deux valeurs sont néanmoins assez différentes. Cependant, étant donné les hypothèses très grossières qui ont été faites, obtenir un bon ordre de grandeur est un résultat remarquable. En effet, on a considéré que le mouvement était balistique, c'est-à-dire qu'à tout instant la direction dans laquelle la lune tombe est la même. Or, étant donné la courbure de la terre, sur un quart de période, cette direction varie de 90°. En réalité donc, le mouvement n'est pas balistique, mais central, c'est-à-dire que la chute de la lune se fait toujours vers un même point. Ainsi, le mouvement réel de la lune ne se fait pas sur une parabole, comme dans le cas d'un mouvement balistique, mais sur une ellipse (très proche d'un cercle).

Quoi qu'il en soit, l'idée que la lune tombe en permanence sur la terre peut parfaitement expliquer qu'elle tienne apparemment en apesanteur au-dessus de notre tête, pour autant qu'elle soit animée d'une vitesse non nulle parallèle à la surface de la terre, que celle-ci ait une valeur bien précise et, bien entendu, qu'elle ne soit soumise à aucun frottements.

Nous verrons au prochain chapitre (préciser la référence) avec la dynamique de Newton (sa théorie du mouvement) et sa loi de la gravitation universelle (préciser la référence), que le mouvement des objets en rotation autour de la terre comme la lune, mais aussi comme les satellites artificiels, est parfaitement expliqué par l'idée de la chute d'objets à vitesse initiale tangentielle non nulle.

Remarquons enfin que cette idée a été remise en question par Einstein dans sa théorie de la relativité générale. Celui-ci revient en effet à l'idée d'un mouvement "naturel" sans contrainte, sans attraction par la terre, dans un espace courbe.

Chapitre 3

La mécanique

3.1 La "mécanique" d'Aristote

3.1.1 Introduction

On pense généralement aujourd'hui que la mécanique d'Aristote est dépassée. C'est vrai. Tout comme la mécanique de Newton et la relativité restreinte. Et tout pousse à penser que la relativité générale pourrait être bientôt dépassée. En réalité chacune de ces théories répond à des questions bien précises dans un cadre limité. Les réponses données par ces théories à ces questions sont tout-à-fait pertinentes dans ce cadre. Il est alors important de bien comprendre l'utilité de maintenir la connaissance de ces théories. S'il est naturel aujourd'hui de maintenir dans les universités l'enseignement de la théorie de Newton parce que celle-ci à permis d'envoyer des hommes sur la lune, il est tout aussi important de présenter la théorie d'Aristote parce qu'elle est née de l'évidence et du sens commun et pour cette raison est partagée par tout un chacun. Il est donc très important de marquer bien précisément les limites aux réponses qu'elle peut fournir.

3.1.2 Platon

La physique aristotélicienne est intimement liée à la cosmologie de Platon. Celle-ci part d'une idée simple. Platon pense qu'il existe deux mondes tout-à-fait différents : l'un, humain, composé par tout ce qui se trouve au-dessous de la lune et l'autre, divin, composé par tout ce qui est au-dessus.

"Le monde sublunaire où règnent les apparences [...] est formé de couches étagées ; il y a d'abord la Terre, puis l'Eau, l'Air et enfin le Feu se situant tout au-dessus, vers les limites du monde sublunaire. Ce monde dans lequel vivent les hommes est imparfait, corruptible.

Le monde céleste [...] est le siège des idées. Il est formé de l'Éther, le cinquième élément (ou quintessence. C'est là que se trouvent les astres qui sont des êtres éternels, parfaits, divins et immuables. Parfaits, ils doivent aussi avoir un mouvement parfait autour de la Terre, c'est-à-dire un mouvement circulaire uniforme (MCU), ou éventuellement une combinaison de tels mouvements. Dans l'esprit pythagoricien, le MCU est effectivement le mouvement qui, par ses qualités de symétrie et d'harmonie, est le plus parfait que l'on puisse imaginer."[1]

C'est dans le cadre de cette cosmologie qu'Aristote va établir sa physique.

3.1.3 Aristote

L'idée fondamentale de la dynamique d'Aristote vient de l'observation commune du fait que le mouvement finit toujours par s'arrêter. Ainsi, selon Aristote, il existe pour chacun des cinq éléments qui composent toute chose dans l'univers (la terre, l'eau, l'air, le feu et l'éther) un lieu de repos naturel. Pour la terre, c'est le centre de l'univers (cela implique que le centre de la terre se trouve au centre de l'univers). Pour l'eau, c'est sur la terre. Pour l'air, c'est sur l'eau

[1] Mécanique, E. Lindemann, 1999,DeBoeckUniversité, p.43,44.

ou la terre. Pour le feu, c'est au-dessus de l'air (c'est pourquoi le feu monte), mais au-dessous de la lune. Enfin, pour l'éther, c'est au-dessus de la lune.

Cinématique

En conséquence, il existe des mouvements dits naturels, ceux qui mènent un objet, selon sa composition, vers son lieu naturel de repos, et des mouvements dits forcés ou violents, ceux qui éloignent l'objet de son lieu naturel de repos. Par exemple, étant essentiellement composée de terre, une pierre qu'on laisse tomber va naturellement rejoindre, au plus près qu'il lui est possible de le faire, le centre de la terre. La chute d'un tel objet est donc un mouvement naturel. Par contre, le mouvement d'un boulet de canon est composé : au début, le boulet, composé de terre, s'élève et ainsi s'éloigne de son lieu naturel de repos, le centre de l'univers. Son mouvement est donc violent. Puis, il s'approche de la lune, lieu divin dans lequel il n'existe qu'un mouvement éternel : le mouvement circulaire uniforme (MCU), c'est-à-dire un mouvement que l'on pourrait dire sans mouvement, un mouvement à vitesse constante. Sa trajectoire prend donc une allure divine, c'est-à-dire tend vers le cercle. C'est la partie haute du mouvement du boulet. Puis, il retombe. Son mouvement redevient donc naturel.

Au total, on distingue donc trois types de mouvement dans la cinématique d'Aristote : les mouvements naturels, les mouvements violents et les mouvements divins. Les deux premiers se font essentiellement en ligne droite. Le dernier est circulaire à vitesse constante.

Dynamique

Cette cinématique est complétée par une dynamique en parfaite logique avec la première. Car, si les objets ont un lieu naturel de repos, c'est que leur état naturel est précisément d'être au repos (comme les hommes en quelque sorte, et on peut bien penser que cette comparaison pouvait avoir un sens à cette époque). Ainsi, pour qu'ils restent en mouvement, il faut les y aider en exerçant sur eux une contrainte, une "force" en termes modernes. Pour Aristote, l'état de mouvement est donc directement lié à la force qui lui permet d'exister. Et bien entendu plus cette force est grande, plus l'état de mouvement sera grand, c'est-à-dire plus la vitesse de l'objet sera importante.

On pourrait résumer la dynamique d'Aristote en termes anachroniques en disant que pour lui la force est directement proportionnelle à la vitesse :

$$F \approx v$$

Cette théorie est si naturelle qu'elle paraît évidente. Pour l'illustrer, considérons les quatre questions suivantes :

1. Un canon pointe verticalement. A l'arrêt, il tire un obus qui lui retombe dessus. Qu'en est-il si le canon se déplace horizontalement, tout en pointant toujours verticalement ? L'obus retombe-t-il derrière le canon, sur le canon ou devant ?
2. On laisse tomber un objet du haut de la Tour Eiffel. Étant donné que la terre tourne, celle-ci se déplace. En conséquence, cet objet va-t-il tomber au pied exact de là où il a été lâché, un peu à l'est de ce point ou un peu à l'ouest ?
3. Un avion veut remettre des vivres aux rescapés d'un naufrage réunis sur une île déserte. Doit-il lâcher son colis avant l'île, sur l'île ou après elle ?
4. Un pirate lâche son couteau du haut de la vigie du grand mat. Le bateau est en pleine poursuite d'un autre vaisseau. Le couteau tombera-t-il du côté de la proue, du côté de la poupe ou au pieds du grand mât du bateau ?

Explications :

1. – Selon Aristote, au moment où l'obus quitte le canon, plus rien ne le pousse horizontalement. Il monte et redescend donc sur place. Comme pendant ce temps le canon se déplace, l'obus retombe derrière le canon.
   – Actuellement, on considère l'inertie de l'obus qui le fait se déplacer horizontalement à la même vitesse que le canon pendant qu'il monte et redescend. L'obus retombe donc sur le canon. L'expérience en atteste.
2. – Selon Aristote, au moment où l'objet quitte le haut de la Tour Eiffel, plus rien ne le pousse

horizontalement. Il descend donc sur place. Comme pendant ce temps la Tour Eiffel se déplace vers l'Est, l'objet tombe à l'ouest de celle-ci.
   - Actuellement, on considère l'inertie de l'objet qui le fait se déplacer horizontalement à la même vitesse que la Tour Eiffel pendant qu'il tombe. L'objet tombe donc au pied de la Tour Eiffel. L'expérience en atteste (presque car la terre tourne et en réalité … mais c'est une autre histoire).
3. – Selon Aristote, au moment où le colis quitte l'avion, plus rien ne le pousse horizontalement. Il tombe donc sur place. Il faudrait donc lâcher le colis juste au dessus de l'île.
   - Actuellement, on considère l'inertie du colis qui le fait se déplacer horizontalement à la même vitesse que l'avion pendant qu'il tombe. Il faut donc le lâcher avant l'île pour qu'il arrive bien à destination. L'expérience en atteste.
4. – Selon Aristote, au moment où le couteau quitte la vigie, plus rien ne le pousse horizontalement. Il tombe donc sur place. Comme pendant ce temps le bateau se déplace, le couteau tombe du côté de la poupe du bateau.
   - Actuellement, on considère l'inertie du couteau qui le fait se déplacer horizontalement à la même vitesse que le bateau pendant qu'il tombe. Le couteau tombe donc au pied du grand mât. L'expérience en atteste.

Ainsi, la mécanique d'Aristote traduit le fait évident qu'il faut pousser un objet pour qu'il se déplace. Dans la vie de tous les jours, c'est exact parce qu'il y a du frottement. Mais on sait aujourd'hui que cette affirmation est généralement fausse, qu'il n'est pas nécessaire d'exercer une force sur un objet pour qu'il soit en mouvement.

Ainsi on peut dire que la théorie d'Aristote est fausse. Mais on peut aussi la voir comme une bonne théorie pour les cas de la vie courante.

Nous allons voir que la théorie de Newton, si elle résout les erreurs d'Aristote, et donc en ce sens est une théorie plus exacte que celle d'Aristote, a aussi ses propres limitations qui en font aussi une théorie fausse dans certains domaines.

3.2 Mécanique de Newton

3.2.1 Introduction

Newton est avec Einstein le plus grand physicien de tous les temps. C'est lui qui, avec les "Principes mathématiques de la philosophie naturelle"[2] (entendez par "philosophie naturelle" la physique) parus en 1687, pose pour la première fois les bases d'une théorie complète du mouvement et de ses causes. Mais il ne se limite pas à cela. Il publie aussi sa fameuse loi de la gravitation, qui détermine une relation d'attraction très générale entre les corps qui ont une masse. Mais l'exceptionnel travail de Newton ne se limite pas à cela. Il porte aussi sur l'optique de son temps, domaine dans lequel il se signale par la découverte des anneaux dits de Newton.

3.2.2 Mécanique

Toute la mécanique de Newton repose sur trois axiomes[3] ou lois fondamentales. L'invention (au sens de "découverte") de ces lois n'est pas due au hasard, mais dérive directement d'une réflexion en opposition à la physique d'Aristote, comme on va le voir ci-dessous.

Les trois loi de Newton

Présentons tout d'abord ces trois lois fondamentales :

Première loi : (ou loi de l'inertie)

> « Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, si et seulement si, la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle. »[4]

Cette loi est en opposition totale avec la notion "d'état de repos" d'Aristote. Pour Aristote, un corps

[2]Son principal ouvrage intitulé aussi "Principia mathematica ...", publié en 1687.

[3]Le terme d'axiome est intéressant ici puisqu'il souligne que toute la mécanique de Newton peut être logiquement déduite de ces postulats initiaux.

n'est dans son état de repos que s'il ne bouge pas par rapport au centre de l'univers. Ainsi, un état de mouvement ne peut être un état de repos, c'est-à-dire un état qui persévère. Pour lui, le mouvement ne dure pas, à moins qu'on le force à durer. Pour Newton, l'état de repos et l'état de mouvement rectiligne uniforme sont deux choses identiques. Ainsi si, comme pour Aristote, un objet qui ne bouge pas n'est soumis à aucune force, au contraire de lui, pour Newton, un objet qui bouge, plus précisément se déplace en ligne droite et à vitesse constante, n'est pas plus soumis à une quelconque force. En d'autres termes, pour Newton, il n'est pas nécessaire d'exercer une force pour qu'il y ait mouvement.

La traduction mathématique actuelle de la première loi élimine ainsi naturellement la référence à un état de repos pour l'inclure dans la loi en tant que mouvement rectiligne à vitesse constante nulle :

Première loi : (version actuelle)

$$\boxed{MRU \Leftrightarrow \sum \overrightarrow{F^{ext}} = 0} \tag{3.1}$$

La double flèche signifie "si et seulement si". En d'autre termes, on peut lire cette loi dans les deux sens :

- si un objet est en Mouvement Rectiligne Uniforme, alors on peut dire que la somme des forces extérieures qui s'exercent sur lui est nulle ($\Rightarrow$).
- si on sait que la somme des forces qui s'exercent sur un objet est nulle, alors cet objet est en Mouvement Rectiligne Uniforme ($\Leftarrow$).

Seconde loi : (loi fondamentale de la dynamique)[5]

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F^{ext}} = m \cdot \overrightarrow{a}} \tag{3.2}$$

Cette loi exprime la relation entre cause et effet. La cause du mouvement étant la force totale qui s'exerce sur le système étudié et l'effet étant son accélération, la loi exprime la relation qui existe entre les deux par l'intermédiaire de la masse. Ainsi la cause mène à une expression du mouvement, en l'occurrence l'accélération, qui permet d'obtenir en fin de compte la position de l'objet au cours du temps, comme nous le verrons plus tard.

Par ailleurs nous reviendrons aussi sur la notion de force extérieure.

Troisième loi : (loi de l'action et de la réaction)

> « La réaction est toujours contraire et égale à l'action : ou encore les actions que deux corps exercent l'un sur l'autre sont toujours égales et dirigées en sens contraire. »[6]

Troisième loi : (loi de l'action et de la réaction) Cette loi se traduit mathématiquement par le fait que le vecteur force exercée par un objet A sur un objet B est de mêmes grandeur et direction, mais de sens opposé au vecteur force exercée par l'objet B sur le A. En d'autres termes :

$$\boxed{\overrightarrow{A} = -\overrightarrow{R}} \tag{3.3}$$

Cette dernière loi va nous permettre de revenir à la notion de force extérieure utilisée dans la seconde loi. En effet, selon la troisième loi, lorsqu'on pousse un objet pour le mettre en mouvement, celui-ci en réaction nous pousse avec une force de même intensité mais de sens contraire. Il semble donc à première vue, si on utilise par ailleurs la seconde loi, que la somme des forces est nulle. En principe donc, l'accélération devrait être nulle, et l'objet ne devrait pas se mettre en mouvement. Bien entendu, l'expérience montre le contraire. Où est donc le problème ?

En réalité, celui-ci vient du fait que nous n'avons pas considéré uniquement les forces extérieures. Pour bien comprendre cette notion, il est nécessaire de définir (c'est-à-dire choisir) le système dont nous cherchons l'accélération. Cela fait, il ne faut plus considérer dans la seconde loi de Newton, que les forces exercées par un corps autre (c'est-à-dire extérieur) que le système sur le système lui-même. Il ne faut donc alors pas tenir compte des forces exercées par le système sur un objet extérieur à lui.

[5]Le texte exact, traduit par Marie-Françoise Biarnais dans "isaac newton, principia mathematica", Christian Bourgois Éditeur 1985, p.41, dit : « Le changement de mouvement est proportionnel à la force motrice imprimée et s'effectue suivant la droite par laquelle cette force est imprimée. »

Pour reprendre précisément l'exemple précédent, on peut dire que si le système dont on cherche l'accélération est l'objet que l'on pousse, il faut considérer dans la seconde loi de Newton uniquement la force que nous exerçons sur lui (force extérieure) et non celle qu'il exerce sur nous (force intérieure). Ainsi donc, même si la troisième loi implique l'existence des deux forces, pour appliquer correctement la seconde loi, il ne faut tenir compte que de la force extérieure.

C'est donc la notion de force qui traduit la cause du mouvement. Cette notion est centrale dans la mécanique de Newton.

Précisons enfin que l'unité de la force est le Newton. Il s'agit de la force nécessaire pour accélérer de 1 m/s^2 une masse de 1 kg.

Exemples

- Une voiture roule en ligne droite à vitesse constante. La force qui lui permet de maintenir sa vitesse vaut 200N. Calculez la force de frottement.
  Réponse : comme la voiture roule à vitesse constante et en ligne droite, la première loi de Newton nous indique que la somme des forces qui s'exercent sur elle est nulle. Ainsi, la force poussant la voiture étant vers l'avant et la force de frottement vers l'arrière, on peut dire que la force de frottement vaut aussi 200N.
- Une voiture (de masse m = 2000 kg) accélère de 0 m/s à 100 km/h en 12 secondes. Quelle distance a-t-elle parcouru ? D'où vient la force qui lui permet d'accélérer de telle manière et quelle est sa valeur ?
  Réponse : 100 km/h = 27,7 m/s. L'accélération est, par définition : a = (27,7 - 0)/12 = 2,31 m/s^2. La distance vaut alors : x = $2{,}31\cdot12^2/2$ + 0·12 + 0 = 166,6 m.
  La force qui lui permet d'accélérer vient du frottement avec le sol. C'est le sol qui l'exerce. En effet, la force exercée par les pneus sur le sol est clairement vers l'arrière (pensez en effet au sens dans lequel serait projeté un petit caillou collé au pneu au moment du démarrage de la voiture). Ce ne sont donc pas les pneus qui permettent à la voiture de démarrer. D'ailleurs, sur sol gelé, malgré la rotation des pneus, elle ne pourrait pas démarrer. Ainsi, il faut considérer la force exercée par le sol sur les pneus. En effet, selon la troisième loi de Newton, celle-ci, en tant que réaction à l'action vers l'arrière des pneus sur le sol, s'exerce vers l'avant.
  La valeur de la force de frottement se calcule aisément par F = m·a = 2000·2,31 = 4620 N.
- Une voiture (de masse m = 2000 kg) freine sur une distance de 50 m pour éviter une collision avec un mur. Sa vitesse initiale étant de 50 km/h, calculez son accélération et la force qui lui permet de s'arrêter.
  Réponse : On ne connaît ni l'accélération, ni le temps d'arrêt. On peut donc soit utiliser les deux équations de la position et de la vitesse (deux équations à deux inconnues) dans lesquelles apparaissent le temps et l'accélération, soit utiliser une relation dérivée de ces deux équations où n'apparaît pas le temps, mais seulement l'accélération. Cette relation est (voir annexe F.2) :

$$v^2 = v_o^2 + 2\cdot a_o\cdot(x-x_o)$$

  Avec : v_o = 50 km/h = 13,8 m/s, v = 0 m/s et $x - x_o = 50\,m$, on a :

$$a_o = \frac{v^2 - v_o^2}{2\cdot(x-x_o)} = \frac{0^2 - 13,8^2}{2\cdot 50} = -1,93\,m/s^2$$

  Le signe négatif traduit une décélération (le freinage).
  Finalement, la force de freinage vaut : F = m·a = 2000·(-1,93) = 3860 N.

3.2.3 Types de forces

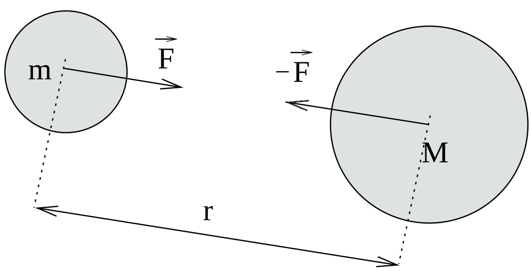
La seconde loi de Newton propose donc de faire jouer à la notion de force le rôle de cause du changement du mouvement. Le programme de Newton consiste donc en premier lieu à rechercher les forces qui agissent sur le système étudié. Il est donc fondamental de connaître les principales forces qui peuvent agir. Il y en a beaucoup. On ne pourra les étudier toutes. En fait, il en existe principalement quatre. Ce sont la force de gravitation, la force électromagnétique, la force faible et la force forte. Elles sont dites fondamentales parce qu'elles sont à l'origine de toutes les autres. En d'autres termes, toutes les autres sont une manifestation de la présence des forces fondamentales.

Dans le cadre de ce cours de mécanique nous en étudierons que quatre, dont une seule fondamentale : la force de gravitation donnant lieu à la loi de la gravitation universelle de Newton.

Loi de la gravitation universelle

La force de gravitation $\overrightarrow{F}$ exprime l'attraction à distance exercée par une masse sur une autre et réciproquement.

FIG. 3.1 – Loi de la gravitation universelle.



L'expression mathématique de cette loi, qui fait référence à la figure 3.1 est la suivante.

$$\boxed{\overrightarrow{F} = G\frac{M \cdot m}{r^3} \cdot \overrightarrow{r}} \tag{3.4}$$

Cette loi est présentée ci-dessus sous sa forme vectorielle. Elle traduit donc en même temps la direction (qui lie les centres des deux masses), le sens (attraction des deux corps) et la grandeur du vecteur force $\overrightarrow{F}$. Souvent on utilise une forme plus courante qui ne traduit que la grandeur de la force, mais présente plus clairement la dépendance de cette dernière comme le carré de la distance (r^2) :

$$\boxed{F = G\frac{M \cdot m}{r^2}} \tag{3.5}$$

Remarquons que :
- la loi de la gravitation universelle n'est valable que pour des corps ponctuels ou sphériques,
- qu'elle traduit une action à distance, ce qui posera par la suite de graves problèmes,
- que Newton était conscient des problèmes qu'une action à distance pouvaient poser, mais qu'il n'y a pas trouvé de réponse satisfaisante,
- que la constante G est une constante fondamentale appelée “constante de la gravitation universelle”, et vaut G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2. Cette constante est très petite. Cela traduit une force relativement faible (même si pour des masses conséquentes comme la terre et le soleil par exemple, elle peut avoir une valeur importante). Nous verrons, avec la force électrique par exemple, un exemple de force beaucoup plus forte.

Le poids

On a vu au paragraphe 2.5.2 que l'accélération à la surface de la terre d'un objet en chute libre (c'est-à-dire qui n'est soumis à aucun frottement) vaut g = 9,81 m/s^2. Or, en chute libre, la seule force qui s'exerce est le poids. Ainsi, selon la seconde loi de Newton, on peut écrire :

$$P = F = m \cdot a = m \cdot g \;\Rightarrow$$
$$\boxed{P = m \cdot g} \tag{3.6}$$

Évidemment le poids étant une force, il s'exprime en Newton.

On peut aussi comprendre le poids d'une autre manière. On peut considérer que le poids n'est que l'expression de la force de gravitation qui s'exerce entre la terre et le corps considéré placé à la surface de la terre. Ainsi, à l'aide de la loi de la gravitation, on peut écrire :

$$F = G \cdot \frac{M_{terre} \cdot m}{r_{terre}^2} = m \cdot g$$

Attention, il faut bien comprendre que le poids n'est pas une autre force que la force de gravitation, mais qu'il s'agit de la même force! Ainsi, on peut écrire, à la suite de l'équation précédente :

$$\boxed{g = G \cdot \frac{M_{terre}}{r_{terre}^2} = 9,81\, m/s^2} \qquad (3.7)$$

C'est l'expression de l'accélération d'un corps en chute libre à la surface de la terre. On peut donc facilement généraliser cette équation pour un corps autre que la terre :

$$\boxed{g = G \cdot \frac{M_{planéte}}{r_{planéte}}} \qquad (3.8)$$

En particulier aussi, on peut utiliser l'expression de g ci-dessus pour exprimer la variation de l'accélération terrestre en fonction de l'altitude :

$$g = G \cdot \frac{M_{terre}}{(r_{terre} + h)^2}$$

où h est l'altitude au-dessus de la surface de la terre. On constate donc que l'accélération diminue avec l'altitude. Par conséquent, le poids aussi. On peut donc se poser la question suivante : "de combien maigrit-on en montant au sommet de l'Everest" :-).

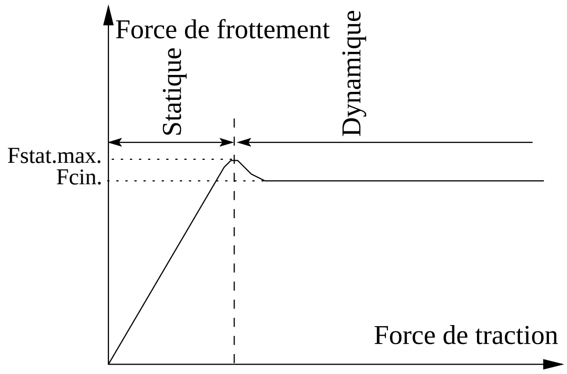
Une des nombreuses applications intéressantes de la loi de la gravitation universelle est la détermination de l'altitude à laquelle il faut placer un satellite en orbite pour qu'il soit géostationnaire. Ce cas est présenté en annexe H.

Le frottement

Pour comprendre la force de frottement, il faut réaliser l'expérience suivante :

on tire avec un dynamomètre sur une masse posée sur une table. Pendant un premier temps, la masse ne bouge pas. Cela signifie que la force qu'on exerce est égale à la force de frottement. Même si on tire de plus en plus fort, la masse ne bouge pas. Donc, la force de frottement augmente en même temps et dans la même mesure que celle que l'on exerce. C'est le cas jusqu'à un certain point nommé "imminence de glissement". A ce moment là, la force de frottement, dite "statique" parce que le masse ne bouge pas encore, est maximale. Si on augmente encore ne serait-ce qu'un tout petit peu la force de traction, la masse se met en mouvement et on constate en général que la force de frottement diminue légèrement. Ensuite, même si on augmente la force de traction, la force de frottement ne varie plus. Ce comportement est résumé sur le graphique de la figure 3.2.

FIG. 3.2 – La force de frottement



Par ailleurs, pour un frottement de type sec, c'est-à-dire entre deux surfaces solides, on montre que la force ne dépend pas se la surface de frottement, mais seulement de la nature des surfaces et de la réaction du sol (la force exercée par le sol sur la masse). Ainsi, on peut écrire :

$$\boxed{F_{frott.\,stat.\,max} = \mu_o \cdot N} \qquad (3.9)$$

où μ_o est le coefficient de frottement statique qui traduit l'intervention de la nature des surfaces et N est la force de réaction. De la même manière, on a aussi :

$$\boxed{F_{frott.\,cin.} = \mu_c \cdot N} \qquad (3.10)$$

où μ_c est le coefficient de frottement cinétique.

D'autre part, on a, comme la figure 3.2 le montre, la relation suivante :

$$\mu_o \geq \mu_c$$

Enfin, il faut relever qu'en réalité la situation est plus complexe. Même si le modèle de la force de frottement cinétique présente une force indépendante de la vitesse, on peut observer des variations en fonction de la vitesse (notamment une décroissance). De plus sa linéarité en fonction de la réaction normale du sol n'est pas toujours exacte. Il s'agit donc d'un modèle qui a ses limites.

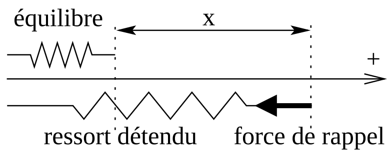
La force d'un ressort

Il est particulièrement intéressant de comprendre comment agit la force d'un ressort. En effet, c'est un premier modèle traduisant les liaisons inter-atomiques à l'intérieur d'un cristal par exemple. Mais beaucoup d'autres cas pourraient être présentés.

Dans le domaine où le ressort à un comportement plastique (c'est-à-dire que son extension est parfaitement réversible), on montre que l'expression donnant le force de rappel par rapport à l'état d'équilibre où le ressort est détendu, est :

$$\boxed{F = -k \cdot x} \tag{3.11}$$

FIG. 3.3 – La force du ressort



Le signe négatif vient du fait que c'est une force de rappel (dirigée dans le sens contraire de l'axe).

Exemples

1. Déterminez la perte de poids que constate une personne de masse m = 80 kg en passant du bord de la mer au sommet de l'Everest (8000 m).
   Solution :
   L'accélération terrestre au niveau de la mer vaut :

$$\begin{aligned} g_{mer} &= G \cdot \frac{M_{terre}}{(r_{terre}+h)^2} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6 + 0)^2} \\ &= 9,81344\, m/s^2 \end{aligned}$$

   L'accélération terrestre au niveau du sommet de l'Everest vaut :

$$\begin{aligned} g_{Everest} &= G \cdot \frac{M_{terre}}{(r_{terre}+h)^2} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6 + 8000)^2} \\ &= 9,78884\, m/s^2 \end{aligned}$$

   Ainsi, le poids de la personne au niveau de la mer vaut :

$$P_{mer} = m \cdot g_{mer} = 80 \cdot 9,81344 = 785\, N$$

   et celui à 8000 m vaut :

$$P_{Everest} = m \cdot g_{Everest} = 80 \cdot 9,78884 = 783\, N$$

   La différence est donc de : $\Delta P = 785 - 783 = 2\, N$
   Au niveau de la mer, cela correspond à une variation de masse qui vaut :

$$\Delta m = \frac{\Delta P}{g_{mer}} = \frac{2}{9,81344} = 204\, g.$$

2. Calculez la distance de freinage d'une voiture roulant à 50 km/h sur une route mouillée dont les coefficients de frottement avec les pneus valent : $\mu_o = 0,4$ *et* $\mu_c = 0,3$. Le conducteur ne sait pas freiner.
   Solution :
   Comme le conducteur ne sait pas freiner, il bloque les roues et elles glissent sur la chaussée. Le coefficient de frottement est donc $\mu_c = 0,3$. La force de frottement vaut alors :

$$F_{frot.} = \mu_c \cdot N = \mu_c \cdot m \cdot g$$

Mais, la seconde loi de Newton implique :

$$\begin{aligned} a &= \frac{F_{frot.}}{m} = \frac{\mu_c \cdot m \cdot g}{m} = \mu_c \cdot g \\ &= 0,3 \cdot 9,81 = 2,943\, m/s^2 \end{aligned}$$

Par ailleurs, on a aussi : $v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d$
Ainsi, on tire :

$$d = \frac{v^2 - v_o^2}{2 \cdot a} = \frac{0^2 - 13,9^2}{2 \cdot (-2,943)} = 32,8\, m$$

Car, 50 km/h = 13,9 m/s et a < 0 pour une décélération.

3. On suspend à un ressort de constante k = 200 N/m une masse de 2 kg. Calculez son élongation.
Solution :
L'équilibre des forces (le poids vers le bas et la force de rappel du ressort vers le haut) mène à la solution suivante :

$$m \cdot g = k \cdot x \Rightarrow x = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{2 \cdot 9,81}{200} = 9,81\, cm$$

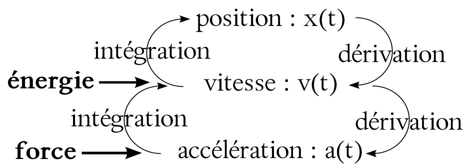
Chapitre 4

L'énergie

4.1 Introduction

Avec la physique de Newton, tout problème de mécanique peut être résolu. Mais le problème fondamental de cette dynamique est que toutes les grandeurs utilisées sont en constante évolution au cours du temps. L'idée d'une mécanique se situant au niveau de grandeurs conservée au cours du temps est donc apparue. Nous allons voir que cette "nouvelle" mécanique utilise des grandeurs comme la vitesse. Cela situe cette théorie à un niveau différent de la mécanique de Newton puisque celle-ci, à travers la seconde loi, lie la cause du mouvement à l'accélération, alors que la conservation de l'énergie est liée à la vitesse. On peut résume cela dans la figure 4.1.

Fig. 4.1 – Énergie et vitesse



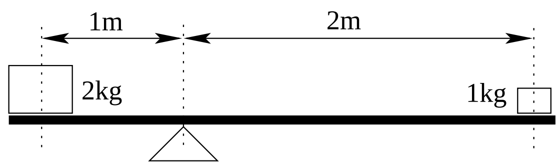
La conséquence mathématique de cette nouvelle situation du problème est que l'intégration nécessaire pour obtenir la vitesse à partir de l'accélération est supprimée. Si la grandeur recherchée est la vitesse (ou la position) le problème est donc considérablement simplifié, en raison des difficultés liées à l'intégration.

4.2 Le travail

4.2.1 Historiquement

En physique, le travail est une notion bien précise. Elle a pour origine l'expérience simple décrite sur la figure 4.2 :

Fig. 4.2 – Balance à fléau



L'idée est la suivante :
on considère une balance équilibrée par deux masses. La condition d'équilibre veut que :

$$m_{gauche} \cdot d_{gauche} = m_{droite} \cdot d_{droite}$$

ce qui est le cas sur la figure 4.2.

Maintenant, si on descend la masse m_{gauche} de 10 cm, la masse m_{droite} monte de 20 cm. En effet :

$$\frac{0,1}{1} = \sin(\alpha_{support}) = \frac{0,2}{2}$$

Ainsi, on remarque que le produit A du poids de la masse par la hauteur déplacée est le même pour les deux masses :

$$A_{gauche} = 2 \cdot 9,81 \cdot 0,1 = 1 \cdot 9,81 \cdot 0,2 = A_{droite}$$

La grandeur $A = F \cdot d$ est donc identique. On peut traduire cette remarque en disant que le travail (A pour arbeit) pour monter une masse de 1 kg sur une hauteur de 20 cm est le même que celui pour monter une masse de 2 kg sur 10 cm.

Attention, il ne faut pas voir là déjà une conservation. Bien entendu, il y a derrière cette expérience la conservation de l'énergie. Mais le concept de travail utilisé ici, s'il est intimement lié à celui d'énergie potentielle, comme nous le verrons par la suite, reste lié à un déplacement et non à un équilibre, à une situation spatiale des corps utilisés. C'est pourquoi il traduit la naissance de la notion de travail. Cependant, cette liaison avec la conservation de l'énergie est assez typique pour que cet exemple ait sa place ici, même si il peut porter à confusion.

4.2.2 Définition

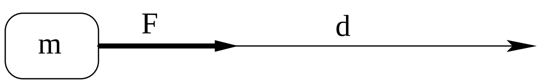
Travail simple

La définition la plus simple que l'on puisse envisager est donc :

$$A_{F,d} = F \cdot d$$

Cette définition correspond au travail A d'une force F s'exerçant sur une masse m que l'on déplace sur une distance d (voir figure 4.3).

FIG. 4.3 – Travail simple



Remarquons qu'il s'agit toujours du travail d'une force sur une distance donnée. Parler du travail sans aucune autre précision n'a pas de sens.

Travail et produit scalaire

Une force qui ne s'exercerait pas parallèlement (et dans le même sens) que le déplacement, ne pourrait pas produire un travail simple. On peut comprendre intuitivement qu'une force s'exerçant perpendiculairement au déplacement ne travaille pas. On peut donc définir le travail d'une manière plus générale :

$$\boxed{A_{F,d} = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d} = \left\| \overrightarrow{F} \right\| \cdot \left\| \overrightarrow{d} \right\| \cos(\alpha) = F \cdot d \cdot \cos(\alpha)} \tag{4.1}$$

Cette définition correspond à la situation de la figure 4.4.

FIG. 4.4 – Travail et produit scalaire

Attention, cette définition est valable pour un déplacement rectiligne et une force constante vectoriellement.

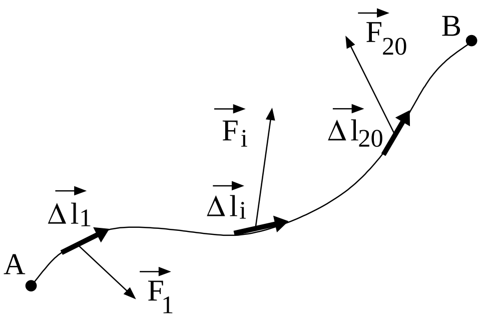
Remarquons les cas particuliers de cette définition :

1. Si $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{d}$ sont parallèles et de même sens ($\overrightarrow{F} \uparrow\uparrow \overrightarrow{d}$), alors le travail est simple.
2. Si $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{d}$ sont perpendiculaires ($\overrightarrow{F} \perp \overrightarrow{d}$), alors $\cos(\alpha) = 0$ et le travaille est nul. On dit que la force ne travaille pas.
3. Si $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{d}$ sont parallèles, mais de sens opposés ($\overrightarrow{F} \uparrow\downarrow \overrightarrow{d}$), alors le travail est simple, mais négatif.

Travail cas général

Dans ce cas, le déplacement n'est pas forcément rectiligne et la force pas forcément constante vectoriellement. La situation générale correspond donc à la figure 4.5 :

FIG. 4.5 – Travail en général



Ainsi, pour déterminer le travail total effectué par la force sur le chemin A-B, il faut décomposer ce dernier en petits bouts de déplacement rectilignes $\overrightarrow{\Delta l}$, sur lesquels la force peut être considérée comme vectoriellement constante (c'est-à-dire qu'elle ne change ni en direction, ni en sens, ni en grandeur).On est ainsi ramené au calcul d'un petit élément de travail A_i, pour une force $\overrightarrow{F_i}$ constante, sur un déplacement $\overrightarrow{\Delta l_i}$:

$$A_i = \overrightarrow{F_i} \cdot \overrightarrow{\Delta l_i}$$

Puis, on somme tous les A_i pour obtenir le travail total de A à B :

$$A_{AB} \cong \sum_{i=1}^{n} A_i = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{\Delta l_i}$$

Bien entendu, plus les segments $\overrightarrow{\Delta l_i}$ sont petits, plus on "colle" au parcours. A la limite, si les $\overrightarrow{\Delta l_i}$ devenaient infiniment petits, on obtiendrait la valeur exacte du travail sur le trajet AB. On peut donc écrire :

$$A_{AB} = \lim_{\overrightarrow{\Delta l_i} \to 0} \sum_{i}^{\infty} \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{\Delta l_i} = \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dl}$$

La définition tout-à-fait générale du travail est donc finalement :

$$\boxed{A = \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dl}} \tag{4.2}$$

Finalement, il faut indiquer les unités SI du travail. On a :

$$[A] = [F] \cdot [l] = N \cdot m = J = Joules$$

Exemples

1. Quel est le travail simple effectué par une force F = 5 N, sur une distance d = 5 m ?
   Solution :
   A = F·d = 5·5 = 25 J
2. Quel est le travail effectué par une force F = 5 N, s'exerçant avec un angle de 20° par rapport au déplacement, sur une distance de 5 m ?
   Solution :
   A = F·d·cos(α) = 5·5·cos(20°) = 23,5 J
3. Quel est le travail effectué par une force de frottement F = 5 N, sur une distance d = 5 m ?
   Solution :
   A = F·d·cos(α) = 5·5·cos(180°) = - 25 J
   car la force de frottement s'exerce toujours dans le sens contraire du déplacement.
4. Quel est le travail effectué par une force F = l, colinéaire (parallèle) au déplacement rectiligne et de même sens, sur une distance de 5 m.
   Solution :

$$\begin{aligned} & \qquad car\ \overrightarrow{F} \uparrow\uparrow \overrightarrow{dl} \\ & \qquad\quad \downarrow \\ A = & \int_0^5 \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dl} = \int_0^5 F \cdot dl = \int_0^5 l \cdot dl \\ = & \frac{1}{2} \cdot l^2|_0^5 = \frac{1}{2} \cdot (25 - 0) = 12,5\,J \end{aligned}$$

4.3 L'énergie

4.3.1 Introduction

L'idée d'énergie est intimement liés à celle de travail. En effet, lorsqu'on fournit un travail, quelque chose est produit. De la chaleur par exemple lorsque qu'on s'intéresse au travail de la force de frottement d'une table sur laquelle on déplace un objet. Cependant, on peut se demander ce qui est produit lorsqu'on fournit un travail pour monter une masse ou pour augmenter sa vitesse. En réalité, dans les deux cas on produit de l'énergie, potentielle et cinétique respectivement.

4.3.2 Énergie potentielle

Quand on travaille pour monter une charge, on produit de l'énergie potentielle. Cette énergie peut être retrouvée si on lâche alors la masse de la hauteur à laquelle on l'a montée. Arrivé en bas, cette dernière est capable de produire une déformation traduisant un travail. Tout se passe donc comme si l'énergie potentielle était quelque chose de stocké dans la masse alors qu'elle se trouve à une hauteur déterminée. Bien entendu, plus la hauteur est grande, plus l'énergie potentielle est importante (une pierre de 10 g lâchée de 10 m fera plus de dégâts arrivée au sol que la même pierre lâchée de 1 m). De même pour la masse.

Pour déterminer la valeur de l'énergie potentielle contenue dans une masse m placée à une hauteur h, il faut donc calculer le travail que cette masse produit en chutant depuis cette hauteur. Plus précisément, il faut calculer le travail du poids de la masse m se déplaçant sur la hauteur h. On doit donc écrire :

$$\begin{array}{rcl} & & car\, m\overrightarrow{g} \uparrow\uparrow \overrightarrow{h} \\ & & \downarrow \\ A = & & \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d} = m\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{h} = mg \cdot h \\ = & & mg \cdot (h_i - h_f) = mgh_i - mgh_f \\ = & & E_{pot\,i} - E_{pot\,f} = -\Delta E_{pot} \end{array}$$

où le déplacement h est décomposé en une différence de hauteur $h_i - h_f$.

On remarque que ce travail se compose de deux parties. Chacune d'elle ne dépend que du lieu où elle est évaluée et de la masse de l'objet. On peut donc appeler chacun de ces termes "énergie potentielle" à la hauteur considérée. Ainsi, le travail se traduit par une différence d'énergie potentielle dont la définition prend la forme suivante :

$$\boxed{E_{pot} = m \cdot g \cdot h} \tag{4.3}$$

4.3.3 Énergie cinétique

Quand on travaille pour augmenter la vitesse d'un corps, on produit de l'énergie cinétique.

Pour déterminer la valeur de celle-ci lorsque le corps de masse m passe d'une vitesse v_o à une vitesse v, il faut donc calculer le travail pour réaliser cette transformation. On a :

$$\begin{array}{rcl} & & car\, \overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a} \\ & & \downarrow \\ A = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d} = F \cdot d & = & ma \cdot d \\ = m \cdot \dfrac{v^2 - v_o^2}{2 \cdot d} \cdot d & = & \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 \\ \uparrow & & \\ car\, MRUA & & \\ = E_{cin} - E_{cin\,o} & = & \Delta E_{cin} \end{array}$$

On remarque que ce travail se compose de deux parties. Chacune d'elle ne dépend que de la vitesse à l'instant considéré et de la masse de l'objet. On peut donc appeler chacun de ces termes "énergie cinétique" pour la vitesse considérée. Ainsi, le travail se traduit par une différence d'énergie cinétique. Et sa définition prend la forme suivante :

$$\boxed{E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} \tag{4.4}$$

4.3.4 Énergie mécanique

Définissons encore la somme des énergie cinétique et potentielle comme l'énergie mécanique d'une masse m :

$$\boxed{E_{méc} = E_{cin} + E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h} \tag{4.5}$$

Celle-ci nous sera utile par la suite.

4.3.5 Exemple

Déterminez l'énergie mécanique d'une masse de 3 kg qui se trouve à un instant donné à une hauteur de 4 m et se déplace alors à une vitesse de 5 m/s.

Solution :
$E_{méc} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 9,81 \cdot 4 = 155,22\,J$
Bien entendu, on remarque que l'unité de l'énergie est la même que celle du travail, puisque le travail est une différence d'énergie. On a donc : $[E_{méc}] = [E_{cin}] = [E_{pot}] = J$.

4.4 Conservation de l'énergie

4.4.1 Introduction

La notion de conservation est fondamentale en physique. La première grandeur qui pourrait être conservée à laquelle on pense est la masse. Malheureusement, on sait aujourd'hui qu'elle ne l'est pas. Par contre, l'énergie l'est. Nous allons voir dans ce chapitre ce que cela signifie en étudiant le cas de la conservation de l'énergie mécanique. Nous verrons que selon les cas, celle-ci peut aussi être vue comme non conservée.

4.4.2 Théorème de conservation de l'énergie mécanique

L'idée est née de la situation suivante : une masse tombe d'une certaine hauteur ; lorsqu'on la lâche celle-ci ne possède que de l'énergie potentielle ; en descendant, cette énergie diminue et en même temps, comme la vitesse augmente, son énergie cinétique augmente ; arrivée en bas, la masse n'a plus que de l'énergie cinétique. Tout s'est donc passé comme si l'énergie potentielle s'était transformée en énergie cinétique.

Ainsi, on peut dire que l'énergie mécanique, somme d'énergie potentielle et cinétique, est en fait restée constante tout au long de la chute.

Techniquement, on exprime cela de la manière suivante :

$$\boxed{E_{mec} = const} \tag{4.6}$$

Ce qui signifie aussi :

$$\begin{aligned}
E_{mec\,2} = E_{mec\,1} &\quad \Rightarrow \\
E_{mec\,2} - E_{mec\,1} &= 0 \\
\Delta E_{mec} &= 0 \\
&\quad ou \\
E_{cin\,2} + E_{pot\,2} - (E_{cin\,1} + E_{pot\,1}) &= 0 \\
E_{cin\,2} - E_{cin\,1} + E_{pot\,2} - E_{pot\,1} &= 0 \\
\Delta E_{cin} + \Delta E_{pot} &= 0 \\
\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 & \\
+m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1 &= 0
\end{aligned}$$

Toutes ces expressions sont équivalentes. Il est important de bien comprendre que celles-ci signifient toutes que l'énergie mécanique reste la même au cours du temps.

Il est aussi important de dire que que cette loi n'est valable qu'en l'absence de frottements. Nous reviendrons par la suite sur cette remarque.

4.4.3 Exemples

1. Un homme saute du plongeoir des 10 m. A quelle vitesse arrive-t-il dans l'eau ?
   Solution :
   En l'absence de frottements, l'énergie mécanique est conservé. Avant de commencer, il est nécessaire de fixer le zéro de l'altitude : on le choisi au niveau de l'eau. Ainsi, on peut évaluer l'énergie mécanique à 10 m et celle au niveau de l'eau. On a :

$$\begin{aligned}
E_{mec\,10m} &= E_{cin\,10m} + E_{pot\,10m} \\
&= \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 + m \cdot g \cdot 10 \\
&= 100 \cdot m \; (g \cong 10\,m/s^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{mec\,eau} &= E_{cin\,eau} + E_{pot\,eau} \\
&= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot 0 \\
&= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2
\end{aligned}$$

Ainsi, le théorème implique :

$$\begin{aligned} E_{mec\,eau} - E_{mec\,10m} &= 0 \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 100 \cdot m &= 0 \\ v &= \sqrt{200} \\ &= 14\,m/s \end{aligned}$$

Pour une hauteur h quelconque, le même calcul mène à :

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Remarque :
Bien évidemment, on retrouve cette même expression en utilisant la cinématique. En effet, pour un MRUA, on a (voir annexe F.2) :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d$$

Pour un objet lâché en chute libre, on a : $a = g$, $d = h$ et $v_o = 0\,m/s^2$. Ainsi, on peut écrire :

$$v^2 = 0 + 2 \cdot g \cdot h$$

Ce qui mène à la relation trouvée précédemment.

2. Quelle est la hauteur atteinte par un objet qu'on lance verticalement avec une vitesse de 3 m/s ?
Solution :
On place le zéro de l'axe au niveau du point de décollage et on l'oriente vers le haut. On peut ainsi déterminer l'énergie mécanique en ce point par :

$$E_{mec\,bas} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Car l'énergie potentielle pour h = 0 est nulle.
D'autre part, au niveau le plus haut atteint par l'objet, sa vitesse étant nulle, l'énergie mécanique vaut :

$$E_{mec\,haut} = m \cdot g \cdot h$$

La conservation de l'énergie implique alors :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ h &= \frac{v^2}{2 \cdot g} \Rightarrow \\ h &= \frac{3^2}{2 \cdot 10} = 0,45\,m \end{aligned}$$

4.5 Limite du théorème de conservation

L'idée de conservation de l'énergie implique l'idée de récupérer l'énergie qu'on a donné. Ainsi, quand on augmente l'énergie potentielle d'une masse en la montant, on peut récupérer cette énergie en la laissant redescendre. La possibilité de récupérer l'énergie dépensée est en réalité une propriété de certaines forces dites conservatives. Ce n'est que pour ce type de forces qu'on peut définir la notion d'énergie potentielle. C'est le cas pour le poids, qui est une force conservative, pour laquelle on peut définir une énergie potentielle par $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$. Or, toutes les forces ne sont pas conservatives. Pour celles qui ne le sont pas, on ne peut pas définir d'énergie potentielle. C'est le cas pour la force de frottement par exemple, pour laquelle on ne peut définir d'énergie potentielle.

Ainsi, le théorème de conservation de l'énergie mécanique n'est valable que pour des forces conservatives. Car, dans ce cas, toutes ces forces peuvent dérivent d'une énergie potentielle et on peut écrire :

$$\Delta E_{mec} = 0$$

En réalité, en présence de forces non conservatives, on peut modifier le théorème de la manière suivante :

$$\boxed{\Delta E_{mec} = A_{forces\,non\,conservatives}} \tag{4.7}$$

Toutefois, les conditions qui permettent de déterminer si une force est conservative sont données en annexe I. Le problème est alors de savoir quelles sont les forces conservatives et quelle énergie potentielle leur correspond. Mais cela dépasse le cadre de ce cours.

Notes

[I]Voir le site du télescope spatial Hubble :
http ://hubble.nasa.gov/multimedia/astronomy.php
notamment pour le copyright de l'image.

[II]Voir le site de l'encyclopédie :
http ://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil
notamment pour le copyright de l'image.

[III]Voir le site du télescope spatial Hubble : op cit.

[IV]Voir le site du télescope spatial Hubble : ibid.

[V]Voir le site du télescope spatial Hubble : ibid.

[VI]Voir le site du télescope spatial Hubble : ibid.

[VII]Voir le site du télescope spatial Hubble : ibid.

[VIII]Voir le site de l'encyclopédie :
http ://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil
notamment pour le copyright de l'image.

[IX]Voir le site de l'encyclopédie :
http ://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil
notamment pour le copyright de l'image.

[X]Voir le site de l'encyclopédie :
http ://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil
notamment pour le copyright de l'image.

Index

Liste des figures

Liste des tableaux

Annexe A

Les unités du système international (SI)

A.1 Introduction

Le système international d'unité (SI) a sa raison d'être, non pas dans l'uniformisation qui n'a pas de sens véritable puisqu'à chaque type de problème un système d'unité adéquat doit être choisi pour simplifier la représentation numérique, mais dans la simplification des calculs. En effet, tous les calculs effectués dans ce système sont prévus (au niveau des constantes utilisées) pour donner des résultats dont les unités restent dans ce système.

A.2 Les unités choisies

TAB. A.1 – Les unités du système international

Grandeur	Symbole	Nom unité	Symbole	Unités SI
Longueur		mètre	m	-
Masse	m	kilogramme	kg	-
Temps	t	seconde	s	-
Température	T	kelvin	K	-
Quantité de matière	n	mole	mol	-
Angle		radian	rad	-
Courant électrique	I	ampère	A	-
Fréquence	f	hertz	Hz	s^{-1}
Force	F	newton	N	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Énergie, travail	E, A	joule	J	$N \cdot m$
Puissance	P	watt	W	$J \cdot s^{-1}$
Charge électrique	q	coulomb	C	$A \cdot s$
Tension électrique	U	volt	V	$W \cdot A^{-1}$
Résistance électrique	R	ohm		$V \cdot A$

A.3 Exemple

Imaginons une grandeur issue d'un calcul faisant intervenir les deux grandeurs suivantes : une force et une masse. Si ce calcul se fait à partir de ces deux grandeurs exprimées dans les unités du système international, dans le cas présent des Newton pour la force et des kg pour la masse, alors le résultat est forcément exprimé dans les unités du système international. Comme ici ce résultat serait une accélération, ces unités seraient des m/s^2.

A.4 Conversions

Les unités de la table A.2 sont utiles :

TAB. A.2 – Conversions d'unités

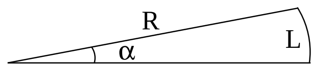
Longueur		**Équivalent SI**
1 Å(angstroem)	=	$1 \cdot 10^{-10}$m
1μ (micron)	=	$1 \cdot 10^{-6}$ m
1 in (pouce)	=	$2,54 \cdot 10^{-2}$m
1 ft (pied) = 12 in	=	0,3048 m
1 AL (année lumière)	=	$9,4607 \cdot 10^{15}$m
1 pc (parsec)	=	$3,0857 \cdot 10^{16}$m
1UA (unité astronomique) demi-grand axe de l'orbite terrestre	=	$1,496 \cdot 10^{11}$m

Le parsec est la distance à laquelle 1 UA est vue sous un angle de 1" (une seconde) d'arc. Comme 1° est divisé en 60' (minutes) d'arc et 1' d'arc en 60", une seconde d'arc (1") représente 1/3600°. Pour calculer ce que vaut 1 pc, il faut une relation entre la distance réelle L de 1 UA et l'angle α (1") sous lequel cette distance est vue. Cette relation est (voir figure A.1) :

$$L = \alpha \cdot R \tag{A.1}$$

où R est le rayon de l'arc de cercle de longueur L et d'angle au centre α. Mais attention α doit être en radians. Or, comme 180° = π rad, 1° = $\pi/180$ rad et 1" = π /(180·3600) rad. Ainsi on a : R = L/α = L·180·3600/π = $1,496 \cdot 10^{11}$·180·3600/π = $3,0857 \cdot 10^{16}$m.

FIG. A.1 – Relation de l'arc de cercle



Volume		**Équivalent SI**
1 L (litre) = 1 dm^3	=	$1 \cdot 10^{-3}$m

Énergie		**Équivalent SI**
1 cal (calorie)	=	4,186 J
1 kWh	=	$3,6 \cdot 10^6$J

Puissance		**Équivalent SI**
1Ch (CV cheval-vapeur)	=	736 W

Température		**Équivalent SI**
0°C	=	273,15 K

TAB. A.3 – Quelques équivalents

A.5 Multiples et sous-multiples

On trouvera dans la table A.4 les principales notation pour les multiples et les sous-multiples. Ces notations sont bien évidemment liées à la notation scientifique. Elle est aussi liée à un autre type de notation, dite notation d'ingénieur, qu'il faut mentionner au moins une fois. En effet, si cette notation est somme toute relativement peu utilisée hors des cercles d'ingénieurs, elle est assez souvent présente sur les machines à calculer. Pour qu'elle ne pose pas de problèmes il est donc plus nécessaire de savoir ne pas l'activer que de savoir l'utiliser. En fait, c'est une notation scientifique, mais par facteurs d'exposant de 10 multiple de 3. Ainsi, par exemple, les mètres (10^0) et les millimètres (10^{-3}) sont utilisés, mais pas les centimètres (10^{-2}).

Préfixe	**Symbole**	**Facteur**
peta	P	10^{15}
téra	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
méga	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
déca	da	10^{1}
-	-	-
déci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}

TAB. A.4 – Multiples et sous-multiples

A.6 Notation scientifique

A ne pas confondre avec la notation d'ingénieur (par multiples de 10^3), la notation scientifique : $\cdot 10^x$, ou x est un nombre entier positif ou négatif, peut être utilisée sur une machine à calculer à l'aide de la touche EXP ou EE. Notez alors que l'affichage peut alors donner par exemple : 5E2 pour $5 \cdot 10^2$ ou même 5 ^{2}, sans marquer le 10.

Remarquons encore les règles mathématiques très utiles suivantes (voir annexe J) :

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b} \; et \; \frac{1}{10^a} = 10^{-a}$$

Annexe B

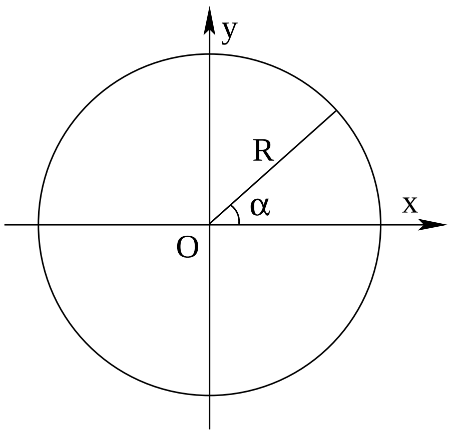
Deux systèmes de coordonnées

B.1 Le système de coordonnées circulaires

B.1.1 Introduction

Il existe beaucoup de types de système de coordonnées. Chacun est adapté à une utilisation particulière. Pour des mouvements circulaires dans un plan, le système de coordonnées ci-dessous est naturel. Il est intéressant dans le cadre de la rotation des planètes visibles, car non seulement elles tournent toutes sur des orbites (des trajectoires) quasi-circulaires, mais aussi elles sont toutes dans un même plan : le plan de l'écliptique.

Fig. B.1 – Système de coordonnées circulaires



B.1.2 Description

Le plan est une surface à deux dimensions. Deux nombres sont donc nécessaires pour déterminer univoquement la position d'un point. Si ce point est sur un cercle, il se déplace en réalité dans un espace unidimensionnel (le cercle lui-même). Une seule coordonnée est alors nécessaire. Il s'agit de l'angle α représenté sur la figure B.1. A proprement parlé, le système de coordonnées circulaires consiste en cette seule coordonnée. Mais, on lui adjoint souvent le rayon R (bien que cela ne soit pas un degré de liberté puisqu'il est constant).

B.2 Le système de coordonnées sphériques

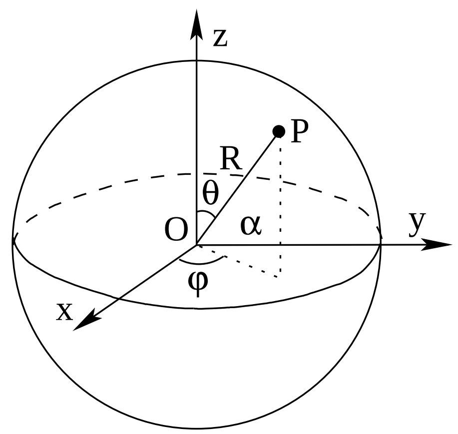
B.2.1 Introduction

Vus depuis la terre, le mouvement des corps célestes n'est pas simple. Comme la terre est sphérique et tourne sur elle-même, le positionnement des objets célestes par rapport à elle se fait naturellement comme si ces objets étaient sur une sphère. D'où l'importance du système de coordonnées ci-dessous.

B.2.2 Description

L'espace dans lequel nous nous trouvons est à trois dimensions. Trois nombres sont donc nécessaires pour déterminer univoquement la position d'un point P. Si ce point est sur une sphère, il se déplace en réalité dans un espace bidimensionnel. Deux coordonnées sont alors nécessaires. Il s'agit des angles φ et θ représentés sur la figure B.2. A proprement parlé, le système de coordonnées sphérique consiste en ces deux seules coordonnées. Mais, on leur adjoint souvent le rayon R (bien que cela ne soit pas un degré de liberté puisqu'il est constant).

FIG. B.2 – Système de coordonnées sphériques



B.2.3 Latitude et longitude

Remarquons finalement que le système de coordonnées utilisé pour repérer un objet à la surface de la terre est un système de coordonnées sphériques légèrement différent de celui présenté ci-dessus (cf. B.2.2). En effet, il est presque en tout point identique, à l'exception de l'angle θ qui est compté positivement à partir du plan équateur (x,y) vers le nord (et non à partir du pôle nord vers le sud comme précédemment). D'autre part, chacun des deux angles φ et θ sont nommés respectivement longitude et latitude.

Annexe C

Balistique

C.1 Introduction

La seule condition qui définit le mouvement balistique est la suivantes : seul le poids agit sur l'objet en mouvement. Cela signifie en particulier qu'aucun frottement n'agit sur lui. Cela implique que le mouvement se fait dans un plan.

C.2 Définition

Techniquement parlant, le mouvement balistique d'un objet peut être décomposé en deux mouvement simples. La projection horizontale est en effet un MRU et la verticale un MRUA. Cela signifie et implique que la définition du mouvement balistique d'un objet est que son accélération est toujours verticale vers le bas. Cela traduit une relation très fondamentale entre le poids et l'accélération qui sera exprimée dans la seconde loi de Newton.

C.3 Équations

On peut ainsi écrire : horizontalement (sur l'axe x)

$$x(t) = v_{xo} \cdot t + x_o$$

$$v_x(t) = v_{xo}$$

$$a_x(t) = 0$$

On peut aussi écrire : verticalement (sur l'axe y)

$$y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_{yo} \cdot t + y_o$$

$$v_y(t) = -g \cdot t + v_{yo}$$

$$a_y(t) = g$$

Ce sont là les équations de base du mouvement balistique. Remarquez que l'accélération g est l'accélération terrestre $g = 9{,}81$ m/s^2, si le mouvement se fait à la surface de la terre.

C.4 Exemple

Considérons le problème suivant :
Un plongeur court horizontalement sur la plateforme d'un plongeoir haut de 10 m. Arrivé à l'extrémité avec une vitesse horizontale de 2 m/s, il saute. Calculez la distance horizontale à partir du pied de l'extrémité du plongeoir à laquelle le plongeur arrive dans l'eau.

Réponse :

- Le temps de chute est donné par : $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} = 1,4\,s$
  si on arrondi g à 10 m/s^2.
- La distance horizontale parcourue est alors : $x = v_o \cdot t = 2 \cdot 1,4 = 2,8\,m$

Annexe D

Travaux pratiques

D.1 La nébuleuse du crabe

D.1.1 Introduction

La nébuleuse du Crabe est le reste de l'explosion d'une étoile arrivée en fin d'évolution : les couches extérieures de l'étoile ont formé la nébuleuse actuelle, alors que le noyau s'est contracté brutalement, pour former une étoile à neutron qui rayonne ce qui lui reste d'énergie thermique. Cette étoile est un pulsar de très courte période (33 ms).

D.1.2 Le problème

Deux photographies prises à plusieurs années d'intervalle montrent que la nébuleuse est en expansion, ce qui permet d'estimer son âge en supposant que toute la matière était condensée dans l'étoile centrale. Tel est le but du travail pratique.

D.1.3 Marche à suivre

Calibration

Établir l'échelle, en secondes d'arc par millimètre, de chacune des photographies, sachant que les deux étoiles repérées par des flèches sont distantes de 576".

Mesures

Identifier le pulsar sur les photographies (des deux étoiles centrales, c'est celle qui est au sud-ouest) et mesurer successivement les distances d'une douzaine de filaments par rapport à lui. Choisir des filaments bien répartis sur la périphérie de la nébuleuse.

Résultats

Faire un tableau où figurerons pour chaque filament : la distance x_1 en " de la première photographie, la distance x_2 en " de la seconde photo, et le mouvement propre

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \; ou \; \Delta x = x_2 - x_1 \; et \; \Delta t = 34,1 \, ans$$

A titre de contrôle, mesurer de la même manière la distance de quelques étoiles sur chaque photographie.

Porter sur un graphique v en fonction de x_2.

Analyse

Comment obtient-on l'âge de la nébuleuse ?

Des astronomes chinois du haut Moyen Âge ont signalé l'apparition, en l'année 1054, d'une étoile nouvelle (qui fut visible en plein jour pendant trois semaines !) dans la direction de la nébuleuse actuelle. La date est-elle compatible avec l'âge que vous avez trouvé ?

D.2 La nébuleuse du crabe

Organisation des données et graphiques

L'organisation des données dans un tableau est soumise au seul impératif de la clarté. Pour ce faire, quelques règles ont été dégagées par la pratique. Elles sont présentées dans le tableau .

La présentation des données sous forme de graphique obéit aussi à certaines règles de clarté. Elles sont présentées dans le tableau .

D.3 La nébuleuse du crabe

Le rapport

L'objectif premier d'un rapport est de réaliser une trace du travail effectué. Celle-ci est d'abord un souvenir destiné à l'expérimentateur. Le second objectif est de permettre à d'autres personnes de s'intéresser au travail réalisé. Ces deux objectifs ne peuvent être réalisés sans qu'une attention particulière ne soit portée sur la clarté et la concision.

Les détails de la réalisation d'un rapport peuvent varier beaucoup en fonction des spécificités de l'expérience et de la personnalité de l'expérimentateur. Cependant, si une certaine liberté en ce domaine devrait être toujours possible, pour ne pas oublier de traiter des points importants et pour faciliter la lecture de personne qui s'attendent à trouver certaines formes définies de rapport, il est recommandé de suivre une structure de rapport type déterminée par l'expérience. Cette structure vous a été fournie comme exemple.

En particulier, relevons la nécessité pour des rapports long (plus de deux pages), de mettre, juste après le titre, un résumé (aussi appelé "abstract") complet de l'expérience. Ce résumé doit synthétiser en un maximum de cinq lignes le but, les résultats et leur qualité, les problèmes rencontrés et leurs explications. Ce résumé est difficile à réaliser mais est très important car il permet, pour un lecteur extérieur, comme pour l'expérimentateur quelques années après la réalisation de l'expérience, de se rendre compte très rapidement (sans devoir relire l'ensemble du rapport) de l'intérêt du travail réalisé et donc de la nécessité éventuelle d'entamer la lecture du rapport lui-même.

D.4 Le pendule simple

Les mesures

Une partie très importante du travail du physicien est de déterminer la (ou les) grandeur pertinente pour décrire le phénomène. Ici il s'agit de la période du pendule, c'est-à-dire du temps qu'il met pour faire un aller-retour. Ensuite, il s'agit de déterminer quelles variables (quels paramètres) pourraient influer cette grandeur. Ici, on peut citer pêle-mêle la masse et la longueur du pendule, sa position initiale (l'angle du fil par rapport à la verticale), son poids, le fluide dans lequel il se trouve, ... Tous ces paramètres ne sont pas forcément relevant. Dans un premier temps, on peut donc en éliminer certains qui paraissent n'avoir aucun rôle, en raison des difficultés pour les mesurer, des impossibilités matérielles pour les déterminer ou du coût qu'il engendrent. Bien entendu, il faut tenter de minimiser l'influence de paramètres que l'on ne pourrait prendre en considération pour diverses raisons tout en les sachant importants.

D'autre part, pratiquement, il est indispensable de réaliser l'expérience en ne faisant varier qu'un seul paramètre à la fois. Dans le cas présent, comme seuls les variables masse, longueur et angle initial ont été choisies, il faut réaliser trois séries de mesures :

- la masse et la longueur restent constantes et on ne fait varier que l'angle,
- la masse et l'angle restent constants et on ne fait varier que la longueur,
- la longueur et l'angle restent constants et on ne fait varier que la masse.

Bien entendu, cette procédure a une répercussion sur l'organisation des données dont nous verrons quelques éléments par la suite.

Finalement, il faut relever deux choses. Premièrement, la nécessité d'évaluer l'incertitude des mesures. On peut procéder en effectuant une série de mesures avec strictement les mêmes paramètres. On prend ensuite le plus grand écart. Ce n'est pas très fiable mais constitue une bonne approximation. Secondement, il est important de relever le moindre petit problème survenu pendant les mesures. Un petit changement des conditions d'expérience pouvant avoir des répercutions non négligeables, il faut littéralement faire attention à tout.

D.5 Le pendule simple

Organisation des données et graphiques

L'objectif est avant tout la clarté. L'organisation des données repose sur une grandeur (la période d'oscillation T) et trois variables (la masse m, la longueur L et l'angle initial α). Il est fondamental d'étudier chacune de ces trois variables indépendamment. Pour cela on fixe une valeur pour les deux autres (en général la plus grande possible pour limiter les incertitudes ; bien que pour l'angle initial il ne faudrait pas dépasser 15° pour que la théorie classique $T \approx \sqrt{L}$ soit valable) et on ne fait varier que celle qui est choisie. Ainsi, dans le cas du pendule, on est amené à construire trois tableaux : T(m), T(L) et T(α). L'objectif de clarté implique alors notamment que l'on ne répète par pour chaque mesure la valeur des variables fixées. Bien entendu, mettre un titre, une date, les noms des expérimentateurs, reporter le nom des grandeurs et les unités sont des choses importantes.

En ce qui concerne les graphes, comme la variable change pour chaque expérience, il faut aussi construire trois graphes qui correspondent aux trois tableaux précédents. On ne représente sur ceux-ci que les points effectivement mesurés. On ne relie donc jamais les points. Bien entendu, à nouveau, titre, date, unités, ... sont à reporter.

D.6 Le pendule simple

D.6.1 Le rapport de laboratoire

Le rapport que vous devez présenter sur une expérience terminée est aussi important que l'expérience elle-même. Il doit être présenté de façon ordonnée, dans un langage simple et concis, et ne comporter que les faits importants de l'expérience. Ce genre d'exercice se retrouve dans toutes les disciplines dans lesquelles vous travaillerez plus tard : la qualité d'un procès verbal ou d'un rapport peut être déterminante pour des décisions importantes ou pour l'avenir de leur auteur.

Pensez, lorsque vous l'écrivez, que vous vous adressez à un lecteur du même niveau que vous, par exemple un de vos camarades qui était absent le jour de l'expérience, et imaginez qu'il doit prendre connaissance et comprendre l'essentiel de votre travail de laboratoire.

Lorsque deux élèves font une expérience, il présentent un seul rapport et obtiennent ainsi une même note de laboratoire. Il est important que chaque élève participe à l'élaboration de chaque rapport en collaboration avec son collègue.

Aucun rapport ne sera rendu manuscrit.

D.6.2 Plan d'un rapport de travail pratique

En règle générale un rapport est structuré de la manière suivante (les raisons sont qu'ainsi on oublie moins de choses importantes) :

Titre

Titre de l'expérience, noms des auteurs, classe et date.

Résumé

Maximum cinq lignes !

Il s'agit d'une synthèse de tout le rapport. Un lecteur pressé devrait, en ne lisant que le résumé, se faire une bonne idée du contenu du document entier. Il faut donc, grâce au résumé, pouvoir se faire une idée du but, de la méthode, des résultats, de leur qualité et des problèmes rencontrés.

Bien que placé juste après le titre, il est bien évident que ce résumé ne peut se faire qu'en dernier lieu.

But

C'est l'indication de l'objectif du travail de laboratoire. Une ou deux lignes.

Théorie

Très bref énoncé des lois et définitions concernant le phénomène étudié. On développera plus cette partie si le sujet n'est pas traité au cours. On peut avoir recours à une annexe (placée en fin de rapport) pour développer des points théoriques non essentiels mais méritant de retenir notre attention.

Description de l'expérience

Il s'agit de décrire la méthode expérimentale sans trop entrer dans les détails. Ne pas faire une liste des manipulations du type "mode d'emploi", ne pas écrire une procédure, mais rester au niveau de la méthode de manière à ce que l'on comprenne le pourquoi de la réalisation expérimentale. Un schéma du dispositif expérimental avec une légende est indispensable.

Résultats

1. Graphiques des résultats :
   C'est la présentation la plus concise possible des résultats obtenus. Elle est bien plus lisible que les tableaux et c'est pourquoi on doit la privilégier.
   Tout graphique doit avoir un titre, des axes portant clairement les symboles des grandeurs concernées et leurs unités. On indique pas les coordonnées des points sur les graduations, mais des valeurs d'accroissement régulier. Les points expérimentaux ne sont jamais reliés (ce qui pourrait faire croire que des mesures ont été faites entre les mesures principales), mais on peut faire passer la meilleure courbe possible à travers ceux-ci. On indique les barres d'incertitudes de chaque axes aux points où les calculs ont été faits.
2. Ttableau des mesures :
   Les mesures effectuées au laboratoire sont mises sous la forme d'un ou plusieurs tableaux ayant la forme présentée dans le tableau D.1. La première ligne présente les grandeurs physique et leurs symboles. La seconde donne les unités des grandeurs et la troisième les incertitudes absolues des mesures directes (non calculées à partir d'autres grandeurs). Enfin, les suivantes présentent les résultats.
   Pour améliorer la lisibilité, il est possible, lorsque certains tableaux n'apportent rien de plus que les graphes correspondants, de les reporter en annexe.

TAB. D.1 – Tableau de mesures

temps t	**position x**	**vitesse v**
s	cm	cm/s
0,1	0,10	
$2,0$	$31,6$	$1,8$
$2,4$	$17,8$	$3,2$
$2,6$	$12,4$	$4,8$

3. Exemples de calcul :
   Lorsque des résultats sont obtenus à partir d'opérations sur des mesures directes, on donne un ou deux exemples des calculs effectués en précisant bien leur position dans le tableau.
4. Calcul des incertitudes :
   Les calculs des incertitudes des grandeurs indirectement obtenues (par calcul) sont présentés dans un ou deux cas en précisant bien lesquels dans le tableau.

Discussion

Il s'agit d'une analyse du travail. On compare les résultats avec les prévisions théoriques. On met en évidence leur signification. On discute leur qualité. On remet en question les prévision ou les résultats ainsi que la méthode de manière critique. On propose des améliorations.

C'est la partie la plus dense et la plus importante du rapport.

Conclusion

Dire très brièvement si le but à été atteint et juger s'il l'a été bien, partiellement ou mal.

Annexes

Tout ce qui nuit à la lisibilité du rapport, mais a une certaine importance à vos yeux, doit être mis en annexe. Chacune de celles-ci doit comporter un titre relatif à son contenu.

D.7 Les mouvements simples : MRU et MRUA

Il s'agit de tracer les graphes horaires de la vitesse pour un mobile se déplaçant sur un rail avec peu de frottements. On lance le mobile avec différentes vitesses initiales.

Les mesures

Les mesures sont celle du temps parcouru sur une distance donnée. Elles se réalisent avec deux cellules photoélectriques et un chronomètre. Il est important de soigner la réalisation : horizontalité du rail, détermination précise des longueurs, etc. Il faut aussi évaluer l'incertitude des mesures en répétant quelques mesures plusieurs fois.

D.8 Les mouvements simples

Organisation des données et graphiques

C'est l'occasion de réaliser un tableau avec une seule variable : la distance parcourue et avec plusieurs grandeurs : le temps mis pour parcourir la distance avec diverses poussées : très forte, forte, faible et très faible. Le fait que la variable soit commune à toutes les grandeurs (qui toutes représentent un temps) permet de ne réaliser qu'un seul graphique avec plusieurs courbes. Cela permet de mieux comparer les courbes et de montrer très clairement que plus la vitesse est grande plus la pente de la courbe est forte.

D.9 La chute libre

Cette expérience donnant lieu à un rapport noté, elle n'est pas décrite.

D.10 La chute libre

Résultats

Les trois résultats importants de cette expérience sont :

- que l'accélération d'un objet en chute libre est constante (c'est un MRUA),
- que cette accélération vaut $a = g = 9,81\,m/s^2$,
- que cette accélération est indépendante de la masse de l'objet.

D.11 Le canon horizontal

C'est une expérience dont le but est très simple. Il s'agit de tirer une petite bille avec un canon à ressort horizontal à partir du haut d'une table. On doit auparavant déterminer par calcul le lieu exact d'impact au sol. C'est une application de la balistique. Pour ce faire, on n'est autorisé qu'a tirer verticalement. Ainsi on détermine la vitesse de sortie du canon. En faisant l'hypothèse qu'elle ne change pas lors d'un tir horizontal, on peut alors déterminer le point d'impact au sol.

Cette expérience peut aussi se faire à l'aide de l'énergie.

D.12 Le chariot accéléré par une masse pendante

C'est une expérience portant sur la seconde loi de Newton. Elle est intéressante si on laisse l'expérimentateur construire sa propre théorie menant à l'accélération du système chariot-masse pendante. Il est alors possible de comparer une théorie construite de toute pièce (sur la base de la seconde loi de Newton) avec les résultats expérimentaux. Ceux-ci sont obtenus à partir de l'hypothèse d'un MRUA à l'aide de l'équation de la position. Une série de mesures de diverses distances parcourues en fonction du temps, permet de trouver l'accélération.

D.13 Le chariot accéléré par une masse pendante

Le rapport

Il faut ici insister sur la comparaison entre la théorie et l'expérience pour mettre d'éventuels différences en évidence. Pour cela, il faudrait introduire des notions de calcul d'incertitudes. A défaut, il faut travailler avec l'écart entre la valeur théorique $valeur_{th}$ et la valeur expérimentale $valeur_{exp}$:

$$\boxed{e(\%) = \frac{valeur_{th} - valeur_{exp}}{valeur_{th}} \cdot 100} \tag{D.1}$$

Relevons la nécessité de maintenir le signe du résultat pour détecter une éventuelle erreur systématique.

Annexe E

Compléments

E.1 La rotation du soleil dans la Voie Lactée

On se propose de calculer la vitesse de rotation du soleil dans notre galaxie la Voie Lactée.

Le premier essai se fait à partir des données suivantes :

- Distance soleil-centre de la galaxie : $26'000\,AL$
- Temps que le soleil met pour faire un demi-tour de la galaxie, à partir d'un schéma de la rotation du soleil au cours des différentes périodes de l'histoire de la terre : $300\,millions$ d'années.
- Vitesse de la lumière : $300'000\,km/s$

Ainsi, en bonne approximation on peut dire que le système solaire a fait un demi-tour de la Voie Lactée en $300\,millions$ d'années :
du Cambrien ($500\,millions$ d'années) au Trias ($200\,millions$ d'années pour un demi-tour de la galaxie).

Et $300\,millions$ d'années représentent en secondes :

$$\begin{aligned} 300 \cdot 10^6\,ans &= 300 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \\ &= 9,4608 \cdot 10^{15}\,s \end{aligned}$$

Pendant ce temps, le soleil fait un demi-cercle de rayon $26'000\,AL$. La distance qu'il parcourt vaut donc :

$$d = \pi \cdot 26'000 \cdot 9,4608 \cdot 10^{15} = 7,73 \cdot 10^{17}\,km$$

car comme la vitesse de la lumière vaut $300'000\,km/s$, on a que :

$$1\,AL = 300'000 \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365 = 9,4608 \cdot 10^{12}\,km$$

Ainsi, la vitesse du soleil vaut :

$$v = \frac{7,73 \cdot 10^{17}}{9,4608 \cdot 10^{15}} = 82\,km/s = 295'000\,km/h$$

Au second essai, une autre donnée peut être utilisée : la période de rotation du soleil dans la Voie Lactée :

$$T = 220 \cdot 10^6\,ans$$

Or, cette période, le temps que le soleil met pour faire un tour autour du centre de la galaxie, est plus courte que le temps pour faire un demi-tour, utilisé précédemment. Comment cela s'explique-t-il ?

En fait, contrairement à ce que la première image peut laisser penser, le soleil ne parcours pas 130° en $250\,millions$ d'années. Ce serait le cas si la galaxie ne bougeait pas. Mais, en réalité celle-ci tourne sur elle-même de 230° en $250\,millions$ d'années. Ainsi, le soleil se déplace par rapport aux bras de la galaxie de 130°, dans le même temps que ceux-ci se déplacent de 230°. Ainsi, le soleil se déplace par rapport à « l'espace environnant » de $130 + 230 = 360^\circ$ en $250\,millions$ d'années.

Sa vitesse est donc finalement :

$$\begin{aligned} v &= \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = \frac{2\dot{\pi} \cdot 26'000 \cdot 9,4608 \cdot 10^{12}}{250 \cdot 106 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \\ &= 196\,km/s = 706'000\,km/h \end{aligned}$$

En réalité, une meilleure précision des mesures ($R \approx 27000\,AL$) donne $240\,km/s$.

Ainsi, on voit l'importance de savoir par rapport à quoi on rapporte le mouvement. On appelle référentiel le corps par rapport auquel on considère le mouvement.

Annexe F

MRUA développements

F.1 La position

Pour un MRUA, la position est donnée par :

$$\boxed{x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o} \tag{F.1}$$

Démonstration :
Par définition la vitesse moyenne est :

$$\overline{v} = \frac{x - x_o}{t} \;\Rightarrow\; x = \overline{v} \cdot t + x_o$$

Mais, la vitesse moyenne peut aussi s'exprimer par :

$$\overline{v} = \frac{v + v_o}{2}$$

Ainsi, on a :

$$x = \overline{v} \cdot t + v_o = \frac{v + v_o}{2} \cdot t + x_o$$

Or, par définition de l'accélération (constante) :

$$\overline{a} = a_o = \frac{v - v_o}{t} \;\Rightarrow\; v = a_o \cdot t + v_o$$

Donc, on a :

$$x = \frac{v + v_o}{2} \cdot t + x_o = \frac{a_o \cdot t + v_o + v_o}{2} + x_o$$

$$= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o$$

C'est ce qu'il fallait démontrer.

F.2 Une autre relation bien pratique

Jusqu'à présent, les relation obtenues (la vitesse et la position) sont fonction du temps. Il est néanmoins pratique dans bien des cas de disposer d'une relation où le facteur temps n'apparaît pas. Cette relation est facilement obtenue en éliminant le temps des deux équations de la vitesse et de la position. Le calcul est le suivant :

on part donc des équations suivantes :

$$v = a_o \cdot t + v_o$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o$$

on tire t de la première équation :

$$t = \frac{v - v_o}{a_o}$$

et on le remplace dans la seconde :

$$x = \frac{1}{2} \cdot a_o \cdot (\frac{v - v_o}{a_o})^2 + v_o \cdot \frac{v - v_o}{a_o} + x_o$$

$$= \frac{1}{2} \cdot a_o \cdot \frac{(v - v_o)^2}{a_o^2} + v_o \cdot \frac{v - v_o}{a_o} + x_o$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_o + v_o^2}{a_o} + \frac{v \cdot v_o - v_o^2}{a_o} + x_o$$

$$= \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_o + v_o^2 + 2 \cdot v \cdot v_o - 2 \cdot v_o^2}{2 \cdot a_o} + x_o$$

$$\Rightarrow \; x = \frac{v^2 - v_o^2}{2 \cdot a_o} + x_o$$

$$\boxed{\Rightarrow \; v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a_o \cdot (x - x_o)} \tag{F.2}$$

Cette relation est indépendante du temps t. Elle est canoniquement présentée sous cette forme.

Annexe G

Mouvement circulaire uniforme

G.1 Définition

Le mouvement circulaire uniforme (MCU) traduit le déplacement d'un objet sur un cercle et à vitesse constante. Il est intéressant d'étudier ce mouvement qui, tout en se déroulant à vitesse constante, est produit par une accélération non nulle. Il est cependant assez complexe puisque son étude se fait dans le plan (deux dimensions).

G.1.1 Cinématique

La cinématique du mouvement circulaire uniforme est identique à celle du MRU si on remplace les distances par des angles. Ainsi, en guise de position, on prendra l'angle des coordonnées circulaires (voir figure B.1). A partir de là, la vitesse et l'accélération angulaires moyennes se définissent très simplement :

$$x(t) \quad \rightarrow \quad \theta(t)$$

$$\overline{v}(t) \quad \rightarrow \quad \overline{\omega}(t) = \frac{\theta - \theta_o}{t - t_o} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\overline{a}(t) \quad \rightarrow \quad \overline{\alpha}(t) = \frac{\omega - \omega_o}{t - t_o} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Bien entendu, on a aussi pour les grandeurs instantanées :

$$\omega(t) = \begin{array}{c} lim \\ \Delta t \rightarrow 0 \end{array} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\alpha(t) = \begin{array}{c} lim \\ \Delta t \rightarrow 0 \end{array} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Ce définitions sont valables pour tout mouvement circulaire, en particulier s'il n'est pas uniforme. Dans le cas d'un MCU, on a encore : $\omega(t) = \omega_o$ et $\alpha(t) = 0\,m/s^2$.

Par ailleurs, la relation liant le rayon d'un arc de cercle à la valeur de ce dernier, relation traduite dans la figure A.1, permet de relier les grandeurs linéaires ($x(t)$, $v(t)$) et celles qui sont angulaires ($\theta(t)$, $\omega(t)$) :

$$\boxed{L = \theta \cdot R} \tag{G.1}$$

implique par dérivation :

$$\frac{dL}{dt} = v = \omega \cdot R = \frac{d\theta}{dt} \cdot R \;\Rightarrow\; v = \omega \cdot R$$

G.1.2 Relation importante

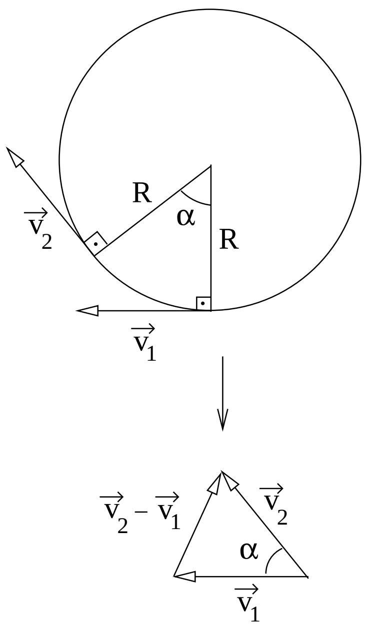
La complexité de la dynamique de ce mouvement tient dans son caractère bidimensionnel. En d'autres termes, il est nécessaire de tenir compte du caractère vectoriel de la vitesse (voir figure : G.1)

Ainsi, la rotation du vecteur vitesse "produit" un vecteur $\Delta\overrightarrow{v}$. Or, par définition de l'accélération :

$$\overrightarrow{a} = \frac{\Delta\overrightarrow{v}}{\Delta t}$$

si $\Delta\overrightarrow{v}$ est non nul, alors il y a accélération. Sur la figure on voit aussi que la direction de $\Delta\overrightarrow{v}$, comme celle de l'accélération $\overrightarrow{a}$, est radiale et plus précisément dans le sens du centre du cercle.

FIG. G.1 – Mouvement circulaire uniforme



Le mouvement circulaire uniforme est donc particulier en ce sens que tout en se déroulant à vitesse (scalaire) constante, il se déroule avec une accélération non nulle, mais qui est perpendiculaire à la vitesse.

De plus, on montre que la valeur de l'accélération est :

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R}} \tag{G.2}$$

où v est la vitesse scalaire et R le rayon du cercle.

En effet, selon la figure G.1, on a :

$$\Delta x = \alpha \cdot R \text{ et } \Delta v = \alpha \cdot v$$

où Δx est la longueur de l'arc de cercle entre les deux instants où on considère la vitesse. Si Δt est le temps entre ces deux instants, on peut écrire :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\alpha \cdot v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot v = \frac{v^2}{R}$$

C'est ce qu'il fallait démontrer.

G.1.3 Dynamique

Si on comprend que le MCU est un mouvement à vitesse constante, mais à accélération non nulle, on peut immédiatement saisir la présence d'une force. Celle-ci est naturellement dans la même direction et le même sens que l'accélération. En effet, cela découle de la seconde loi de Newton : $\overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a}$ et du fait que la masse est toujours positive. Cette accélération, nommée centripète (et non centrifuge), est donc créée par une force (nommée aussi centripète) qui dévie l'objet de sa trajectoire rectiligne. Cela est parfaitement compatible avec la première loi de Newton, puisque la cause de la trajectoire circulaire est bien une force.

Annexe H

Satellite en orbite géostationnaire

H.0.4 Introduction

Un exemple intéressant de l'utilisation de la seconde loi de Newton, du mouvement circulaire uniforme et de la loi de la gravitation universelle, est donné par le calcul de l'altitude nécessaire pour qu'un satellite soit en orbite géostationnaire.

H.0.5 Théoriquement

On va donc utiliser les équations suivantes :

$F = m \cdot a$: seconde loi de Newton
$a = \frac{v^2}{R}$: mouvement circulaire uniforme
$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$: loi de la gravitation universelle

De ces trois lois, on tire :

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{(R_T + h)^2} = m_s \cdot \frac{v^2}{(R_T + h)}$$

où :
- G est la constante de la gravitation universelle,
- M_T est la masse de la terre,
- m_s est la masse du satellite,
- R_T est le rayon de la terre,
- h est l'altitude du satellite et
- v est la vitesse linéaire du satellite.

Avec, par définition de la vitesse, pour une trajectoire circulaire :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot (R_T + h)}{T}$$

où :
T est la période du mouvement, c'est à dire le temps que doit mettre le satellite pour faire un tour autour de la terre.

De là on tire (faites les calculs par vous même) :

$$h = (\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2})^{\frac{1}{3}} - R_T$$

H.0.6 Numériquement

Le calcul est simple :

$$\begin{aligned} h &= (\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60)^2}{4 \cdot \pi^2})^{\frac{1}{3}} \\ &\quad -6,37 \cdot 10^6 = 35'857\, km \end{aligned}$$

Annexe I

Forces conservatives

I.1 Définition

Une force est dite conservative si et seulement si son travail sur un parcours fermé est nul. Cela se traduit mathématiquement par :

$$Force\, conservative \Leftrightarrow \oint \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} = 0$$

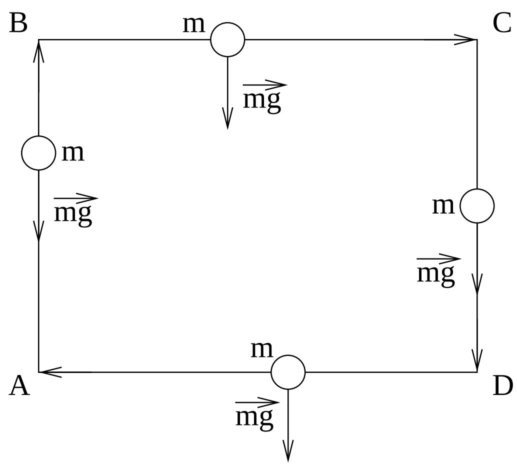
Le rond sur l'intégrale signifie que le parcours est fermé.

Une autre manière de définir une force conservative est de dire que son travail ne dépend pas du chemin choisi pour passer d'un point A à un point B. Autrement dit ce travail ne dépend que des points A et B.

I.2 Exemple

Un excellent exemple de force conservative est celui du poids. Pour s'en rendre compte, calculons le travail de cette force sur un parcours fermé : on monte une masse m sur une hauteur h, puis on la déplace horizontalement sur une distance d, on la redescend de h et on la ramène au départ (voir figure I.1).

Fig. I.1 – Travail du poids



Le calcul du travail se fait alors de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
A_{A-B} &= \oint \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} = \int_A^A \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} \\
&= \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} + \int_B^C \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} + \\
&\quad \int_C^D \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} + \int_D^A \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} \\
&= -mg \cdot d_{AB} + 0 + \\
&\quad mg \cdot d_{CD} + 0 \\
&= 0
\end{aligned}$$

car, sur le segment AB le poids est parallèle, mais de sens opposé, au déplacement, ce qui introduit un signe négatif (sin(180°) = -1), sur le segment BC le poids est perpendiculaire au déplacement, ce qui annule le travail (sin(90°) = 0), sur le segment CD le poids est parallèle et de même sens que le déplacement et celui-ci est identique en grandeur à celui du segment AB et sur le segment DA le poids est perpendiculaire au déplacement ce qui annule aussi le travail. Ainsi, le travail total est nul et la force est bien conservative.

On peut aussi voir cela en calculant le travail du poids pour passer d'un point A à un point B :

$$\begin{aligned} A_{A-B} &= \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dr} = \int_A^B \overrightarrow{mg} \cdot \overrightarrow{dr} \\ &= \overrightarrow{mg} \cdot \int_A^B \overrightarrow{dr} = \overrightarrow{mg} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= \overrightarrow{mg} \cdot (\overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}) = \overrightarrow{mg} \cdot \overrightarrow{B} - \overrightarrow{mg} \cdot \overrightarrow{A} \end{aligned}$$

Ainsi, on constate que le travail ne dépend que des points A et B. La force est donc conservative.

Annexe J

Exercices

Deux conseils pour la résolution des exercices : faites un dessin et expliquez-vous le problème en français.

J.1 Problèmes

J.1.1 Relatifs à la conversion d'unités et à la notation scientifique

Exercice 1 *Alpha du Centaure C est l'étoile la plus proche de nous. Elle se situe à $4,238\,AL$ de nous. Combien de km cela fait-il ? Exprimez le résultat en notation scientifique. Combien de parsec (pc) cela fait-il ?*

Exercice 2 *Quelle est la distance terre-soleil en km, en UA et en AL ? Entre nous et l'étoile (autre que le soleil) la plus proche, combien de fois peut-on mettre cette distance ?*

Exercice 3 *Combien y a-t-il de fois la distance entre nous et Alpha du Centaure dans le diamètre de notre galaxie la voie lactée ?*

Exercice 4 *Sous quel angle (en °, en ' et en ") voit-on le diamètre de la lune depuis la terre ($R_{lune} = 0,2725 \cdot R_{terre}$; $d_{terre-lune} = 3,84 \cdot 10^8\,m$ m).*

Exercice 5 *La matière interstellaire est constituée de gaz neutre (hydrogène atomique et moléculaire), de gaz ionisé, de poussières et de particules cosmiques (électrons, protons, ...). La densité d'un nuage de gaz neutre est de $0,1 \cdot 10^4\,atomes/cm^3$. Combien cela fait-il d'atomes par m^3 ? Par litre ?*

Exercice 6 *La première mesure du rayon de la terre à été faite à Alexandrie en 235 avant notre ère par Eratosthène.*[1] *La méthode qu'il a utilisé est très simple. Il a tout d'abord observé qu'un certain jour de l'année le soleil éclairait le fond d'un puits à Syène. Il en a déduit qu'à ce moment là les rayons du soleil alors parfaitement au zénith, pointaient directement vers le centre de la terre. Par ailleurs, il a mesuré au même moment l'angle fait par ces mêmes rayons au sommet d'un bâton planté 5000 stades plus au nord, à Alexandrie. Comme le montre le schéma ci-dessous, cet angle est l'angle au centre de la terre que fait l'arc de cercle déterminé par la surface de la terre entre Syène et Alexandrie. Connaissant cet angle (α = 7,5°) et la longueur de l'arc de cercle (L = 5000 stades), il en déduisit le rayon de la terre avec une précision extraordinaire pour l'époque : 4 % d'écart avec la valeur connue aujourd'hui.*

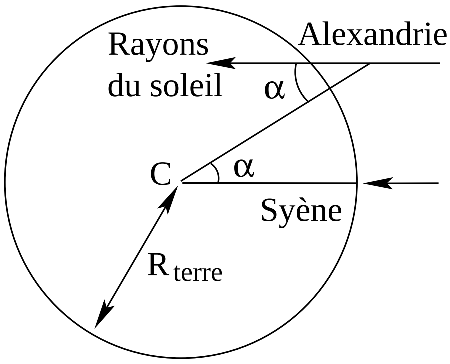
Sachant qu'un stade valait environ 160 mètres d'aujourd'hui, calculez le rayon R de la terre obtenu par Eratosthène.

J.1.2 Relatifs aux notions de déplacement, position et distance parcourue

Exercice 7 *Un objet se déplace de la position $x = 0\,m$ à $x = 10\,m$, puis à $x = 11\,m$, puis à $x = -5\,m$. Calculez le déplacement total et la distance totale parcourue.*

[1] Voir "Mécanique", Éric Lindemann, DeBoeck Université, 1999, p. 15,16.

FIG. J.1 – Le rayon de la terre par Eratosthène



Exercice 8 *Le conducteur d'une automobile qui se déplace à* $120\,km/h$ *est inattentif pendant deux secondes. Quelle distance a-t-il parcouru pendant ce temps ?*

Exercice 9 *La position en mètres d'un objet est donné par l'équation suivante :*

$$x = \begin{cases} 2 \cdot t & si\, 0 \leq t \leq 4s \\ 8 & si\, 4 \leq t \leq 6s \\ -2 \cdot t + 20 & si\, 6 \leq t \leq 10s \end{cases}$$

Calculez le déplacement et la distance parcourue au bout de 10s.

Exercice 10 *Deux trains se dirigent l'un vers l'autre sur une même voie. Ils se déplacent à* $100\,km/h$ *par rapport au sol. Si la distance initiale qui les séparait était de* $12\,km$*, dans combien de temps aura lieu l'accident ?*

Exercice 11 *Une voiture dont la vitesse est de* $110\,km/h$ *se trouve* $600\,m$ *derrière un camion dont la vitesse vaut* $80\,km/h$*. Combien de temps mettra-t-elle pour rattraper le camion ?*

J.1.3 Relatifs à la notion de vitesse

Exercice 12 *Quelle est notre vitesse de rotation approximative à la surface de la terre. N'utilisez pas votre machine à calculer et faites tous vos calculs en notation scientifique.*

Exercice 13 *Un joueur de pétanque tire la boule d'un adversaire. Celle-ci se trouve à* $9\,m$ *de lui. En supposant que la boule se déplace en ligne droite, à vitesse constante et que le joueur entende le bruit du carreau sur la boule adverse* $1,2\,s$ *après avoir lancé, trouvez la vitesse de la boule. Le son se propage à une vitesse de* $330\,m/s$*.*

Exercice 14 *Un objet se déplace de* $x_1 = 3,6\,cm$ *à* $x_2 = -5,2\,cm$ *dans l'intervalle de temps entre* $t_1 = 3\,s$ *et* $t_2 = 6,8\,s$*. Déterminez sa vitesse moyenne.*

J.1.4 Relatif à la notion d'accélération

Exercice 15 *Une voiture roulant à* $50\,km/h$ *freine soudainement pour ne pas heurter un piéton. Si la décélération maximale moyenne que ses pneus peuvent lui permettre est de* $-3\,m/s^2$ *(route mouillée), en combien de temps s'arrêtera-t-elle ?*

Exercice 16 *Calculez l'accélération moyenne d'un sprinter*[2] *qui parvient à une vitesse de 10 m/s en 9,9 s.*

Exercice 17 *Déterminez l'accélération moyenne dans les cas suivants :*

- *Un avion DC 10 qui part du repos atteint, en 50 secondes, une vitesse de 350 km/h au moment du décollage.*
- *Un avion s'approche d'un porte-avions à 190 km/h. Il se pose et est arrêté par un câble de retenue en 5 secondes.*
- *Une capsule spatiale passe d'une vitesse nulle à 1450 km/h en 3 secondes.*

Exercice 18 *A l'instant* $t = 3\,s$*, une particule se trouve en* $x = 7\,m$ *à la vitesse de* $4\,m/s$*. A* $t = 7\,s$*, elle est en* $x = -5\,m$ *à la vitesse de* $-2\,m/s$*. Calculez sa vitesse et son accélération moyennes.*

[2] The physics of sports, A. Armenti, New York, 1992, p. 112.

J.1.5 Relatif au MRU

Exercice 19 *Une voiture se déplace à la vitesse constante de* $50\,km/h$ *pendant* $5\,minutes$. *Esquissez les graphes horaires de la position, de la vitesse et de l'accélération pendant cette période. Quelle est la distance totale parcourue ? Par quelle grandeur cette distance est-elle représentée sur le graphe de la vitesse en fonction du temps ?*

Exercice 20 *Une voiture de sport se déplaçant à la vitesse constante de* $160\,km/h$ *est prise en charge par une voiture de police alors que celle-ci à* $1\,km$ *de retard. Pour rattraper la voiture de sport, la voiture de police prend très rapidement une vitesse de* $180\,km/h$. *Au bout de combien de temps et de quelle distance la police rattrapera la voiture de sport ?*

J.1.6 Relatif au MRUA

Exercice 21 *Une voiture entre en collision frontalement avec un arbre. Sa vitesse juste avant le choc était de* $50\,km/h$. *Elle est stoppée net sur une distance de* $1,5\,m$ *(le moteur est complètement écrasé).*

Calculez la valeur de l'accélération (ici une décélération) et exprimez-là comme un multiple de l'accélération terrestre g *(*$g = 9,82\,m/s^2$*) et calculez le temps que dure la collision.*

Exercice 22 *Le chauffeur d'une voiture roulant à* $40\,m/s$ *aperçoit soudain un kangourou* $70\,m$ *devant lui. Quel sera l'avenir de l'animal si le temps de réflexe du chauffeur est de* $0,8\,s$ *et sa décélération maximale de* $8\,m/s^2$ *?*

Exercice 23 *Un plongeur capable de sauter sur place très haut est capable de s'élever de* $50\,cm$. *Quelle doit être sa vitesse initiale (supposez que le mouvement est un MRUA d'accélération* $g = 9,81\,m/s^2$*) ? Un dauphin peut s'élever lui à* $6\,m$ *au-dessus de l'eau. Quelle est sa vitesse verticale initiale ?*

Exercice 24 *Un objet est lâché à la surface de la terre d'une hauteur* h. *Déterminez la vitesse à laquelle il arrive au sol.*

J.1.7 Relatifs à la physique aristotélicienne

Exercice 25 *Un scooter se déplaçant à la vitesse de* $5\,km/h$ *sur un lac gelé horizontal tire verticalement un petit obus éclairant. Il monte et retombe en* $2\,s$. *Déterminez, selon la théorie aristotélicienne du mouvement son lieu d'atterrissage sur le lac. A ce moment là, déterminez sa distance au scooter.*

Exercice 26 *La vigie d'un trois mât laisse tomber son couteau. Il met* $0,8\,s$ *pour arriver sur le pont. Le bateau se déplace à* $8\,km/h$. *Selon la théorie d'Aristote, déterminez à quelle distance du pieds du mât, il va se planter.*

Exercice 27 *Un touriste visitant Paris laisse tomber une pièce de cinq francs du haut du premier étage de la Tour Eiffel. En tenant compte de la vitesse de Paris autour le l'axe de rotation de la terre et selon la cinématique d'Aristote, calculez la distance au pieds du point de chute à laquelle la pièce va arriver au sol. Le temps de chute est de* $2,1\,s$ *et la latitude de Paris vaut* $\beta = 48^\circ 48'$. *On ne tiendra compte que du déplacement de Paris dû à la rotation de la terre sur elle-même.*

J.1.8 Relatifs à la physique Newtonienne

Pour résoudre un problème de mécanique newtonienne, aucune méthode n'est prescrite. Cependant, dans la mesure où le problème est bien posé (et c'est là une étape particulièrement difficile à réaliser et pour laquelle il faut rester ouvert à toute bonne idée), une suite d'opérations assez bien définie permet de résoudre clairement le problème. Attention, cette “procédure”, qui présente beaucoup d'avantages, est aussi assez stricte pour éliminer des idées originales parfaitement valables et efficaces. Il faut donc l'utiliser sans dogmatisme. Elle consiste en ce qui suit :

1. **Choisir le système.**
   C'est l'étape la plus importante. Elle est fondamentale car c'est du choix du système que dépend la possibilité d'exprimer les grandeurs nécessaires à la résolution du problème. En parti-

culier, il faut choisir le système de manière à éliminer, dans la mesure du possible, les grandeurs qui sont inconnues et non nécessaires.

2. **Choisir un système d'axes.**
   Simple et, si possible orienté dans le sens supposé de l'accélération. Cela permet d'éliminer un certain nombre de fautes de signe.
3. **Faire un dessin du système et y reporter toutes les forces extérieures.**
   Il ne faut en oublier aucune. La détermination du caractère extérieur des forces en jeu est évidemment aussi une étape difficile. Mais elle est fondamentale.
4. **Spécifier les contraintes sur le système.**
   Par exemple : se déplace uniquement horizontalement.
5. **Écrire les équations du mouvement.**
   Il s'agit d'écrire la seconde loi de Newton sur chaque axe. Il faut donc décomposer les vecteurs forces et accélération sur ceux-ci.
6. **Résoudre le problème.**
   Vérifier que le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues.
   A l'aide des équations décrivant les contraintes et des équations du mouvement, résoudre alors le problème.
7. **Vérifier que la solution obtenue s'applique correctement aux cas simple.**
   Par exemple, si on a obtenu l'accélération d'un objet sur un plan incliné, il faut vérifier que si la pente de celui-ci est verticale, alors l'accélération est celle de la chute libre : g.

Exercice 28 *Une fusée d'une masse de* $60\,tonnes$ *décolle verticalement. Au bout d'une minute, elle atteint la vitesse de* $1000\,km/h$*. En supposant l'accélération constante, calculez la force totale des moteurs.*

Exercice 29 *Une voiture tire une remorque à vitesse constante. Si la force de frottement qui s'exerce sur la remorque vaut* $500\,N$*, quelle est la force exercée par la voiture sur la remorque ? Quelle est la somme des forces qui s'exercent sur la remorque ? Répondez à ces deux questions si la voiture a une accélération de* $5\,m/s^2$ *et la remorque une masse de* $500\,kg$*.*

Exercice 30 *Un ascenseur de masse* $m = 200\,kg$*, dans lequel une personne de* $60\,kg$ *se trouve, monte avec une accélération de* $4\,m/s^2$*. Quelle est la force exercée par le câble sur l'ascenseur ?*

Exercice 31 *Une voiture de deux tonnes roulant à* $50\,km/h$ *freine brusquement pour s'arrêter sur une distance de* $40\,m$*. Calculez la force de frottement des pneus et expliquez précisément d'où elle vient.*

Exercice 32 *Un train de* $300\,tonnes$ *(locomotive :* $50\,tonnes$*, wagons :* $250\,tonnes$*) accélère de* 0 *à* $10\,km/h$ *en une minute. On néglige les frottements.*

1. *Calculez la force* F_{tot} *nécessaire pour réaliser cette augmentation de vitesse.*
2. *Quelle force* F *la locomotive exerce-t-elle sur les wagons ?*
3. *Combien de temps durerait le démarrage si la locomotive n'avait pas de wagons (elle exerce la même force qu'au premier point) ?*

J.1.9 Relatifs aux forces

Exercice 33 *Une personne de masse* $m = 70\,kg$ *prends l'ascenseur. Elle se place sur un balance. Durant la première phase de montée, l'accélération vaut* $2\,m/s^2$*. Puis suit une phase à vitesse constante et enfin l'ascenseur décélère à* $3\,m/s^2$*. Trouvez dans chaque cas la force exercée par la balance sur la personne (en divisant par l'accélération terrestre, on obtient la valeur que marquerait une balance sous les pieds de la personne).*

Exercice 34 *Calculez la grandeur de la force exercée par deux boules de pétanque de masse* $m = 1\,kg$ *l'une sur l'autre. Elles sont distantes de* $0,5\,m$

Exercice 35 *Calculez la masse de la terre. On donne* $g = 9,81\,m/s^2$ *et le rayon terrestre moyen* $R_T = 6'370\,km$*.*

Exercice 36 *Calculez l'accélération de la pesanteur de la lune avec les données des tables.*

Exercice 37 *Quelle force faut-il exercer sur un ressort de constante* $k = 800\,N/m$ *pour le déformer de* $10\,cm$ *?*

Exercice 38 *Quelle est la constante d'un ressort qui s'allonge de* $12\,cm$ *lorsqu'on lui suspend une masse de* $100\,grammes$ *?*

Exercice 39 *Une voiture de deux tonnes roulant à* $50\,km/h$ *freine brusquement pour s'arrêter sur une distance horizontale de* $40\,m$*. Calculez le coefficient de frottement des pneus sur la route.*

Exercice 40 *Une voiture a une masse* $m = 1000\,kg$ *dont 600 s'exercent sur les roues avant et 400 sur les roues arrière. Calculez l'accélération maximale de cette automobile si le coefficient de frottement pneu-route vaut* $\mu_o = 0,5$*. La route est horizontale.*

1. *La traction se fait par les roues avant uniquement,*
2. *La traction est arrière,*
3. *C'est une traction quatre roues.*

J.1.10 Relatifs à l'énergie

Exercice 41 *Calculez le travail produit par une force de* $15\,N$ *s'exerçant constamment à* 10° *par rapport au déplacement. Celui-ci est rectiligne et d'une distance de* $20\,m$*.*

Exercice 42 *Un hélicoptère monte une masse de* $50\,kg$ *avec une accélération de* $4\,m/s^2$ *sur une distance de* $100\,m$*. Calculez le travail de la force de traction qui s'exerce sur la masse.*

Exercice 43 *Quelle est l'énergie potentielle de la masse du problème 42 à une hauteur de* $100\,m$ *? Quelle est son énergie cinétique à la même place si la vitesse initiale est nulle ?*

Exercice 44 *Estimez l'énergie cinétique*
- *d'un coureur de* $100\,m$ *de masse* $80\,kg$*,*
- *d'une voiture de masse* $800\,kg$ *et roulant à* $10\,m/s$ *et*
- *d'une balle de fusil de* $10\,g$ *et se déplaçant à* $800\,m/s$*.*

Exercice 45 *Calculez le travail du poids d'un objet de masse* $m = 3\,kg$ *quand on le monte à vitesse constante de* $4\,m$*, le déplace de* $5\,m$ *horizontalement, le redescend de* $4\,m$ *et le ramène à sa position initiale. Calculez tout d'abord le travail pour chaque étapes. Puis le travail total.*

J.1.11 Relatifs à la conservation de l'énergie

Exercice 46 *Sans l'aide de l'accélération, calculez la vitesse d'une personne qui a sauté (sans vitesse initiale) d'un plongeoir de* $10\,m$ *et arrive dans l'eau.*

Exercice 47 *On lance verticalement vers le haut un objet de poids* $100\,N$ *avec une vitesse initiale* $v_o = 10\,m/s$*. A quelle hauteur h est-il momentanément arrêté ?*

Exercice 48 *Une tuile d'une masse de* $2\,kg$ *se met à glisser du haut d'un toit dont le sommet se trouve à* $30\,m$*. Au moment où elle quitte le toit sa hauteur vaut* $25\,m$ *(on ne tient pas compte du frottement de la tuile sur le toit). Calculez la distance au pied du toit à laquelle la tuile arrivera au sol. L'angle du toit par rapport à l'horizontale vaut* 15°*.*

Exercice 49 *Une voiture de deux tonnes roulant horizontalement augmente sa vitesse de 5 à* $10\,km/h$*. Quelle est l'augmentation de son énergie cinétique ?*

J.2 Solutions

1 Comme le nombre de km est 1000 fois plus petit que le nombre de mètres et que $1\,AL = 9,46 \cdot 10^{15}\,m$, on a :

$$\begin{aligned} 4,238\,AL &= 4,238 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \\ &= 4 \cdot 10^{16}\,m = 4 \cdot 10^13\,km \end{aligned}$$

Comme $1\,pc \approx 3 \cdot 10^16\,m$, on a :

$$4 \cdot 10^{16}\,m \approx \frac{4 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^{16}} = 1,33\,pc$$

2 La distance terre-soleil vaut $1,496 \cdot 10^{11}\,m$. On a donc :

$$1,496 \cdot 10^{11}\,m = 1,496 \cdot 10^{8}\,km$$

Par ailleurs, par définition de l'unité astronomique (UA), on a :

$$1,496 \cdot 10^{11}\,m = 1\,UA$$

Finalement, avec $1\,AL = 9,46 \cdot 10^{15}\,m$, on a :

$$\begin{aligned} 1,496 \cdot 10^{11}\,m &= \frac{1,496 \cdot 10^{11}}{9,46 \cdot 10^{15}} \\ &= 1,58 \cdot 10^{-5}\,AL = 15\,\mu AL \end{aligned}$$

L'exercice 1 nous indique que l'étoile la plus proche de nous est à $4,238\,AL$. On a donc :

$$4,238\,AL = \frac{4,238}{1,58 \cdot 10^{-5}} = 2,68 \cdot 10^{5} \times$$

Alpha du Centaure se trouve donc à $268'228 \times$ la distance terre-soleil.

3 Le diamètre de notre galaxie est de $80'000\,AL$. L'exercice 1 nous indique que la distance à Alpha du Centaure vaut $4,238\,AL$. Ainsi, on a :

$$\frac{80'000}{4,238} = 18'877 \times$$

Le diamètre de la galaxie représente donc $18'877 \times$ la distance à l'étoile la plus proche de nous.

4 La distance terre-lune est beaucoup plus grande que le diamètre de la lune. L'angle est donc petit et on peut écrire la relation d'arc donnée par l'équation A.1 :

$$\begin{aligned} D &= 2 \cdot R_{lune} = d \cdot \alpha \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{2 \cdot R_{lune}}{d_{terre-lune}} \\ \alpha &= \frac{2 \cdot 0,2725 \cdot 6,371 \cdot 10^{6}}{3,84 \cdot 10^{8}} = 0,009\,rad \end{aligned}$$

Comme $180^{\circ} = \pi\,radians$, l'angle considéré est :

$$\alpha = 0,009 \cdot \frac{180}{\pi} = 0,5157^{\circ}$$

Comme un degré vaut soixante minutes d'arc $1^{\circ} = 60'$, on a :

$$\alpha = 0,5157^{\circ} = 0,5157 \cdot 60 = 31'$$

et :

$$\alpha = 31' = 31 \cdot 60 = 1860''$$

5 Dans $1\,m^3$, on trouve $1000\,dm^3$ et $10^6\,cm^3$. Ainsi, dans $1\,m^3$, on trouve un million de fois plus d'atome que dans $1\,cm^3$. On a donc par m^3 :

$$nb\,atomes = 0,1 \cdot 10^4 \cdot 10^6 = 10^9\,atomes$$

Et par litre, c'est-à-dire par dm^3 :

$$nb\,atomes = 0,1 \cdot 10^4 \cdot 10^3 = 10^6\,atomes$$

6 La relation d'arc donnée par l'équation A.1 nous permet d'écrire :

$$L = R \cdot \alpha \;\Rightarrow\; R = \frac{L}{\alpha}$$

Avec la longueur L en m et l'angle α en rad :

$$\begin{aligned} L &= 5000 \cdot 160 = 8 \cdot 10^{5}\,m \\ \alpha &= 7,5 \cdot \frac{\pi}{180} = 0,13\,rad \end{aligned}$$

Ainsi, le rayon de la terre d'Eratosthène valait :

$$R = \frac{8 \cdot 10^{5}}{0,13} = 6'111'550\,m = 6'111,55\,km$$

Sachant que la valeur actuelle du rayon moyen de la terre vaut :

$$R_{terre} = 6'371,03\,km$$

à l'aide de l'équation D.1, on peut déterminer l'écart entre les deux valeurs :

$$e = \frac{6'371,03 - 6'111,55}{6'371,03} \cdot 100 = 4,1\%$$

7 Par définition, le déplacement se calcule par :

$$D = \Delta x = x_f - x_i = -5 - 0 = -5\,m$$

Et la distance parcourue est la distance réellement effectuée :

$$d = 10 + 1 + 11 + 5 = 27\,m$$

8 Pour passer de km/h en m/s, il faut diviser par un facteur de $3,6$. En effet :

$$120\,km/h = \frac{120 \cdot 10^3\,m/h}{3600\,s/h} = \frac{120}{3,6} = 33,3\,m/s$$

Ainsi, la distance parcourue en deux secondes est :

$$d = v \cdot t = 33,3 \cdot 2 = 66,6\,m$$

9 Comme la position au bout de $10\,s$ se calcule par :

$$x(10\,s) = -2 \cdot 10 + 20 = 0\,m$$

le déplacement est donné par :

$$D = \Delta x = x_f - x_i = 0 - 0 = 0\,m$$

Selon l'équation de la position donnée ici, le mouvement de l'objet est le suivant :

1. à la vitesse constante de $2\,m/s$ l'objet se déplace pendant $4\,s$,
2. il s'arrête de 4 à $6\,s$ et
3. il revient en arrière à la vitesse de $-2\,m/s$ de 6 à $10\,s$.

Ainsi, l'objet parcourt dans un premier temps $2 \cdot 4 = 8\,m$ en avant et dans un second temps $8\,m$ en arrière. La distance parcourue est donc :

$$d = 8 + 8 = 16\,m$$

10 Deux raisonnements sont possibles :

– On s'imagine être dans un train qu'on ne voit pas bouger. Sa vitesse par rapport à nous est nulle. L'autre train se trouve au départ à une distance de $12\,km$ et se déplace par rapport à nous à une vitesse relative de $200\,km/h$ (sa vitesse et notre vitesse sont cumulées). Ainsi, on peut écrire :

$$v = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{12}{200} = 0,06\,h$$

– On définit le zéro du système d'axes à la position du premier train au moment où ils sont séparés de $12\,km$. L'équation de la position du premier train est alors :

$$x_1 = 100 \cdot t$$

Comme la position initiale du second train vaut $12\,km$ et qu'il s'approche, sa vitesse est négative et l'équation de sa position au cour du temps est :

$$x_2 = -100 \cdot t + 12$$

La condition de rencontre est s'écrit alors :

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \\ 100 \cdot t &= -100 \cdot t + 12 \Rightarrow \\ 200 \cdot t &= 12 \Rightarrow t = \frac{12}{200} = 0,06\,h \end{aligned}$$

Le premier raisonnement se fait par rapport à l'un des objets en mouvement. Il est dit relatif. Le second raisonnement se fait par rapport à un référentiel commun : le sol. Il est dit absolu.

Mais quelque soit le référentiel, le résultat est le même.

11 Deux raisonnement sont possibles :

– On s'imagine être dans le camion qu'on ne voit pas bouger. Sa vitesse par rapport à nous est nulle. La voiture, elle, se trouve au départ à une distance de $0,6\,km$ et se déplace par rapport à nous à une vitesse relative de $110 - 80 = 30\,km/h$ (sa vitesse est diminuée de notre vitesse, puisqu'on la fuit). Ainsi, on peut écrire :

$$v = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0,6}{30} = 0,02\,h$$

– On définit le zéro du système d'axes à la position de la voiture au moment où la voiture et le camion sont séparés de $0,6\,km$. L'équation de la position de la voiture est alors :

$$x_v = 110 \cdot t$$

Comme la position initiale du camion vaut $0,6\,km$ et qu'il va dans la même direction que la voiture, l'équation de sa position au cour du temps est :

$$x_c = 80 \cdot t + 0,6$$

La condition de rencontre est s'écrit alors :

$$\begin{aligned} x_v &= x_c \\ 110 \cdot t &= 80 \cdot t + 0,6 \Rightarrow \\ 30 \cdot t &= 0,6 \Rightarrow t = \frac{0,6}{30} = 0,02\,h \end{aligned}$$

Le premier raisonnement se fait par rapport à l'un des objets en mouvement. Il est dit relatif. Le second raisonnement se fait par rapport à un référentiel commun : le sol. Il est dit absolu.

Mais quelque soit le référentiel, le résultat est le même.

12 On sait que le rayon de la terre vaut environ $6'400\,km$. Sa circonférence vaut donc :

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r \approx 2 \cdot 3 \cdot 6'000 = 36'000\,km \approx 40'000\,km$$

Sa vitesse se calcule donc ainsi :

$$\begin{aligned} v &= \frac{C}{t} \approx \frac{40'000}{24} \approx \frac{40'000}{25} \\ &= 40'000 \cdot \frac{4}{100} = 400 \cdot 4 = 1'600\,km/h \end{aligned}$$

En réalité, on a :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6'371}{24} = 1668\,km/h$$

Ce qui correspond à un écart (équation D.1) de :

$$e = \frac{1668 - 1600}{1668} \cdot 100 = 4\%$$

Ce qui est un bon écart, compte tenu des grosses approximations faites.

13 Le temps donné t_{tot} est constitué du temps t_{boule} mis par la boule pour aller frapper celle de l'adversaire et du temps t_{son} mis par le son pour revenir se faire entendre par le joueur. On a donc :

$$t_{tot} = 1,2 = t_{boule} + t_{son}$$

Or, pour avoir la vitesse de la boule sur les $9\,m$ de son parcours, il nous faut t_{boule}. Pour cela, il faut donc calculer t_{son}, qui est le temps mis pas le son pour parcourir $9\,m$ à la vitesse de $330\,m/s$:

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{9}{330} = 0,027\,s$$

Ainsi, le temps de parcours de la boule est :

$$t_{boule} = 1,2 - t_{son} = 1,2 - 0,027 = 1,173\,s$$

Et la vitesse de la boule est finalement :

$$v_{boule} = \frac{9}{1,173} = 7,674\,m/s$$

14 Par définition de la vitesse moyenne, on a tout simplement :

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-5,2 - 3,6}{6,8 - 3} = -2,32\,cm/s$$

15 Par définition de l'accélération, on a :

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_f - v_i}{t} \Rightarrow \\ t &= \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{0 - 50/3,6}{-3} = 4,63\,s \end{aligned}$$

16 On a simplement :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{10 - 0}{9,9} = 1,01\,m/s^2$$

17 On a successivement :

– pour le DC 10 :

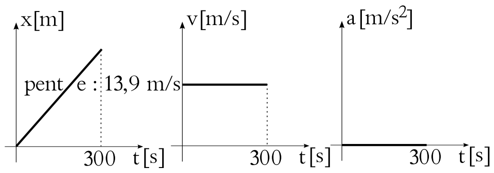
$$a = \frac{350/3,6 - 0}{50} = 1,94\,m/s^2$$

– pour l'avion sur le porte-avions :

$$a = \frac{0 - 190/3,6}{5} = -10,56\,m/s^2$$

C'est une décélération et l'accélération est donc négative.

FIG. J.2 – Graphes horaires du MRU.



– pour la capsule spatiale :

$$a = \frac{1450/3,6 - 0}{3} = 134\, m/s^2$$

18 Par définition de la vitesse moyenne, on a :

$$v = \frac{x_f - y_i}{t_f - t_i} = \frac{-5 - 7}{7 - 3} = -3\, m/s$$

Par définition de l'accélération moyenne, on a :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{-2 - 4}{7 - 3} = -1,5\, m/s^2$$

19 Les graphes sont présentés à la figure J.2.

La distance totale parcourue se calcule simplement :

$$d = v \cdot t = \frac{50}{3,6} \cdot 5 \cdot 60 = 4'167\, m$$

Sur le graphe de la vitesse en fonction du temps, la distance parcourue apparaît simplement être l'aire sous le graphe. En effet, la base $t = 5 \cdot 60 = 300\, s$ multipliée par la hauteur $v = 50/3,6 = 13,9\, m/s$ donne bien la distance parcourue.

20 On va décrire mathématiquement le mouvement des voitures de sport et de police.

Les deux mouvements sont des MRU. On peut donc écrire, dans un système d'axes dont l'origine est sur la voiture de police au moment où elle entame sa poursuite :

$$\begin{aligned} v_{police} &= 180 \cdot t \\ v_{sport} &= 160 \cdot t + 1 \end{aligned}$$

La condition de rencontre s'écrit alors :

$$\begin{aligned} v_{police} = v_{sport} \Rightarrow 180 \cdot t &= 160 \cdot t + 1 \Rightarrow \\ 20 \cdot t &= 1 \\ t &= \frac{1}{20} = 0,05\, h \end{aligned}$$

La voiture de police se trouve alors à une distance de l'origine du système d'axes de :

$$x_{police} = 180 \cdot 0,05 = 9\, km$$

Alors que la voiture de sport est à :

$$x_{sport} = 160 \cdot 0,05 + 1 = 9\, km$$

Ce qu'il fallait montrer.

21 On fait l'hypothèse d'un MRUA. La voiture est stoppée sur une distance de $1,5\, m$. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow \\ 0^2 &= (\frac{50}{3,6})^2 + 2 \cdot a \cdot 1,5 \Rightarrow \\ a &= -\frac{13,89^2}{3} = -4,63\, m/s^2 \end{aligned}$$

Le temps de collision est donc de :

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_f - v_i}{t} \Rightarrow \\ t &= \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{0 - 50/3,6}{-4,63} = 3\, s \end{aligned}$$

22 Oublions la position du kangourou et calculons la distance totale d'arrêt d_t. Elle se compose de la distance de réaction d_r et la distance de freinage d_f :

$$d_t = d_r + d_f$$

Pour la distance de réaction, on a :

$$d_r = v \cdot t = 40 \cdot 0,8 = 32\, m$$

Pour la distance de freinage, il faut faire l'hypothèse d'un MRUA. Comme le mouvement est une décélération, c'est-à-dire un freinage, l'accélération est négative, et on a :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d_f \Rightarrow \\ 0^2 &= 40^2 + 2 \cdot (-8) \cdot d_f \Rightarrow \\ d_f &= \frac{40^2}{16} = 100\, m \end{aligned}$$

Ainsi, la distance totale d'arrêt vaut :

$$d_t = 32 + 100 = 132\,m$$

Comme le kangourou se trouve à $70\,m$, son avenir s'annonce bien sombre.

23 Un objet qui n'est soumis qu'à son poids est en chute libre, même s'il monte. Ainsi, l'accélération du plongeur, comme du dauphin, dans sa phase d'ascension vaut $-9,81\,m/s^2$. En effet, on a une décélération. Comme celle-ci est constante et que la vitesse au sommet est nulle, on peut écrire pour le plongeur :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow \\ 0^2 &= v_o^2 + 2 \cdot (-9,81) \cdot 0,5 \Rightarrow \\ v_o &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,5} = 3,132\,m/s = 11,3\,km/h \end{aligned}$$

Et de la même manière, pour le dauphin :

$$v_o = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6} = 10,85\,m/s = 39\,km/h$$

24 Cet objet est en chute libre. Son accélération vaut donc g. On peut écrire pour un MRUA :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \end{aligned}$$

25 Pour Aristote, au moment où l'obus est sorti du canon, plus aucune action horizontale vers l'avant ne s'exerce sur lui. Il cessera donc de se déplacer horizontalement et retombera exactement là où il a quitté le canon.

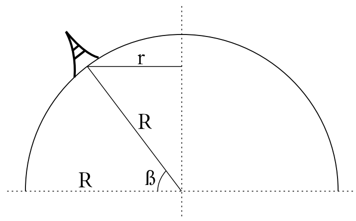
Pendant l'élévation et la chute de l'obus, le scooter avance à vitesse constante. La distance dont il s'est déplacé par rapport à l'obus (qui n'a selon Aristote pas bougé horizontalement) est donc de :

$$d = v \cdot t = \frac{5}{3,6} \cdot 2 = 2,76\,m$$

26 Rappelons que selon Aristote, dès le moment où on a lâché le couteau, plus aucune force horizontale ne s'exerce sur lui et il va tomber parfaitement verticalement. Or, le bateau avance pendant ce temps. La distance au pied du mat à laquelle tombe le couteau est donc de :

$$d = v \cdot t = \frac{8}{3,6} \cdot 0,8 = 1,78\,m$$

FIG. J.3 – Chute aristotélicienne de la tour Eiffel.



27 Pour connaître la vitesse de rotation de la terre à Paris, il faut connaître la distance qu'il parcourt en $24\,h$. Pour il faut connaître sa distance r à l'axe de rotation de la terre (voir figure J.3). On a d'après la figure J.3 que :

$$r = R \cdot \cos(\beta) = 6'371 \cdot \cos(48,8^\circ) = 4'197\,km$$

car :

$$\begin{aligned} R &= R_{terre} = 6'371\,km \\ \beta &= 48^\circ 48' = 48,8^\circ \end{aligned}$$

Ainsi, la vitesse de la tour Eiffel est :

$$\begin{aligned} v &= \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4'197}{24} \\ &= 1099\,km/h = 305\,m/s \end{aligned}$$

et, selon Aristote, pendant la chute de la pièce, la Tour Eiffel devrait s'être déplacée de :

$$d = v \cdot t = 305 \cdot 2,1 = 640,5\,m$$

Ce n'est évidemment pas le cas. L'inertie de la pièce l'en empêche.

28 Le schéma de la situation est donné dans la figure J.4. La seconde équation de Newton s'écrit :

$$\overrightarrow{F} + \overrightarrow{P} = m \cdot \overrightarrow{a}$$

En projection sur l'axe et en raison de la définition du poids, on a :

$$F - P = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot a + m \cdot g$$

FIG. J.4 – Une fusée.

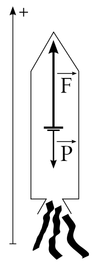
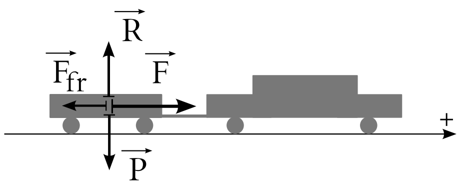


FIG. J.5 – Une remorque



Or, comme l'accélération vaut :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{1000/3,6 - 0}{60} = 4,63\,m/s^2$$

on a :

$$F = 60 \cdot 10^3 \cdot 4,63 + 60 \cdot 10^3 \cdot 9,81 = 866'400\,N$$

29 Le schéma de la situation est donné par la figure J.5.

La remorque avance à vitesse constante. La première loi de Newton nous indique alors que la somme des forces qui s'exerce sur elle est nulle. On peut considérer successivement le cas des forces verticales et celui des forces horizontales.

Verticalement, la position de la voiture ne change pas. Elle est verticalement à l'arrêt. La réaction du sol $\overrightarrow{R}$ est donc égale en grandeur, mais opposée, au poids $\overrightarrow{P}$, comme présenté dans la figure J.5.

Horizontalement par contre, la remorque se déplace. Mais elle le fait à vitesse constante et donc, là encore, la somme des forces horizontales qui s'exercent sur elle est nulle. La force de frottement $\overrightarrow{F}_{fr}$ est égale en grandeur et opposée à la force $\overrightarrow{F}$ exercée par la voiture pour tirer la remorque. Ainsi :

$$F = F_{fr} = 500\,N$$

Si la voiture a une accélération, la situation des forces verticales ne change pas. On a toujours : $\overrightarrow{R} = -\overrightarrow{P}$. Par contre, la sommes des forces horizontales n'est plus nulle. On a, selon l'axe de la figure J.5 :

$$\begin{aligned} F - F_{fr} &= m \cdot a \Rightarrow \\ F &= m \cdot a + F_{fr} = 500 \cdot 5 + 500 = 3000\,N \end{aligned}$$

et la somme des forces qui s'exercent sur la remorque est :

$$F - F_{fr} = m \cdot a = 500 \cdot 5 = 2500\,N$$

30 Ce problème est identique au problème 28 de la fusée. Il suffit de remplacer la fusée par l'ascenseur et de considérer la force de propulsion de la fusée comme la force de traction du câble. Considérons donc la figure J.4. Selon l'axe considéré, on a :

$$\begin{aligned} F - P &= m \cdot a \Rightarrow \\ F &= m \cdot a + m \cdot g = 260 \cdot 4 + 260 \cdot 9,81 \\ &= 3590,6\,N \end{aligned}$$

31 Pour que la voiture ralentisse, il faut que la force qui s'exerce sur elle soit vers l'arrière. C'est la force de frottement du sol sur les roues qui la freine. En effet, sur la glace elle ne s'exerce pas et la voiture ne peut freiner.

Tant la force que l'accélération sont donc dirigée vers l'arrière. La décélération se calculant par :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow \\ a &= \frac{0^2 - (50/3,6)^2}{2 \cdot 40} = -2,4\,m/s^2 \end{aligned}$$

on trouve aisément la force de frottement de la route sur les pneus qui ralentit la voiture :

$$F_{fr} = m \cdot a = 2000 \cdot (-2,4) = -4'822,5\,N$$

Elle est négative, donc bien dirigée vers l'arrière.

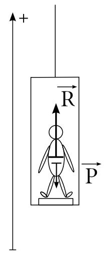
32 Ce problème illustre bien l'importance du choix du système. Comme tout se déroule horizontalement, on ne va considérer que les forces horizontales. Les verticales existent, mais n'interviennent pas.

1. Comme on cherche la force nécessaire à l'augmentation de vitesse du train dans son entier, considérons pour système le train entier. Sa masse totale est $M = 300 \cdot 10^3\,kg$. Son accélération est :
$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{10/3,6 - 0}{60} = 0,046\,m/s^2$$
On peut donc écrire :
$$F_{tot} = M \cdot a = 300 \cdot 10^3 \cdot 0,046 = 13'889\,N$$
2. Cette fois-ci, on cherche la force exercée sur une partie du train : les wagons. On ne va donc considérer comme système que les wagons. Une seule force les tire vers l'avant F avec la même accélération que celle du train dans son ensemble. Leur masse est $m = 250 \cdot 10^3\,kg$. On a donc :
$$F = m \cdot a = 250 \cdot 10^3 \cdot 0,046 = 11'500\,N$$
Valeur inférieure à celle du point précédent, car il ne faut pas tirer la locomotive.
3. Ici, le système est évidemment la locomotive seule de masse $m' = 50 \cdot 10^3\,kg$. On peut donc calculer l'accélération :
$$\begin{aligned} F_{tot} &= m' \cdot a \Rightarrow \\ a &= \frac{F_{tot}}{m'} = \frac{13'889}{50 \cdot 10^3} = 0,28\,m/s^2 \end{aligned}$$
et finalement le temps :
$$a = \frac{v_f - v_i}{t} \Rightarrow t = \frac{10/3,6 - 0}{0,28} = 10\,s$$

33 La figure J.6 présente la situation.

On choisi comme système la personne. Les forces extérieures sont alors :
- son poids $\overrightarrow{P}$ et
- la force $\overrightarrow{R}$ exercée par la balance sur la personne. Sa réaction, la force exercée par la personne sur la balance, permet à cette dernière de donner une indication du poids de la personne, indiqué malheureusement en grammes (et non en Newton, comme cela devrait être le cas) par la balance.

FIG. J.6 – Un ascenseur



Selon l'axe donné, on peut écrire :
$$R - P = m \cdot a \Rightarrow R = m \cdot a + m \cdot g$$
A partir de là, on peut considérer les différents cas :

1. Quand l'ascenseur prend de la vitesse, l'accélération vaut $2\,m/s^2$. La réaction de la balance est alors :
$$R = 70 \cdot 2 + 70 \cdot 9,81 = 826,7\,N$$
et la balance indiquerait :
$$m = \frac{826,7}{9,81} = 84,3\,kg$$
La personne a un poids plus important qu'à l'arrêt et donc l'indication donnée en terme de masse par la balance pourrait laisser croire à ... de l'embonpoint.
2. Pendant la phase à vitesse constante, l'accélération vaut $0\,m/s^2$. La réaction de la balance est alors :
$$R = 70 \cdot 0 + 70 \cdot 9,81 = 686,7\,N$$
et la balance indiquerait :
$$m = \frac{886,7}{9,81} = 70\,kg$$
La personne a le même poids qu'à l'arrêt et donc l'indication donnée en terme de masse par la balance est juste.

3. Quand l'ascenseur perd de la vitesse, l'accélération vaut $-3\,m/s^2$. La réaction de la balance est alors :

$$R = 70 \cdot (-3) + 70 \cdot 9,81 = 476,7\,N$$

et la balance indiquerait :

$$m = \frac{476,7}{9,81} = 48,6\,kg$$

La personne a un poids moins important qu'à l'arrêt et donc l'indication donnée en terme de masse par la balance pourrait laisser croire à ... une maladie.

On voit qu'une balance indique quelque chose de relatif à l'état de mouvement de la personne. Elle n'indique donc pas une quantité de matière, c'est-à-dire une masse. Une balance devrait donc être graduée en newton. Elle l'est en kg, car on a l'habitude de se peser à l'arrêt (bien que ... la terre tournant ...) et à la surface de la terre. Dans ce cas bien précis, il suffit en effet de diviser son indication (ou de reporter face à la graduation une indication de masse) par g pour obtenir la masse.

34 La loi de la gravitation universelle donne :

$$\begin{aligned} F &= G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1}{0,5^2} = 2,668 \cdot 10^{-10}\,N \end{aligned}$$

35 Le poids à la surface de la terre peut être calculé de deux manières. A l'aide de la loi de la gravitation universelle et à l'aide de sa définition $P = m \cdot g$. Il s'agit de la même force. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} m \cdot g &= G \cdot \frac{M_{terre} \cdot m}{R^2_{terre}} \Rightarrow \\ g &= G \cdot \frac{M_{terre}}{R^2_{terre}} \Rightarrow \\ M_{terre} &= \frac{g \cdot R^2_{terre}}{G} \\ &= \frac{9,81 \cdot (6'372 \cdot 10^3)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 5,97 \cdot 10^{24}\,kg \end{aligned}$$

36 Comme au problème 35, on a :

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

Mais ici il s'agit de la lune. Ainsi :

$$\begin{aligned} g_{lune} &= G \cdot \frac{M_{lune}}{R^2_{lune}} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7,35 \cdot 10^{22}}{(1,738 \cdot 10^6)^2} \\ &= 1,62\,m/s^2 \end{aligned}$$

37 On a simplement :

$$F = k \cdot x = 800 \cdot 0,1 = 80\,N$$

38 Une masse de $100\,g$ exerce une force

$$F = m \cdot g = 0,1 \cdot 9,81 = 0,981\,N$$

sur le ressort. On a donc :

$$F = k \cdot x \;\Rightarrow\; k = \frac{F}{x} = \frac{0,981}{0,12} = 8,175\,N/m$$

39 L'accélération de la voiture est (hypothèse MRUA) :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \;\Rightarrow \\ a &= \frac{v^2 - v_o^2}{2 \cdot d} = \frac{13,8^2}{2 \cdot 40} \\ &= 2,41\,m/s^2 \end{aligned}$$

La force exercée par la route sur les pneus est donc de :

$$F_{fr} = m \cdot a = 2000 \cdot 2,41 = 4822,5\,N$$

Or, par définition de la force de frottement sec, on a :

$$\begin{aligned} F_{fr} &= \mu \cdot R = \mu \cdot m \cdot g \;\Rightarrow \\ \mu &= \frac{F_{fr}}{m \cdot g} = \frac{4822,5}{2000 \cdot 9,81} = 0,25 \end{aligned}$$

40 La force maximale entre les pneus et la route est donnée par :

$$F_{fr} = \mu_o \cdot R = \mu_o \cdot m \cdot g$$

On a alors :

1. Avec les roues avant uniquement, la force maximale est :

$$F_{fr} = 0,5 \cdot 600 \cdot 9,81 = 2943\,N$$

Et l'accélération :

$$a = \frac{F_{fr}}{m} = \frac{2943}{1000} = 2,943\,m/s^2$$

2. Avec les roues arrière uniquement, la force maximale est :

$$F_{fr} = 0,5 \cdot 400 \cdot 9,81 = 1962\,N$$

Et l'accélération :

$$a = \frac{F_{fr}}{m} = \frac{1962}{1000} = 1,962\,m/s^2$$

3. Avec les roues avant et arrière ensembles, la force maximale est :

$$F_{fr} = 0,5 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 4905\,N$$

Et l'accélération :

$$a = \frac{F_{fr}}{m} = \frac{4905}{1000} = 4,905\,m/s^2$$

41 Par définition du travail, on a :

$$\begin{aligned} A &= \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d} = F \cdot d \cdot \cos(\alpha) \\ &= 15 \cdot 20 \cdot \cos(10^{\circ}) = 295,4\,J \end{aligned}$$

42 La seconde loi de Newton permet de calculer la valeur de la force de traction :

$$\begin{aligned} F - m \cdot g &= m \cdot a \Rightarrow \\ F &= m \cdot a + m \cdot g \\ &= 50 \cdot 4 + 50 \cdot 9,81 = 690,5\,N \end{aligned}$$

La force de traction et le déplacement étant parallèles et de même sens, on a :

$$A = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d} = F \cdot d = 690,5 \cdot 100 = 69'050\,J$$

43 Par définition de l'énergie potentielle, on a :

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 50 \cdot 9,81 \cdot 100 = 49'050\,J$$

Pour le calcul de l'énergie cinétique, si on fait l'hypothèse d'un MRUA, la vitesse de la masse au bout de $100\,m$ est :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot a \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 100} = 28,3\,m/s \end{aligned}$$

et l'énergie cinétique est alors :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 28,3^2 = 20'022,25\,J$$

44 Dans chacun des cas, l'énergie cinétique se calcule par :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

– Un bon coureur met environ $10\,s$ pour parcourir $100\,m$. Sa vitesse moyenne est donc de :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10\,m/s$$

Son énergie cinétique est donc de :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 10^2 = 4000\,J$$

– Simplement, on calcule l'énergie cinétique :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 10^2 = 40'000\,J$$

– Il faut mettre la masse en kg pour calculer l'énergie cinétique :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot 0,01 \cdot 800^2 = 3200\,J$$

45 Procédons par étapes :

– si on monte de $4\,m$, le poids et le déplacement sont opposés et le travail du poids est :

$$\begin{aligned} A &= m \cdot g \cdot d \cdot \cos(\alpha) \\ &= 3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot \cos(180) = -117,72\,J \end{aligned}$$

– lors d'un déplacement horizontal, le poids et le déplacement sont perpendiculaires et le travail est nul (car $\cos(90^{\circ}) = 0$),

– si on descend de $4\,m$, le poids et le déplacement sont dans le même sens et le travail du poids est :

$$\begin{aligned} A &= m \cdot g \cdot d \cdot \cos(\alpha) \\ &= 3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot \cos(0) = 117,72\,J \end{aligned}$$

– lors d'un déplacement horizontal, le poids et le déplacement sont perpendiculaires et le travail est nul (car $\cos(90^\circ) = 0$).

Ainsi, le travail total est la somme des travaux pour chaque déplacement :

$$A_{tot} = -117,72 + 0 + 117,72 + 0 = 0\,J$$

Le travail du poids pour un parcours fermé est donc nul. On dit d'une telle force qu'elle est "conservative". Ce n'est que pour de telles forces qu'il existe une énergie potentielle.

46 Pour rappel, résolvons tout d'abord le problème à l'aide de l'accélération. Nous sommes dans le cas d'un MRUA. Donc, on peut écrire :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 10} = 14\,m/s = 50,4\,km/h \end{aligned}$$

Pour résoudre le problème à l'aide de l'énergie, il faut considérer que toute l'énergie potentielle de la personne en haut du plongeoir se transforme graduellement en énergie cinétique pendant sa chute. Si le zéro de l'énergie cinétique est choisi au niveau de l'eau, lorsqu'il l'atteint le plongeur n'a plus d'énergie potentielle. Elle s'est entièrement transformée en énergie cinétique. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} m \cdot g \cdot h &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 10} = 14\,m/s = 50,4\,km/h \end{aligned}$$

et le problème est résolu.

Cependant, il faut remarquer que l'égalité de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique dérive du théorème de conservation de l'énergie mécanique. En effet, comme c'est le cas ici, en l'absence de forces non conservatives, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta E_{mec} &= 0 \\ E_{mecf} - E_{meci} &= 0 \\ E_{potf} + E_{cinf} - E_{poti} - E_{cini} &= 0 \\ 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h - 0 &= 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h & \end{aligned}$$

Remarquons enfin, que le problème est ici tout aussi facile à résoudre des deux manières. Cependant, dans le premier cas, on a pu le faire car on sait qu'une chute libre est un MRUA. Pour d'autres types de mouvements, qui ne sont pas des MRUA, pour trouver la vitesse à partir de l'accélération, il faut résoudre une intégrale. Et là, cela peut être beaucoup plus difficile qu'en utilisant l'énergie.

47 On utilisera pas ici la méthode newtonienne, même si le problème peut être résolu de cette manière.

Fixons le zéro de l'énergie potentielle là où l'objet décolle. Alors, son énergie potentielle est nulle et son énergie cinétique maximale. En montant, il perd graduellement de l'énergie cinétique au profit de l'énergie potentielle. Arrivé au sommet de sa trajectoire, il s'arrête brièvement et son énergie potentielle est maximale alors que son énergie cinétique est nulle. On peut donc dire que toute son énergie cinétique du départ s'est transformée en énergie potentielle au sommet et écrire :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ h &= \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{10^2}{2 \cdot 9,81} = 5,1\,m \end{aligned}$$

48 Commençons par calculer la vitesse à laquelle la tuile quitte le toit. La conservation de l'énergie mécanique implique que :

$$\begin{aligned} m \cdot g \cdot \Delta h &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (30 - 25)} = 9.9\,m/s \end{aligned}$$

Cette vitesse est un vecteur dont l'angle fait avec l'horizontale 15°. La balistique (voir annexe C) nous apprends qu'il faut décomposer le mouvement sur chaque axe. En particulier la vitesse initiale a les composantes suivantes :

$$\begin{aligned} v_x &= v \cdot \cos(\alpha) = 9,9 \cdot \cos(-15^\circ) = 9,56\,m/s \\ v_y &= v \cdot \sin(\alpha) = 9,9 \cdot \sin(-15^\circ) = -2,56\,m/s \end{aligned}$$

puisque le vecteur vitesse pointe sous l'horizontale ($\alpha < 0$).

En choisissant un système d'axes dont l'origine est au sol et au pied du bord du toit, on peut alors écrire les équations de la position de la tuile au cours du temps :

$$\begin{aligned} x(t) &= v_x \cdot t = 9,56 \cdot t \\ y(t) &= -\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 + v_y \cdot t + y_o \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 - 2,56 \cdot t + 25 \end{aligned}$$

On cherche alors la position horizontale de la tuile au moment où elle arrive au sol, soit $x(t_{sol})$. Il faut donc calculer t_{sol}. Or, à ce moment là, $y(t_{sol}) = 0$. La seconde équation nous donne donc :

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t_{sol}^2 - 2,56 \cdot t_{sol} + 25 \\ &\Rightarrow -4,905 \cdot t_{sol}^2 - 2,56 \cdot t_{sol} + 25 = 0 \end{aligned}$$

C'est une équation du second degré à une inconnue t_{sol}. Sa solution est :

$$\begin{aligned} t_{sol} &= \frac{2,56 \pm \sqrt{2,56^2 + 4 \cdot 4,905 \cdot 25}}{2 \cdot (-4,905)} \\ &= \frac{2,56 \pm 22,3}{-9,81} = \begin{cases} -2,53\,s \\ 2\,s \end{cases} \end{aligned}$$

Évidemment, le temps correct est celui qui est positif.

Ainsi, $t_{sol} = 2\,s$. La distance au pied du toit à laquelle la tuile arrivera est donc :

$$x(t_{sol}) = v_x \cdot t_{sol} = 9,56 \cdot 2 = 19,12\,m$$

49 Simplement, on a :

$$\begin{aligned} \Delta E_{cin} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot (\frac{10}{3,6}^2 - \frac{5}{3,6}^2) = 1389\,J \end{aligned}$$